

GENERACION DE GRILLAS Y ANALISIS DE FLUJO TRANSONICO  
EN CONFIGURACIONES TRIDIMENSIONALES USANDO LA TECNICA DE VOLUMEN FINITO

Martín Backhaus

Departamento Aeronáutica. Facultad de Ingeniería.  
Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba - Argentina.

Rosario Luque

Departamento Física del Vuelo. Dirección de Desarrollo  
Aeronáutico. Area de Material Córdoba. Córdoba - Argentina

Victor Torregiani

Departamento Mecánica Aeronáutica  
Escuela de Ingeniería Aeronáutica. Córdoba Argentina

RESUMEN

Se presenta en este trabajo una síntesis de la experiencia adquirida durante la puesta en servicio del código computacional JLFP81 desarrollado por A. Jameson y S. Leicher [1]. Se describe en primer lugar el modelo de flujo adoptado y el correspondiente modelo matemático del problema tratado. Luego el método de generación de grillas que usa el código mencionado. Posteriormente y en forma sucinta, el algoritmo para el cálculo de flujo transónico derivado del desarrollado por Jameson y Caughey a el cual utiliza la Técnica de Volumen Finito (TVF). Finalmente se presentan resultados obtenidos del estudio de una configuración de un avión de transporte regional, observándose la correcta modelización geométrica lograda con la técnica descripta. Con respecto al cálculo del campo de movimiento se ha comprobado una buena correlación con otros códigos computacionales.

ABSTRACT

It is presented here a synthesis of the acquired experience during the instrumentation of computational code JLFP81 developed by Jameson and Leicher [1]. It is described in the first time the flow model adopted and its correspondent mathematical model of the problem. Later, the grid generation method used by this code. After, the transonic flow calculation algorithm derived from Volumen Finite Technic (VFT) developed by Jameson and Caughey was done in a reduced way. Finally, it is presented results obtained from a wing-body configuration of a regional transport aircraft where it is possible to see the right geometric modelization obtained with this technic. About the flow calculation, it is observed a good agreement with another computational codes.

## 1. INTRODUCCION

Una de las principales dificultades en el diseño aerodinámico de aviones modernos tanto civiles como militares, dado el régimen de vuelo de los mismos, es la predicción de las cargas aerodinámicas en flujo transónico. El problema es causado por el hecho de que en dicho régimen las ecuaciones involucradas son no lineales en contraste con las utilizadas en régimen subsónico o supersónico donde las cargas se pueden predecir usando teorías linealizadas.

Un flujo transónico típico se origina por una corriente no perturbada subsónica, el que es acelerada sobre el cuerpo sumergido en dicho flujo hasta velocidades supersónicas y luego decelerado nuevamente hasta la velocidad de la corriente libre, lo cual ocurre en algunos casos a través de una onda de choque, o en otros simplemente una recompresión suave libre de tales ondas, llamados estos cuerpos, supercríticos. La no presencia de ondas de choque es de fundamental importancia en el diseño aerodinámico ya que disminuye drásticamente la resistencia asociada con dichas ondas, aunque esta condición es ideal ya que de acuerdo con el teorema de Morawetz [3] [4] un flujo libre de choque no puede ser perturbado para dar otro flujo libre de choque, o sea que esta particular condición es un caso aislado y por lo tanto el flujo tendrá en definitiva una onda de choque.

Un flujo transónico con velocidad no perturbada subsónica está caracterizado por una zona supersónica contorneada por una línea sónica y una onda de choque a través de la cual el flujo se desacelera a velocidad subsónica tal como puede observarse en la Fig. 1. Matemáticamente, esto significa que el flujo debe estar descrito por una ecuación no lineal del tipo elíptico/hiperbólico, puesto que el flujo subsónico es descrito por una ecuación elíptica y el supersónico por una ecuación hiperbólica, siendo la interfase determinada como parte de la solución, lo que implica una gran dificultad.

La complejidad de las ecuaciones que se necesitan resolver dependen del fenómeno de flujo en cuestión. Tal vez el flujo más complejo es aquél que se desarrolla alrededor de una configuración típica de avión (ala-fuselaje-empenajes barquillas) a grandes ángulo de ataque con ondas de choque en la parte superior del ala suficientemente fuertes como para separar el flujo, más todavía si el flujo es inestacionario. Este es un caso de complejidad extrema que puede encontrarse en una maniobra severa de "fighter" u otros aviones militares. En el otro extremo, el modelo de flujo, considerado estacionario, puede contener tan solo ondas de choque débil de manera que el flujo no se separe y en donde el efecto viscoso puede desprejarse. Este tipo de flujo se puede predecir o calcular de una manera relativamente fácil resolviendo la ecuación de pequeñas perturbaciones transónicas que es el modelo matemático más simple para describir un flujo transónico típico. Entre ambos extremos existe un rango de fenómenos de flujo que son descritos por ecuaciones de variada complejidad.

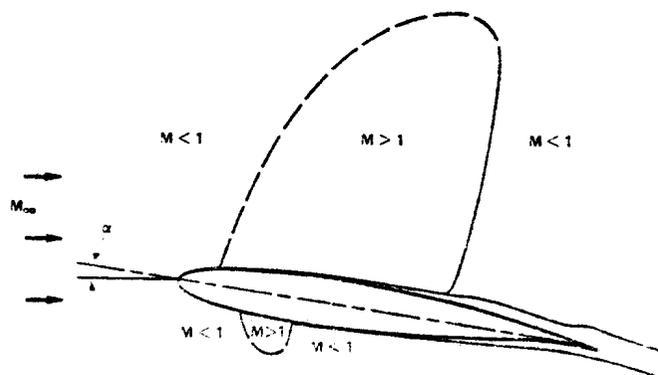


Fig.1 Flujo mixto sobre un perfil

Para el presente trabajo el problema a resolver es el que plantea el modelo de flujo de la Fig.1, es decir un flujo mixto con una discontinuidad u onda de choque que no interactúa con la capa límite, esto conduce a considerar como se ve en la sección siguiente, que la ecuación de flujo potencial es un modelo matemático aceptable para tratar el problema.

## 2. LAS ECUACIONES BASICAS

Las ecuaciones de Navier-Stokes, son generalmente aceptadas como las ecuaciones que interpretan la mayoría de los fenómenos de dinámica de los fluidos de interés en aerodinámica. Las ecuaciones son capaces de representar matemáticamente los fenómenos físicos que se encuentran en flujo transónico que incluye flujo mezclado subsónico-supersónico, ondas de choque, capa límite y separación, y hasta incluso pueden ser aplicadas a fenómenos turbulentos.

La complejidad de un problema tan completo hace que no existan aún códigos computacionales de uso práctico en las oficinas de diseño aerodinámico que utilicen estas ecuaciones. De todas maneras, si las condiciones del flujo son tales que pueda considerarse que la capa límite permanece adherida aún después del choque (interacción débil) se puedan hacer dos simplificaciones importantes; considerar el flujo no viscoso y estacionario. Eliminando los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes, se arriba a las ecuaciones de Euler que pueden escribirse para flujo estacionario como sigue:

conservación de la masa:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

conservación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2)$$

conservación de la energía:

$$\frac{\partial(\rho h u_j)}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \quad (3)$$

en las que se supone que no hay conducción de calor.

Las ecuaciones de Euler pueden representar un flujo rotacional sin viscosidad en todo el rango de velocidades, sin embargo estas ecuaciones no están completas puesto que el despreciar los términos viscosos en las ecuaciones de Navier-Stokes conduce a la "no unicidad" de la solución, por lo tanto se deberán agregar las dos condiciones siguientes.

La primera se refiere a que, dado que por la segunda ley de la termodinámica la entropía no puede decrecer, conduce a la imposibilidad de ondas de choque de expansión cosa que en las ecuaciones de Navier-Stokes se da automáticamente, forzada por los términos viscosos. Para poder obtener una solución realista con las ecuaciones de Euler, las mismas se tendrán que resolver sujetas a una condición de entropía.

La segunda se refiere a la condición que el flujo debe cumplir en el borde de fuga del perfil. En un borde de fuga agudo el flujo local está controlado por la acción de las tensiones viscosas, las que determinan la circulación alrededor del perfil y por lo tanto la sustentación. En un flujo sin viscosidad el comportamiento del borde de fuga no será controlado, apareciendo multiplicidad de soluciones. En la solución de las ecuaciones de Euler se debe por lo tanto introducir la segunda condición denominada "condición de Kutta" la que se establece diciendo que la presión a través de la estela es continua y que la componente normal de velocidad a la misma es nula.

Una simplificación de las ecuaciones de Euler se puede obtener si se supone que el flujo es isoentrópico, reemplazándose entonces la onda de choque por una discontinuidad a través de la cual la entropía se conserva, esto es válido en presencia de flujos en que el Mach local delante de la onda de choque no supere  $M=1.3$ , es decir en presencia de choques débiles, donde se cumple que:

$$(M^2 - 1)^{3/2} \ll (M^2 - 1)^{1/2} \quad (4)$$

siendo el miembro de la izquierda proporcional al aumento de entropía a través de una onda de choque, mientras que el de la derecha es proporcional al aumento de los demás parámetros a través de la misma. Para esta condición y en la suposición de que el flujo no perturbado es uniforme, por el teorema de Crocco se puede asegurar que el flujo es irrotacional

La ventaja de suponer un flujo irrotacional es que de esa manera se puede introducir una función potencial  $\phi$ , tal que

$$u_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (5)$$

Al ser un flujo irrotacional y en ausencia de conducción de calor, la presión puede encontrarse a través de la relación isoentrópica

$$\frac{p}{p_\infty} = \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^\gamma \quad (6)$$

Mientras que la densidad puede obtenerse de la ecuación de Bernoulli para flujo isoentrópico, o sea

$$\frac{p}{\rho_\infty} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left( 1 - \frac{u_i u_i}{Q_\infty^2} \right) \right]^{1/(\gamma-1)} \quad (7)$$

donde  $M_\infty$  y  $Q_\infty$  son el número de Mach y módulo de la velocidad de la corriente libre respectivamente y  $\gamma$  la relación de calores específico.

Esta doble asunción de isoentropía e irrotacionalidad conduce a que dos de las ecuaciones de Euler son redundantes.

Se ha encontrado que el flujo transónico es más sensible a errores en la ecuación de conservación de la masa en razón del particular comportamiento de la densidad en condiciones sónicas. Es por esto que usualmente se asume que la masa debe ser conservada. Entonces las ecuaciones de gobierno para un flujo potencial están dados por las ecuaciones (1), (5) (6) y (7) a las que se debe añadir la condición de entropía y de Kutta.

La ecuación (7) puede ser combinada con las ecuaciones (1) y (5) para obtener la forma cuasi-lineal de la ecuación de flujo potencial:

$$u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \alpha^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (8)$$

con

$$\frac{\alpha^2}{\alpha_\infty^2} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left( 1 - \frac{u_i u_i}{Q_\infty^2} \right) \quad (9)$$

expresión esta obtenida desde (7) a través de la relación isoentrópica, la ecuación de estado y de la relación

$$\alpha^2 = \gamma R T \quad (10)$$

La ecuación potencial (8) es relativamente simple pero su solución numérica para flujo transónico requiere una precisa implementación de las condiciones de contorno, es decir que la condición de tangencia del flujo en los contornos sólidos sea aplicada en el mismo contorno y no en una superficie media, hecho que se complica aun más cuando se analiza una configuración tridimensional compleja como la mostrada.

En el presente trabajo, la discretización del dominio físico con una representación realista de las superficies de contorno se logra con el uso de un sistema coordenado curvilíneo o grilla del tipo "boundary conforming", mientras que la implementación numérica de la ecuación potencial (8) se la hace usando la Técnica de Volumen Finito, especial-

mente apta en el tratamiento de geometrías complejas. En lo que sigue se describe en ambas técnicas en detalle.

### 3. TECNICA DE GENERACION DE GRILLAS

La idea básica del tipo de grilla mencionado consiste en obtener los puntos de la grilla como soluciones de un sistema elíptico no lineal de ecuaciones con condiciones de contorno de Dirichlet, las cuales representan las coordenadas físicas de los puntos de la grilla ubicados en los límites del campo de flujo a calcular; o sea sobre el contorno de la configuración y lejos del contorno. El método original de Thompson [5] ha sido modificado por Thomas y Middlecoff [6] [7] para proveer un control automático sobre la distribución de puntos de la grilla en el interior de la región de flujo, de manera tal que el interior de la grilla pueda ser controlada directamente por la distribución de puntos asignada a los contornos (condiciones de contorno de Dirichlet). Esto se logra usando términos fuentes en la ecuaciones de Poisson cuya forma matemática es independiente de la forma del contorno y de la distribución de puntos de la grilla sobre el contorno. Los términos fuente contienen parámetros libres que son evaluados localmente en los contornos usando formas simplificadas de las ecuaciones elípticas y son interpolados entre una superficie de contorno y otra. Resuelto numéricamente, el sistema elíptico genera una grilla cuya distribución interior refleja tanto la forma geométrica de los contornos como la distribución espacial de los puntos de la grilla a lo largo del mismo.

La descripción del método de generación de grilla alrededor de configuraciones ala-fuselaje que en este trabajo se hace, sigue los lineamientos presentados en el trabajo de Yu [8] y en el análisis de los códigos FULPOT1 y FULPOT2 [9] [10]

#### 3.1. Ecuaciones básicas

Siguiendo la idea básica de Thompson [5], los puntos de la grilla se obtienen como solución de un sistema de ecuaciones de Laplace no homogénea de la forma

$$\bar{F}_{xx} + \bar{F}_{yy} + \bar{F}_{zz} = \bar{P}(x, y, z) \quad (9)$$

con

$$\bar{F} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}, \quad \bar{P} = \begin{vmatrix} P \\ Q \\ R \end{vmatrix} \quad (10)$$

donde  $\bar{F}$  representa las coordenadas del dominio computacional y  $\bar{P}$  los términos fuente que controlan el espaciamiento interior de la grilla.

La ecuación (9) es transformada a las coordenadas  $\bar{F}$  intercambiando el rol entre variables dependientes e independientes, conduciendo esto a un sistema elíptico cuasi-lineal de ecuaciones tal como

$$A(\bar{X}_{11} + \frac{P}{J^2 A} \bar{X}_1) + B(\bar{X}_{22} + \frac{Q}{J^2 B} \bar{X}_2) + C(\bar{X}_{33} + \frac{R}{J^2 C} \bar{X}_3) + 2(D\bar{X}_{12} + E\bar{X}_{23} + F\bar{X}_{31}) = 0 \quad (11)$$

en donde  $\bar{X}$  y  $J$  son las coordenadas del dominio físico y el jacobiano de la transformación respectivamente y están definidos según

$$\bar{X} = \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}, \quad J = \frac{\partial \bar{X}}{\partial X} = \frac{\partial(F, G, J)}{\partial(X, Y, Z)} \quad (12)$$

y los coeficientes  $A, B, C, D, E, F$  y están relacionados con los coeficientes de la transformación  $a, b, c, d, e, f$  y por

$$\begin{aligned} A &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 & D &= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \\ B &= b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 & E &= c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 \\ C &= c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 & F &= b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 \end{aligned} \quad (13)$$

con

$$\begin{aligned} a_1 &= Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1 & b_1 &= Y_2 Z_3 - Y_3 Z_2 & c_1 &= Y_1 Z_3 - Y_3 Z_1 \\ a_2 &= X_1 Z_3 - X_3 Z_1 & b_2 &= X_1 Z_2 - X_2 Z_1 & c_2 &= X_2 Z_3 - X_3 Z_2 \\ a_3 &= X_2 Y_3 - X_3 Y_2 & b_3 &= X_3 Y_1 - X_1 Y_3 & c_3 &= X_1 Y_2 - X_2 Y_1 \end{aligned} \quad (14)$$

La ecuación (11) es puramente elíptica y se resuelve por medio de un método convencional de sucesivas relajaciones de línea denominado comúnmente SLOR

### 3.2 - Método de control de grilla

El cálculo de los términos fuente y por ende el control del espaciado interior de la grilla es uno de los aspectos más complejos de esta técnica de generación de grillas. El procedimiento seguido en este trabajo está basado en la aproximación de Middlecoff y Thomas [6] para obtener valores de los términos de control a lo largo de los contornos, de modo de obtener un comportamiento adecuado de la grilla cerca de los mismos y entonces interpolar estos valores obtenidos en los contornos a través de todo el dominio de flujo. Si bien la aproximación hecha por Thomas y Middlecoff [6] no es completamente válida, como lo demuestran en un trabajo posterior [7], los resultados obtenidos son buenos, disponiéndose de una simple y efectiva manera de controlar el comportamiento de la grilla a partir de las condiciones de contorno impuestas.

El requerimiento de un adecuado comportamiento de la grilla cerca de un contorno se logra considerándolo como un límite y a medida que se tiende a ese límite, las derivadas en dirección normal a ese contorno tienden a cero. Por ejemplo en la sección final "gmnof" de las Figuras 2a y 2b, la forma simplificada de la ecuación (11) para la línea de contorno interior en la dirección "fedcg" es la siguiente:

$$\bar{X}_{**} + \frac{P}{J^*A} \bar{X}_* = 0 \quad (15)$$

de la cual se obtiene la fórmula explícita para el cálculo del término fuente de control  $P/J^*A$  a lo largo de la línea de contorno

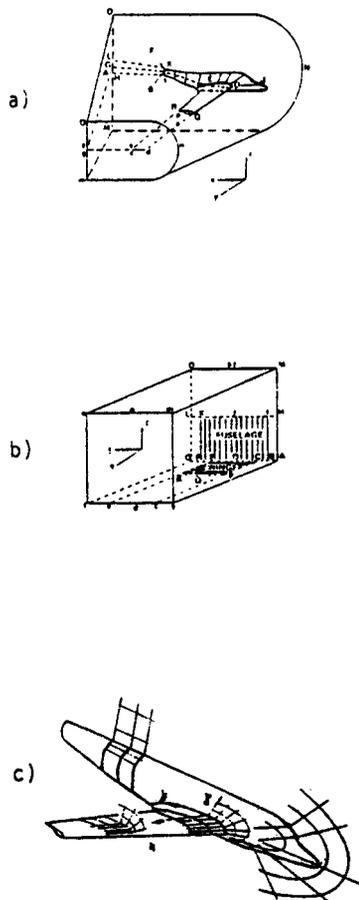


Fig.2 Dominio computacional para una configuración ala-fuselaje

$$\frac{P}{J^2 A} = - \frac{\bar{X}_{21}}{\bar{X}_1} \quad (16)$$

A lo largo de la línea de contorno exterior "mno" se usa la misma ecuación. Los valores de  $P/J^2 A$  en los puntos interiores entre las líneas "mno" y "fedcg" se obtienen por simple interpolación lineal.

Los otros términos de control se obtienen haciendo el mismo razonamiento para las líneas de contorno en la dirección  $\eta$  y  $\zeta$ , consiguiéndose

$$\begin{aligned} \frac{R}{J^2 C} &= - \frac{\bar{X}_{32}}{\bar{X}_2} \\ \frac{Q}{J^2 B} &= - \frac{\bar{X}_{21}}{\bar{X}_1} \end{aligned} \quad (17)$$

Los términos de control para todo el interior del dominio, se calculan interpolando los valores obtenidos en las superficies de contorno.

Deben destacarse dos características importantes y ventajosas de este procedimiento. En primer lugar este método de control implica que la distribución de la grilla a lo largo de una línea coordenada de contorno es invariante con respecto a las otras dos direcciones coordenadas, esto impone un fuerte efecto de distribución de puntos en el contorno sobre el espaciamiento interior de la grilla que constituye una efectiva manera de obtener una grilla suave y bien distribuida en configuraciones complejas. En segundo lugar nótese que el jacobiano de la transformación no aparece en la ecuación final de generación de grilla por lo que no es evaluado en el proceso de iteración, elemento clave para una convergencia rápida de cálculo.

### 3.3. Disposición de la grilla para una configuración ala-fuselaje

En las Figuras 2a y 2b puede verse la relación existente entre el dominio físico y el dominio computacional para una estructura de grilla tipo "C" mientras que en la Fig. 2c se muestra las características básicas de la grilla resultante en el espacio físico.

Una de las caras del contorno en el dominio computacional (el plano  $\eta = 0$ ) contiene la superficie del fuselaje y el plano de simetría. La unión ala-fuselaje "CDE" en el dominio físico se la elige como una línea coordenada en el plano computacional de modo que la grilla resultante copie bien la intersección, de la misma manera, el contorno del fuselaje extendido a lo largo de "IJK" en el plano físico es elegido como línea coordenada en el plano computacional; esto asegura un buen fuselaje; excepto en la porción posterior entre I y K en el dominio físico pero con una influencia mínima en el cálculo de flujo sobre el ala y parte delantera del fuselaje. El ala y la estela con su extensión más allá de la puntera, están contenidos en el plano  $\zeta = 0$  del dominio computacional. Las restantes cuatro caras del cubo del dominio computacional contienen las superficies de contorno lejos del cuerpo.

El punto de partida para la generación de una grilla tridimensional es la disponibilidad de adecuadas grillas superficiales en el ala, el fuselaje, el plano de simetría y lejos del cuerpo, debido a que éstas ~~contienen~~ las condiciones de contorno asociadas con la solución de las ecuaciones de generación de la grilla 3-D. Para las porciones plana bidimensionales de la superficie de contorno, tales como la sección final lejos del cuerpo "gmnof" y el plano de simetría "MNOLKJIH" mostrada en la Fig. 2a, las grillas de superficie son generadas por una versión bidimensional [8] de las ecuaciones (11). A lo largo de la superficie del ala se usa una transformación del tipo raíz cuadrada [9] para producir una grilla densa en la zona del borde de ataque. En la zona de la estela vorticosa y de la superficie de contorno corriente abajo, la distribución de grilla se obtiene con una distribución uniforme a la que se aplica una suave dilatación geométrica. El resto de las líneas del contorno correspondiente al flujo lejos del cuerpo, está dividido en segmento de igual longitud de arco.

En la superficie del fuselaje, las líneas radiales que se extienden entre la unión ala-fuselaje "ABCDEFGH" y la intersección de fuselaje-plano de simetría "HIJKL" son generadas por la intersección con el fuselaje de planos normales al de simetría que pasan por puntos correspondientes a lo largo de la línea "ABCDEFGH" de intersección ala-fuselaje y a lo largo de la línea de contorno del flujo lejos del fuselaje "MNO". Estas líneas radiales sobre la superficie del fuselaje son divididas en un número dado de segmentos con una suave variación de sus longitudes de arco, teniendo así una buena reducción en la zona de la unión ala-fuselaje. En la sección de cola, y para evitar indeterminaciones numéricas (celdas de superficie nula, etc.) los puntos de la grilla son intensionalmente dispersos sobre una región finita "KFBI" en el plano de simetría teniéndose una especie de cola de pescado en lugar de un punto como final de fuselaje.

La disposición de la grilla en la forma descrita es para generar una malla tipo "C", que es la más adecuada para una configuración ala-fuselaje, no obstante podría elegirse una nueva disposición y tener una malla tipo "O", que podría ser adecuada para analizar un ala sola.

### 3.4. Algoritmo de generación de la grilla

Como se dijo al comienzo, el sistema elíptico [11] puede ser resuelto por el método "SLOR". Para formular la ecuación de diferencias finitas, se usan esquemas de diferencias centrales y aproximaciones de segundo orden para todas las derivativas. Los coeficientes A, B, C, D, E y F son evaluados usando los resultados de la iteración previa. La ecuación de diferencias resultante queda:

$$\begin{aligned}
 & -A \bar{C}_{i+1, j, k}^{n+1} + \left\{ 2A + \frac{E}{\omega} (B+C) \right\} \bar{C}_{i, j, k}^{n+1} - A \bar{C}_{i-1, j, k}^{n+1} = \\
 & \bar{R}_i^n + B \bar{C}_{i, j-1, k}^{n+1} + C \bar{C}_{i, j+1, k}^{n+1} - \frac{D}{2} (\bar{C}_{i+1, j-1, k}^{n+1} - \bar{C}_{i-1, j-1, k}^{n+1}) \\
 & - \frac{E}{2} (\bar{C}_{i+1, j, k-1}^{n+1} - \bar{C}_{i-1, j, k-1}^{n+1}) - \frac{F}{2} (\bar{C}_{i, j+1, k+1}^{n+1} - \bar{C}_{i, j-1, k+1}^{n+1})
 \end{aligned} \tag{18}$$

con los vectores  $\bar{C}$  y  $\bar{R}$  que representan las correcciones en  $\bar{X}$  y los residuos de las ecuaciones de gobierno (11) respectivamente. Los su-

práindices  $n$  y  $n+1$  representan el nivel de iteración previo y el presente;  $\omega$  es el factor de sobrerrelajación, cuyo valor está acotado entre 1 y 2.

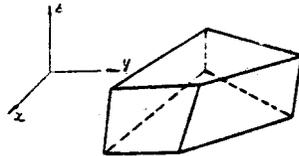
El procedimiento de iteración comienza en la superficie del fuselaje y se dirige hacia la puntera del ala, y desde la superficie del ala hacia el flujo lejos del contorno, en donde las variaciones del flujo casi uniformes y menos sensibles a la estructura de la grilla. Finalmente en cada iteración la máxima corrección y el máximo residuo para coordenada son chequeados. El proceso concluye cuando estos valores alcanzan un número establecido o cuando el número de iteraciones llega a un valor máximo determinado.

### 5. ALGORITMO NUMERICO

La técnica utilizada en este trabajo para resolver la ecuación (8) es la de Volumen Finito, especialmente indicada en el tratamiento de configuraciones tridimensionales complejas. Conceptualmente se basa en el planteo de ecuaciones de balance de flujo en cada celda o volumen elemental en que ha sido discretizado el dominio físico, asumiéndose que los elementos de volumen de seis caras comprendidos en la malla del espacio físico pueden ser transformados en cubos de lado unitario en el espacio computacional. La transformación a cada cubo se asume local, de modo que las transformaciones pueden estar basadas en valores físicos en los vértices de cada elemento de volumen. La ubicación de estos vértices (puntos de la malla) se obtienen en este trabajo resolviendo un sistema elíptico de ecuaciones de Poisson como se vió anteriormente. Los cubos transformados tienen variación trilineal de coordenadas de  $\frac{1}{2}$  a  $-\frac{1}{2}$  (Fig.3) y se asume que el potencial varía también trilinealmente dentro de cada celda. Con la variación de coordenadas supuesta, los puntos correspondientes del espacio físico pueden ser ubicados desde los puntos en el espacio computacional mediante la fórmula de transformación trilineal local.

$$x = \sum_{i=1}^6 x_i \left(\frac{1}{2} - X_i X\right) \left(\frac{1}{2} - Y_i Y\right) \left(\frac{1}{2} - Z_i Z\right) \quad (19)$$

plano físico



plano computacional

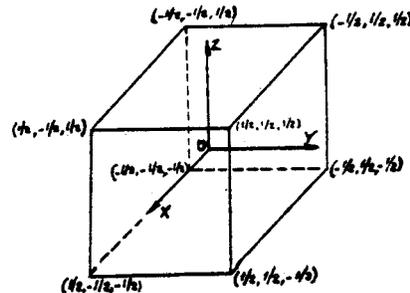


Fig. 3 Transformación del espacio físico al computacional

donde  $X_i, Y_i$  y  $Z_i$  son los vértices transformados de los cubos y los  $x_i$  los correspondientes a los valores del espacio físico. Fórmulas equivalentes se pueden obtener para las coordenadas  $y, z$  y  $\phi$ . Con esta transformación, la continuidad de  $x, y, z$  y  $\phi$  está asegurada en el contorno de cada celda. También permite derivadas de la transformación y del potencial a ser evaluada en cualquier lugar de las mismas.

Como se dijo en la sección anterior, la ecuación a resolver es la de la conservación de la masa (8), que escrita en forma desarrollada tiene la forma

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (20)$$

siendo el algoritmo de volumen finito un esquema de diferencia conservativa que satisface la ecuación de arriba, usando celdas cúbicas en el espacio computacional, obtenida por fórmulas de transformación del tipo (19). El valor de la densidad es calculada desde la relación isoentrópica (17).

En primer lugar, lo que se hace es obtener la ecuación de continuidad (20) en el espacio computacional cuya forma es

$$\frac{\partial}{\partial x^i} (\rho J U^i) = 0 \quad (21)$$

donde  $X^i$  son las coordenadas transformadas  $X, Y$  y  $Z$  de (29),  $U^i$  las componentes de velocidad contravariante  $U, V, W$  y  $J$  es el determinante de la matriz de transformación

$$\tilde{J} = \frac{\partial x^i}{\partial X^j} \quad (22)$$

Las componentes de la velocidad contravariante son definidas por la expresión

$$U^i = \tilde{g}^{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x^j} = (\tilde{J}^{-1} J)^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x^j} \quad (23)$$

Se obtiene posteriormente un algoritmo de diferencias que conserva la cantidad  $\rho J U^i$  en cada una de las celdas creando un conjunto de celdas secundarias cuyo vértices yacen en los centros de cada una de las celdas primarias (los vértices de las celdas secundarias, Fig.4).

El flujo calculado en dichas esquinas de celdas secundarias, se supone constante sobre la porción de cara de celda secundaria que yace dentro de las celdas primarias. Si la representación global es suficientemente suave como para permitir un desarrollo en serie de Taylor de las coordenadas físicas en función de las coordenadas computacionales, luego los términos del error de truncación local para el flujo se cancelará y la fórmula de conservación de flujo es supersónico se utiliza diferencias atrasadas, completada con el agregado de los términos de la viscosidad artificial para forzar la condición de isotropía.

Pero uno de los inconvenientes que se presentan en los esquemas numéricos de diferenciación, es que cuando el flujo no está perfectamente alineado con la coordenada  $X$ , el dominio de dependencia para las diferencias atrasadas está erróneamente determinado, por lo tanto, los tér-

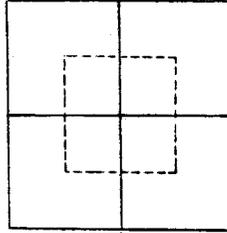


Fig. 4 Celdas primarias y secundarias en el plano computacional

minos mencionados son seleccionados de manera tal que se usen dominios de dependencias apropiados en la diferenciación. Esto se logra introduciendo un operador de diferencias rotado de la forma.

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = \frac{U^i}{q_s} \frac{\partial \phi}{\partial x^i} \quad (24)$$

donde  $s$  es la dirección de la corriente,  $q_s$  el módulo de la velocidad contravariante y los operadores de diferencia de primer orden  $\partial/\partial x^i$  se eligen en la dirección corriente arriba.

Los términos agregados a la ecuación de flujo se expresan como

$$P^i = -\mu J/U^i / \Delta x^i \rho_{x^i} \quad (25)$$

donde  $\mu$  es una función llave definida como

$$\mu = \max[0, (1 - \alpha^2/q^2)] \quad (26)$$

Esto requiere sin embargo, que la malla sea suave en la zona supersónica, o el efecto de las derivadas de alto orden asociadas con la viscosidad artificial hará que la solución de resultados erróneos.

Por último tienen que ser agregado a la ecuación, términos dependientes del tiempo que tienen el efecto de forzar la ecuación estacionaria a una ecuación artificial dependiente del tiempo.

## 6. RESULTADOS

La efectividad de la característica del control de grilla del presente método es ilustrada en las Figs. 6 que muestra en perspectiva la grilla media superficial sobre el ala del avión en cuestión y en el plano central de la misma y en donde se puede observar un correcto ajuste vertical de la misma a medida que se desplaza desde el borde de ataque al borde de fuga del perfil.

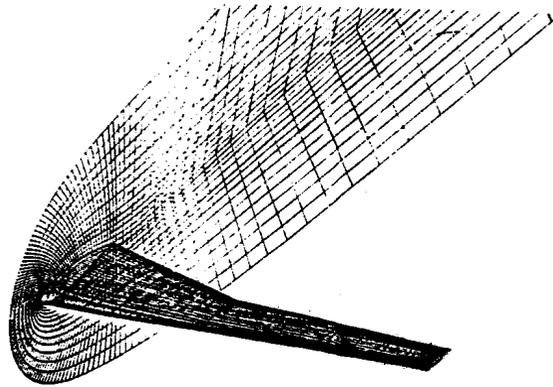


Fig. 6 Grilla sobre la superficie del ala

La Fig. 7 muestra la grilla media superficial generada para una de la combinación ala-fuselaje del mencionado avión incluyendo la correcta representación del carenado del tren de aterrizaje y sistemas del avión, como así también el carenado de la intersección del ala y el fuselaje. Los puntos de la grilla están ubicados sobre toda la superficie de la configuración, con excepción de un conjunto de puntos que no se aprecian en la figura, al final de la sección del fuselaje donde las grillas están intencionalmente desplegadas en una región finita sobre el plano de simetría formando la llamada cola de pescado, para acomodar el algoritmo de cálculo del flujo.

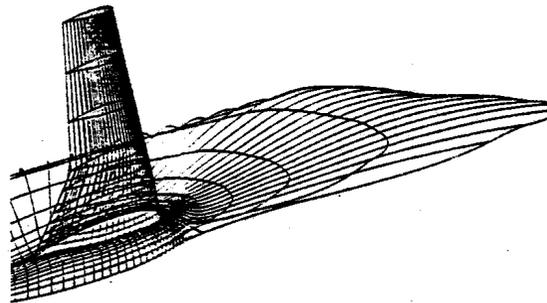


Fig. 7 Grilla sobre la interferencia ala-fuselaje

El algoritmo de generación de grilla usa tres refinamientos sucesivos de grilla obteniéndose primero la solución de la malla gruesa y luego por sucesivas interpolaciones las mallas medias y fina. El sistema de grilla final para todo el campo de flujo contiene un total de  $160 \times 32 \times 32$  puntos con  $136 \times 21$  sobre el fuselaje  $100 \times 21$  sobre la superficie del ala.

Los resultados del análisis del flujo transónico no viscoso para esta configuración ala-fuselaje se muestran en las siguientes figuras.

La Fig. 8 compara los resultados entre el presente método y el FLO22 para el caso  $M = 0.7$ ,  $\alpha = 0$  grad. del ala sola en una estación ubicada 3150 mm desde el plano de simetría observándose una muy buena coincidencia entre ambos métodos. además se incluye la comparación con la configuración ala-fuselaje en las mismas condiciones, observándose que la presencia del fuselaje produce una pequeña disminución de la sustentación local.

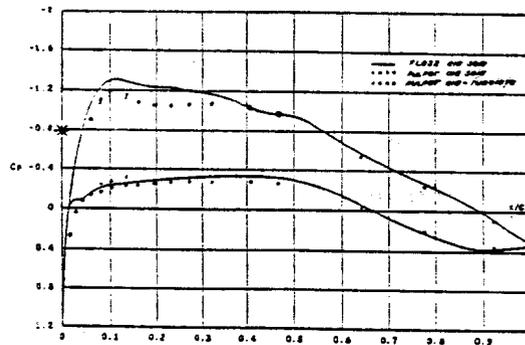


Fig. 8 Comparación con FLO22 en una sección de ala

La Fig. 9 muestra líneas isobaras sobre el ala y la intersección ala-fuselaje para  $M = .7$ ,  $\alpha = 2$  grad. Obsérvese que en la región del quiebre, las líneas isobaras se amontonan en una sola línea lo que daría a pensar que en esa zona existe una zona de choque. Se observa también en la intersección picos de succiones, posiblemente como consecuencia de la aceleración del flujo por la presencia del fuselaje.

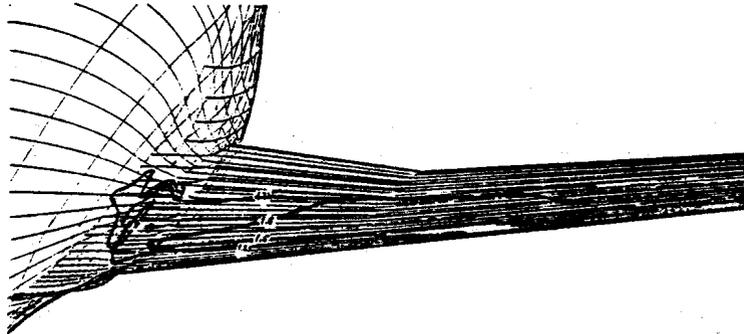


Fig. 9 Líneas isobaras sobre la combinación ala-fuselaje

En la fig. 10 puede verse la muy buena correlación entre resultados obtenidos con JLFP81 y con AERPAN1 [11] que es el código basado en el método de singularidades usado en el análisis a baja velocidad de la configuración mostrada, la Fig. 10 corresponde a una sección ubicada a 1450 mm del plano de simetría.

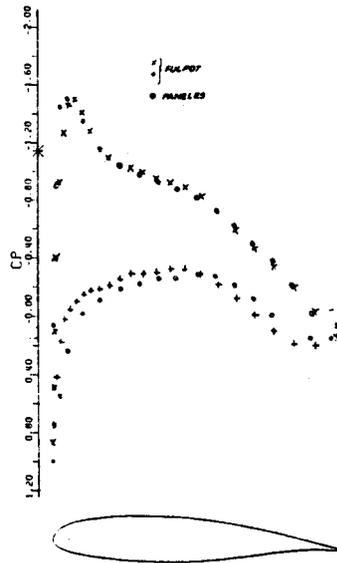


Fig.10 Comparación con AERPAN1 en una sección de ala

#### AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen a la Dirección de Desarrollo Aeronáutico las facilidades otorgadas en el uso de material, equipo de computación y sistemas de representación gráfica utilizado en este trabajo. También se agradece a la Escuela de Ingeniería Aeronáutica la colaboración prestada en la confección del presente informe.

REFERENCIAS

- [1] JAMESON A, LEICHER, S. "Codigo computacional JLFP81. threedimensional wing-body analysis in transonic blow using Finite Volumen Scheme" Dornier GmbH. August 1981
- [2] CAUGHEY, D.A., JAMESON, A. "Progress inf Finite - Volume Calculations for Wing Fuselage Combinations" AIAA Vol.18 NO.11 Noviembre 1980.
- [3] MORAWETZ, C.S. "On the Non-Existence of Continuous Transonic Flow Past Profiles I." Comm.on Physics & Applied Math., Vol. 9, 1956, págs. 45-68.
- [4] MORAWETZ, C.S. "On the Non-Existence of Continuous Transonic Flow Past Profiles II." Comm. on Physics & Applied Math., Vol.10, 1956, págs. 107-131.
- [5] THOMPSON, THAMES, and MASTIN. "Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Field Containing any Number of Arbitrary Threedimensional Bodies". Journal of Computational Phisics, Vol. 15 1974, págs. 299-319.
- [6] THOMAS and MIDDLECOFF. "Direct Control of the Grid Point Distribution in Meshes Geenerated by Elliptic Equations". Proceeding, AAIA 4th Computational Fluid Dynamics. Conference, 1979.
- [7] MIDDLECOFF and THOMAS. "Direct control of the grid Point. Distribution in Meshes Generated by Elliptic Equations". AIAA Journal Vol.18, Nr.6, págs. 652-656.
- [8] YU, N.J. "Grid Generation and Transonic Flow Calculation for threedimensional configurations. AIAA, Journal reprinter.
- [9] TORREGIANI, V.G. BACKHAUS, M., LUQUE, R. "Instalación de un programa de flujo potencial transónico en un sistema IBM 3032. Primera parte (Generador de grilla superficie". Contrato N° 4921770102-Z (1285).
- [10] TORREGIANI, V.G. BACKHAUS, M., LUQUE, R. "Instalación de un programa de flujo potencial transónico en un sistema IBM 3032. Segunda parte (Generador de grilla tridimensional" Contrato N° 4921770102-Z (1285).
- [11] CID, G.M. "Analysis of Lerdynamic Coefficients for Complete Configuration by Panel Method" Dirección de Desarrollo aeronáutico. A.M.C - Córdoba, Dic.1987