

Cómputo de la Distribución de Presiones sobre Superficies
Sustentadoras en Régimen Subsónico y Supersónico.

Juan E. Pardi
Marcelo C. Dominguez
División Aerodinámica.
Departamento de Propulsión. C. I. T. E. F. A.
Buenos Aires - Argentina.

RESUMEN

Este trabajo contiene una descripción de la Mecánica de
Cómputo aplicada a la simulación numérica del Flujo alrededor
de Superficies Sustentadoras en velocidades Subsónicas y
Supersónicas.

ABSTRACT

This paper contains a description of the Computational
Mechanics applied to the numeric simulation of Flow around
Lifting Surfaces at Subsonics and Supersonics speeds.

INTRODUCCION

Este trabajo describe el programa " MRV7 " destinado a calcular la distribución de presiones sobre alas, y el programa " TMRVD " resultado de las modificaciones realizadas sobre el primero.

El objetivo de estas últimas fue :

- 1) Reducir el tiempo de ejecución.
- 2) Aumentar la capacidad de discretización.
- 3) Calcular configuración Ala-Estabilizador.

La codificación de ambos se realizó en lenguaje FORTRAN 77, para la versión destinada a equipos de tipo personal el compilador utilizado es "Lahey F77L Versión 2.22".

La forma de la planta alar es arbitraria, pudiendo ésta tener flecha positiva o negativa, quiebres y torsión. Quedan fuera de las posibilidades del programa, alas con diedro, y la contemplación de las deformaciones aeroelásticas.

La superficie a calcular se divide en paneles, los que contienen un vórtice herradura en régimen subsónico, o un doblete en supersónico.

El programa proporciona el coeficiente de presión asociado a cada panel, y luego integrando sobre la superficie alar calcula las características aerodinámicas globales de la misma.

DISCRETIZACION GEOMETRICA DEL ALA

El algoritmo de discretización acepta superficies con flecha de cualquier tipo, inclusive con quiebres. En el caso de geometrías complejas, éstas se dividen en partes simples. En el archivo de datos se indica el número de partes, como también las coordenadas que delimitan cada una de ellas.

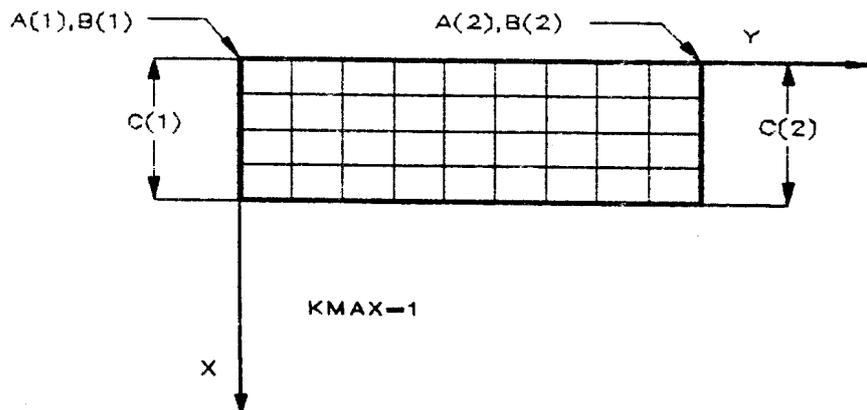


Figura 1.

En el cálculo se impone una restricción, para todas las partes de una misma superficie alar, el número de paneles según cuerda debe ser el mismo. En las figuras (1) y (2) se muestra, en la primera el caso de una única parte, mientras que en la segunda el de dos. La variable KMAX indica al programa el número de partes utilizadas.

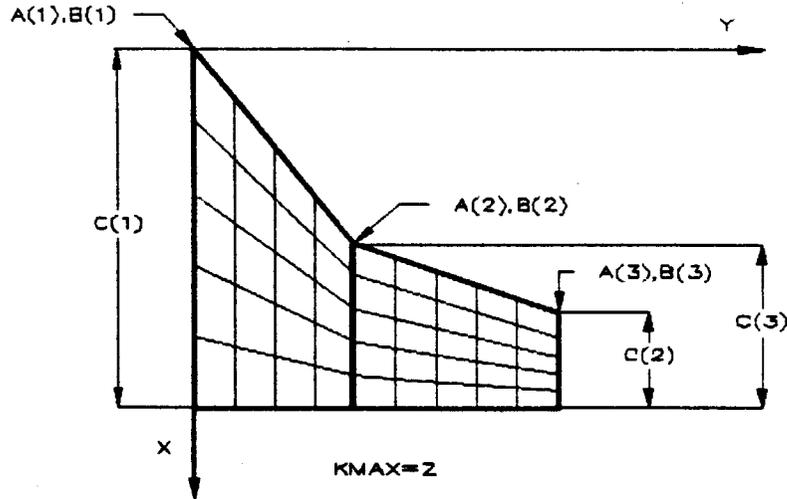


Figura 2.

ANÁLISIS DEL MODELO MATEMÁTICO

Si se toma una sección cualquiera de un ala que posea un perfil subsónico como en la figura (3), el eje de cuerda del perfil forma un ángulo α con la dirección de la corriente libre, además un punto cualquiera "i" de la línea media forma con el eje de cuerda un ángulo "di".

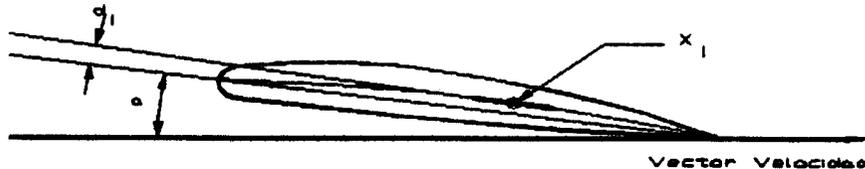


Figura 3.

En el caso de perfiles cuya línea media no tenga curvatura, el ángulo "di" es nulo. Por lo tanto entre la corriente libre y la tangente a la línea media en un punto cualquiera "i" sobre ésta existe un ángulo "Wi".

$$W_i = \alpha + d_i$$

(1)

Régimen Subsónico

Según la ley de Prandtl-Glauert el coeficiente de presión se expresa:

$$C_{pi} = \frac{S_i}{\beta^2 V (X_d - X_v)} \quad (2)$$

donde :

- C_{pi} = Coeficiente de Presión en el panel "i" .
- S_i = Intensidad del Vórtice.
- X_d = Coordenada X del punto de colocación al 75% de longitud del panel.
- X_v = Coordenada X del punto de colocación al 25% de longitud del panel.
- β = Factor de Compresibilidad.

Además la velocidad inducida según la dirección del eje Z, "w_{ij}" en el panel "i" sobre el punto "X_{di}", debido a la intensidad de vorticidad "S_j" del panel "j", se expresa como.

$$w_{ij} = R_{ij} S_j \quad (3)$$

R_{ij} = Coef. de influencia del panel "j" sobre el "i".

Si tomamos la contribución de todos los paneles, obtenemos la velocidad inducida total en la dirección Z sobre el panel "i", la cual compuesta con la velocidad de la corriente libre proporciona la pendiente del flujo, la cual debe ser igual a la pendiente "W_i" línea media en ese punto.

$$-\beta W_i = \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij} S_j}{V} \quad (4)$$

Los coeficientes R_{ij} se calculan según la referencia [1].

Escribiendo (4) en función de los coeficientes de Presión.

$$-W_i = \beta \sum_{j=1}^n R_{ij} (X_{dj} - X_{vj}) C_{pj} \quad (5)$$

Esta expresión se aplica a cada panel, y puede ser escrita en forma matricial, dando como resultado el siguiente sistema de ecuaciones :

$$\begin{bmatrix} W_i \end{bmatrix} = -\beta \begin{bmatrix} R_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{dj} - X_{vj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{pj} \end{bmatrix} \quad (6)$$

La resolución del sistema nos dará el valor del C_p en cada panel.

Régimen Supersónico

Se considera un doblete ubicado en el punto medio de cada panel en coincidencia con el punto de colocación, como se ve en la figura 4.

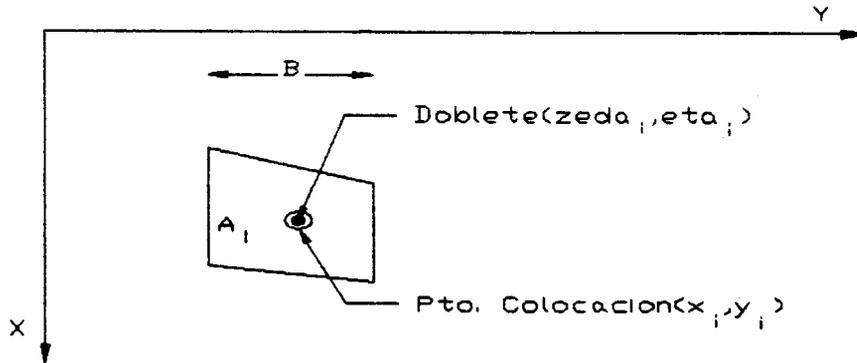


Figura 4.

De esta manera la distribución de presiones sobre la superficie produce un "upwash" W para todo punto de la misma.

$$W(X,Y) = \frac{1}{8\pi} \iint C_p K(X_o, Y_o) d(zeta) d(eta) \quad (7)$$

$$K(X_o, Y_o) = \frac{2 X_o}{R r^2}$$

C_p = Coeficiente de Presión.

$K(X_o, Y_o)$ = Función de Presiones. [2]

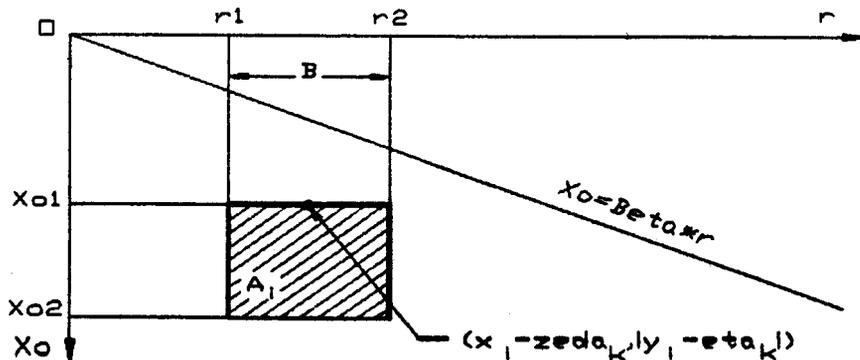


Figura 5.

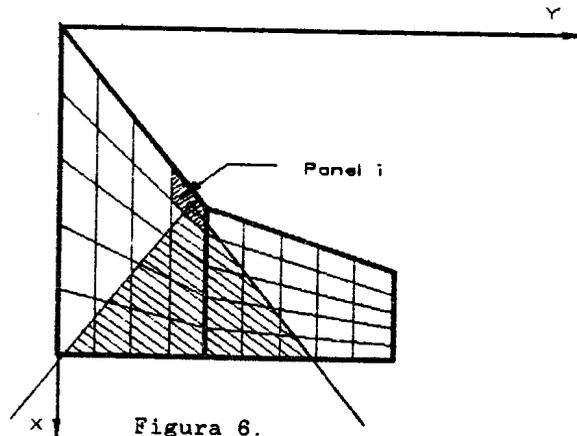
Para el cálculo se realiza un cambio de coordenadas a un sistema (x_0, r) con origen en el punto de colocación del panel "i"; además el panel trapezoidal se reemplaza por uno rectangular ubicado a partir del punto de colocación. Este panel rectangular tiene la misma área y el mismo ancho que el original. (figura 5)

El "upwash" en un panel "i" es:

$$W_i = \frac{1}{8\pi} K_{ij} \quad (8)$$

K_{ij} = Coeficiente de influencia. [2]

Los coeficientes " K_{ij} " dan la influencia de un panel "j" sobre otro "i". El valor del coeficiente depende de la posición del panel "j" respecto del cono de Mach generado en el panel "i". Un panel "j" puede estar dentro, parcialmente fuera o fuera del cono de Mach generado en el panel "i" como muestra la figura 6.



Teniendo en cuenta la contribución de todos los paneles:

$$W_i = \frac{1}{8\pi} \sum_{j=1}^n K_{ij} A_j C_{pj} \quad (9)$$

La ecuación (9) puede, como en régimen subsónico, ser escrita en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} W_i \end{bmatrix} = \frac{1}{8\pi} \begin{bmatrix} K_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{pj} \end{bmatrix} \quad (11)$$

La resolución del sistema nos dará el valor del C_p en cada panel.

RESOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES

La elección del método de resolución del sistema de ecuaciones se basó en la reducción del tiempo de ejecución y de la memoria utilizada.

La primera versión del programa utilizaba el método de Gauss-Jordan, en la nueva intentó utilizar el método de Gauss-Seidel pero la matriz no cumple con la condición de convergencia .[3]

La elección recayó en el método de Crout [3]. Implementado éste y rediagramando el programa, se redujo sensiblemente el tiempo de ejecución.

La versión actual resuelve alas de hasta 300 paneles, y se encuentra en desarrollo una versión que utiliza archivos en disco para el manejo de las matrices, a fin de aumentar el número de paneles.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Se empleó el programa sobre diversas plantas alares y a varios números de Mach; en todos los casos los resultados mostraron una buena correspondencia con los valores teóricos aproximados, e inclusive con los exactos.

Es importante mencionar la buena respuesta del programa en el caso de plantas alares sometidas a regimenes en los cuales se produce la interferencia de los conos de Mach dentro de la superficie de la misma.

Datos : Nro. de Mach = 1.2
Alargamiento = 2.0
Ahusamiento = 1.0
Flecha = 0.0

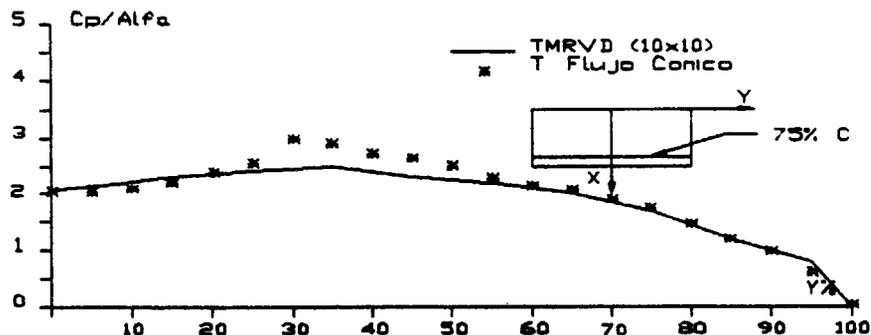


Figura 7.

La figura 7, muestra un ejemplo donde aparece el fenómeno interferencia, se aprecia en ella la similitud entre los valores del Coeficiente de Presión por unidad de ángulo de ataque calculados con el programa, y los obtenidos por la aplicación de la teoría del Flujo Cónico:

Para realizar verificaciones más precisas, se realizaron pruebas comparativas con ensayos en túnel de viento. Los resultados calculados mostraron errores poco importantes en los coeficientes comparados. Algunos de estas pruebas se muestran a continuación.

En la primera columna se indica la referencia bibliográfica, y la página de la cual la información fue extractada.

Referencia	Alfa	C1	Paneles	C1	Paneles	C1
[4], 494	8	0.33	* 300	0.329	* 80	0.314
[4], 493	8	0.32	280	0.346	65	0.344
[4], 491	8	0.31	130	0.304	35	0.304
[4], 489	8	0.30	230	0.265	60	0.261
[5], 24	6	0.32	120	0.318	30	0.331
[5], 40	6	0.26	120	0.267	30	0.264

* : Indica que la superficie fue dividida en dos partes.

Los resultados de la referencia [4] deben ser utilizados con ciertos reparos, ya que las dimensiones de los modelos ensayados son reducidas, hecho que aumenta los efectos del espesor sobre los resultados.

No sucede lo mismo con la referencia [5] donde el tamaño de los modelos es más importante. La cantidad de paneles a utilizar depende principalmente de la necesidad de precisión en los resultados, especialmente en la distribución de presiones.

Se puso énfasis en el estudio de la influencia de la flecha en los resultados dado que, al ser reemplazados los paneles trapezoidales por superficies rectangulares (como se explicó previamente), para la evaluación del "upwash". El borde de ataque no es representado en forma exacta, y esto se agudiza con el incremento de la flecha y el número de Mach.

Una solución es aumentar el número de paneles según envergadura para obtener superficies rectangulares más estrechas. Se obtuvo un criterio para determinar la cantidad de paneles según envergadura, que es el siguiente:

$$Pe = \frac{S \operatorname{Tg}(D) Pc}{4 C} \quad (12)$$

$$Pe = \frac{S \operatorname{Tg}(D) Pc}{8 C} \quad (13)$$

Pe : Paneles según semienvergadura.
Pc : Paneles según cuerda.
S : Semienvergadura.

D : Flecha.
C : Cuerda.

La fórmula (12) se utiliza para alas con flecha en el borde de fuga, y la (13) en aquellas que no la tienen. En el caso de obtener como resultado un número de paneles menor que el empleado según cuerda, se utilizará según envergadura el mismo que el propuesto para la cuerda.

La cantidad de paneles según cuerda se elegirá según la necesidad de detalle en la distribución de presiones. Se debe tener en cuenta que la cantidad máxima de paneles de esta versión del programa es 300, y en caso que el número de los determinados por las ecuaciones (12) o (13), multiplicados por el número de paneles elegido según cuerda supere el máximo, se deberá probar nuevamente con una cantidad menor de paneles según cuerda.

CONFIGURACIONES ALA-ESTABILIZADOR

Se ensayaron configuraciones ala-estabilizador con resultados satisfactorios, pero actualmente se considera que son necesarias más verificaciones para validar el modelo empleado en este tipo de problemas.

Se espera disponer próximamente de más resultados teóricos y de túnel de viento de este tipo de configuraciones, para poder poner a punto el algoritmo que el programa emplea en el presente.

EJEMPLO DE APLICACION

Para ilustrar sobre las posibilidades del programa se calculó la distribución de presiones al 75% de envergadura de la planta alar de la figura 8.

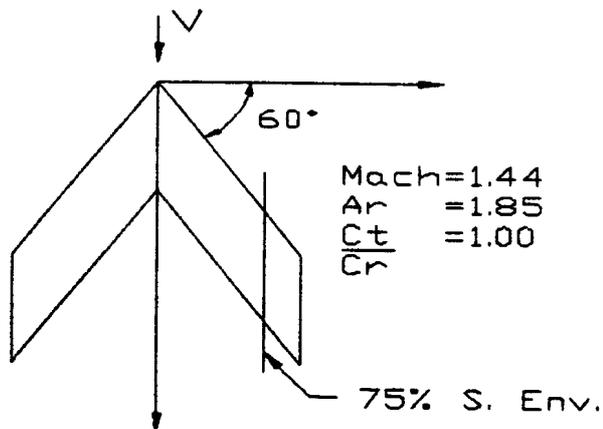


Figura 8.

La figura 9, muestra la distribución calculada y la comparación con la obtenida por Jones y Cohen [6].

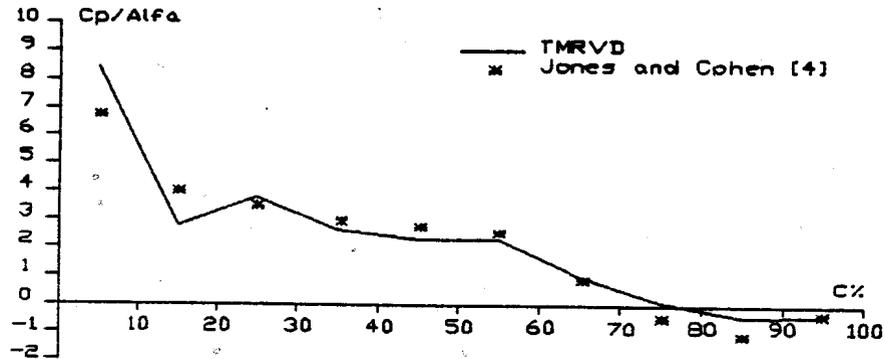


Figura 9.

CONCLUSIONES

La determinación de los coeficientes aerodinámicos de plantas alares, y la distribución de presiones sobre éstas es un requerimiento bastante común en trabajos de aerodinámica.

Lamentablemente los métodos de cálculo no son de fácil empleo, salvo en geometrías sencillas y para regímenes de vuelo particulares. Este desarrollo permite estudiar superficies complejas en tiempos reducidos, ya que para una discretización en 300 paneles se emplean 15 minutos, y para 100 paneles 1 minuto, sobre una computadora AT compatible.

La confiabilidad de los resultados es alta, pero se sugiere verificar cuando exista bibliografía, en el caso de alas con flecha elevada.

REFERENCIAS

- [1]. Pardi, J., "Cómputo de la Distribución de Presión en Superficies Sustentadoras Aplicando el Método de la Red Vorticosa". Nota Técnica No. 601, C. I. T. E. F. A., 1985.
- [2]. Ueda, T., "Doublet-Point Method for Supersonic Unsteady Lifting Surfaces". AIAA Journal, Vol. 22, No. 2, Feb. 1984, pags. 179-186.
- [3]. Gerald, F., "Applied Numerical Analysis". Addison Wesley, 1985.
- [4]. Gallagher, J., "An Investigation of Maximum Lift of Wings at Supersonic Speeds". Report NACA 1227, NACA Forty-First Annual Report Rep. 1210-1253, 1955.
- [5]. Lord, D., "Aerodynamics Characteristics of Several Flap-Type Trailing-Edge Controls on a Trapezoidal Wing at Mach Numbers of 1.61 and 2.01". NACA RM L54D19, June 1954.
- [6]. Jones, R., "High Speed Wing Theory". Princeton University, Princeton, N. J., 1960.