

PIPEV - UM SISTEMA PARA IDENTIFICAÇÃO DOS
PARÂMETROS DE ENSAIO EM VÔO DE AERONAVES

Sidney Lage Nogueira (3)
Luiz Antonio Palmeira Monteiro (1)
Luiz Antonio Joia (1), (4)
Ivan de Azevedo Camelier (2)

- (1) Promon Engenharia S.A.
Praia do Flamengo 154, 6º
Rio de Janeiro - RJ - 22.210
- (2) EMBRAER - Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.
- (3) CTA - Centro Técnico Aeroespacial
- (4) UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

O presente trabalho apresenta sistema computacional desenvolvido para identificação dos parâmetros de ensaio em vôo de aeronaves.

O sistema PIPEV é dotado de módulos para filtrar os resultados recebidos do campo; escolher o modelo teórico adequado; identificar estatisticamente os parâmetros básicos do modelo adotado; simular o comportamento em vôo da aeronave comparativamente aos resultados reais e finalmente montar e gerenciar o banco de dados aerodinâmicos da aeronave que será utilizado na fabricação do simulador físico da mesma.

ABSTRACT

This paper presents a software to perform airplanes' flight test parameters identification.

The software PIPEV is composed of a lot of subsystems developed to make: filtration of the results received from the flight records; choice of the most suitable theoretical model; statistical identification of the model's basic parameters; airplane's flight simulation comparing the results with the actual one, and creation and management of the aerodynamics data bank of the airplane that will be used in the manufacture of its flight simulator.

1. INTRODUÇÃO

A caracterização de uma família de problemas, usualmente designados como de identificação de parâmetros, consiste do conhecimento do comportamento de um determinado fenômeno, natural ou provocado, através da análise das relações entre as variáveis que controlam e as variáveis de seu estado ou de seu comportamento.

O modelo representativo do fenômeno deve possuir como finalidade intrínseca a capacidade de representar fielmente o fenômeno. Para tal, deve-se conhecer as leis físicas básicas aplicáveis ao fenômeno e observar as grandezas intervenientes no caso específico. A figura 1 apresenta de forma esquemática o conceito de identificação de parâmetros de uma forma geral.

No projeto de uma aeronave, os coeficientes aerodinâmicos são, via de regra, estimados através de ensaios em túneis de vento ou fórmulas empíricas consagradas. Após o projeto e fabricação da aeronave, necessária se torna a confirmação desses coeficientes adotados, através de outros métodos. Assim sendo, submete-se a aeronave a bateria de ensaios em voo, com o fim precípuo de, através dela, obter-se os coeficientes aerodinâmicos que serão posteriormente comparados àqueles obtidos por outros processos. Esses coeficientes servirão também para desenvolvimento do simulador de voo da aeronave em questão.

De modo geral, são realizados ensaios em voo na aeronave, com manobras do tipo longitudinal (variação no profundor), latero-direcional (variação no leme) e rotacional (variação no aileron). Durante a manobra, são gravadas em fitas variáveis consideradas relevantes para a posterior simulação do comportamento da aeronave. Esses dados passam por processos de filtragem e consistência, para permitir a retirada de valores estranhos ao processo (ruídos). Procede-se, então, à escolha do modelo estatístico que melhor identifica o fenômeno. Para tal, são experimentadas várias equações até que o coeficiente de correlação seja aceitável. O próximo passo consiste na determinação dos parâmetros associados ao modelo adotado. Esses parâmetros são convenientemente tratados e armazenados em banco de dados, associados ao tipo e característica da manobra. Para certificação de que os parâmetros são adequados, deve-se simular o comportamento da aeronave comparando os resultados com aqueles gravados. Assim, necessário se torna a elaboração de plotagens em papel ou gráficos em tela que permitam a visualização imediata dos resultados.

O sistema PIPEV integra todas as atividades acima descritas, através do gerenciamento interativo e conversacional dos programas específicos. Através desse processo integrado, o usuário pode manusear uma gama enorme de dados e obter os resultados desejados de forma rápida e confiável.

A IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

O QUE É

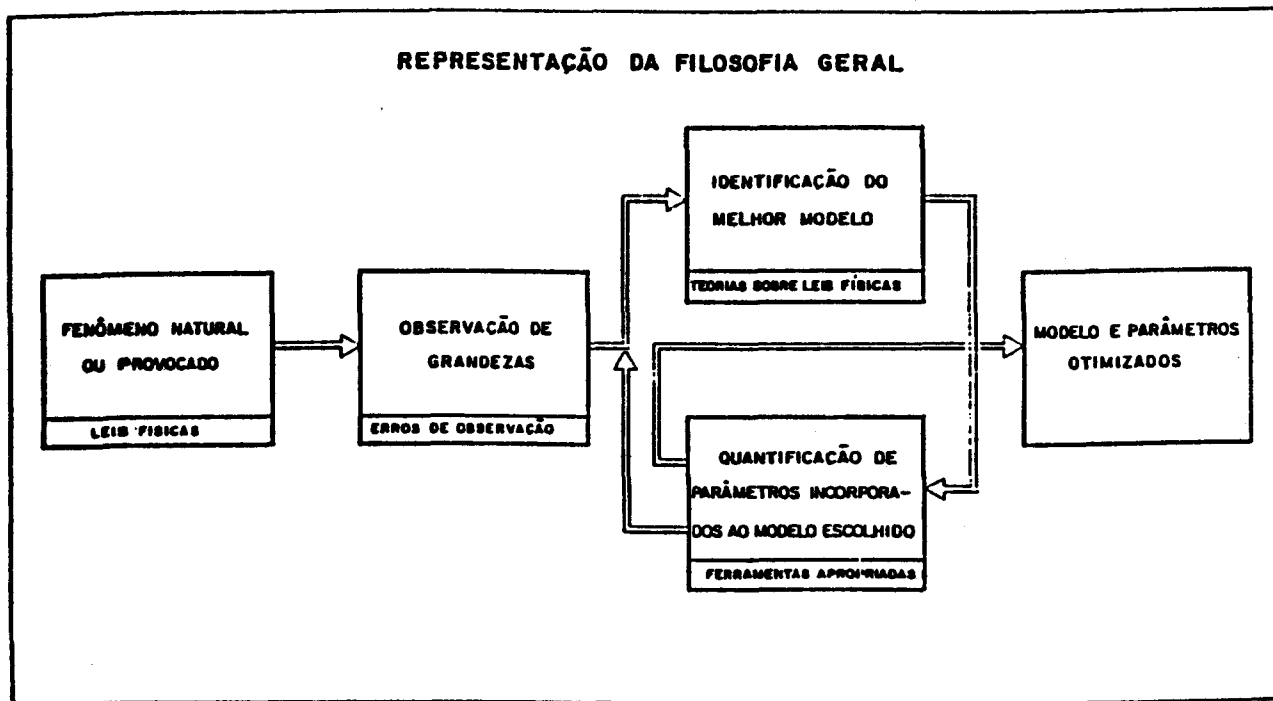


Figura - 1

2.
DESCRIÇÃO TÉCNICA DO PROGRAMA PIPEV [1], [2], [4]

A disponibilidade de um modelo matemático dando uma representação com boa qualidade da mecânica do voo de um aeronave é de importância inquestionável, uma vez que a partir dele são projetados os controladores ou mesmo ajustados os já existente, de modo otimizado.

Neste contexto, surgem variantes de metodologias de identificação de parâmetros que, a partir de resultados experimentais de ensaios em voo, permitem:

- a) conferir o sistema dinâmico, verificando a qualidade do modelo matemático pressuposto;
- b) identificar quantitativamente os parâmetros constituintes do sistema dinâmico adotado.

Uma metodologia adequadamente aplicada reduz consideravelmente o número e a duração dos ensaios em voo, bem como melhora a qualidade da determinação das derivadas de estabilidade e de controle, consideradas como parâmetros básicos do modelo matemático das forças e dos momentos aerodinâmicos aplicados à aeronave.

A literatura especializada apresenta desenvolvimentos teóricos que procuram sistematizar a aplicação destas metodologias. Em alguns casos, estes desenvolvimentos teóricos foram transformados em programas para aplicação em centros de pesquisa ou de ensaios em voo.

Por um lado é fato reconhecido que técnicas racionalizadas de ensaios em voo, conduzindo a uma maior simplicidade, são necessárias na aplicação de qualquer tipo de metodologia. Por outro lado, a complexidade dos modelos matemáticos é função também dos tipos de parâmetros ou derivadas a serem identificados.

O Programa de Identificação de Parâmetros de Ensaios em Voo (PIPEV), através da sua estrutura peculiar que incorpora modelos típicos e informações estatísticas, assiste ao projetista, permitindo a determinação do compromisso ótimo entre simplicidade das técnicas de ensaio, fidelidade do modelo matemático e qualidade da estimativa. O sistema considera qualquer tipo de modelo que possa ser apresentado na forma:

$$\frac{F_x}{m} = \dot{U} + QW - RV + g \cdot \text{sene}$$

$$\frac{F_y}{m} = \dot{V} + RU - PW - g \cdot \text{cose} \cdot \text{sene}$$

$$\frac{F_z}{m} = \dot{W} + PV - QU - g \cdot \text{cose} \cdot \text{cose}$$

$$L = Ix\dot{P} + (Iz - Iy) \cdot QR - Ixz (\dot{R} + PQ)$$

$$M = Iy\dot{Q} + (Ix - Iz) \cdot PR + Ixz (P^2 - R^2)$$

$$N = Iz\dot{R} + (Iy - Ix) \cdot PQ + Ixz (RQ - \dot{P})$$

$$\dot{V} = Q \cdot \frac{\text{sene}}{\text{cose}} + R \cdot \frac{\text{cose}}{\text{cose}}$$

$$\dot{W} = Q \cdot \text{cose} - R \cdot \text{sene}$$

$$\dot{\psi} = P + Q \cdot \text{sene} \cdot \text{tge} + R \cdot \text{cose} \cdot \text{tge}$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \left(\frac{W}{Q} \right)$$

$$\beta = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}} \right)$$

$$\frac{F_x}{m} = X_0 + X_\alpha \alpha + X_\alpha^\alpha \alpha^2 + X_\alpha^\alpha \alpha^3 + X_\beta \beta + X_Q Q + X_{\delta p} \delta p + X_{\delta p^2} \delta p^2 + X_{\delta L} \delta L + X_{\delta a} \delta a$$

$$\frac{F_y}{m} = Y_0 + Y_\alpha \alpha + Y_\beta \beta + Y_P P + Y_R R + Y_{\delta L} \delta L + Y_{\delta L^2} \delta L^2 + Y_{\delta a} \delta a$$

$$\frac{F_z}{m} = Z_0 + Z_\alpha \alpha + Z_\alpha \alpha^2 + Z_\alpha^2 \alpha^3 + Z_\beta \beta + Z_Q Q + Z_{\delta p} \delta p + Z_{\delta p^2} \delta p^2 + Z_{\delta L} \delta L + Z_{\delta a} \delta a$$

$$\frac{L}{IX} = L_0 + L_\alpha \alpha + L_\beta \beta + L_P P + L_R R + L_{\delta p} \delta p + L_{\delta L} \delta L + L_{\delta a} \delta a$$

$$\frac{M}{IY} = M_0 + M_\alpha \alpha + M_\alpha^\alpha \alpha^2 + M_\beta \beta + M_Q Q + M_{\delta p} \delta p + M_{\delta p^2} \delta p^2$$

$$\frac{N}{IZ} = N_0 + N_\alpha \alpha + N_\beta \beta + N_P P + N_R R + N_{\delta L} \delta L + N_{\delta L^2} \delta L^2 + N_{\delta a} \delta a$$

No caso da mecânica de voo de uma aeronave, tal forma é adotada usualmente, considerando que a dinâmica escolhida é excitada a partir de um voo permanente inicial e que os vetores de observação representam variações pequenas no entorno deste voo permanente.

O sistema permite a seleção dos modelos típicos relacionados com a identificação da dinâmica de movimentos longitudinais, látero-direcionais, de rolamento, ou de acoplamentos entre os mesmos, bem como a análise específica de um determinado modo de movimento. Possibilita ainda a simulação do sistema dinâmico identificado, bem como a incorporação dos valores estimados das derivadas de estabilidade e de controle, fornecendo desvios padrão e intervalos de confiança para os estimadores. Fornece também parâmetros para, de forma automática ou interativa, reprocessar dentre os seus modelos, aqueles mais apropriados à representação da mecânica do voo. Além disso, o sistema está apto a: executar operações de filtragem e consistência das variáveis lidas em voo; produzir gráficos das simulações comparativamente aos valores lidos; e criar banco de dados de coeficientes aerodinâmicos.

Caso se opte pela adoção de um modelo simplificado linear, o PIPEV adota o sistema de equações diferenciais ordinárias com coeficientes constantes:

$$\dot{\{x\}} = [A] \cdot \{x\} + [B] \cdot \{u\} ;$$

onde:

- $\{x\}$ = vetor de variáveis de estado, formado pela composição de grandezas observadas;
- $\dot{\{x\}}$ = vetor de derivadas temporais das variáveis de estado, observado ou calculado a partir de $\{x\}$;
- $\{u\}$ = vetor de variáveis de controle observadas;
- $[A]$ = matriz de sistema de valores constantes e que é identificada;
- $[B]$ = matriz de controle de valores constantes e que é identificada.

Dentre as hipóteses restritivas destaca-se de forma usual na literatura, a consideração de movimentos longitudinais não acoplados com látero-direcionais ou a nulidade dos produtos de inércia (I_{xy} e I_{yz}) referidos aos eixos usuais do veículo. Devido porém à importância que podem assumir tais efeitos em algumas aeronaves e para certas manobras, os mesmos são considerados na formulação de um dos modelos típicos oferecidos.

Com relação à fidelidade na representação, pelo modelo matemático, das forças e dos momentos externos atuantes na aeronave, ressalta-se que a mesma deve merecer especial atenção do usuário.

As forças e momentos que atuam são de natureza:

- a) gravitacional: já considerados nos modelos típicos apresentados anteriormente;
- b) propulsiva: no caso de variação dos mesmos, o usuário pode introduzi-los a seu critério, no vetor de variáveis de controle;
- c) aerodinâmica: considerados através dos coeficientes aerodinâmicos e das derivadas de estabilidade, com valores constantes no entorno de voo permanente inicial;
- d) de controle: são considerados nos modelos típicos do PIPEV, através das derivadas de controle, com valores constantes no entorno do voo permanente inicial;
- e) inercial: O PIPEV inclui seus efeitos através dos momentos e produtos de inércia, sendo que estes últimos não são necessariamente nulos quanto a I_{xy} , I_{xz} e I_{yz} ;
- f) elástica: os modelos típicos não incluem tais efeitos.

Há possibilidade, porém, do aparecimento de importantes efeitos combinados destas forças e momentos como, por exemplo: fenômenos aeroelásticos, elasticidade dos controles, dinâmica do sistema de controle, etc. O usuário, a seu critério, pode produzir a modelagem parcial destes efeitos, preparando vetores de variáveis de estado convenientes, utilizando a opção mais abrangente do PIPEV. Consideração análoga pode ser realizada no caso de inclusão de controladores automáticos ou de identificação em malha fechada.

No contexto da aplicação para o qual foi concebido o PIPEV, distinguem-se as seguintes etapas:

- a) etapa da preparação do sistema;
- b) etapa do voo;
- c) etapa da aplicação do PIPEV;

d) etapa de decisão.

A etapa da preparação do sistema deve focar a aquisição de dados referentes às características da aeronave, efetuar a seleção das derivadas a serem identificadas e das técnicas de ensaio a empregar. Deve ainda ser enfocada a aquisição de dados complementares necessários à aplicação visada com o PIPEV, no que se refere às características da aeronave e no que se refere às derivadas a serem identificadas.

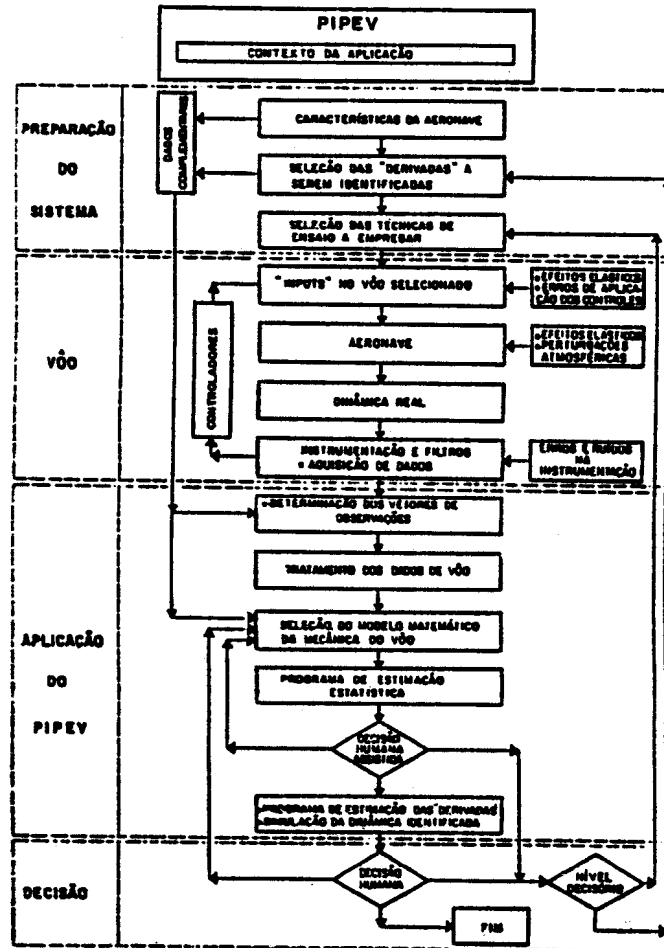
A aplicação do programa PIPEV assiste o usuário na seleção das derivadas a serem identificadas e das técnicas de ensaio a empregar.

Na etapa do voo, onde se objetiva a aquisição dos dados, são relevantes os efeitos elásticos da aeronave, as perturbações atmosféricas atuando sobre a aeronave, a dinâmica real, a instrumentação e filtros, os erros e ruídos na instrumentação, bem como a atuação nos controladores que visam obter e controlar o voo selecionado, mas que trazem consigo os seus efeitos elásticos e possíveis erros de aplicação dos mesmos. O apoio do PIPEV reflete-se nesta etapa como fator de aumento de produtividade do ensaio e de melhoria na qualidade do controle do voo selecionado.

Na etapa de aplicação do PIPEV os dados obtidos durante o voo, juntamente com os dados complementares obtidos durante a etapa de preparação do sistema, permitem a determinação dos vetores de observações e de derivadas, bem como a seleção do vetor de variáveis de estado.

Estes dados, juntamente com as informações obtidas durante a etapa de preparação do sistema propiciam a seleção do modelo matemático da mecânica do voo, feita interativamente com a aplicação do programa de estimação estatística das derivadas que se procura identificar. A aplicação interativa do programa de estimação estatística pelo sistema permite, desta forma, a tomada de decisão assistida. Tal decisão, assistida pelo sistema, pode conduzir à seleção de um novo modelo matemático da mecânica do voo, à aplicação do programa de estimação das derivadas e à simulação da dinâmica identificada ou mesmo de transferência de resultados para a tomada de decisão em hierarquia mais alta. Na etapa de decisão, os resultados propiciam a decisão em hierarquia mais alta e podem ser de seleção de um novo modelo matemático da mecânica do voo, de identificação de outras derivadas, de emprego de outras técnicas de ensaio ou de dar por concluída a identificação de parâmetros.

O fluxograma apresentado à folha seguinte ilustra o quanto descrito anteriormente sobre o contexto da aplicação do PIPEV e define as fronteiras de atuação do mesmo.



3. RESULTADOS [3]

A seguir, apresenta-se plotagens efetuadas pelo sistema PIPEV na identificação de parâmetros de aeronave, através de manobras do tipo longitudinal, latero-direcional e de rolamento, onde são comparadas as curvas real e simulada de alguns parâmetros identificados.

É também apresentada listagem típica do banco de dados aerodinâmicos gerado pelo sistema.

4. CONCLUSÃO

O sistema PIPEV aqui apresentado se propõe a servir como instrumento de apoio à montagem do banco de dados aerodinâmicos de uma aeronave, através dos ensaios em voo. De forma integrada o sistema gerencia todas as fases de um processo de identificação de parâmetros de ensaio em voo: do manuseio das fitas magnéticas com os dados de voo gravados, até a etapa de simulação em voo, para aferição dos resultados obtidos.

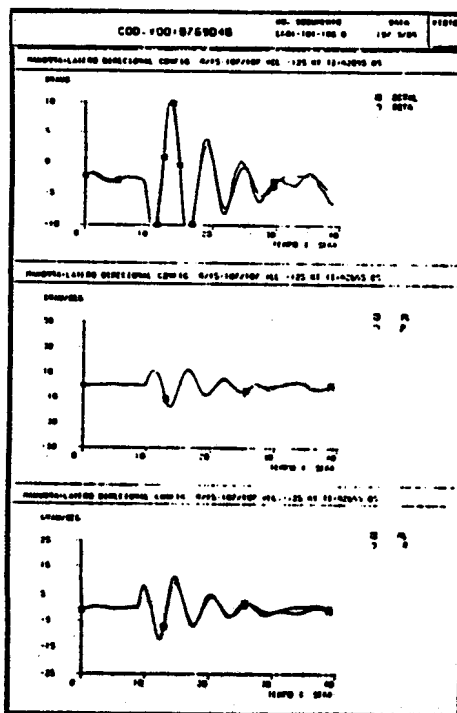
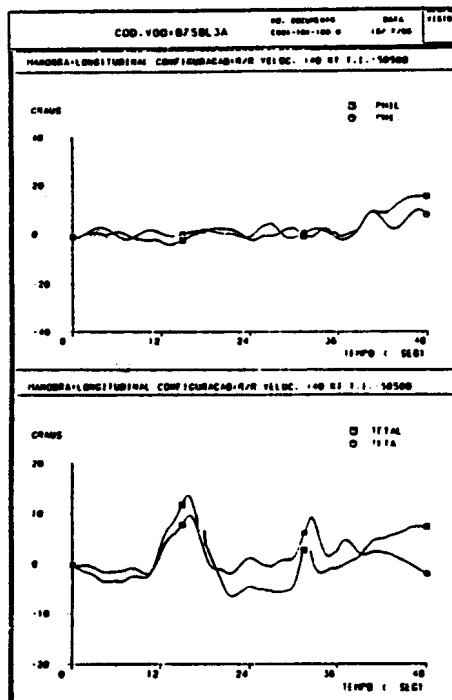
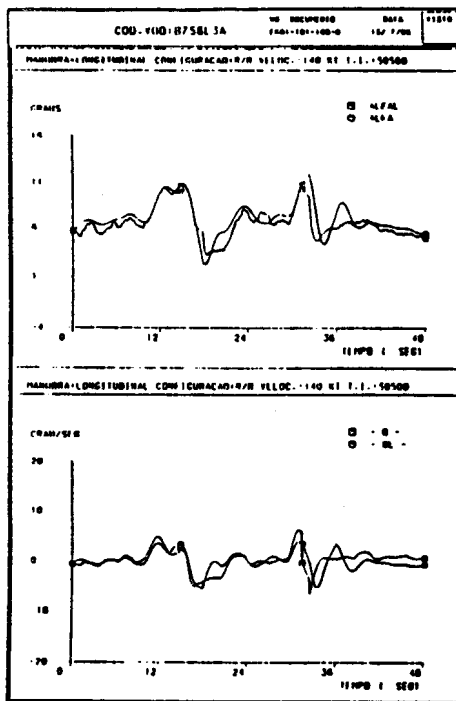
Com os dados do banco de dados aerodinâmicos e com os resultados dos ensaios em túnel, pode-se avaliar a futura performance da aeronave, verificar a validade das hipóteses da fase de projeto e, finalmente, obter informações relevantes para futuros projetos semelhantes. Além disso, a construção do simulador físico, indispensável para treinamento mais eficiente de pilotos no caso de aeronaves comerciais, só é possível com a obtenção desses parâmetros identificados.

Os resultados obtidos pelo sistema PIPEV são utilizados na certificação de aeronaves comerciais perante os organismos fiscalizadores internacionais.

O sistema PIPEV foi utilizado, com sucesso, na identificação de parâmetros de aeronaves de fabricação nacional.

5. REFERÊNCIA

- [1] PIPEV - Manual do Usuário - Propriedade da Promon Engenharia S.A.
- [2] PIPEV - Manual do Sistema - Propriedade da Promon Engenharia S.A.
- [3] "Identificação de Parâmetros de Ensaio em Voo de uma aeronave comercial brasileira - Propriedade da Promon Engenharia S.A.
- [4] Proposta Técnica do Sistema PIPEV - Propriedade da Promon Engenharia S.A.



DATA: 9/ 9/86

***** MANOBRA LATERO-DIRECIONAL *****

CONFIGURACAO R/15

VELOCIDADE 115 KT

POLENCIA F1/F1

V00: 076V02A

*** CONSTANTES DE VOO ***

VARIAVEL MX - DPMX = 0.047082

CXDP = -0.040000 DPCXDP = 0.000000

CXA = -6.251921 DPCXA = 1.437051

CXA2 = 51.259460 DPCXA2 = 7.757663

CXB = 0.14223A DPCXB = 0.028498

CXAD = -6.060064 DPCXAD = 5.139013

CXD = 0.113702 DPCXD = 0.067379

VARIAVEL MY - DPMY = 0.025903

CYDL = 0.148370 DPCYDL = 0.032393

CYDL2 = 2.265690 DPCYDL2 = 0.369353

CYA = 1.342950 DPCYA = 0.107737

CYB = -1.048390 DPCYB = 0.013379

CYR = 0.901376 DPCYR = 0.128570

CYD = -0.136168 DPCYD = 0.009763

VARIAVEL MZ - DPMZ = 0.043E11

CZDP = -0.400000 DPCZDP = 0.000000

CZA = -10.046215 DPCZA = 0.177898

CZB = -0.074675 DPCZB = 0.025389

CZAD = 13.795937 DPCZAD = 4.386676

CZD = -0.346221 DPCZD = 0.016140

VARIABEL LIX - DPLIX= 0.003820

CLDL= 0.037564 DPCLDL= 0.009966
CLDA= -0.141276 DPCLDA= 0.054966
CLDP= 0.008626 DPCLDP= 0.038297
CLB = -0.058798 DPCLB = 0.023502
CLP = -0.181917 DPCLP = 0.130849
CLR = 0.595731 DPCLR = 0.062148
CLO = -0.004267 DPCL0 = 0.002423

VARIABEL MIY - DPMIY= 0.049181

CMOP= -0.825396 DPCMOP= 0.266194
CMA = -0.952271 DPCMA = 0.210876
CMO = 0.067362 DPCMO = 0.077949

VARIABEL MI2 - DPMI2= 0.003755

CNDL= -0.131619 DPCNDL= 0.065932
CND = 0.141000 DPCND = 0.010472
CNP = 0.061346 DPCNP = 0.058278
CNR = 0.020772 DPCNR = 0.031121
CNO = -0.000153 DPCNO = 0.000126

ALFAPER = 3.082134 BETAPER = -0.360963 RUDPER = 0.045857
ALFAMAX = 8.206560 BETAMAX = 8.297190 RUDMAX = 6.361770
ALFAMIN = 3.526290 BETAMIN = -11.330270 RUDMIN = -6.315200

CLO = 0.354932
CDO = -0.082589
CYO = -0.068084
CMO = 0.067362
CNO = 0.000226
CRO = -0.004264

ALFAPER	BETA	CLBRFS	CNRFS	CLREGS	CNREGS	CNZECS
5.082136	-11.000000	1.212048	-0.027964	-0.027964	-0.027964	-0.027964
5.082136	-10.000000	1.213601	-0.025421	-0.025421	-0.025421	-0.025421
5.082136	-9.000000	1.215154	-0.022879	-0.022879	-0.022879	-0.022879
5.082136	-8.000000	1.216707	-0.020337	-0.020337	-0.020337	-0.020337
5.082136	-7.000000	1.218259	-0.017795	-0.017795	-0.017795	-0.017795
5.082136	-6.000000	1.219812	-0.015253	-0.015253	-0.015253	-0.015253
5.082136	-5.000000	1.221365	-0.012711	-0.012711	-0.012711	-0.012711
5.082136	-4.000000	1.222918	-0.010169	-0.010169	-0.010169	-0.010169
5.082136	-3.000000	1.224471	-0.007626	-0.007626	-0.007626	-0.007626
5.082136	-2.000000	1.226024	-0.005084	-0.005084	-0.005084	-0.005084
5.082136	-1.000000	1.227577	-0.002542	-0.002542	-0.002542	-0.002542
5.082136	0.000000	1.229130	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5.082136	1.000000	1.230683	0.002542	0.002542	0.002542	0.002542
5.082136	2.000000	1.232235	0.005084	0.005084	0.005084	0.005084
5.082136	3.000000	1.233788	0.007626	0.007626	0.007626	0.007626
5.082136	4.000000	1.235341	0.010169	0.010169	0.010169	0.010169
5.082136	5.000000	1.236894	0.012711	0.012711	0.012711	0.012711
5.082136	6.000000	1.238447	0.015253	0.015253	0.015253	0.015253
5.082136	7.000000	1.240000	0.017795	0.017795	0.017795	0.017795
5.082136	8.000000	1.241553	0.020337	0.020337	0.020337	0.020337

ALFAPER	BETA	CLBRFS	CNRFS	CLREGS	CNREGS	CNZECS
5.082136	-11.000000	0.172905	0.008846	0.008846	0.008846	0.008846
5.082136	-10.000000	0.170551	0.008042	0.008042	0.008042	0.008042
5.082136	-9.000000	0.168197	0.007238	0.007238	0.007238	0.007238
5.082136	-8.000000	0.165842	0.006433	0.006433	0.006433	0.006433
5.082136	-7.000000	0.163488	0.005629	0.005629	0.005629	0.005629
5.082136	-6.000000	0.161134	0.004825	0.004825	0.004825	0.004825
5.082136	-5.000000	0.158780	0.004021	0.004021	0.004021	0.004021
5.082136	-4.000000	0.156426	0.003217	0.003217	0.003217	0.003217
5.082136	-3.000000	0.154071	0.002413	0.002413	0.002413	0.002413
5.082136	-2.000000	0.151717	0.001608	0.001608	0.001608	0.001608
5.082136	-1.000000	0.149363	0.000804	0.000804	0.000804	0.000804
5.082136	0.000000	0.147009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5.082136	1.000000	0.144654	-0.000804	-0.000804	-0.000804	-0.000804
5.082136	2.000000	0.142300	-0.001608	-0.001608	-0.001608	-0.001608
5.082136	3.000000	0.139946	-0.002413	-0.002413	-0.002413	-0.002413
5.082136	4.000000	0.137592	-0.003217	-0.003217	-0.003217	-0.003217
5.082136	5.000000	0.135238	-0.004021	-0.004021	-0.004021	-0.004021
5.082136	6.000000	0.132883	-0.004825	-0.004825	-0.004825	-0.004825
5.082136	7.000000	0.130529	-0.005629	-0.005629	-0.005629	-0.005629
5.082136	8.000000	0.128175	-0.006433	-0.006433	-0.006433	-0.006433

6.
ANEXO

Simbologia das Variáveis do Modelo

O significado das variáveis empregadas nas equações do modelo está dado a seguir:

- U = variável de estado, velocidade no eixo U do corpo
- V = variável de estado, velocidade no eixo V do corpo
- W = variável de estado, velocidade no eixo W do corpo
- Q = variável de estado, velocidade angular do arrolamento
- R = variável de estado, velocidade angular de desmancha
- P = variável de estado, velocidade angular de rolamento
- δ = variável de estado, ângulo de Euler
- ϵ = variável de estado, ângulo de Euler
- ϕ = variável de estado, ângulo de Euler
- $U, V, W, Q, R, P, \delta, \epsilon, \phi$ = derivadas das variáveis de estado
- g = aceleração da gravidade
- F_x = força na direção do eixo X do corpo
- F_y = força na direção do eixo Y do corpo
- F_z = força na direção do eixo Z do corpo
- L = momento no eixo X do corpo
- M = momento no eixo Y do corpo
- N = momento no eixo Z do corpo
- \bar{m} = massa média do corpo
- I_x = momento de inércia em torno do eixo X
- I_y = momento de inércia em torno do eixo Y
- I_z = momento de inércia em torno do eixo Z
- I_{xy} = momento de inércia em relação aos eixos X e Y do corpo

ϕ, δ, ϵ = variáveis de controle rotacion. profundas e later.

α, β = variáveis transformadas (ângulo de ataque e de desmancha)

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{V}_0 \\ \dot{W}_0 \end{Bmatrix} = \text{termos independentes}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{Bmatrix} = \text{derivadas de estabilidade}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_7 \\ \dot{U}_8 \\ \dot{U}_9 \\ \dot{U}_{10} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{12} \\ \dot{U}_{13} \\ \dot{U}_{14} \end{Bmatrix} = \text{derivadas de controle}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_{15} \\ \dot{U}_{16} \\ \dot{U}_{17} \\ \dot{U}_{18} \end{Bmatrix}$$