

PROGRAMA VELPEF : SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DE SOLIDOS
ELASTO-VISCOPLASTICOS

Sergio D. Felicelli y Fernando G. Basombrio

Centro Atómico Bariloche (Comisión Nacional de Energía
Atómica), 8400 San C. de Bariloche, Argentina

RESUMEN

Se presenta el código VELPEF, elaborado para simular el comportamiento termo-elastoviscoplastico de los sólidos.

El código es de amplia aplicación ya que con él pueden resolverse problemas tecnológicos en cuerpos de geometría general, con materiales de diferente comportamiento, ya sean elásticos, viscoelásticos, elasto-plásticos, etc.

El buen funcionamiento del programa fue comprobado mediante la resolución de problemas clásicos en la literatura corriente ó de problemas resueltos en publicaciones recientes por otros autores.

Como un caso de mayor complejidad, de aplicación a la Ingeniería Nuclear, se realizó un análisis de los efectos termomecánicos que producen las rampas de potencia sobre las barras combustibles, cuando tiene lugar una interacción pastilla-vaina en presencia de fisuras o "cracks" en la pastilla de dióxido de uranio.

GENERALIDADES

El código VELPEF es un programa de amplias posibilidades de aplicación en la resolución de problemas de creep, plasticidad, viscoplasticidad y demás comportamientos dentro de la termo-elastoviscoplasticidad; con capacidad de considerar geometrías generales, medios heterogéneos, medios anisotrópicos y medios sin contorno.

El programa ha sido desarrollado dentro de las siguientes hipótesis simplificativas :

- * Pequeñas deformaciones
- * Ausencia de fuerzas inerciales
- * Desacoplamiento termomecánico
- * Independencia de las propiedades elásticas con la temperatura
- * Sin endurecimiento por deformación

Las ecuaciones gobernantes son las de elasticidad clásica, con deformaciones térmicas proporcionales al incremento de temperatura, y la componente viscoplastica regida por la ley constitutiva de PERZYNA.

Se utiliza el método de elementos finitos como técnica de discretización espacial, más un esquema de diferencias a 2 pasos de tiempo con un factor α de interpolación para la integración temporal. El sistema de ecuaciones algebraicas no lineal resultante en cada paso temporal, se resuelve mediante el algoritmo de Newton-Raphson.

I. FUNDAMENTOS TEORICOS

I.1. INTRODUCCION

El programa VELPEF resuelve los tres tipos de ecuaciones básicas en la mecánica del continuo :

- * Ecuaciones de equilibrio
- * Ecuaciones cinemáticas
- * Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones de equilibrio y las ecuaciones cinemáticas utilizadas son las correspondientes a la teoría de pequeñas deformaciones.

Si σ es el tensor de tensiones en un punto y f las fuerzas aplicadas por unidad de volumen, las ecuaciones de equilibrio se expresan, omitiendo las fuerzas de inercia, (ref//):

$$\text{div } \sigma + f = 0 \quad (I.1)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{Simétrica} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

Los subíndices 1,2,3 expresan las direcciones de los ejes del sistema de coordenadas.

Las ecuaciones cinemáticas relacionan las deformaciones ϵ , con los desplazamientos u (ref//):

$$\epsilon = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla^T u) \quad (I.2)$$

donde :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \text{Simétrica} & & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Inicialmente, el comportamiento del material se expresa mediante las ecuaciones constitutivas, que vinculan en esencia las tensiones con las deformaciones. La temperatura y el tiempo también pueden intervenir en este tipo de ecuaciones.

Se consideran problemas termomecánicamente desacoplados, por lo tanto la temperatura es dato exterior y no incógnita.

Las ecuaciones (I.1) y (I.2) más las ecuaciones constitutivas, las condiciones de borde y las condiciones iniciales, permiten calcular las tres cantidades básicas en la mecánica del continuo : tensiones, desplazamientos y deformaciones.

I.2. COMPORTAMIENTO DE MATERIALES. MODELOS IDEALES

Los materiales presentan básicamente propiedades elásticas, propiedades viscosas y propiedades plásticas.

A efectos de comprender los fenómenos asociados a una determinada propiedad, es común hacer un estudio aislado de la misma, suponiendo un material ideal que presente solo la propiedad deseada.

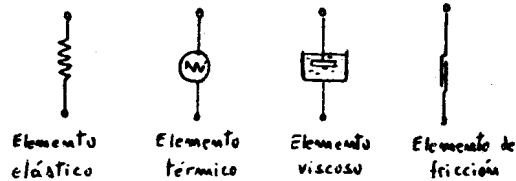
Normalmente es posible aproximar el comportamiento real de un material mediante un material ideal, es decir que presente una sola de las tres componentes citadas. Sin embargo bajo condiciones severas de sollicitación, como altas temperaturas o niveles elevados de tensión, se hace necesario tener en cuenta más de una propiedad para aproximar aceptablemente el comportamiento real del material.

Surgen así los modelos compuestos visco-elástico, elasto-plástico y elasto-visco-plástico.

A las propiedades citadas también se agrega la capacidad de dilatación térmica del material.

Para comprender el funcionamiento de estos modelos complejos, que no por eso dejan de ser modelos ideales, se suele representar a cada una de las propiedades básicas que intervienen mediante un elemento mecánico apropiado.

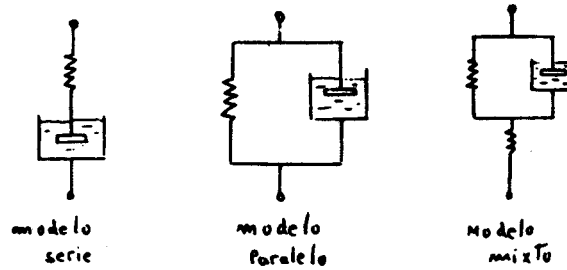
Así, la parte elástica del comportamiento se simboliza por un resorte, la viscosa por un pistón, la plástica por un elemento de fricción y la térmica por una resistencia térmica.



Cada uno de estos elementos tiene su ley constitutiva que indica qué deformación experimenta en función de la tensión, la temperatura y el tiempo.

Los componentes individuales pueden disponerse de distintas maneras para formar el modelo compuesto, resultando en consecuencia distintas leyes constitutivas.

Así por ejemplo puede tenerse un modelo visco-elástico tipo serie, paralelo ó mixto, como se indica en la figura siguiente :



La ley constitutiva del modelo compuesto se obtiene combinando las leyes individuales de cada elemento.
 Para el modelo serie (elemento de Maxwell) :

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^v$$

ϵ^e : componente elástica de la deformación
 ϵ^v : componente viscosa de la deformación

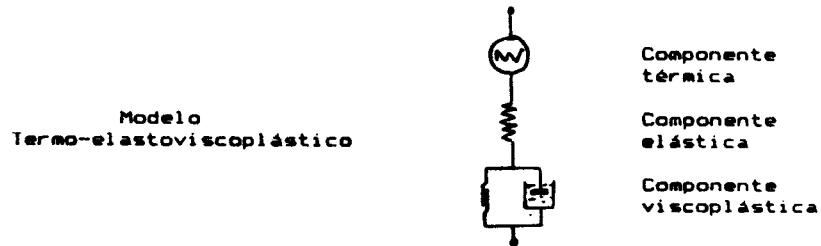
Para el modelo paralelo (elemento de Kelvin-Voigt) :

$$\sigma = \sigma^e + \sigma^v$$

σ^e : tensión sobre el elemento elástico (resorte)
 σ^v : tensión sobre el elemento viscoso (pistón)

La teoría de estos modelos, conocidos como modelos reológicos viscoelásticos está concebida dentro de hipótesis de linealidad. No obstante ello, puede extrapolarse en ciertos casos importantes a comportamientos no lineales.

El programa VELPEF utiliza un modelo termo-elastoviscoplastico no lineal. Es decir, considera la componente de dilatación térmica y la componente elástica en serie con un elemento viscoplastico paralelo.



La deformación total es la suma de las tres componentes de deformación :

$$\epsilon = \epsilon^0 + \epsilon^e + \epsilon^{vp}$$

Las ecuaciones constitutivas para cada componente están dadas por las siguientes expresiones (ref/ 2 //) :

.Dilatación térmica :

$$\varepsilon^{\theta} = \lambda \mathbf{I} (\theta - \theta_{ref})$$

λ : tensor de dilataciones térmicas
 \mathbf{I} : tensor unitario de 2do. orden
 θ : temperatura

.Deformación elástica :

$$\varepsilon^e = \mathbf{D}^{-1} \sigma$$

\mathbf{D} : tensor de elasticidad (de 4to. orden)
 σ : tensor de tensiones

.Deformación viscoplástica :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{d\varepsilon^{vp}}{dt} = \beta(\sigma, T)$$

Para β se adopta una ley del tipo Perzyna generalizada (ref/ 2 //) :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \beta = W \langle \phi(F^*) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma}$$

con :

$F^* = F/F_0$ F : función de fluencia
 F_0 : parámetro de normalización (>0)

$$\langle \phi(F^*) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } F^* < 0 \\ \phi(F^*) & \text{si } F^* \geq 0 \end{cases}$$

W : constante de fluidez
 Q : potencial plástico

Como funciones F y Q el programa puede utilizar las que corresponden a las leyes de Drucker-Prager y Mohr-Coulomb, que contienen como importantes casos particulares a las leyes de Von-Mises y Tresca respectivamente (ref/ 3 //).

En el caso $F=Q$ se tiene la plasticidad asociativa (ref/ 2 //).

Dos funciones usuales son (ref/ 2 //) :

$$\phi(F^*) = \begin{cases} (F^*)^m & \text{Tipo Norton} \\ e^{F^*} - 1 & \text{Tipo exponencial} \end{cases}$$

La versión actual del programa utiliza la función tipo Norton. La temperatura y su tasa temporal entran

implícitamente como dato en la expresión de β y no se dan como argumentos (desacoplamiento termomecánico).

Resumiendo, la ley constitutiva general del modelo se puede expresar como :

$$\dot{\sigma} = D (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p - \dot{\epsilon}^o)$$

la que se obtiene directamente de la hipótesis serie del modelo, por derivación temporal.

El modelo termo-elastoviscoplastico presenta la importante ventaja de que, mediante una elección apropiada de los parámetros y constantes de la ley constitutiva, pueden obtenerse los modelos ideales de elasticidad, creep, plasticidad, ó modelos compuestos más simples como viscoelasticidad, elastoplasticidad, etc. (ref/1/).

1.3. FORMULACION DEL PROBLEMA TERMO-ELASTOVISCOPLASTICO

El problema a resolver por VELPEF puede enunciarse de la siguiente manera :

Dado un cuerpo de material termo-elastoviscoplastico que ocupa la región Ω de contorno Γ del espacio, sometido a un sistema de fuerzas

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= f(\tilde{x}, t) & \text{en } (\tilde{x}, t) \in \Omega \times [0, T] & & \text{fuerzas de} \\ & & & & \text{volumen} \\ \tilde{F} &= F(\tilde{x}, t) & \text{en } (\tilde{x}, t) \in \Gamma_s \times [0, T] & & \text{fuerzas de} \\ & & & & \text{superficie} \end{aligned}$$

y a un desplazamiento prescrito

$$\hat{u} = \bar{u}(\tilde{x}, t) \quad \text{en } (\tilde{x}, t) \in \Gamma_u \times [0, T]$$

determinar el desplazamiento $\hat{u}(\tilde{x}, t)$, la deformación total $\epsilon(\tilde{x}, t)$, la dilatación térmica $\epsilon^o(\tilde{x}, t)$, la deformación viscoplastica $\epsilon^p(\tilde{x}, t)$, y la tensión $\sigma(\tilde{x}, t)$, tal que satisfagan las siguientes ecuaciones :

- Ecuación de equilibrio

$$\text{div } \sigma + \tilde{f} = 0 \quad \text{en } \Omega$$

- Ecuación cinemática

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla^T \vec{u}^*) \quad \text{en } \Omega$$

- Ecuación constitutiva

$$\dot{\sigma} = D (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p - \dot{\epsilon}^{th}) \quad \text{en } \Omega$$

$$\epsilon^c = D^{-1} \sigma \quad ; \quad \dot{\epsilon}^{th} = \beta(\sigma, T) \quad ; \quad \dot{\epsilon}^p = \lambda I(\theta - \theta_{cr})$$

Con condiciones de contorno :

$$\sigma \cdot \vec{n} = \vec{F} \quad \text{en } (\bar{x}, t) \in \Gamma_f \times [0, T]$$

$$\vec{u} = \vec{u} \quad \text{en } (\bar{x}, t) \in \Gamma_u \times [0, T]$$

y condiciones iniciales :

$$\vec{u}(\bar{x}, 0) = \vec{u}_0(\bar{x}) \quad ; \quad \epsilon(\bar{x}, 0) = \epsilon_0(\bar{x})$$

$$\epsilon^{th}(\bar{x}, 0) = \epsilon_0^{th}(\bar{x}) = 0 \quad ; \quad \sigma(\bar{x}, 0) = \sigma_0(\bar{x})$$

obtenidas como solución del correspondiente problema termo-elástico en el instante $t=0$. (ref/4/).

Γ_f y Γ_u son las partes del contorno Γ donde están prescritas las fuerzas y los desplazamientos respectivamente, \vec{n} es el vector normal exterior a Γ y \bar{x} es el vector de coordenadas.

DISCRETIZACION DEL PROBLEMA

Para resolver el problema planteado debe resolverse el sistema (no lineal) de ecuaciones diferenciales; lo cual sólo es posible de hacer analíticamente en casos de geometrías y condiciones de contorno muy sencillas.

Es necesario entonces recurrir a una técnica de discretización, tanto espacial como temporal, para llevar el sistema de ecuaciones diferenciales (infinitos grados de libertad) a un sistema de ecuaciones algebraicas (número limitado de grados de libertad), haciendo que de este modo el problema resulte afrontable mediante computadora.

La discretización espacial se realiza mediante el método de elementos finitos (MEF). La temporal, mediante diferencias finitas.

Un desarrollo completo para la obtención de las ecuaciones discretizadas se da en ref/5/. Se mencionan aquí sólo las expresiones finales del algoritmo empleado, que es el de Newton-Raphson (ref/6/).

El transcurso del tiempo se discretiza en ciclos

temporales, de duración Δt (que puede ser variable). Para el ciclo "n" se tiene el siguiente sistema incremental, con incógnitas $\Delta \bar{u}^n$ y $\Delta \bar{\sigma}^n$:

$$\begin{aligned} K^n \Delta \bar{u}^{n+1} &= B^T D (\alpha \dot{\bar{\sigma}}^n \bar{\beta}^{n+1} + \lambda \Delta T^n) + \Delta \bar{p}^n \\ \Delta \bar{\sigma}^{n+1} &= D (B \Delta \bar{u}^{n+1} - \Delta t^n \bar{\beta}^{n+1} - \lambda \Delta T^n) \end{aligned}$$

con:

K : matriz de rigidez

$\Delta \bar{u}$: vector incremental de desplazamientos nodales

$$\Delta u^{n+1} = u^{n+1} - u^n$$

B : matriz de gradientes de funciones de forma.

D : matriz de elasticidad

$\Delta \bar{\sigma}$: vector incremental de tensiones

λ : matriz de coeficientes de dilatación térmica

$\Delta \bar{p}$: vector incremental de fuerzas de volumen y de superficie.

ΔT : variación de temperatura

$\bar{\beta}$: tasa de deformación viscoplástica

$$\bar{\beta}^{n+1} = \bar{\beta} (\sigma^{n+1}, T)$$

donde se emplea como argumento de $\bar{\beta}$ el valor dado por el algoritmo α (ref/ 7 /):

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + \alpha \Delta T \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

En cada ciclo se resuelve un esquema iterativo de Newton-Raphson. Para la iteración ν se tiene:

$$\begin{aligned} K^* \Delta \bar{u}^{\nu+1} &= B^T \left\{ (D^{-1} + \alpha \Delta t \bar{\beta}^{\nu})^{-1} (\alpha \dot{\bar{\sigma}}^{\nu} + \lambda \Delta T + D^{-1}) - \Delta \bar{\sigma}^{\nu} \right\} + \Delta \bar{p} \\ \Delta \bar{\sigma}^{\nu+1} &= (I + \alpha \Delta t \bar{\beta}^{\nu}) D [B \Delta \bar{u}^{\nu+1} - \Delta t \bar{\beta}^{\nu} - \lambda \Delta T] + [I - (I + \alpha \Delta t \bar{\beta}^{\nu})^{-1}] \Delta \bar{\sigma}^{\nu} \end{aligned}$$

con $K^* = B^T (D^{-1} + \alpha \Delta t \bar{\beta}^{\nu})^{-1} B$

El programa también tiene una opción de emplear un esquema modificado en que la matriz de rigidez K^* se construye sólo en la primera iteración de cada ciclo, utilizándose ésta misma en las iteraciones restantes.

II. PROBLEMAS RESUELTOS

INTRODUCCION

Para probar el correcto funcionamiento del programa se resolvieron algunos ejemplos de soluciones teóricas conocidas ó bien resueltos previamente por otros autores.

Los problemas analizados fueron :

1. Creep en disco rotante .
2. Esfera hueca con presión interna
3. Tracción en placa perforada
4. Cavidad cilíndrica

Los ejemplos fueron escogidos para demostrar las amplias posibilidades de aplicación del programa VELPEF en la resolución de problemas de creep, plasticidad, viscoplasticidad; en el tratamiento de medios heterogéneos y en la capacidad de resolver problemas en medios sin contorno.

Las redes de elementos finitos fueron generadas con el programa KUBIK (ref/3/) o con programas auxiliares cuando se trata de redes sencillas.

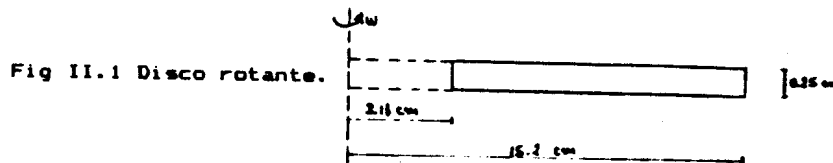
II.1. DISCO ROTANTE

En este ejemplo se presenta el problema de creep en discos huecos que giran a velocidad constante.

Este problema tiene solución exacta sólo en el caso de ley de fluencia de Tresca, no así en los otros casos, donde solamente es posible obtener soluciones aproximadas.

Aquí se emplea la ley de fluencia de Von Mises y se comparan los resultados con los obtenidos por WAHL en ref/4/ y que también pueden encontrarse en ref/2/.

Se calculó la distribución de tensiones en un disco hueco de radio interior $r_i = 3.18$ ca y radio exterior $r_o = 15.2$ ca que gira a una velocidad de $w = 1500$ rpa, con masa específica $\rho = 7.85$ gr/cm³.



El espesor del disco es de 0.25 ca. Se considera un estado plano de tensiones.

Teniendo en cuenta la simetría de revolución tanto de la geometría como de la carga (la fuerza centrífuga), el estado de tensiones resulta axisimétrico; es decir que, empleando coordenadas cilíndricas, las únicas componentes no nulas σ_r y σ_θ del tensor de tensiones son solamente

funciones de r .

Para la discretización espacial se usa una red de 37 elementos y 76 nodos, con densificación creciente hacia la zona interna del disco, tal como puede observarse en la figura II.2

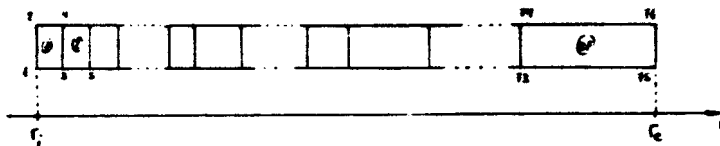


Fig II.2 Red empleada para el disco rotante.

La densificación es necesaria porque en la zona interna el campo de tensiones varía muy fuertemente (como $1/r^2$), mientras que las funciones de forma de los elementos lo aproximan con funciones lineales.

Como constantes elásticas y de creep se tomaron :

$$\begin{aligned} E &= 6.9 \text{ Kg/cm}^2 & k &= 4.4\text{E}-20 \text{ (seg}*(\text{kg/cm}^2)^n)^{-1} \\ \nu &= 0.3 & n &= 4.0 \end{aligned}$$

La tensión de fluencia se toma aquí $\gamma=0$, ya que se trata de un problema de creep ideal, es decir que el material fluye para cualquier valor de tensión.

En la figura II.3 se muestra la distribución de tensiones estacionaria, observándose el buen grado de coincidencia con los resultados obtenidos por WAHL en sus trabajos sobre creep en discos.

II.2. ESFERA HUECA CON PRESION INTERNA

En este ejemplo se explica cómo es posible simular el comportamiento de un material elasto-plástico, es decir sin creep, mediante una elección apropiada de la constante de fluidez w .

Este comportamiento se presenta, en general, en los metales cuando son sometidos a cargas por encima de la de fluencia. El cálculo se realiza sobre una esfera de pared gruesa sometida a presión interna. La presión se va variando desde el valor en que empieza la fluencia hasta la carga de colapso, para observar los distintos grados de plastificación y las distribuciones de tensiones correspondientes.

Finalmente se realiza el mismo cálculo pero suponiendo que el material es elasto-viscoplástico (con los mismos datos excepto la constante de fluidez), para poder

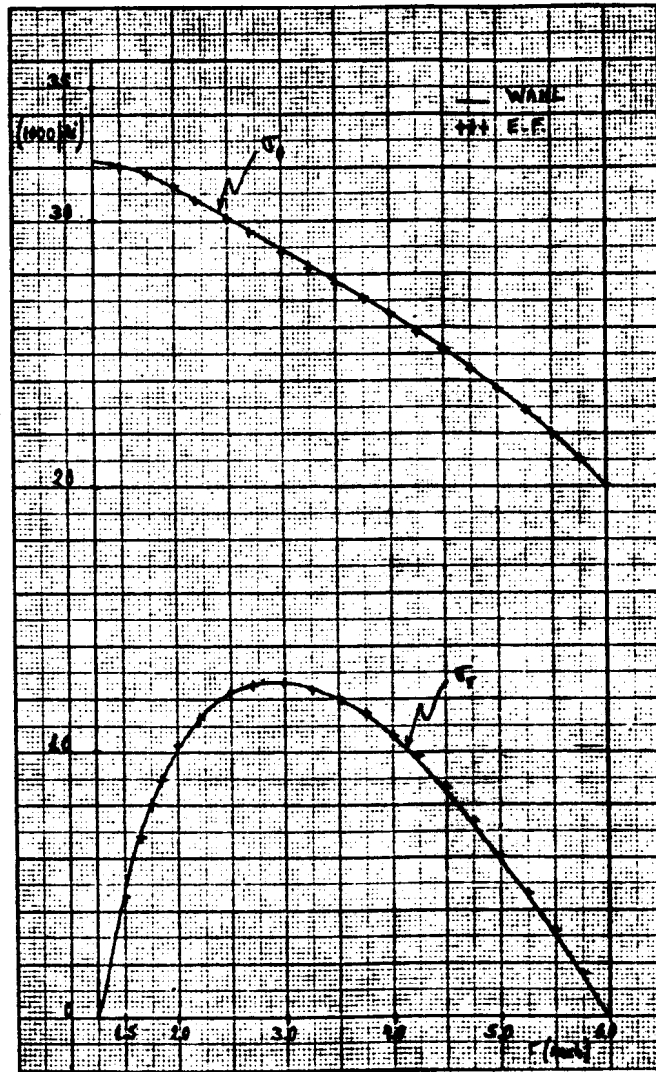
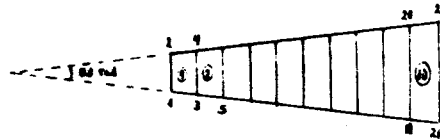


Fig. 1 II.3 Creep en disco rotante
Solución estacionaria

observar así las diferencias de comportamiento entre ambos materiales.

En ambos casos se utiliza una red axisimétrica de 10 elementos y 22 nodos, como se indica en la figura II.4

Fig II.4 Red empleada para la esfera hueca.



Los datos geométricos y de materiales para la esfera son :

Radio interior	$r_i = 100\text{cm}$
Radio exterior	$r_e = 150\text{cm}$
Módulo de elasticidad	$E = 2.E7 \text{ kg/cm}^2$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.3$
Tensión uniaxial de fluencia	$Y = 1000 \text{ kg/cm}^2$
Constante de creep	$n = 1$

II.2.1 Material elasto-plástico

En un material elasto-plástico ideal (sin endurecimiento por deformación), la tensión equivalente no puede superar el valor de fluencia. Además, como no presenta creep, no evoluciona en el tiempo; ó más exactamente, el tiempo hace las veces de simple parámetro (ref/2/).

Para lograr este comportamiento con el modelo elasto-viscoplástico que utiliza VELPEF, debe darse al elemento viscoso una alta fluidez. Es decir, la constante de fluidez, w , de la ley constitutiva, debe tener un valor suficientemente alto de tal manera que al recibir el material una carga superior a la de fluencia, la tensión que inicialmente es absorbida por el resorte se relaje rápidamente a su valor de fluencia debido a la alta fluidez del pistón.

Si se llama p^e a la presión aplicada para la cual comienza la fluencia y p^p la presión para la cual la esfera está totalmente plastificada, puede definirse un radio de plastificación "c" tal que si :

$r_i < r < c$	el comportamiento es elasto-plástico.
$c < r < r_e$	el comportamiento es elástico.

La presión a aplicar para distintas relaciones c/r_i está dada por (ref/2/) :

$$p = \frac{2}{3} Y \left[3 \ln \left(\frac{c}{r_i} \right) + 1 - \left(\frac{c}{r_e} \right)^3 \right]$$

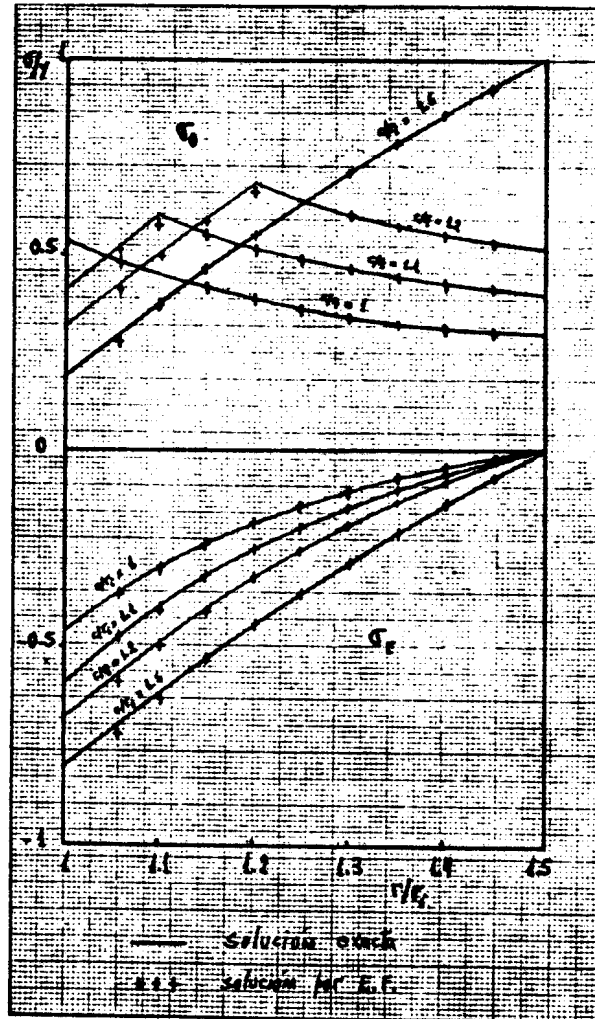


Fig. II.6 Esfera hueca con presión interna
Elasto_plasticidad

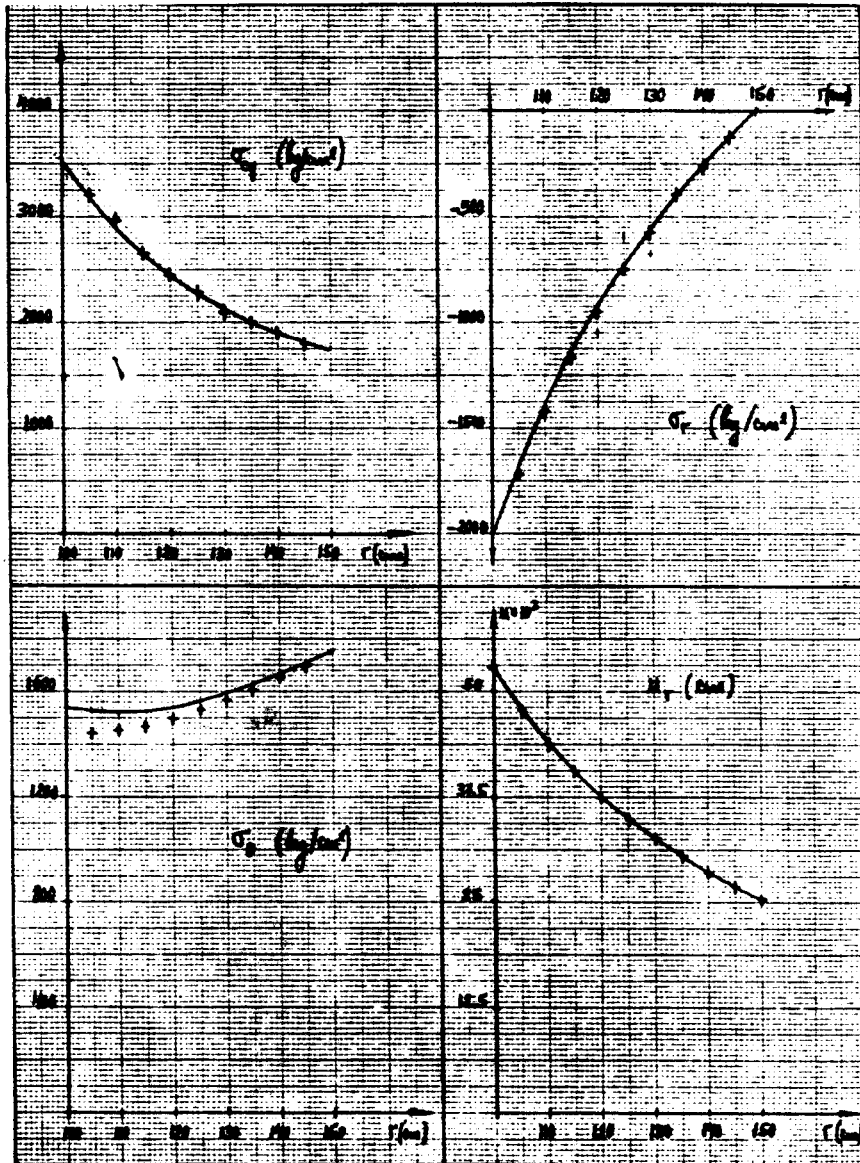


Fig. II.7 Esfera hueca con presión interna.
Elasto_viscoplasticidad. Solución estacionaria

En la figura II.6 se muestra la distribución de tensiones obtenida para distintas relaciones c/r entre $c/r = 1$ (límite elástico) y $c/r = 1.5$ (límite plástico o colapso), comparándolas con las soluciones exactas, que pueden encontrarse en ref/2/.

En todos los casos la tensión equivalente en todos los nodos difiere de la tensión de fluencia en menos del 1%.

II.2.2 Material elasto-viscoplástico

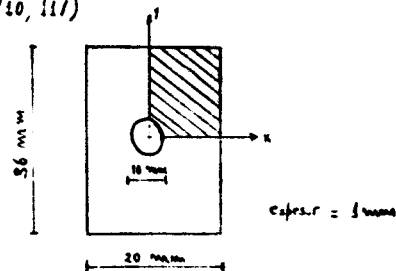
Se realizó luego el cálculo de tensiones y desplazamientos para un material elasto-plástico de fluidez $w = 33.3$ 1/seg. Los resultados obtenidos a medida que el material va evolucionando en el tiempo coinciden muy bien con las soluciones exactas, con algunas diferencias en la tensión circunferencial σ_{θ} .

El tiempo característico es de $1.5E-6$ seg. Para $t \approx 1.E-5$ seg (fig II.7) las tensiones han alcanzado prácticamente el valor estacionario. Se observa que se llega a una solución distinta que en el caso de elasto-plasticidad, ya que en un material elasto-viscoplástico la tensión equivalente puede sobrepasar la de fluencia.

II.3 TRACCION EN PLACA PERFORADA

Como un segundo ejemplo en elasto-plasticidad se resolvió el problema de una placa con una perforación circular en el centro de la misma, sometida a tracción en la dirección "y" (fig II.8). (ref/10, 11/)

FIG. II.8
Placa Perforada.



Debido a la simetría de la figura, sólo se toma para el análisis la zona rayada. Las constantes elásticas utilizadas fueron :

$$E = 7 E5 \text{ kg/cm}^2$$
$$\nu = 0.2$$

La tensión de fluencia es de :

$$Y = 2.43 E4 \text{ kg/cm}^2$$

Se hallaron las zonas plastificadas para varios niveles

diferentes de carga, dados por el parámetro r , definido como :

$$r = 2\sigma_{ap}/\gamma$$

siendo σ_{ap} la tensión de tracción aplicada. En la fig II.9 se muestra la red utilizada junto con los puntos de integración plastificados, para un nivel de carga de $r = 1.01$.

La carga se aplica en un sólo incremento y se deja evolucionar en el tiempo (que hace de simple parámetro) hasta que las tensiones en los puntos plastificados relajen al valor de fluencia.

Se obtuvo que, como es conocido, la plastificación comienza en la zona del borde de la perforación, a 90 grados con la dirección de aplicación de la carga. A medida que se aumenta el nivel de carga la plastificación se va expandiendo hacia el resto de la placa.

Para $r = 1.01$ (fig II.9) la zona plastificada ha alcanzado el borde exterior de la placa, denominándose este valor de carga como carga de colapso.

Para cargas superiores a la de colapso se establece un estado estacionario que fluye con campo de velocidad constante en el tiempo.

II.4. CAVIDAD CILINDRICA

En este ejemplo se prueba la capacidad del programa de resolver problemas en geometrías sin contorno mediante la utilización de elementos infinitos; y la capacidad de resolver problemas heterogéneos con distintos materiales y distintos tipos de elementos.

Como primer ejemplo se realizó un cálculo elástico de tensiones en una cavidad cilíndrica que se extiende en un medio infinito homogéneo y a la que se aplica una presión interna $p = 14250$ kN/m².

La solución exacta de este problema puede obtenerse del problema de un cilindro infinito con presión interna, haciendo tender el radio exterior a infinito. De este modo se obtiene fácilmente :

$$u(r) = \frac{p(1+\nu)r_i^2}{E} \frac{1}{r}$$

$$\sigma_r = -p r_i^2 \frac{1}{r^2} \quad \sigma_z = 0 \quad \sigma_\theta = -\sigma_r$$

siendo r_i el radio interior de la cavidad.

La red utilizada consiste de un elemento infinito de 4 nodos y 4 puntos de integración, como se muestra en la figura II.10

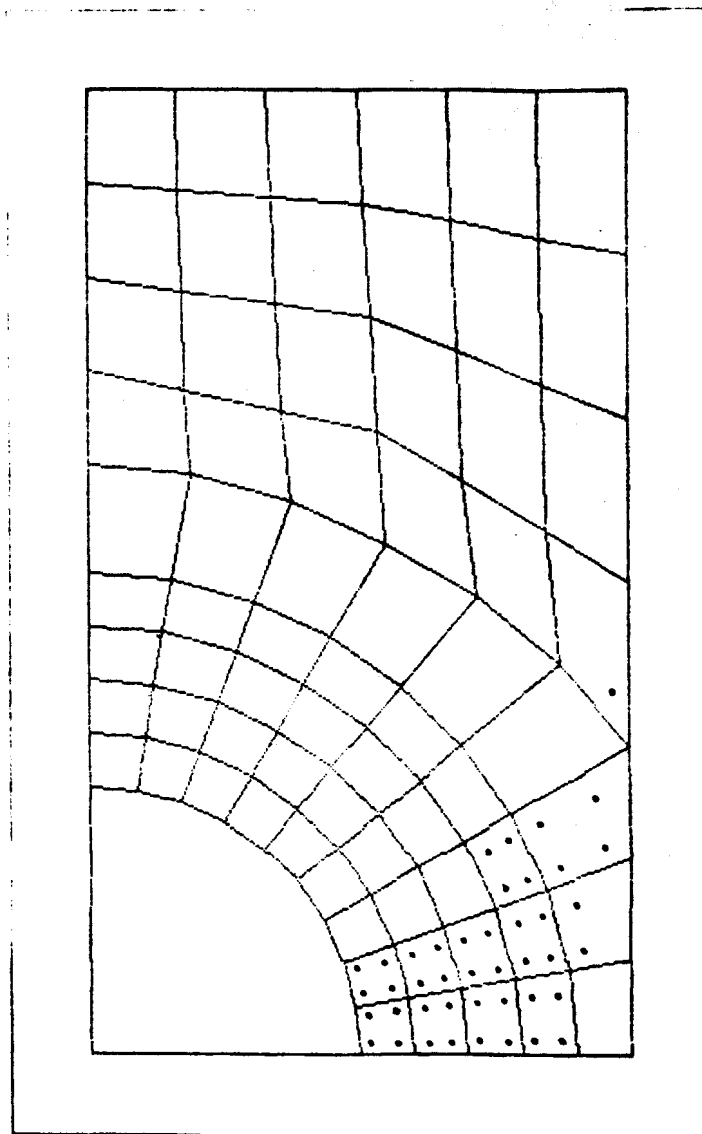


Fig. II.9 Plastificación en placa perforada
 $r = 1.01$

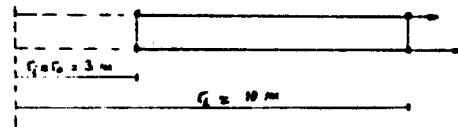


Fig II.10 Red para el problema homogéneo.

Car. ch. física : $E = 25 \text{ E9 KN/m}^2$

$\nu = 0.15$

El elemento infinito tiene funciones de forma del tipo A/r donde A es el coeficiente de caída multipolar y que se calcula como (ref/42) :

$$A = \frac{r_0}{r_1 - r_0}$$

siendo r_0 y r_1 las longitudes indicadas en la figura II.10.

Como se observa en la tabla II.1, la solución obtenida es exacta (salvo errores de redondeo), ya que las funciones de forma aproximan exactamente el campo de desplazamientos (pues tiene el mismo tipo de función).

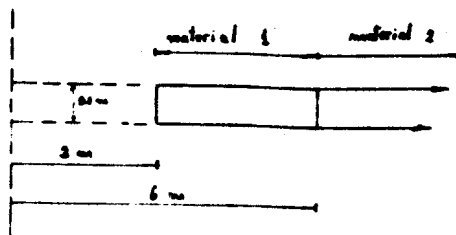
TABLA II.1

R (mm)	σ_r (KN/m ²)		σ_θ		u (E3)	
	MEF	TEOR.	MEF	TEOR.	MEF	TEOR.
3.0	-14230	-14250	14230	14250	0.2137	0.2138
4.0	-8015	-8015	8015	8015	0.1603	0.1603
5.0	-5133	-5130	5133	5130	0.1282	0.1283
6.0	-3566	-3563	3566	3563	0.1069	0.1069
7.0	-2621	-2617	2621	2617	0.0916	0.0916
8.0	-2006	-2003	2006	2003	0.0802	0.0802
9.0	-1585	-1583	1585	1583	0.0712	0.0713
10.0	-1284	-1283	1284	1283	0.0641	0.0641
20.0	-320	-320	320	320	0.0321	0.0321

Cabe destacar que en caso de utilizar elementos isoparamétricos comunes (como se hizo primeramente), además de ser necesario discretizar con muchos elementos y hasta grandes radios, se obtiene una solución muy pobre, ya que las funciones de forma en este caso son lineales. Esto implica aproximar una función tipo $1/r$ (los desplazamientos) con una recta y otra $1/r^2$ (tensiones) con una función constante (ya que ζ es proporcional a du/dr).

Como segundo ejemplo se presenta el problema de una cavidad cilíndrica en un medio infinito heterogéneo; como se muestra en la figura II.11, en representación axisimétrica.

Fig II.11 Medio heterogéneo.



Las propiedades de ambos materiales se dan en la tabla II.2

TABLA II.2

	E (kg/cm^2)	ν	γ (kg/cm^3)	w (kg/seg)	T (seg)
Material 1	2.5E8	0.25	10000	1.E-4	0.5
Material 2	2.5E7	0.25	10000	1.E-4	5.0

Se calculó la solución elasto-viscoplástica estacionaria para comparar resultados con los obtenidos por MARQUES-OWEN en ref/13/, de donde fue extraído este ejemplo.

Los problemas heterogéneos presentan la dificultad de poseer distintos tiempos característicos, como puede verse en la tabla II.2. Esto implica que en esquemas explícitos ($\alpha = 0$) es necesario tomar un paso temporal Δt menor que el tiempo característico más pequeño, para lograr la convergencia. Si se quiere usar Δt mayores debe emplearse un esquema implícito, con un costo mayor de tiempo de cálculo.

En el presente trabajo se utilizó un esquema explícito y el criterio de fluencia de Tresca.

La red utilizada se muestra en la figura II.12

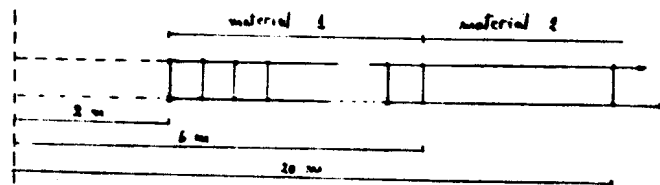


Fig II.12 Red para la cavidad cilíndrica heterogénea.

Consiste en una discretización fina con elementos cuadriláteros de 4 nodos abarcando la zona del material 1 y un elemento infinito en la zona del material 2.

En la figura II.13 se grafica la solución para $t = 50$ seg, en que las tensiones han alcanzado prácticamente su valor estacionario. Se obtuvo una muy buena coincidencia con la solución analítica hallada por MARQUES-OWEN.

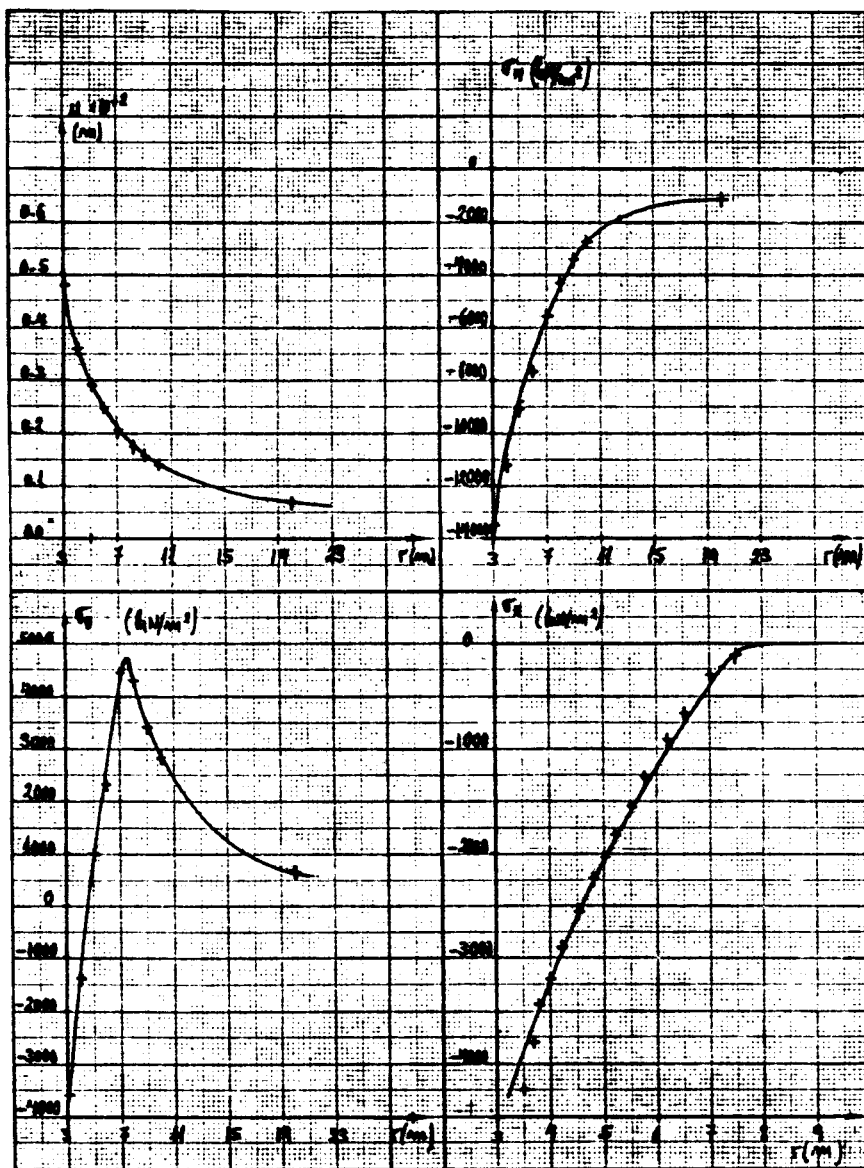


Fig. II.13. Cavidad cilíndrica. Solución viscoplastica estacionaria

— Analítico (Marques Owen)

- - - Elementos finitos

III. SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO TERMOMECANICO DE UNA ----- BARRA COMBUSTIBLE BAJO RAMPAS DE POTENCIA. -----

III.1. RESUMEN -----

Como aplicación del programa VELPEF a un problema práctico en Ingeniería Nuclear, se presenta una simulación del comportamiento termomecánico de una barra combustible de dióxido de uranio, con fisuras radiales en el pellet, cuando se somete a rampas de potencia.

Para este propósito se utilizó un modelo bidimensional con propiedades viscoelásticas en la pastilla y propiedades elastoplásticas en la vaina.

El problema es de interés para el estudio de la concentración de tensiones en la vaina producida por "cracks" en la pastilla combustible, y para una mejor comprensión de los efectos de la interacción pastilla-vaina.

Constituye, además, una útil experiencia en el tratamiento numérico del fenómeno de creep en la pastilla combustible.

Las propiedades de creep del dióxido de uranio dependen en forma no lineal con la tensión y muy fuertemente (exponencialmente) con la temperatura.

El amplio espectro de tensiones y temperaturas existente en la pastilla en condiciones de potencia, hace que el fenómeno de creep se produzca con una enorme diferencia de tiempos característicos en distintos puntos de la pastilla. Esto hace al problema muy difícil de tratar desde el punto de vista numérico.

En este trabajo se consideró la variación no lineal del creep con la tensión, pero tomando una temperatura promedio representativa de $T = 1600$ K.

Los resultados así obtenidos permiten tener una visión aproximada de los efectos que producen rampas de potencia en barras combustibles.

Este cálculo ha de servir como base para uno posterior en el que se considere la dependencia de las propiedades de creep del UO_2 con la temperatura. Esto requerirá la utilización de técnicas de cálculo más poderosas comúnmente usadas en el tratamiento de problemas "Stiff" (ref/4/).

III.2. GENERALIDADES -----

Las características del modelo utilizado pueden resumirse en los siguientes puntos :

a) Configuración geométrica bidimensional, presentando en la

pastilla 6 fisuras radiales simétricamente distribuidas, como se muestra en la figura III.1

- b) Tensión plana.
- c) Pequeñas deformaciones y desplazamientos.
- d) Conducción del calor no lineal.
- e) Criterio de plasticidad de Von-Mises en la vaina, sin endurecimiento por deformación.
- f) Propiedades viscoelásticas no lineales en la pastilla, utilizando la ley de Perzyna, para una temperatura fija de 1600 K.
- g) El contacto pastilla-vaina se produce a una potencia lineal de 450 W/cm. Desde aquí se deja actuar la relajación viscoelástica durante un período de 1 hora y este estado se toma como partida para los cálculos transitorios
- h) Una vez alcanzado el contacto pastilla-vaina, ambos se mueven solidariamente.
- i) Se desprecia el efecto sobre la vaina producido por la diferencia presión interna y externa.
- j) Temperatura constante de 500 C en la superficie exterior de la vaina.
- k) Depresión parabólica del flujo neutrónico.

El modelo fue extraído, con algunas modificaciones, de ref/15/, donde se consideraba una ley lineal para el creep del UO_2 y temperatura fija de 1600 K.

La inclusión de una ley no lineal de creep implica tratar con tiempos característicos diferentes en un mismo material, dependiendo del valor de tensión. Se hace entonces imprescindible adoptar un esquema implícito de integración temporal para lograr la convergencia; con el consecuente aumento del tiempo de cálculo.

La red de elementos finitos consiste de 1600 elementos triangulares de Courant y 861 nodos. Como puede observarse en la figura III.2, se ha dividido la red en 5 regiones: vaina, gap, fisura y dos regiones para la pastilla. En el presente trabajo estas dos últimas regiones se tomaron de un mismo material, pero también es posible considerar diferencias de propiedades del UO_2 entre las mismas.

Se analizó el caso de un aumento de potencia de $\chi = 450$ W/cm (100% de potencia nominal) a $\chi = 600$ W/cm (133%), situación que podría corresponder a una eyección accidental de los elementos de control. El crecimiento de la potencia neutrónica puede ser representado en este caso (ref/16/) por una rampa lineal de duración muy corta ($\ll 2$ seg). En este cálculo se utilizó una rampa instantánea, que correspondería a la situación real y otra muy lenta de duración 10min, para poder determinar el efecto que tiene la velocidad de rampa sobre la vaina.

Las distribuciones de temperaturas correspondiente al estado estacionario para $\chi = 450$ W/cm fue calculada con el programa NOLICUARM (ref/17/), mientras que los cálculos transitorios se realizaron con el programa CTR1 (ref/18/).

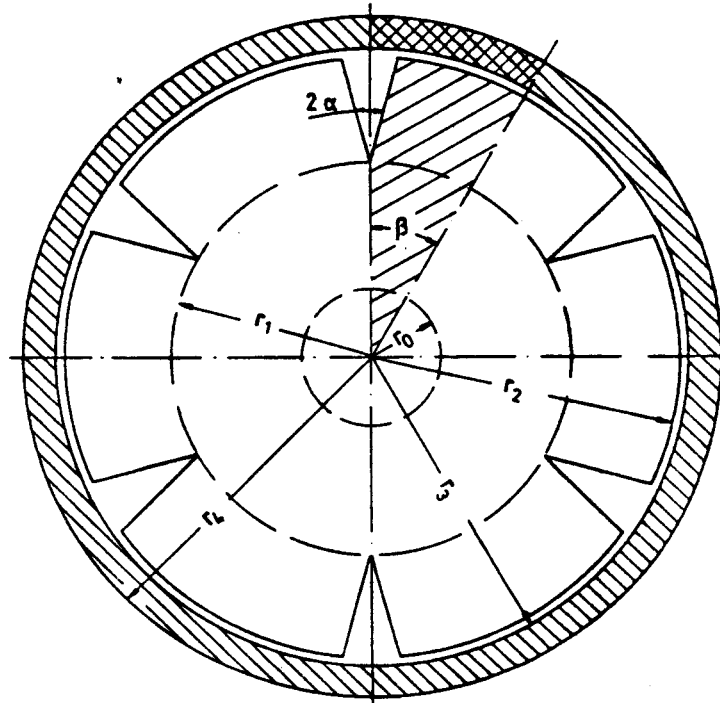


Fig. III.1 Sección transversal de la barra combustible

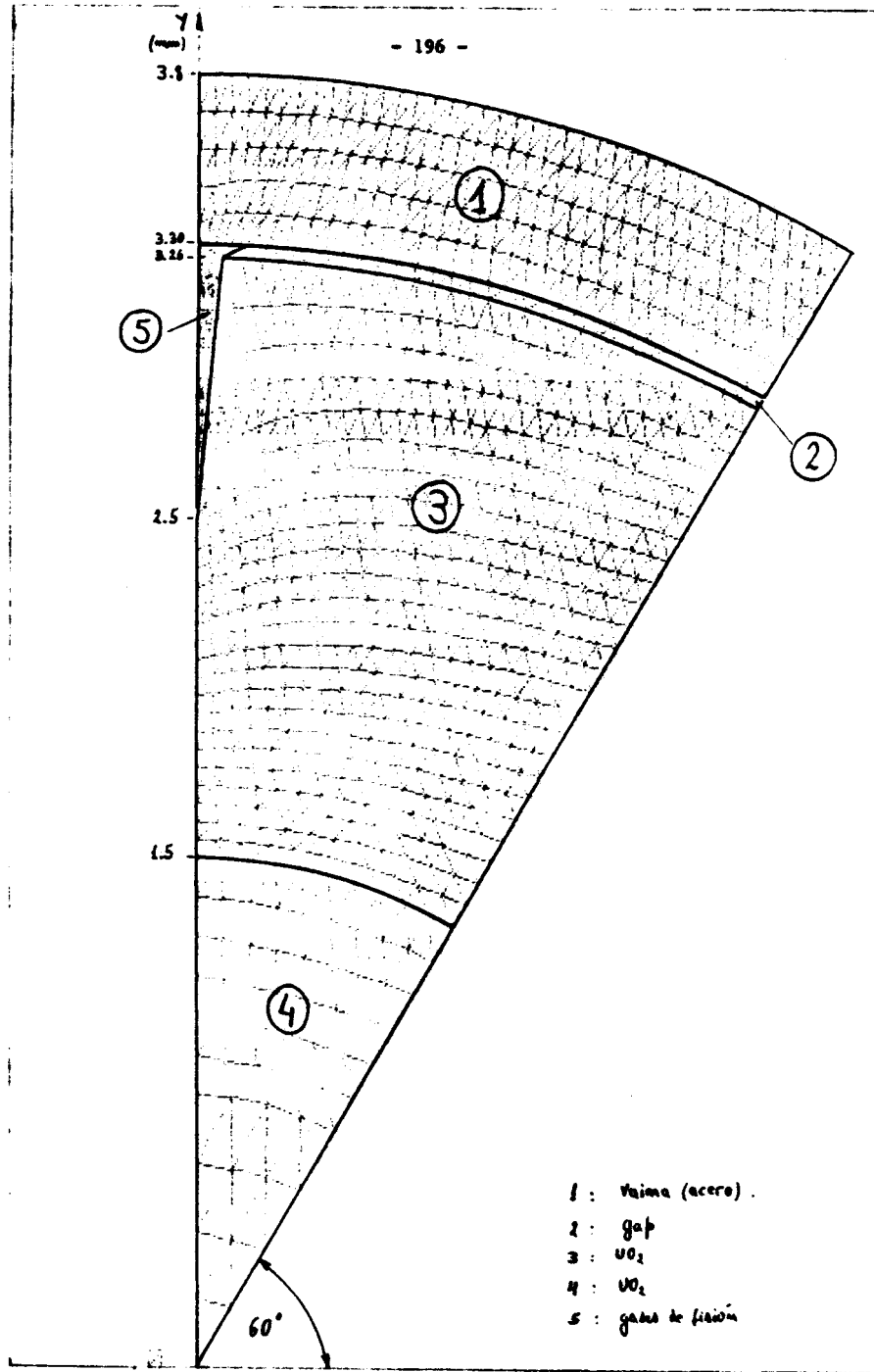


Fig. III.2 Red de elementos finitos

III.3. DATOS DEL MODELO

Una descripción completa de los datos geométricos y propiedades de materiales puede encontrarse en ref/19/.

Se dan aquí las constantes de creep utilizadas para el UO_2 , extraídas de ref/20/ :

$$n = 4.4$$

$$k = 1.E-3 * \exp(-136800/RT) \quad (III.3.1)$$

con : $R = 1.986$

[T] en K

[k] en $(h * (\text{psi})^{4.4})^{-1}$

Se toma $T = 1600$ K como temperatura promedio en la pastilla, resultando :

$$k = 2.01 E-22 (h * (\text{psi})^{4.4})^{-1} = 7.2 E-21 (\text{seg} * (\text{kg}/\text{cm}^2)^{4.4})^{-1}$$

Las condiciones de borde especificadas consisten en condiciones de Dirichlet (temperatura cte. de la pared externa de la vaina).

La generación de calor en la pastilla es la única acción termomecánica externa.

III.4. DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS.

El primer paso fue calcular el estado inicial de partida para los cálculos transitorios. En la figura III.3 se observa una distribución radial en un plano intermedio entre los planos de simetría de la tensión equivalente correspondiente a la solución elástica para $\lambda = 450$ W/cm. (Ver fig. III.6 para una distribución de tensiones en toda la barra). Al dejar actuar la relajación viscoelástica, se observa una transferencia de tensiones de la pastilla hacia la vaina, como puede apreciarse en la figura III.5.

Al cabo de 1 hora, se observa en la III.4 cómo se ha descargado y a la vez uniformizado, la distribución de tensión en la pastilla.

En la vaina, la tensión es mayor en la parte externa de la misma, por lo que se espera que, al elevar el nivel de potencia, la plastificación se produzca desde afuera hacia adentro de la vaina. Sin embargo la presencia de la fisura también introduce concentración de tensiones en la parte interna, como se verá en las figuras siguientes.

El estado correspondiente a la figura III.4 se tomó como partida para los cálculos transitorios.

Se estudió para cada rampa, la evolución temporal de las siguientes variables :

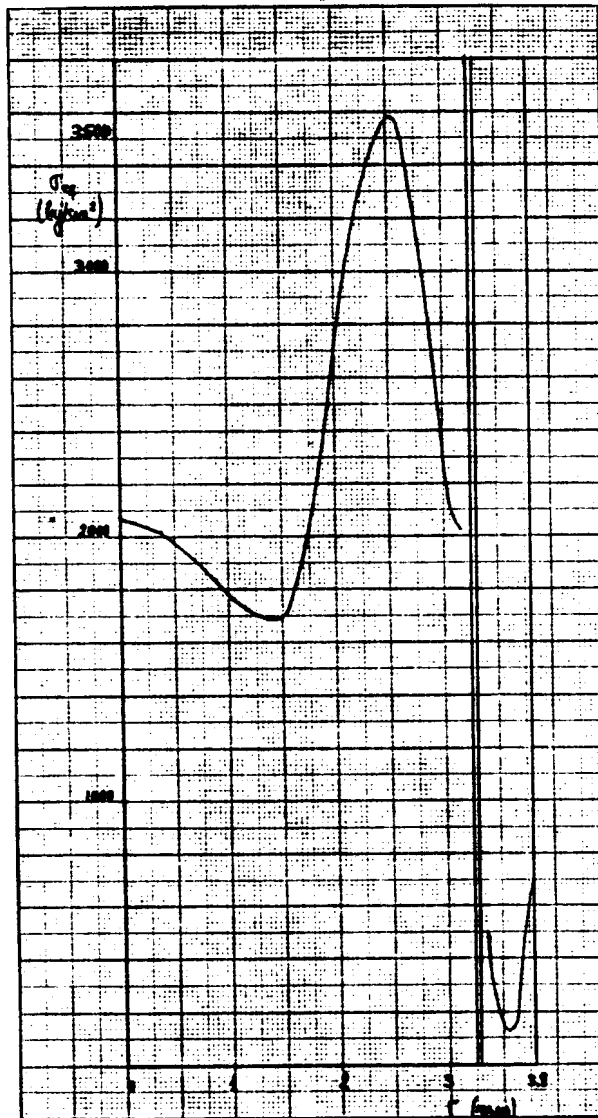


Fig. III.3 Solución elastica

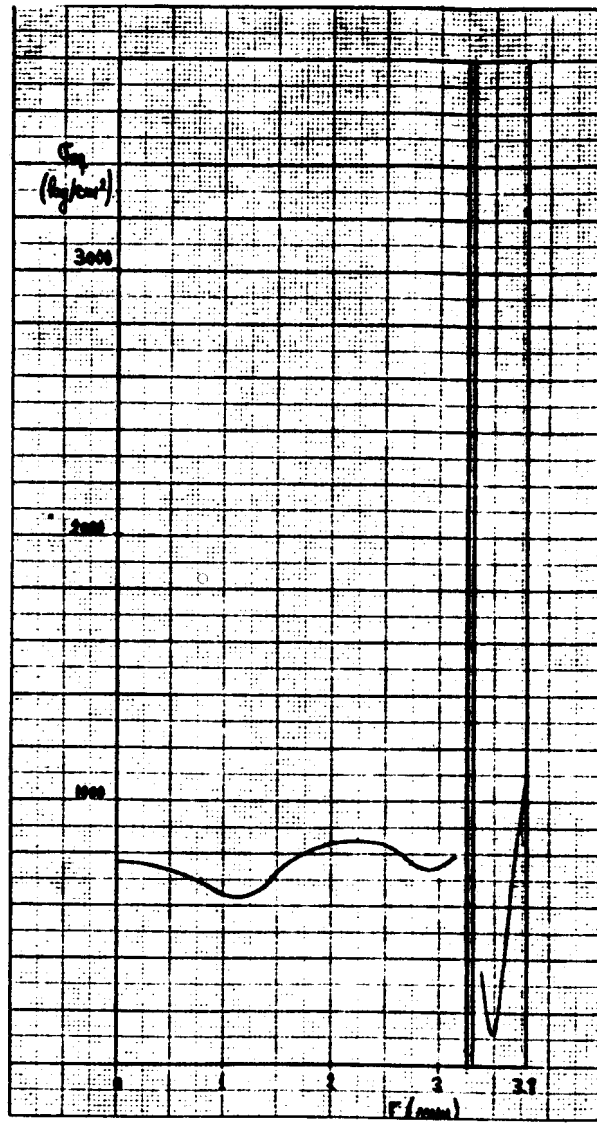


Fig. III.4 Distribución radial de ζ luego de 1 h. de creep.

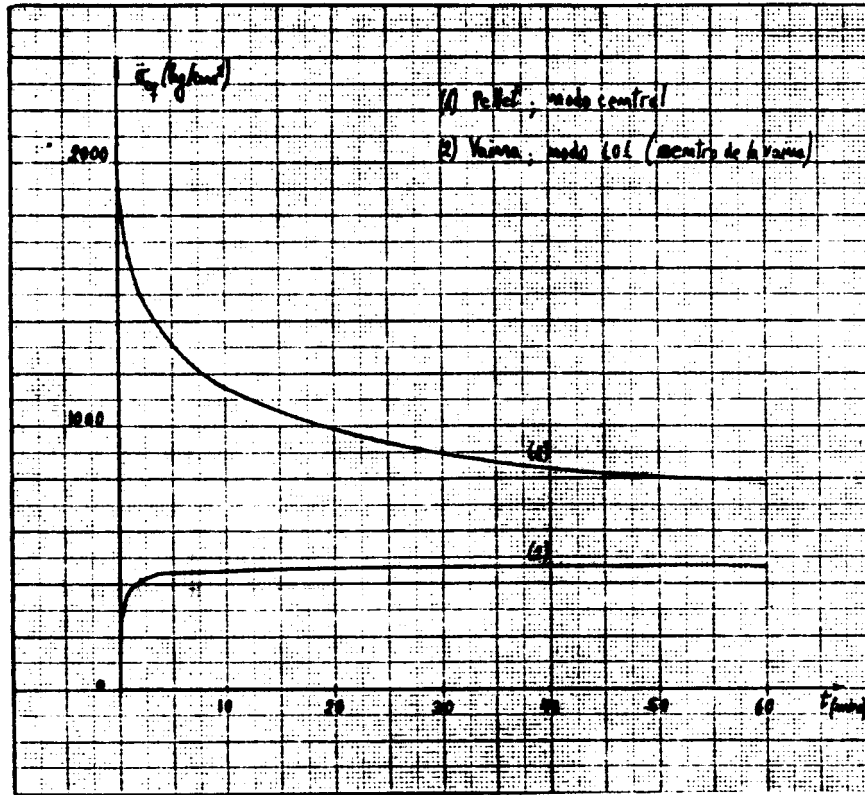


Fig. III.5 Creep inicial en barra combustible

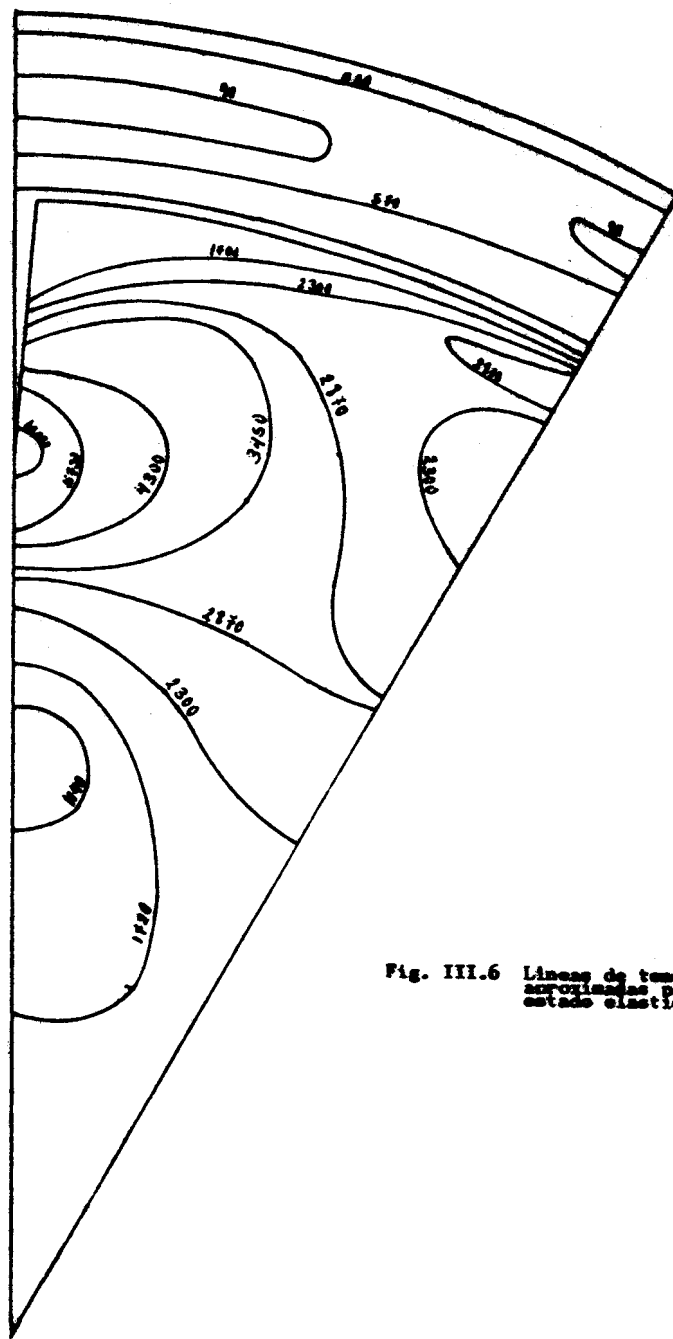


Fig. III.6 Líneas de tensión
aproximadas para el
estado elástico.

- Temperatura en el centro de la pastilla
- Desplazamiento radial exterior promedio
- Fricción en el centro de la pastilla
- Fricción media de contacto pastilla-vaina
- Plastificación de la vaina

Por razones de espacio sólo se muestra aquí la máxima plastificación alcanzada en ambas rampas (figs. III.7 y III.8). Las descripciones y gráficos de las demás variables pueden verse en el trabajo original (ref/S/).

De los resultados obtenidos pueden mencionarse las siguientes conclusiones (ver también ref/S/):

- * La temperatura en el centro de la pastilla alcanza un valor de 2182 C, por lo que no ocurre fusión del UO_2 ($T_f = 2800$ C).
- * Las otras variables experimentan en general las siguientes etapas durante su evolución:
 - Incremento inicial producido por la rampa de potencia.
 - Alcance de un valor máximo.
 - Relajación producida por efectos viscoelásticos y reacondicionamiento de tensiones.
- * La primera zona en plastificarse corresponde a la parte interior de la vaina próxima a la fisura. Esto, como es conocido, es debido a que la fisura tiende a abrirse con el aumento de potencia y encuentra la oposición de la vaina. Se observa también una mayor plastificación en la parte externa, como se supuso anteriormente al observar la figura III.4.
- * A pesar que la rampa de 10 min es extremadamente lenta (implica un ritmo de crecimiento de 0.05%/seg. cuando los más lentos usados en operación normal son (ref/16/) de aproximadamente 0.2%/seg), se observa que se alcanza prácticamente la misma plastificación que para la rampa instantánea. Igualmente, la deformación residual en la vaina, definida como la deformación remanente al enfriar hasta temperatura ambiente (ref/17/) es prácticamente la misma ($\approx 4 \mu m$) para ambas rampas.

La poca variación en el estado mecánico producido por ambas rampas es explicable por el hecho de que los efectos de creep en la pastilla no han tenido tiempo de actuar.

Para la temperatura escogida (1600 K) y los valores de tensión en la pastilla (que parten de un valor medio de 900 kg/cm² en el instante inicial y llegan a un máximo de 1500 kg/cm²), se tiene un tiempo característico máximo (correspondiente a 900 kg/cm²) de 2.7 h y uno mínimo (correspondiente a 1500 kg/cm²) de 28 min.

Esto permite suponer que en rampas comúnmente usadas en la operación normal de reactores, los efectos del creep en la pastilla combustible de UO_2 se hacen notorios sólo para altas temperaturas, y tendrían lugar principalmente en la zona central de la pastilla.

Cabe destacar además la fuerte dependencia del creep con la temperatura, como puede apreciarse en la tabla III.1 donde se dan los valores de la constante k para diferentes

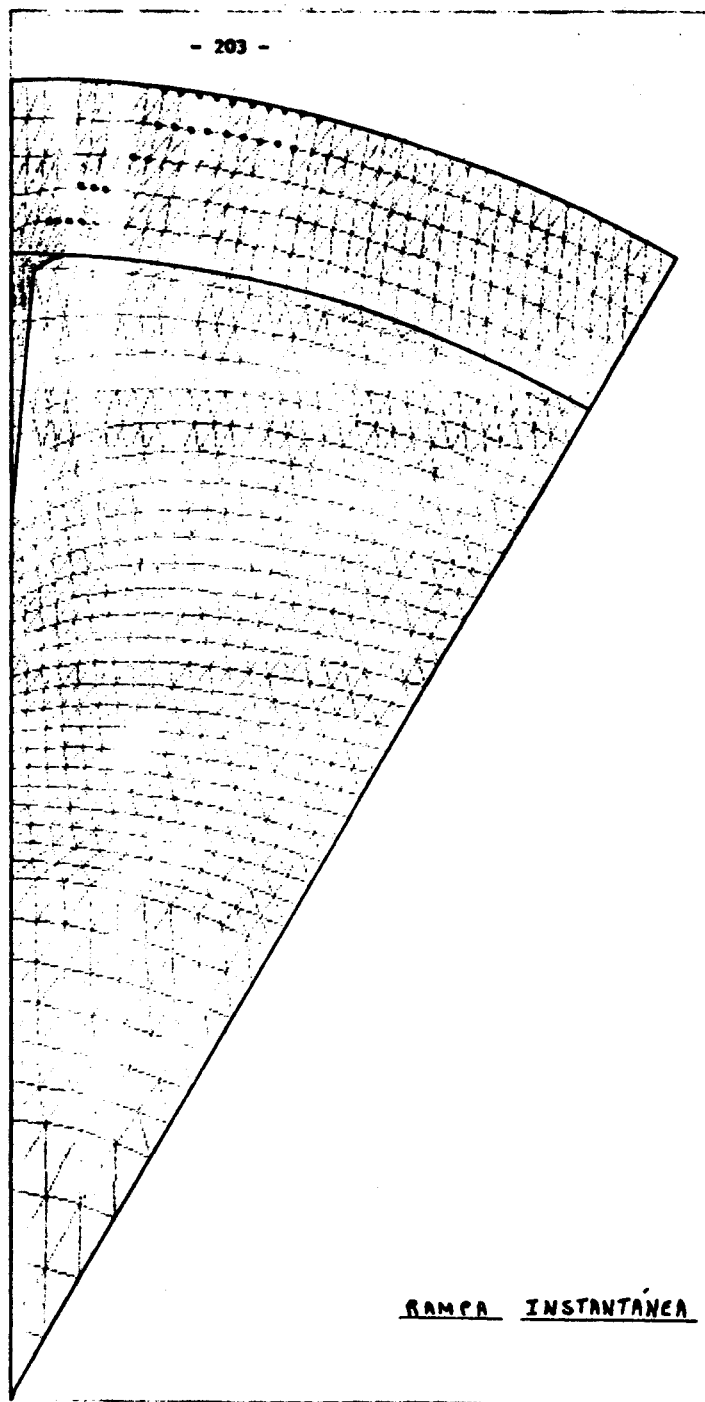


Fig. III.7 Rampa instantánea. Plastificación máxima. $t = 4$ seg.

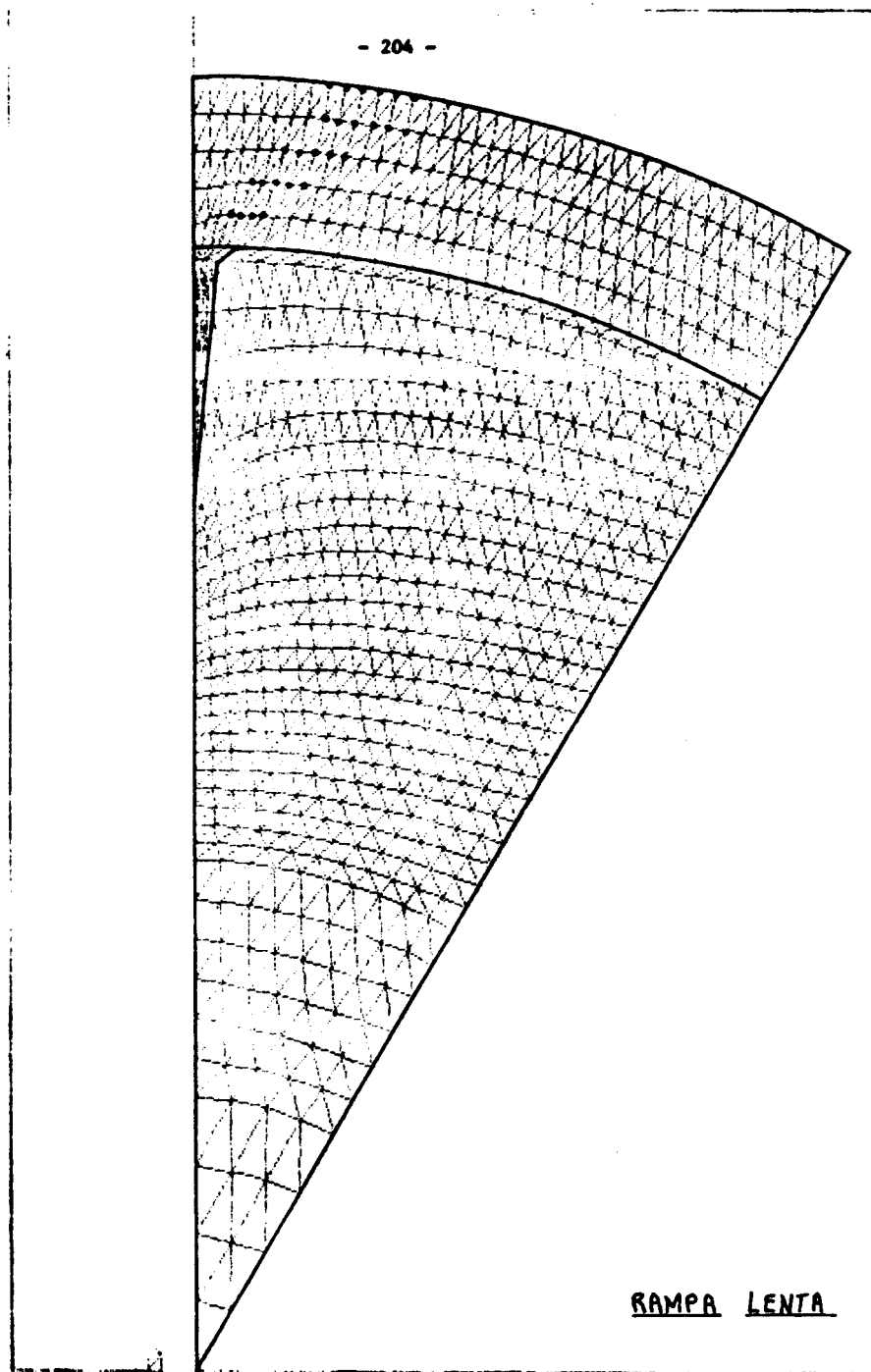


Fig. III.8 Rampa lenta. Plastificación máxima. $t = 6$ min.

T, calculados con la (III.3.1)

TABLA III.1

T (C)	k (seg*(kg/cm ²))
1500	4.1E-22
1600	7.2E-21
1700	8.3E-20
1800	7.9E-19

Se observa que con un aumento de sólo 100 C en la temperatura, el ritmo de creep (proporcional a k) aumenta en un orden de magnitud. De las distribuciones de temperatura existentes en la pastilla (que varían de 800 a 2200 C) se infiere que los efectos de creep durante la duración de las rampas son muy grandes en la zona central del pellet y, prácticamente despreciables en la zona periférica.

Como se señaló al comienzo de este trabajo, resultaría de gran interés agregar a este modelo la dependencia del creep del UO₂ con la temperatura, previa modificación del programa para hacerlo más eficiente en el tratamiento de problemas "Stiff".

REFERENCIAS

- / 1/. L. MALVERN Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium Prentice-Hall. New Jersey. (1969)
- / 2/. E. TAROCO - R. FEIJOO Viscoplasticidad y su formulación variacional. II Escola de Matemática Aplicada. Vol. 2. Lab. de Cálculo-CBPF. Rio de Janeiro. (1980)
- / 3/. O. ZIENKIEWICZ Visco-plasticity, plasticity and creep in elastic solids. A unified numerical solution approach. Int. J. Num. Meth. Engng. 8, 821-845 (1974).
- / 4/. E. PEDEMONTTE Trabajo especial de Ingeniería Nuclear. 1983/1984 Comisión Nacional de Energía Atómica
- / 5/. S. FELICELLI Trabajo especial de Ingeniería Nuclear. 1984/1985 Comisión Nacional de Energía Atómica
- / 6/. T. HUGHES - R. TAYLOR Unconditionally stable algorithms for quasi-static elasto/visco-plastic finite element analysis. Comp. and Str. 8, 169-173 (1978)
- / 7/. M. SNYDER - K. BATHE A solution procedure for thermo-elastic-plastic and creep problems. Nuclear Engng. and Design, 64, 49-80 (1981)
- / 8/. S. PISSANETZKY "KUBIK : An automatic three-dimensional finite element mesh generator". Int. J. Num. Meth. Engng., 17, 255-259 (1981)
- / 9/. WAHL - SANKEY - MANJOINE - SHDEMAKER Creep tests of rotating disks at elevated temperature and comparison with theory. J. Appl. Mech. Trans. ASME, vol. 76, 225, 1954.
- /10/. O. ZIENKIEWICZ The Finite Element Method in Engineering Science. Mc. Graw-Hill, London (1971).
- /11/. F. G. BASOMBRIÓ - G. SANCHEZ SARMIENTO "PLASTEF : A code for the numerical simulation of thermoelastoplastic behaviour of materials using the finite element method". Nuclear Engineering and Design 49 (1978) 231-241.
- /12/. S. PISSANETZKY An infinite element and a formula for numerical quadrature over an infinite interval. Int. J. Num. Meth. Engng., 19, 913-927 (1983)
- /13/. J. MARQUES - D. OWEN Implicit-explicit time integration in quasistatic elastoviscoplasticity using finite and infinite elements. Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 42, 167-182 (1984)
- /14/. G. GEAR Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations. Prentice-Hall, New Jersey. (1971)

/15/. F. G. BASOMBRIO Simulation on the thermomechanical effects originated on a fuel pin with a cracked pellet by different power ramp velocities, using a two dimensional finite element model. Nuclear Engineering and Design 74 (1982) 247-252.

/16/. Institut für Material und Festkörperforschung III. KfK. Comunicación interna.

/17/. F. G. BASOMBRIO - B. CRUZ Informe CNEA-NT 30/78, Comisión Nacional de Energía Atómica.

/18/. F. G. BASOMBRIO - G. SANCHEZ SARMIENTO Resolución numérica por elementos finitos de problemas no lineales de difusión dependientes del tiempo. Código CTR1. Revista SIGMA (Chile) 5 (1979) 37-53.

/19/. F. G. BASOMBRIO Effects of the power ramp velocity on a fuel pin within a two-dimensional simplified thermoelastoplastic model, using the finite element method. Primärbericht PSB-Ber. 1537 (K1. II). Kernforschungszentrum Karlsruhe (KfK) (Diciembre 1981).

/20/. W. ERNST - H. RITZHAUPT-KLEISSL Vorschlag zum Einbau eines Modells zur Beschreibung des sekundären Kriechens von (U,PU)-Mischoxid in ein Brennstab-Rechenprogramm. Primärbericht PSB-Ber. Nr 1413 (K1 II). KfK (1980).