

INFLUÊNCIA DE "CARGAS SEGUIDORAS" NA ESTIMATIVA DA CARGA CRÍTICA DE CASCAS DE REVOLUÇÃO

Júlio Alves HERMÍNIO

U.F.R.N - P.P.G.E.M. - Brasil

Maurice LEMAIRE

I.N.S.A - Lyon - França

Jean-Marie REYNOUARD

I.N.S.A - Lyon - França

RESUMO

O presente trabalho consiste no estudo da estabilidade de cascas de revolução sob carregamento estático e térmico.

O principal objetivo do trabalho é de examinar as não linearidades geométrica e do carregamento na construção das matrizes $[K_0]$ e $[K_p]$ para um elemento finito curvo a fim de estimar a carga crítica da casca.

ABSTRACT

The present work deals with the study of stability of revolution shells under static and thermal loads by the Finite Element Method.

The principal aim of the work is to examine the geometric and load non linear aspects in the construction of the initial stress matrix and the following load matrix for a curved finite element in order to estimate the critical load of the shell.

ESTABILIDADE SOB CARREGAMENTO ESTÁTICO

A determinação da intensidade de carga para a qual uma casca fina perde sua estabilidade, constitui um problema muito importante na concepção deste tipo de estrutura.

O problema de estabilidade linearizada tem sido objeto de numerosos trabalhos e conserva um interesse, se bem que a maior parte das cascas perecem para cargas bem inferiores, isto dado essencialmente às imperfeições e às não linearidades geométricas.

A procura das cargas críticas necessita do conhecimento das deformações finitas. No presente trabalho, as expressões das deformações infinitesimais já sendo conhecidas [1], nossa preocupação foi essencialmente de estabelecer as expressões das deformações finitas para o elemento concebido, dadas a seguir: Figura 1.

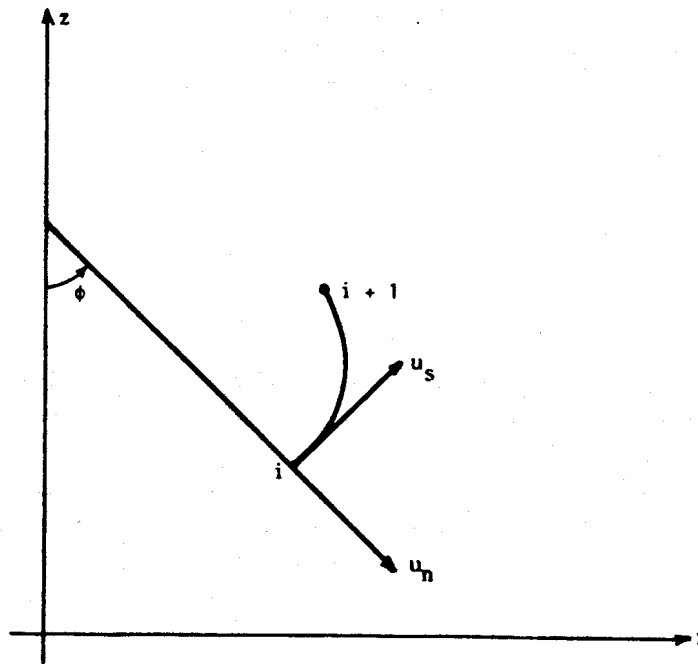


Figura 1: Deslocamentos nos nós do elemento

$$\epsilon_{\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_r}{r} \right)^2$$

$$\epsilon_{\phi} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{u_n}{R_{\phi}} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_n}{\partial s} - \frac{u_s}{R_{\phi}} \right)^2 \right\}$$

onde $u_r = u_s \cos \phi + u_n \sin \phi$

O estudo da segunda variação da energia de deformação evidencia as diferentes matrizes da análise não linear. i.e.

$[K_G]$ matriz das tensões iniciais

$[K_L]$ matriz dos grandes deslocamentos.

Utilizando a notação apresentada em [2], temos:

$$[K_G] = \int_{(V)} [G]^T \begin{bmatrix} N_{\phi} & 0 \\ 0 & N_{\theta} \end{bmatrix} [G] dV$$

No estudo da estabilidade inicial, a matriz $[K_L]$ é desprezada pois a matriz $[K_G]$ é preponderante. esta foi construída [3] a fim de compará-la com o estudo feito a partir da matriz das cargas seguidoras adiante.

No caso de um carregamento não seguidor, a segunda variação do trabalho das forças exteriores é nula, e somos levados à resolução de um problema de valores próprios, segundo a expressão:

$$|[K_S] - \lambda [K_{GS}]| = 0$$

A matriz $[K_G]$ é calculada para um dado sistema de cargas P_0 e o menor valor próprio λ_{\min} é então o coeficiente pelo qual deve-se multiplicar P_0 para obter-se o primeiro carregamento crítico. $[K_S]$ é a matriz de rigidez de toda a estrutura. (Análise linear).

ESTABILIDADE SOB CARREGAMENTO TÉRMICO

Vários autores preconizam que o cálculo da carga crítica levando-se em conta unicamente a matriz $[K_G]$ a qual depende das tensões, conduz a um resultado errôneo que corresponde à ação das forças radiais com direção constante.

O efeito das não linearidades ligadas ao carregamento é ana

lisado a partir da segunda variação das forças exteriores, evidenciando assim uma nova matriz $[K_p]$ chamada de "matriz das cargas seguidoras", a qual, na maior parte dos casos é não simétrica.

A construção de $[K_p]$ é feita [3], avaliando-se as cargas equivalentes à dilatação na posição deformada.

Neste nível, a estabilidade inicial recai na resolução de um problema da procura de valores próprios. i.e.

$$|[K_s] + \lambda[K_{p_s}]| = 0$$

Uma dificuldade aparece, ligada à natureza não simétrica de $[K_p]$, pois esta dissimetria pode aumentar consideravelmente a dimensão do problema.

APLICAÇÃO: FLAMBAGEM DE UMA PLACA CIRCULAR SUBMETIDA A UMA DIFERENÇA DE TEMPERATURA

Uma discretização em 4 elementos é apresentada na figura 2.

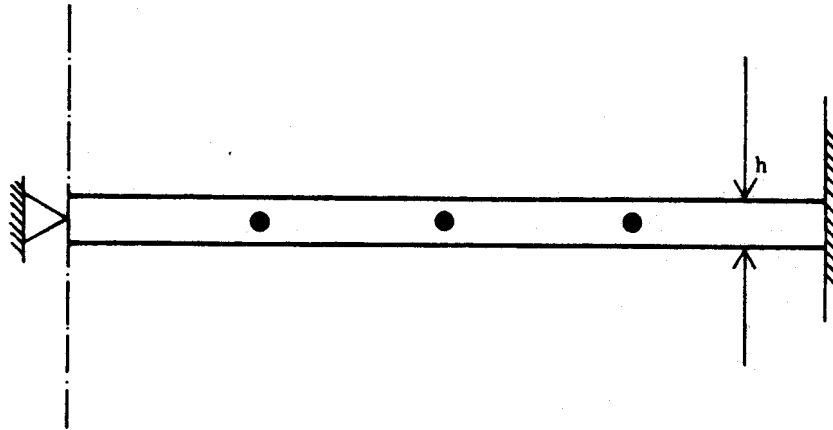


Figura 2: Discretização da placa circular

Devido à simetria do problema, é considerado apenas metade da placa.

Os dados do problema são os seguintes:

$$E = 10^5 \text{ t/m}^2; r=4\text{m}; h=0,03; \nu=0,2; \Delta\theta=40^\circ\text{C}$$

Para este tipo de problema, a carga crítica teórica da da por TIMOSHENKO [4] é:

$$N_{cr} = \frac{14,68.D}{r^2}; D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Conforme os dados acima, tem-se

$$N_{cr}(\text{teórica}) = 0,2147 \text{ t/m}$$

A tabela I apresenta os valores da carga crítica numérica levando-se em conta [Kp] ou [K_G]

Tabela I. Comparação da carga crítica

Nº de Elem.	N _{cr} [Kp]	N _{cr} [K _G]	N _{cr} (teórica)
2	0,2167	0,2168	
4	0,2149	0,2151	0,2147
8	0,2150	0,2150	

Os resultados relativos às três modelizações(Tabela I) mostram que as duas aproximações [K_G] ou Kp] são sensível - mente equivalentes para o exemplo estudado, estando mais próximo do valor teórico, o cálculo efetuado com a matriz [Kp].

REFERÊNCIAS

- [1] Gianini M. and Miles G.A. "A Curved Element Approximation in the Analysis of Axi-Symmetric Thin Shells, "Int. J. Num. Meth. Eng., vol 2(1970), p. 459-476.
- [2] Zienkiewicz O.C. "La Méthode des Elements Finis" Ediscience (1973).

- [3] Alves Herminio J. "Stabilité des Coques minces de Révolution sous Chargement Gravitaire ou Thermique, Modélisation par Eléments Finis Courbes". Tese de Docteur Ingénieur - INSA LYON (1981).
- [4] Timoshenko S. and Gere I. "Theory of Elastic Stability" 2nd Ed. McGraw-Hill, New York (1961).