

ANALISIS DINAMICO DE PRESAS BOVEDA.  
ESTUDIO PARAMETRICO

*Juan Miquel Canet*  
*Eugenio Oñate*

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,  
Canales y Puertos de Barcelona,  
Barcelona. España.

RESUMEN

En esta comunicación, se presenta un estudio paramétrico acerca del comportamiento dinámico de presas bóveda. Dicho estudio se realiza bien a embalse vacío, con lo cual interviene únicamente la presa así como una porción del terreno que la circunda, bien a embalse lleno, con lo cual se trata de un caso de interacción fluido-estructura.

En primer lugar se estudia la presa aislada. Seguidamente se pasa al estudio del fluido, para analizar a continuación la interacción entre la presa y el agua del embalse. Por último se comparan los resultados obtenidos con los correspondientes a un estudio experimental realizado en la presa bóveda de Llauset.

ABSTRACT

In this paper, we present a parametric study on dynamic behaviour of arch dams. This study, can be realized under empty reservoir conditions, in which case only the dam and a portion of the land around it interfere, or under full reservoir conditions, which is a fluid-structure interaction.

First, we study the dam alone; then, we study the fluid to analyze at continuation the interaction between the dam and the reservoir water. Finally, we compare the results obtained with those obtained from an experimental study done on the Llauset arch dam.

## ESTUDIO DE LA PRESA

El estudio dinámico de la presa bóveda se llevó a cabo utilizando el método de los elementos finitos, en donde como es sabido, las ecuaciones discretizadas del equilibrio dinámico se escriben [1-3]

$$M \ddot{a} + C \dot{a} + K a = -M J a_g \quad (1)$$

siendo  $M$ ,  $C$  y  $K$  las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente,  $a$  es el vector de desplazamientos nodales incógnita,  $J$  es un vector de ceros y unos y  $a_g$  es la aceleración sísmica de la base.

A fin de facilitar la discretización se utilizaron dos tipos de elementos isoparamétricos correspondientes a 15 y 20 nodos. Los primeros para la discretización del contacto presa-terreno, mientras que los segundos se usan para modelar el cuerpo de la presa.

La presa de Llauset se modeló con 36 elementos y 295 nodos (Figura 1).

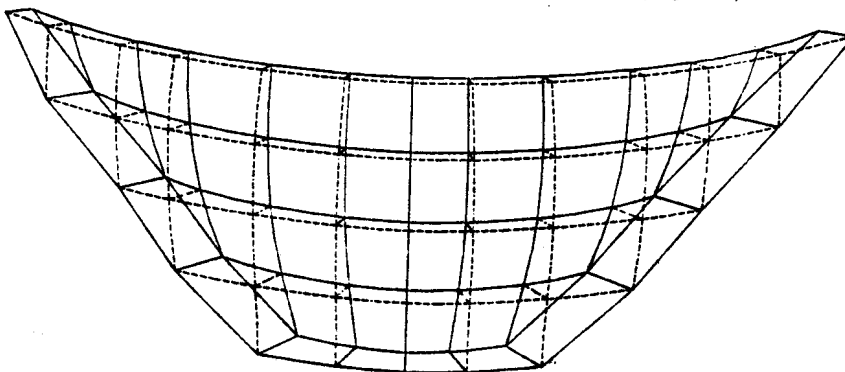


Figura 1. Presa bóveda de Llauset.

Por lo que respecta al terreno, es preciso incluirlo en el análisis, puesto que los resultados que se obtienen con o sin su inclusión son distintos. Sin embargo, la modelización dinámica del terreno no es sencilla debido al problema de la radiación de las ondas [4-8]. Los contornos artificialmente creados al realizar la discretización son una fuente de problemas al no permitir tal radiación y provocar reflexiones de dichas ondas que falsean el resultado.

Sin embargo, puesto que el objeto del estudio es la interacción presa-embalse y no presa-terreno, se adoptó una sencilla solución consistente en modelar solamente una porción de terreno asignándole rigidez pero no masa. Los resultados obtenidos con tal hipótesis han sido muy buenos tal como se comentará más adelante.

Por tanto el estudio de la presa se ha realizado juntamente con una porción de terreno, cuyo espesor es a determinar. Aparece no obstante aquí un nuevo problema, consistente en realizar la discretización. Para ello se realizó un preprocesador, el cual a partir de los datos de proyecto de la presa así como de la profundidad de terreno a considerar, genera de forma automática la malla (Figura 2).

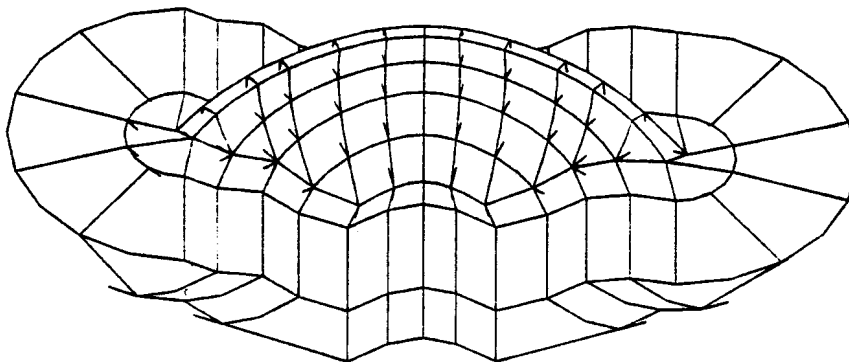


Figura 2. Presa bóveda de Llauset juntamente con una porción de terreno.

El estudio paramétrico se ha realizado con la presa bóveda de Llauset cuyas características más importantes son:

- Altura desde cimientos : 84 metros
- Módulo de elasticidad : 295.000 Kg/cm<sup>2</sup>
- Coeficiente de Poisson : 0,3
- Peso específico : 2,4 ton/m<sup>3</sup>

#### FRECUENCIAS Y MODOS PROPIOS DE VIBRACION

##### Estudio de los modos propios con distintas mallas

Se han estudiado los cuatro primeros modos de vibración. Se ha estudiado asimismo la variación, que en cada uno de los modos y para cada altura de terreno considerada, introduce el módulo de Elasticidad de la roca de base. Para ello se han estudiado tres cocientes

$$\frac{\text{Módulo de la elasticidad del terreno}}{\text{Módulo de Elasticidad de la presa}} = \frac{E_t}{E_p}$$

En las Figuras 3, 4 y 5 puede verse de forma gráfica la variación de cada uno de los cuatro modos analizados con la profundidad del terreno. Todo ello para  $E_t/E_p = 1, 1/2$  y  $1/4$  respectivamente. Se concluye que cualquiera que sea la relación entre módulos de elasticidad, así como para cualquier modo que se considere, a partir de una profundidad de terreno de una vez la altura de la presa, el valor de los modos permanece prácticamente constante.

Asimismo, en las Figuras 6 y 7 pueden observarse las dos primeras frecuencias de vibración para una altura de terreno igual a la altura de la presa.

A la vista de los resultados proporcionados por las Figuras 3, 4 y 5 se concluye que las verdaderas frecuencias de la presa se obtienen considerando una zona de roca igual a la altura de la presa. En el apartado siguiente se verá la comprobación experimental de este resultado.

En la Tabla I puede verse la variación de cada uno de los valores propios de la presa en función del cociente entre módulos de Elasticidad.

Los resultados anteriores han sido comparados con los proporcionados con el ensayo

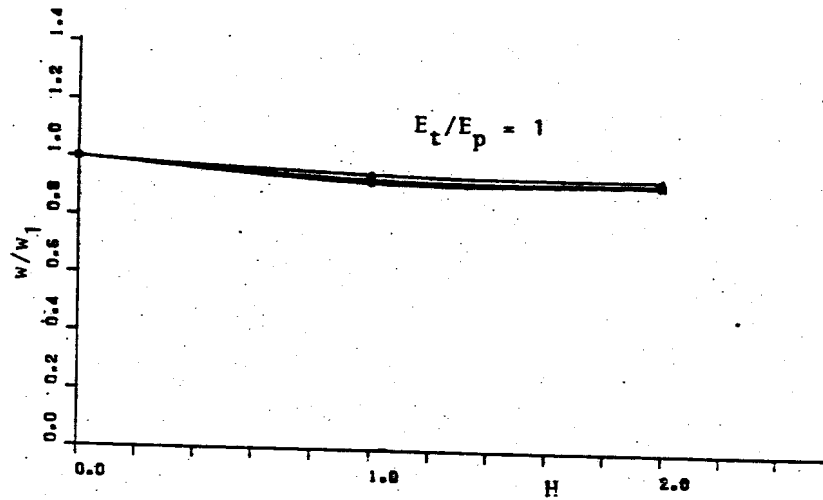


Figura 3. Variación de las frecuencias propias con la suma de terreno modelado ( $E_t/E_p = 1$ ).

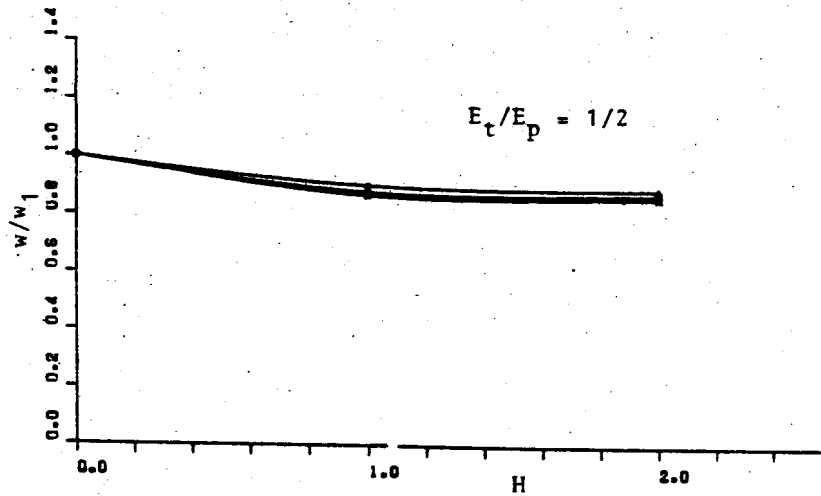


Figura 4. Variación de las frecuencias propias con la suma de terreno modelado ( $E_t/E_p = 1/2$ ).

experimental. En la Tabla II se comparan ambos tipos de resultados. Como puede verse ambos resultados presentan una muy buena concordancia, con variaciones del 13% en el primer modo, del 4,1% en el segundo, del 6,3% en el tercero y del 7,1% en el cuarto, es decir una variación promedio del 7,6%.

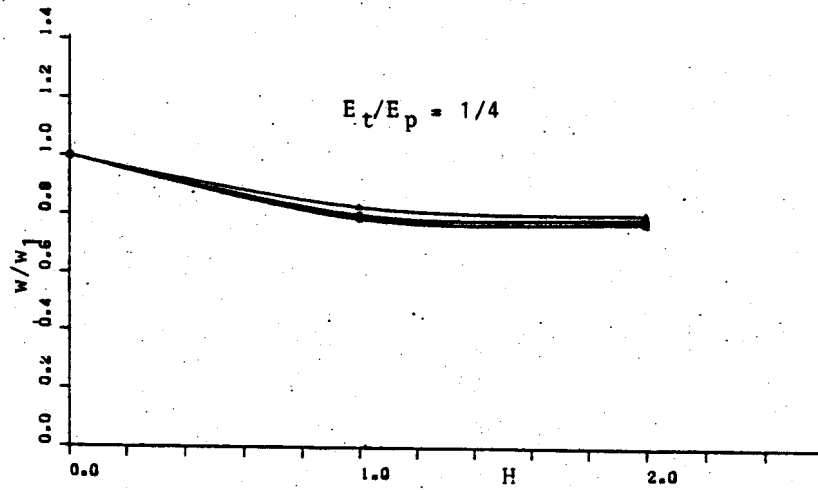


Figura 5. Variación de las frecuencias propias con la zona de terreno modelado ( $E_t/E_p = 1/4$ ).

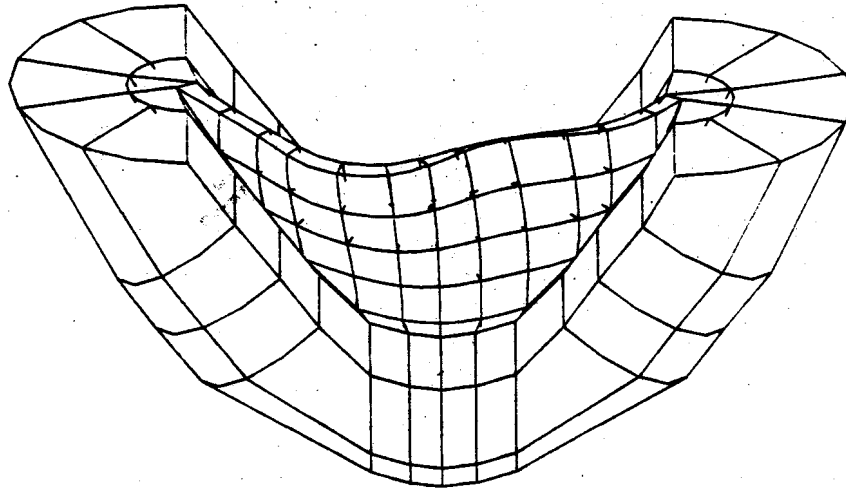


Figura 6. Presa de Llauset: primer modo.

#### Cálculo de la respuesta mediante espectros

Se ha estudiado también el comportamiento dinámico de la presa de Llauset frente a la acción sísmica definida en la Norma Sismorresistente Española. Se toma un coeficiente de intensidad sísmica  $C$  de 0.15 g. Multiplicando el coeficiente  $C$  por el coeficiente de respuesta  $R = 0.5$  se obtiene el valor de la ordenada máxima del espectro

$$S_0 = C \times R = 0,075g$$

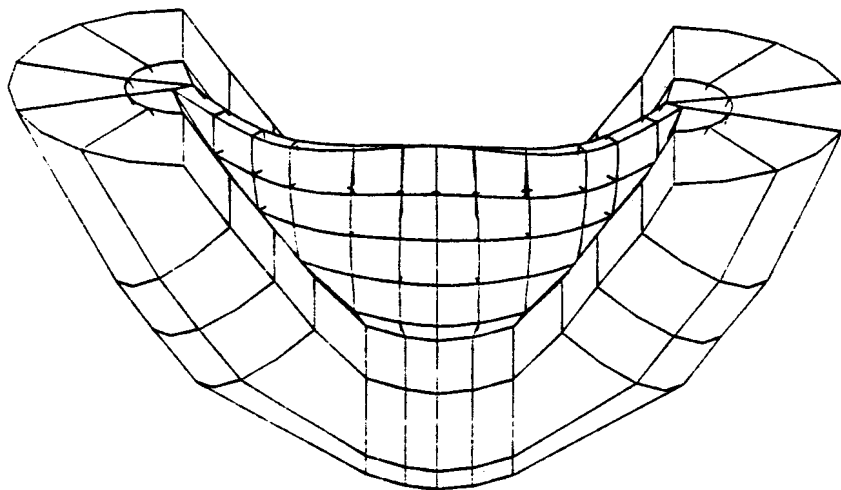


Figura 7. Presa de Llauset: segundo modo.

TABLA I

	$E_t/E_p$		
	1/1	1/2	1/4
1 <sup>er</sup> valor propio	24,501	23,086	21,024
1 <sup>do</sup> valor propio	29,414	29,977	25,664
3 <sup>er</sup> valor propio	35,898	33,667	30,47
4 <sup>to</sup> valor propio	48,048	44,999	40,945

TABLA II

Modo	An. Experim. (rad/sg)	Malla II (rad/sg)
1	20,357	23,091
2	29,217	28,003
3	31,793	33,724
4	42,097	45,011

En la Figura 8 puede verse la deformada que proporciona el espectro de respuesta anterior, según la dirección del valle.

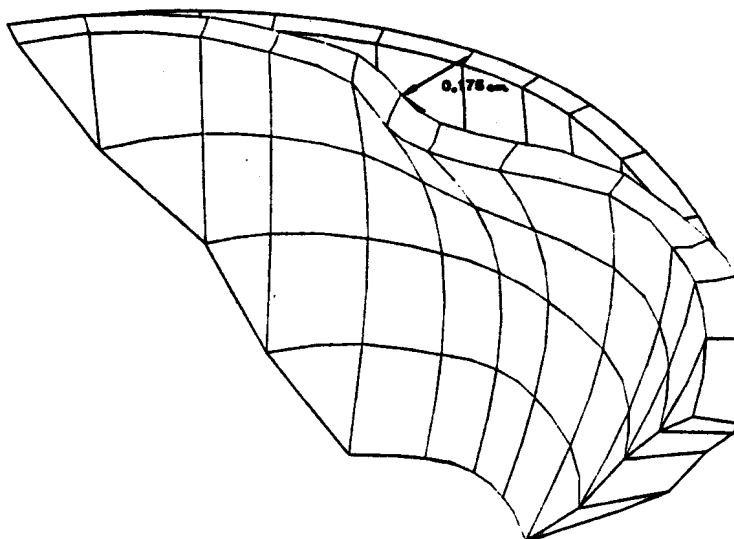


Figura 8. Presa de Llauset: Movimientos máximos.

En la Tabla III se comparan los resultados obtenidos con los datos por el ensayo experimental. El espectro actúa en la dirección del valle.

**Tabla III. DESPLAZAMIENTOS.**  
**COMPARACION DE LOS RESULTADOS NUMERICOS**  
**CON LOS EXPERIMENTALES**  
(Espectro en la dirección del valle).

	Resultados experimentales	Presa con apoyos rígidos	Presa con una porción de terreno igual a su altura
Movimiento según la dirección del valle	0,126 cm	0,175 cm	0,115 cm
Movimiento en dirección perpendicular al valle	0,089 cm	0,035 cm	0,077 cm

Asimismo en la Tabla IV puede verse la misma comparación pero con el espectro actuando en dirección perpendicular al valle.

**TABLA IV. DESPLAZAMIENTOS.  
COMPARACION DE LOS RESULTADOS NUMERICOS  
CON LOS EXPERIMENTALES.  
(Espectro en dirección perpendicular al valle).**

	Resultados experimentales	Presa con apoyos rígidos	Presa con una porción de terreno igual a su altura
Movimiento según la dirección del valle	0,216 cm	0,113 cm	0,180 cm
Movimiento en dirección perpendicular al valle	0,132 cm	0,072 cm	0,105 cm

Por último en las Tablas V y VI se comparan los resultados en tensiones para el espectro en la dirección del valle y en la dirección perpendicular respectivamente.

**TABLA V. TENSIONES.  
COMPARACION DE LOS RESULTADOS NUMERICOS  
CON LOS EXPERIMENTALES.  
(Espectro en la dirección del valle).**

	Resultados experimentales	Presa con apoyos rígidos	Presa con una porción de terreno igual a su altura
Tensión vertical máxima	1,51 Kg/cm <sup>2</sup>	1,81 Kg/cm <sup>2</sup>	1,64 Kg/cm <sup>2</sup>
Tensión horizontal máxima	1,70 Kg/cm <sup>2</sup>	1,96 Kg/cm <sup>2</sup>	1,85 Kg/cm <sup>2</sup>

**TABLA VI. TENSIONES.  
COMPARACION DE LOS RESULTADOS NUMERICOS  
CON LOS EXPERIMENTALES  
(Espectro en dirección perpendicular al valle).**

	Resultados experimentales	Presa con apoyos rígidos	Presa con una porción de terreno igual a su altura
Tensión vertical máxima	1,53 Kg/cm <sup>2</sup>	1,91 Kg/cm <sup>2</sup>	1,74 Kg/cm <sup>2</sup>
Tensión horizontal máxima	2,35 Kg/cm <sup>2</sup>	2,84 Kg/cm <sup>2</sup>	2,55 Kg/cm <sup>2</sup>

De la comparación de los resultados dados en las Tablas III a VI se desprende que existe una muy buena concordancia entre los resultados numéricos y los obtenidos experimentalmente oscilando las diferencias en torno a una media del 10%. Se confirma asimismo la necesidad de considerar una porción de terreno en el análisis, al mejorar sustancialmente los resultados obtenidos frente a los proporcionados por la presa aislada.



### DOMINIO FLUIDO

En la Figura 9, puede verse un dominio fluido correspondiente al agua del embalse. Se supone que a partir de una determinada sección  $I - I$  el fluido corresponde a un dominio infinito.

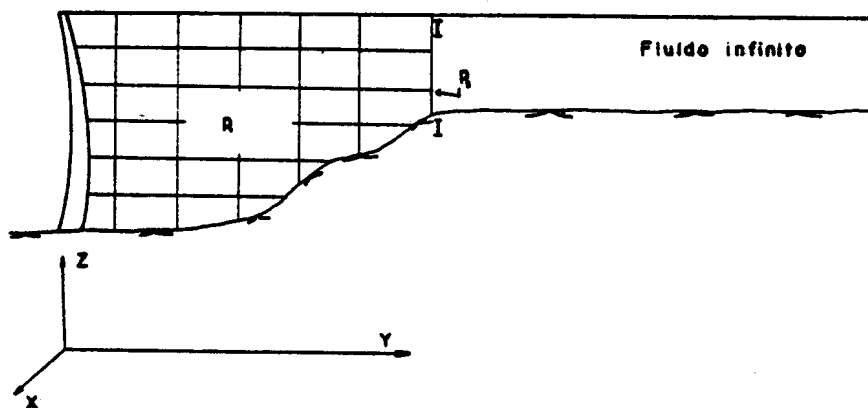


Figura 9. Recinto fluido

La ecuación de ondas en presiones se escribe

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0 \quad (2)$$

en donde  $\omega$  es la frecuencia de excitación,  $p$  la presión y  $c$  la velocidad de transmisión de ondas.

Para el subdominio  $p_1$ , (Figura 9) la ecuación (2) discretizada se escribe

$$(H - \omega^2 G) p - \left( \int_{I-I} W \frac{\partial p}{\partial u} d\Gamma \right)_{discreta} = F \quad (3)$$

en donde  $H$  es la matriz de rigidez,  $G$  la de masa,  $W$  es la función de peso y  $F$  es el vector de cargas externas, que tiene componentes no nulas únicamente en el contacto con la presa.

Por lo que respecta a la integral en el contorno  $I - I$ , ésta puede evaluarse:

- a) Utilizando la condición de radicación

Se han utilizado en este caso dos condiciones:

- Condición de Newton y Zienkiewicz [9]

$$\frac{\partial p}{\partial u} = -\frac{1}{c} \frac{\partial t}{\partial t} \quad (4)$$

- Condición de Humar [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial u} &= 0 && \text{para } w < w_1, \\ \frac{\partial P}{\partial u} &= -\frac{1}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{w_1}{w}\right)^2} \frac{\partial p}{\partial t} && \text{para } w \geq w_1, \end{aligned} \quad (5)$$

siendo  $w$ , la primera frecuencia de vibración del fluido.

Se han estudiado ambas condiciones para longitudes de discretización de 2H, 3H, 5H y 7H siendo H la altura de la presa. En las Figuras 10 y 11 pueden verse ambas condiciones para una longitud 2H. Como se observa la condición (5) proporciona resultados mucho mejores que la (4). Se ha podido observar también que una longitud 2H es la óptima para cortar la discretización.

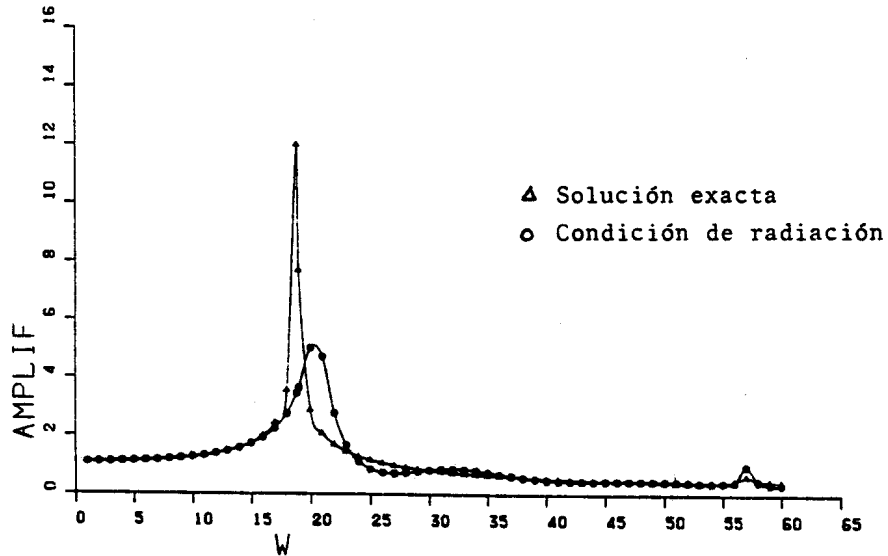


Figura 10. comparación entre la solución exacta y la proporcionada usando (4).

b) Método semianalítico

Para un dominio infinito de sección constante (Figura 9), la solución en presiones puede escribirse

$$p(x, y, z) = \psi(xz) e^{-ky} \quad (6)$$

con lo cual la integral de contorno de la ecuación (3) puede escribirse



$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1^T M J \ddot{a}_g \\ \vdots \\ -\theta_p^T M J \ddot{a}_g \\ \vdots \\ -S J \ddot{a}_g \end{bmatrix} \quad (7)$$

mientras que si para el fluido se utiliza una expresión semianalítica:

$$\begin{bmatrix} (H_{11} - w^2 G_{11}) & (H_{22} - w^2 G_{22}) \psi & -w^2 \cdot S \cdot \theta \\ \psi^T (H_{21} - w^2 G_{21}) & \psi^T (H_{22} - w^2 G_{22}) \psi + \theta \cdot K & 0 \\ \theta^T S^T & 0 & T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ \eta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S \cdot J \cdot \ddot{a}_g \\ 0 \\ -\theta M \cdot J \cdot \ddot{a}_g \end{bmatrix} \quad (8)$$

en donde  $S$  es la matriz de interacción,  $\theta$  es la matriz modal, y

$$T = [t_{ij}] \quad \text{con} \quad \begin{cases} t_{ij} = -w^2 + 1wC_i + K_i & \text{si } i = j \\ t_{ij} = 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

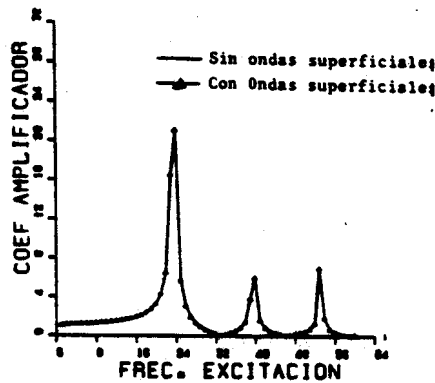


Figura 12. Efecto de las ondas superficiales.

Ambas expresiones se han utilizado para el análisis de la presa de Llauset. En la Figura 13 pueden verse algunos de los resultados obtenidos. Asimismo en la Tabla 7 puede verse la comparación entre utilizar (6) y (7) con los resultados experimentales. Como puede verse existe en ambos casos una buena concordancia.

#### CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio paramétrico del comportamiento de presas bóvedas sometidas a excitación sísmica a embalse vacío y a embalse lleno. Los resultados se han comparado con los dados por el análisis experimental, observándose que entre ambos resultados existe muy buena concordancia.

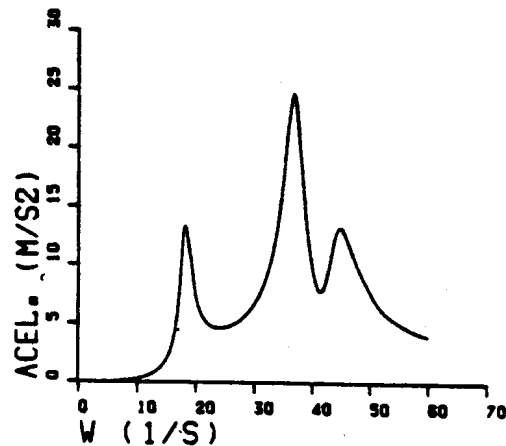


Figura 13. Presa de Llauset: Aceleración en función de la frecuencia de excitación.

TABLA VII

Método directo		Método	Análisis
$L = 1H$	$L = 2H$	semianalítico	experimental
17.5±0.5	18.5±0.5	17.5±0.5	16.776
21.5±0.5	21.5±0.5	21.5±0.5	23.660
26.5±0.5	26.5±0.5	26.5±0.5	25.698
—	34.5±0.5	—	—
—	36.5±0.5	36.5±0.5	37.133

#### REFERENCIAS

- [1] Zienkiewicz, O.C., "El método de los elementos finitos", Reverté, 1980.
- [2] Barbat, A., "Cálculo sísmico de las Estructuras", E.T.A., 1982.
- [3] Bathe, K.J., "Numerical methods in finite element analysis", Prentice Hall, 1982.
- [4] Chopra, A.K., Chakrabarti, P. y Lee, I., "Dynamic Stiffness matrices for viscoelastic half-plane foundations", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM3, Junio 1976.
- [5] White, W., Valliappan, S. y Lee, I., "Unified boundary for finite dynamic models", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM5, Octubre 1977.
- [6] Kunar, R.R. y Rodríguez-Ovejero, L., "A model with non-reflecting boundaries for use in explicit soil-structure interaction analyses", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, pp.361-374, 1980.
- [7] Eilouch, M.N.A. y Sandhu, R.S., "A mixed method for transient analysis of soil-structure interaction under SH-motion", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 14, pp.499-516, 1986.
- [8] Chen, C.H. y Pensien, J., "Dynamic modelling of axisymmetric , foundations",

Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 14, pp. 823-840, 1986.

- [9] Zienkiewicz, O.C. y Newton, R.E., "Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid", Int. Symp. on Finite Element Techniques, Stuttgart, 1969.
- [10] Humar, J. Y Roufald, M., "Finite Element Analysis of Reservoir Vibration", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 109, No. 1, Febrero 1983.