

INESTABILIDAD DE CILINDROS VERTICALES ENTERRADOS DE MATERIALES COMPUESTOS

Carlos F. Estrada, Luis A. Godoy, Fernando G. Flores
Departamento de estructuras, Universidad Nacional de Córdoba
Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba – Argentina
(cfmef@yahoo.com.ar)

Palabras claves: cilindro vertical enterrado, materiales compuestos, no linealidad geométrica, pandeo.

Resumen. *Para tuberías de gran diámetro construidas con materiales compuestos, en la actualidad las cámaras de inspección son comúnmente de otros materiales. Una cámara de inspección es un conducto vertical circular, que se encuentra bajo tierra y comunica al exterior con la tubería. En este trabajo se considera el problema de pandeo de la cámara bajo presión externa producida por el suelo que ejerce presión. El problema se modela mediante distintos tipos de elementos finitos para representar al cilindro y el suelo. Se utilizan modelos de contacto para representar el movimiento entre el suelo y las paredes del cilindro. Se han considerado condiciones de cavidad rígida y cavidad flexible. Las paredes del cilindro se consideran flexibles con comportamiento geométrico no lineal. Las propiedades del material compuesto se han derivado de ensayos, y se consideran un material laminado con un relleno (filler) en la región media del espesor de la cáscara de compuesto. Las propiedades del material de la cavidad flexible se consideran lineal elástico. El análisis se lleva a cabo usando un algoritmo no lineal, con lo que se sigue la trayectoria de equilibrio a medida que aumenta la presión lateral. Se estudia en una primera etapa el comportamiento de un anillo sometido a presión externa en las distintas condiciones de la cavidad. En una segunda etapa se estudia el comportamiento del cilindro vertical en un modelo en tres dimensiones. Los resultados muestran un valor máximo en la trayectoria, a partir de la cual se vuelve inestable. Se comparan los resultados entre los distintos modelos y los distintos tipos de cavidades. Se comparan también resultados de geometría perfecta y se incluyen imperfecciones geométricas para establecer la sensibilidad ante imperfecciones.*

1 INTRODUCCION

El avance de materiales para infraestructura civil ha hecho que se generalice el uso de tuberías horizontales de materiales compuestos formados por resinas reforzados por fibras de vidrio y construido por bobinados. Curiosamente, las cámaras de inspección para las tuberías siguen construyéndose con materiales tradicionales, como el acero u hormigón. Pero el uso de cámara de inspección del mismo material que la tubería puede ser ventajosa, por ejemplo, para compatibilizar las deformaciones del conjunto.

Las cámaras de inspección son cilindros verticales que conectan la tubería con el exterior, de modo que su longitud depende de la profundidad del enterramiento y puede ser del orden de 7-10 m. Los factores de diseño más importantes son el nivel tensional y la estabilidad de la lámina, y este trabajo se concentra en el segundo aspecto. Este trabajo presenta resultados de resistencia a pandeo para cilindros de materiales compuestos de pared delgada bajo presión de de suelos.

La extensa bibliografía existente sobre tuberías enterradas se concentra en cilindros horizontales, y solamente aborda elementos verticales en referencia a tanques enterrados¹. En la actualidad existen manuales internacionales que dan pautas de diseño, pero en su mayoría sólo consideran tuberías horizontales².

En una primera etapa se modela un ensayo de platos paralelos con el objeto de determinar las propiedades mecánicas de las capas del material compuesto a partir de datos experimentales. Una vez definida la sección se estudia la respuesta de un cilindro vertical en distintos tipos de cavidades. Se consideran cavidad flexible formada por material elástico y cavidad rígida formada por una superficie rígida. Para ambos modelos se considera toda la cavidad homogénea con las mismas propiedades físicas y mecánicas. Luego se compara con los modelos de un anillo, considerando los mismos tipos de cavidades. En todos los casos tanto el cilindro como el anillo se consideran con geometría imperfecta³. Se resuelve el problema no lineal en la geometría y el problema de contacto para tener en cuenta el desplazamiento relativo entre la pared de la cavidad y la pared del cilindro y finalmente se hace un estudio paramétrico con objeto de estimar la sensibilidad a imperfecciones y la influencia en la respuesta a pandeo de las dimensiones de la tubería y módulos elásticos de las cavidades flexibles.

2 METODOLOGIA

El problema se modela usando el método de elementos finitos, y se ha resuelto utilizando distintos tipos de elementos en el programa ABAQUS⁴. Para modelar el ensayo de platos paralelos se utilizan para el anillo elementos láminas de 8 nudos SR8 y para la superficie rígida elementos rígidos triangulares de tres nudos R3D3. Para el modelo en la cavidad flexible, el cilindro se modela con elementos de láminas de 9 nudos SR95 y el medio flexible se modela con elementos sólidos de 20 nudos C3D20R. Para el modelo de la cavidad rígida se utiliza el mismo tipo de elementos para el cilindro y la cavidad rígida se define a través de una superficie maestra rígida. Para el modelo del anillo se usan elementos láminas de 8 nudos SR8 y para las cavidades los mismos elementos que los utilizados en el modelo del anillo. Se

utilizan problemas de contacto para representar el movimiento entre el suelo y las paredes del cilindro igualmente para los modelos del anillo. El análisis se lleva a cabo usando el algoritmo no lineal de Riks⁵, lo que permite seguir las trayectorias de equilibrio a medida que se aumenta la presión lateral.

3 MODELO NUMÉRICO DE UN ENSAYO DE PLATOS PARALELOS DE CARGA DE UN ANILLO DE MATERIAL COMPUESTO

El modelo de platos paralelos permite simular el ensayo en un anillo de material compuesto con objeto de conocer su rigidez diametral o rigidez de forma. El dato que se obtiene es la fuerza necesaria para producir una deflexión diametral del 5% del diámetro recomendado por algunos manuales². Luego se obtiene la rigidez diametral dividiendo la fuerza sobre la deflexión, la cual se compara con la rigidez exigida por las tablas de fabricantes de tuberías.

Consideremos la sección transversal de una estructura tipo sándwich que se muestra en la Figura 1. La sección está formada por siete capas, seis de resina reforzada con fibra de vidrio (PRFV), y una capa de relleno (filler) formada por arena y resina. Se adopta una rigidez diametral de 5500 N/m y un diámetro medio $D=2.40$ m. En la Figura 1 se muestra un esquema de la sección del anillo.

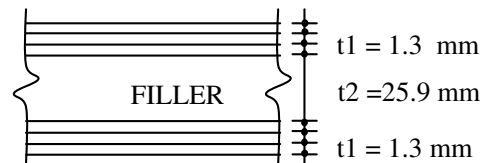


Figura 1: Sección compuesta del anillo.

Cada capa de PRFV se considera ortótropa y el material de relleno se considera isótropo. Para definir el valor de las capas de resinas reforzadas con fibras de vidrio se utilizaron las siguientes expresiones^{6,7}

$$\begin{aligned} E_c = E_{11} &= E_m(1 - V_f) + E_f V_f \\ E_{22} &= E_f E_m / [E_f(1 - V_f) + E_m V_f] \end{aligned} \quad (1)$$

donde V_f y V_m son las fracciones del volumen total ocupadas por las fibras y la matriz respectivamente. Los valores de V_f típicamente se encuentran en los rangos de 0.25-0.70.

El valor adoptado para el material de relleno, se ha obtenido por ajuste de las curvas de carga desplazamiento del modelo numérico hasta lograr la rigidez de forma de 5500 N/m. Las propiedades mecánicas que se adoptan para las capas son las que se muestran en la Tabla 1.

La rigidez del anillo se define a través de la siguiente expresión²,

$$PS = \frac{E_f I}{0.149(r + \Delta y / 2)^3} \quad (2)$$

donde E_f es el módulo de elasticidad flexional, I es el momento de inercia, r es el radio del anillo y Δy es la deflexión diametral.

Capa	E1 [GPa]	E2 [GPa]	ν_{12}	G12 [GPa]	G13 [GPa]	G23 [GPa]
PRFV	50.0	4.0	0.254	4.70	4.70	3.28
Filler	18.0	18.0	0.300	6.92	6.92	6.92

Tabla 1: Propiedades mecánicas de las capas.

Se define la máxima rigidez del anillo para una deformación del 5% del diámetro la que se determina experimentalmente por un ensayo de carga de platos paralelos y se calcula a través de la siguiente expresión,

$$PS = \frac{F}{\Delta y} \tag{3}$$

donde F es la carga por unidad de longitud, y Δy es la deflexión vertical del anillo.

Para modelar numéricamente el ensayo de platos paralelos se modela un cuarto del anillo y se modela el plato de carga como un cuerpo rígido. Vale decir que se está modelando un problema de contacto, donde se define una superficie esclava deformable, que pertenece al anillo y una superficie maestra rígida, que pertenece al plato.

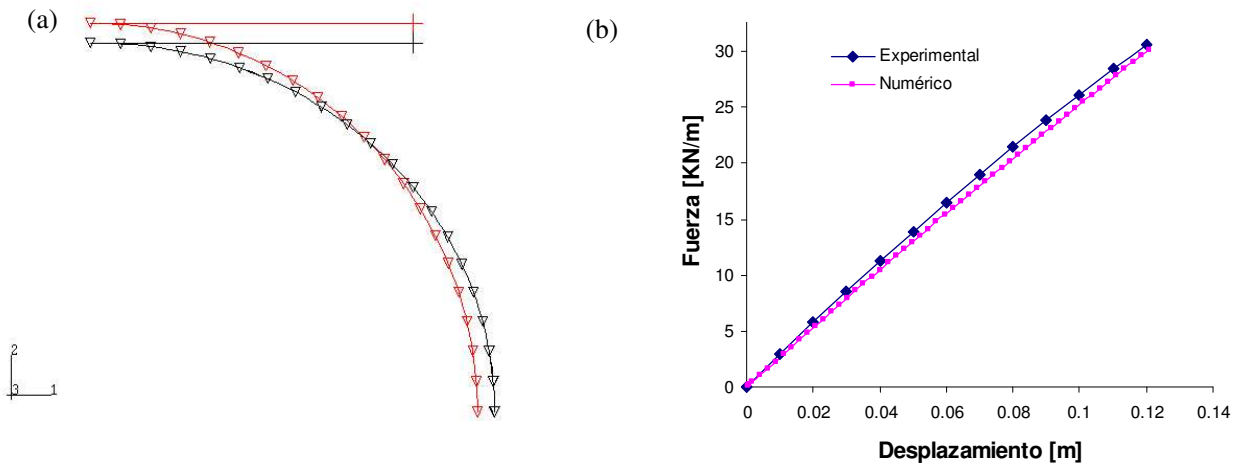


Figura 2: (a) Malla de elementos finitos original y deformada. (b) Resultados experimentales y numéricos.

Para el anillo se utilizan 10 elementos cáscaras de 8 nudos (SR8). Para la superficie rígida se usan elementos triangulares rígidos de tres nudos (R3D3).

En la Figura 2a se muestra la malla original y el anillo deformado por el plato de carga. En la Figura 2b se comparan los resultados numéricos y experimentales. Se representa en el eje vertical la carga por unidad de longitud y en el eje horizontal la deformación diametral del anillo. Nótese que los parámetros del material se han ajustado de manera de lograr un acuerdo con los resultados experimentales.

4 RESPUESTAS DE UN CILINDRO EN UNA CAVIDAD RIGIDA Y EN UNA CAVIDAD FLEXIBLE Y ACTIVA

El siguiente modelo considera un cilindro vertical y estudia la respuesta como una estructura tipo cáscara. El material del cilindro es el que se obtuvo del ensayo de platos paralelos. El cilindro se representa a través de 169 elementos cáscaras de nueve nudos SR95. La geometría de la sección del cilindro no es perfecta y se define la imperfección a través de un lóbulo localizado en una parte del perímetro de la sección. La forma de la imperfección se muestra en la Figura 3a y se define a través de dos parámetros, la amplitud, Δ , y el ángulo de barrido, θ , mediante la siguiente expresión³,

$$\Delta(\Delta_o, \theta) = \Delta_o \left(\cos \left(\frac{\pi\theta}{2\theta_o} \right) \right)^2 \quad (4)$$

donde Δ_o es la amplitud máxima inicial, y θ_o es el ángulo máximo inicial.

De esta manera la imperfección queda definida en la sección transversal del cilindro y se considera la misma sección a lo largo de la generatriz. Se consideran dos tipos de cavidades donde se aloja el cilindro. Para modelar la cavidad rígida se utiliza una superficie maestra rígida y para modelar la cavidad flexible se usan 1343 elementos sólidos de 20 nudos C3D20R, Figura 3b. En este último modelo se define una superficie maestra a través de los elementos adyacentes a las paredes del cilindro. El material de la cavidad es lineal elástico. Se considera no linealidad geométrica para el material del cilindro.

Las solicitaciones en el cilindro varían de acuerdo al modelo y el proceso de carga se lleva a cabo en dos etapas. En el modelo de cavidad rígida, primero se carga con una presión horizontal, σ_h , creciente en la profundidad, similar a una presión hidrostática. En el otro modelo se aplica un estado geostático inicial de tensiones. Las presiones verticales, σ_v , varían linealmente en profundidad y la presión horizontal es $K\sigma_v$, siendo K la relación de presiones horizontales a presiones verticales⁸. Si la cavidad es un material tipo suelo, el valor de K está comprendido entre 0.2 a 0.5.

En una segunda etapa se aplica una presión exterior uniforme similar a la aplicada para cada uno de los modelos del anillo. Para el modelo del cilindro en la cavidad flexible activa, la presión lateral representa el mismo efecto de una carga superficial aplicada en la parte superior de la cavidad y si el medio es elástico esta presión vertical llega a las paredes del cilindro como una presión horizontal uniforme.

Como condiciones de borde se consideran los extremos del cilindro simplemente apoyados. Esto no permite que los extremos se desplacen en el sentido radial, y en las generatrices de los bordes se aplican condiciones de simetría. En el modelo de cavidad flexible activa las condiciones de borde cambian de acuerdo a la etapa de carga. Para el estado geostático inicial las condiciones de borde no permiten que la pared exterior se desplace en el sentido radial,

mientras que en la segunda etapa de carga las condiciones de borde cambian y la pared exterior puede desplazarse en el sentido radial al ser solicitados por la presión lateral.

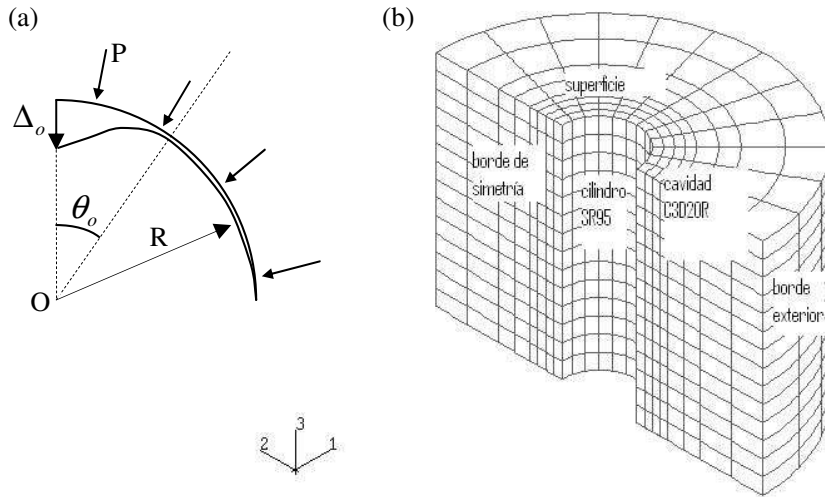


Figura 3: (a) forma de la imperfección , (b) malla de elementos finitos del modelo en tres dimensiones.

Aplicado el estado inicial de presiones y luego el estado de presión uniforme mediante el algoritmo de Riks, se obtiene la deformada del cilindro para los distintos tipos de cavidades. En la Figura 4a y 4b se muestra la deformada del cilindro para los casos de una cavidad rígida y en una cavidad flexible activa.

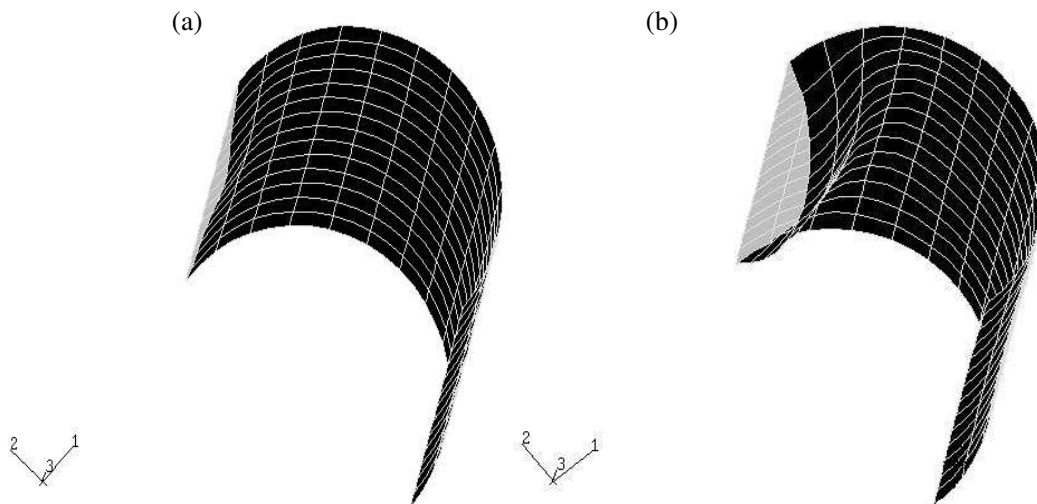


Figura 4: Vistas de deformadas para el cilindro (a) en una cavidad rígida y (b) en una cavidad deformable.

Nótese que la máxima deflexión está ubicada en la parte media del cilindro y la zona de mayor deformación está ubicada en la generatriz donde se definió la imperfección. La forma que toma la deformada del cilindro para los distintos modelos está influenciada por las condiciones de borde de la cáscara, por el tipo de cavidad, y por la forma en que se aplica la

presión lateral. Cuando se deforma el cilindro en la cavidad rígida este se despegue de las paredes de la cavidad y concentra la máxima deformación en la zona de la imperfección de la sección media. La deformación del cilindro en la cavidad flexible no llega a despegarse del todo; siempre quedan tensiones de contacto entre las paredes de la cavidad y el cilindro debido a que en todo momento la cavidad se está deformando y constantemente el cilindro hace pie en las paredes de la cavidad.

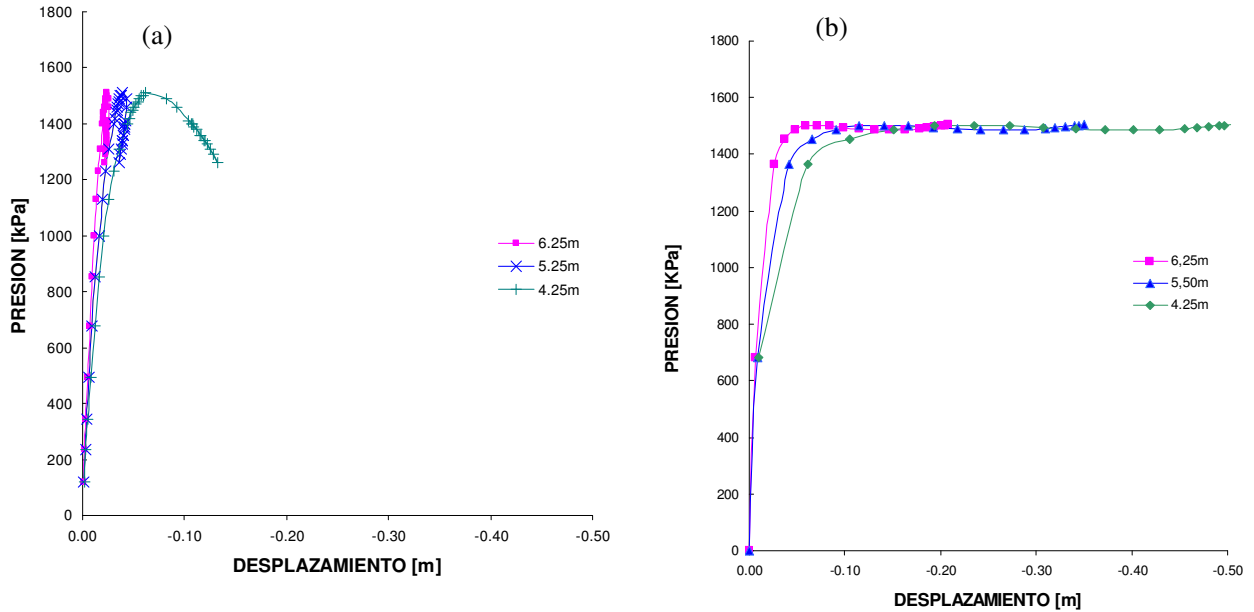


Figura 5: (a) Trayectorias de equilibrio para puntos ubicados en la zona de imperfección y a distintas altura del cilindro en una cavidad rígida, (b) idem para el cilindro en una cavidad flexible.

Siguiendo los desplazamientos de algunos puntos ubicados en la generatriz imperfecta a medida que se incrementa la presión lateral por el algoritmo de Riks se obtienen las trayectorias de equilibrio. En la Figura 5a se muestran trayectorias de equilibrio de nudos ubicados en la zona de imperfección y en distintas alturas del cilindro en cavidad rígida y en la Figura 5b para el cilindro en una cavidad flexible activa. La respuesta del modelo en la cavidad rígida se manifiesta a través de trayectorias inestables que presentan un valor pico de la presión lateral. La respuesta del cilindro en la cavidad flexible activa casi no presenta inestabilidad y a mayores deformaciones alcanza estabilidad después de un plafón pronunciado.

5 RESPUESTAS DE UN ANILLO EN UNA CAVIDAD RIGIDA Y EN UNA CAVIDAD FLEXIBLE PASIVA Y ACTIVA

Definida la sección del anillo se estudia a continuación la respuesta a presión uniforme en distintas cavidades.

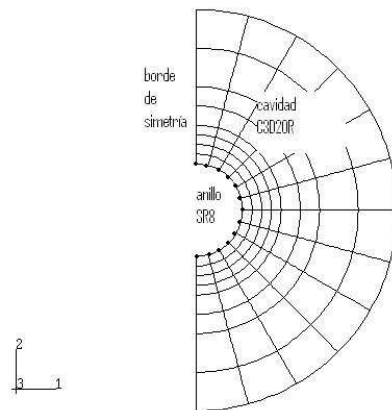


Figura 6: Malla de elementos finitos del anillo.

La imperfección se modela con 3 elementos de láminas de ocho nudos SR8, y el resto de la geometría del anillo con 21 elementos de láminas de ocho nudos^{9,10} y se considera medio anillo por condiciones de simetría, Figura 6. Para modelar la cavidad rígida se utiliza una superficie maestra rígida y para modelar la cavidad flexible se usan 96 elementos sólidos de 20 nudos C3D20R y la superficie maestra se define con los elementos adyacentes a las paredes del anillo. El material de la cavidad es lineal elástico y se considera no linealidad geométrica. Las condiciones de borde son condiciones de simetría en ambos extremos del anillo. El análisis determina la respuesta del anillo a presión exterior uniforme en tres tipos de cavidades y se siguen las trayectorias de equilibrio para distintas imperfecciones del lóbulo.

El primer modelo el anillo en una cavidad rígida y en la Figura 7a se muestran las trayectorias de equilibrio. En el eje horizontal se representan los desplazamientos en metros y en el eje vertical las presiones en KPa. En la Figura 7b se muestra la respuesta del anillo en una cavidad flexible para distintos valores de imperfecciones. Cada trayectoria corresponde a un valor de la amplitud Δ_0 .

En estos dos casos la presión exterior se aplica en la cara del anillo y la cavidad espera en forma pasiva. Este efecto es muy similar al que le haría una presión de vacío en las paredes del anillo. En el eje horizontal se representan los desplazamientos en metros y en el eje vertical las presiones en KPa.

En la Figura 7c se muestran las trayectorias de equilibrio del anillo anterior, pero en una cavidad flexible aplicando la presión en el borde exterior de la cavidad y no sobre el anillo. Cada trayectoria de equilibrio en la figura corresponde a distintos valores de imperfección.

Comparando la respuesta de los distintos modelos presentados se observa que las trayectorias son en todos los casos inestables y presentan un valor de presión límite. La respuesta del anillo en la cavidad rígida tiende a formar picos más altos a menor amplitud de la imperfección. Por lo contrario, en las trayectorias para un anillo en una cavidad flexible los picos son menos pronunciados y tienden a achatarse y a formar un plafón.

Si se comparan las trayectorias para los primeros dos modelos, Figura 7a y 7b, a medida que la amplitud de la imperfección Δ_0 es más pequeña se obtienen mayores valores en la presión límite. Comparando las presiones límites de la respuesta de los modelos queda claro

que los valores para el caso del anillo en la cavidad rígida es el caso límite del modelo en la cavidad flexible en condiciones pasivas. En otras palabras, si al modelo del anillo en la cavidad flexible pasiva se aumenta la rigidez de la cavidad hasta hacerla infinitamente rígida, se obtendría la respuesta del anillo en una cavidad rígida.

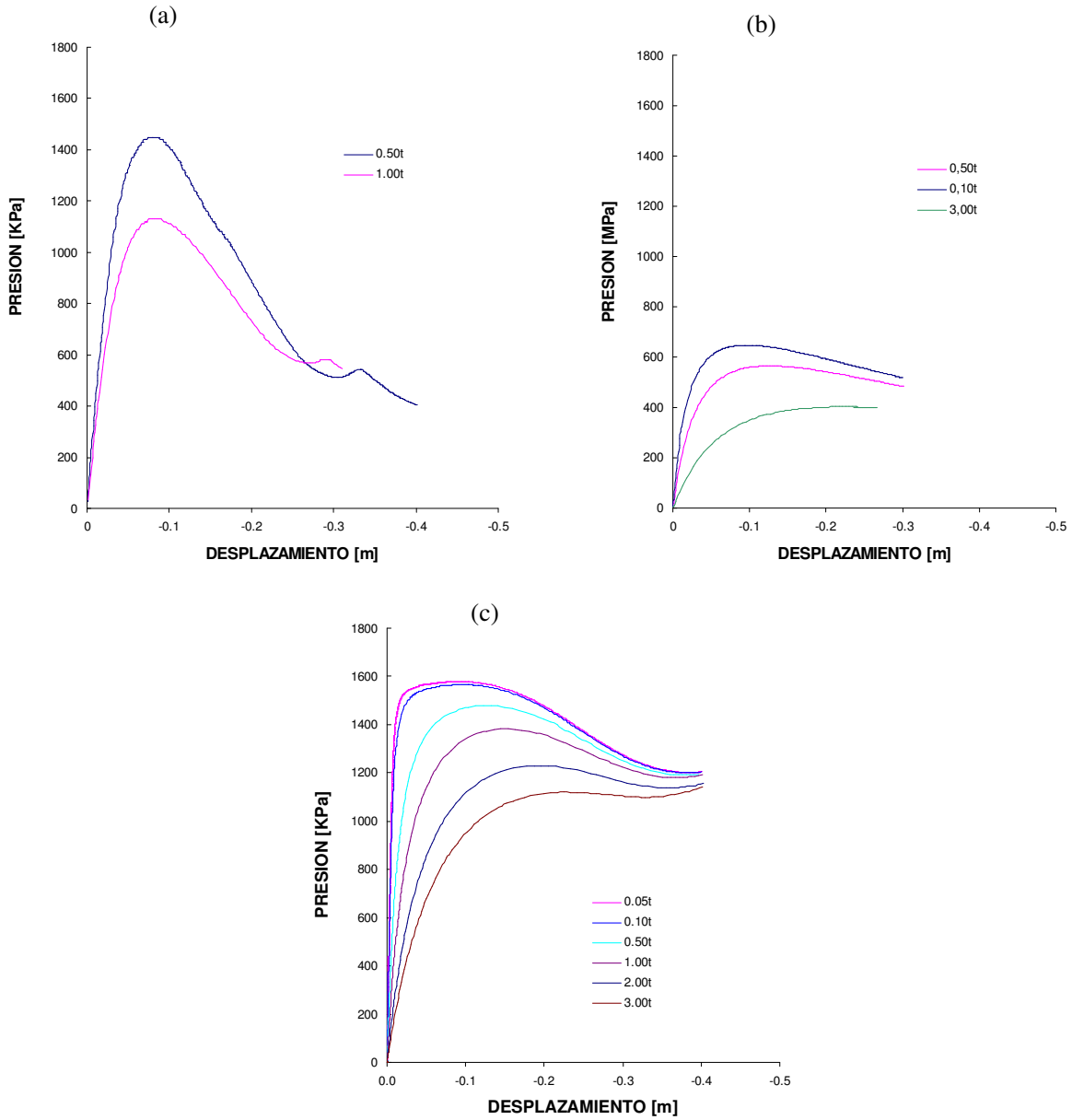


Figura 7: Trayectorias de equilibrio de una anillo con $t/R=0.028$, considerando (a) en una cavidad rígida, (b) en una cavidad flexible pasiva, y (c) en una cavidad flexible activa.

La respuesta del anillo en la cavidad flexible activa, Figura 7c, es un caso de interacción entre la cavidad y el anillo. Al deformarse la cavidad, ésta presiona sobre el anillo el cual se deforma pero también el efecto de esta deformación genera presiones sobre la cavidad y se produce una interacción de ambas partes. La respuesta del modelo se manifiesta en las trayectorias de equilibrio que tienden a formar plafones más pronunciados a medida que la amplitud de la imperfección es más pequeña y esto se refleja en la presión límite que no tiende a crecer indefinidamente para valores muy pequeños de la amplitud de imperfección.

Puede notarse en todos los modelos que las trayectorias tienden a ser menos inestables a medida que la amplitud de la imperfección es mayor. Por ejemplo, para un valor de $\Delta_o = 3t$ los picos de las trayectorias prácticamente desaparecen y la respuesta se vuelve estable.

Si se comparan las trayectorias de equilibrio para el modelo del anillo, Figura 7a, y del cilindro, Figura 5a, ambos en la cavidad rígida, se puede observar que la respuesta es muy similar para algunos puntos del cilindro. No sucede lo mismo para el caso del anillo y del cilindro en la cavidad flexible activa. Nótese que las trayectorias del anillo en este último caso presentan también un plafón de presión máxima pero luego decaen perdiendo rigidez y mostrando un comportamiento inestable. Sin embargo, ambos modelos alcanzan valores similares de presión máxima para el mismo orden de deformación. Una observación similar puede hacerse para los modelos de cavidad rígida. En base a estos resultados se considera que un cilindro en una cavidad flexible pasiva tendrá una respuesta muy similar a la del modelo de anillo en el mismo tipo de cavidad. Estos resultados muestran que es posible usar un modelo de anillo para distintos tipos de cavidades y poder predecir la respuesta por lo menos hasta la presión pico y realizar diseños de cilindros enterrados con un modelo simple como el de un anillo.

Si además de seguir las trayectorias se compara las deformadas de la sección transversal de los modelos de anillo con los modelos de cilindro en las respectivas cavidades se aprecia que prácticamente no hay diferencias. En la Figura 8a y 8b se muestra la deformada del cilindro y la del anillo para la presión crítica en la cavidad rígida. Ambos modelos se despegan de la cavidad en la zona de la imperfección. Nótese que la pared del anillo y la del cilindro no penetran en la cavidad rígida. En la Figura 8c y 8d se muestra la deformada del cilindro y la del anillo en la cavidad flexible activa. La deformación se concentra en las cercanías de la imperfección formando un lóbulo que se introduce y presiona sobre la cavidad aumentando las presiones de contacto y sobre el extremo de simetría, se relaja y tiende a despegarse de la cavidad.

Los momentos flectores a lo largo del perímetro de la sección para los distintos modelos se muestran en la Figura 9. Los momentos flectores corresponden al valor de la presión lateral precrítica, crítica, y poscrítica. La presión precrítica y poscrítica corresponden en todos los casos mostrados a una deflexión del anillo de 5 y 20m centímetros respectivamente. Para los modelos del cilindro se muestran los momentos flectores a distintas profundidades de la sección para la presión lateral crítica.

En la Figura 9a y 9b se muestran los momentos para el modelo del cilindro y del anillo en la cavidad rígida. Nótese que la distribución de momentos y la magnitud correspondiente a la presión crítica es similar para ambos modelos y los momentos flectores están sobre la parte de

la sección próxima al lóbulo donde se concentran las deformaciones, mientras que en el resto de la sección para ambos modelos los momentos son prácticamente nulos.

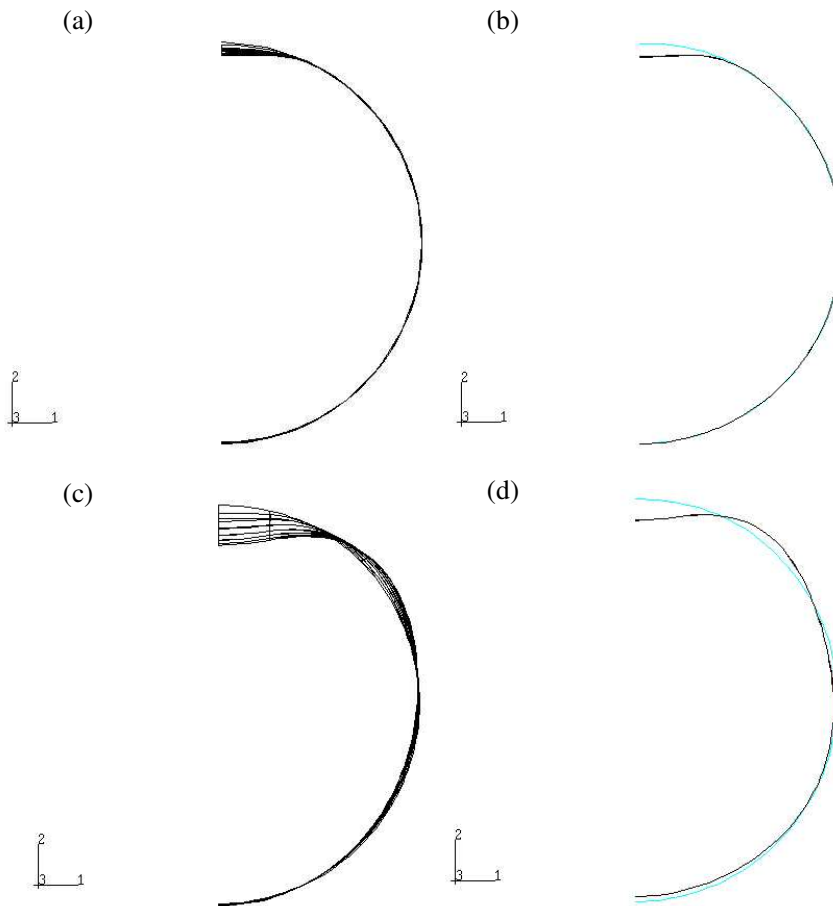


Figura 8: Deformadas de las secciones transversales para (a) cilindro en cavidad rígida, (b) anillo en cavidad rígida, (c) cilindro en cavidad flexible activa, y (d) anillo en cavidad flexible activa.

En la Figura 9c y 9d se comparan los momentos del modelo del cilindro y la del anillo respectivamente para el caso de cavidad flexible activa. La distribución de momentos flectores en ambos modelos es similar pero existen diferencias en la magnitud. Los momentos flectores en el modelo del cilindro cambia de acuerdo a la profundidad que se considere la sección. A la vista de los resultados los modelos del anillo y cilindro en cavidades rígida y flexible pasiva muestran un comportamiento similar en las trayectorias, deformaciones, y distribución de momentos, con lo cual es posible usar un modelo de anillo para poder predecir la respuesta. Los modelos de cilindro y anillo en cavidades flexibles activa muestran comportamiento parecidos en las trayectorias de equilibrio por lo menos hasta la presión crítica. Las deformadas de la sección de ambos modelos son similares y los momentos flectores tienen una distribución parecida pero hay diferencias en la magnitud entre un modelo y otro. Sin embargo, un modelo simple de anillo puede usarse para realizar un diseño preliminar de una boca de registro, y recurrir a un modelo más sofisticado en tres dimensiones cuando se

necesite hacer un diseño óptimo. A partir de estas observaciones se vuelve a retomar el modelo del anillo en las distintas cavidades y en el siguiente apartado se estudia la respuesta al pandeo a través de un estudio paramétrico.

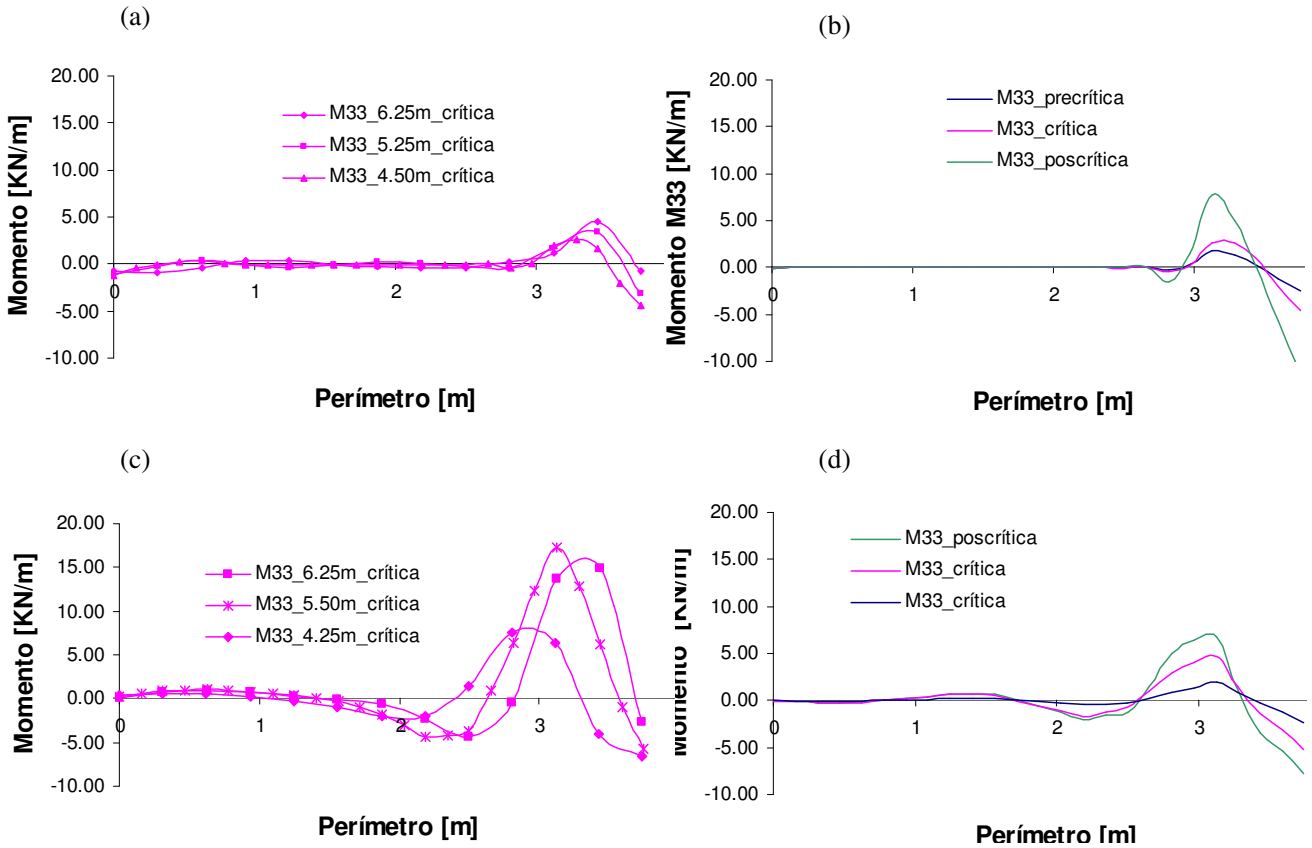


Figura 9: Momentos flectores en el anillo y cilindro para (a) cavidad rígida, (b) cavidad flexible activa.

6 ESTUDIO PARAMETRICO

El estudio paramétrico se hace considerando tres variables. En primero lugar se hace variar las imperfecciones a través de sus dos parámetros, la amplitud, Δ_o , y el ángulo inicial, θ_o . En segundo lugar se hace variar el espesor del anillo a través de distintas rigideces de forma, y finalmente se hace variar en los modelos de anillo en cavidad flexible el módulo elástico de la cavidad.

En la Figura 10a se muestra las curvas de sensibilidad para el modelo del anillo en la cavidad rígida. En el eje horizontal se representa la relación de la amplitud de la imperfección sobre el radio, Δ_o / R , y en el eje vertical las relación de presión límite sobre la presión crítica de un anillo libre¹¹, P_{lim} / P_{crit} . Nótese que a medida que la amplitud se hace más pequeña, la presión límite aumenta y tiende a ser asintótica. Para un valor de $\Delta_o / R \approx 0.01$ hasta $\Delta_o / R \approx 0.12$ la presión límite decae un 60%, lo cual muestra que la respuesta del anillo en

cavidad rígida es sensible a las imperfecciones. En el mismo gráfico se muestra como cambia la respuesta para distintos valores del ángulo inicial, θ_o y su influencia no es tan significativa como lo es la amplitud inicial, Δ_o .

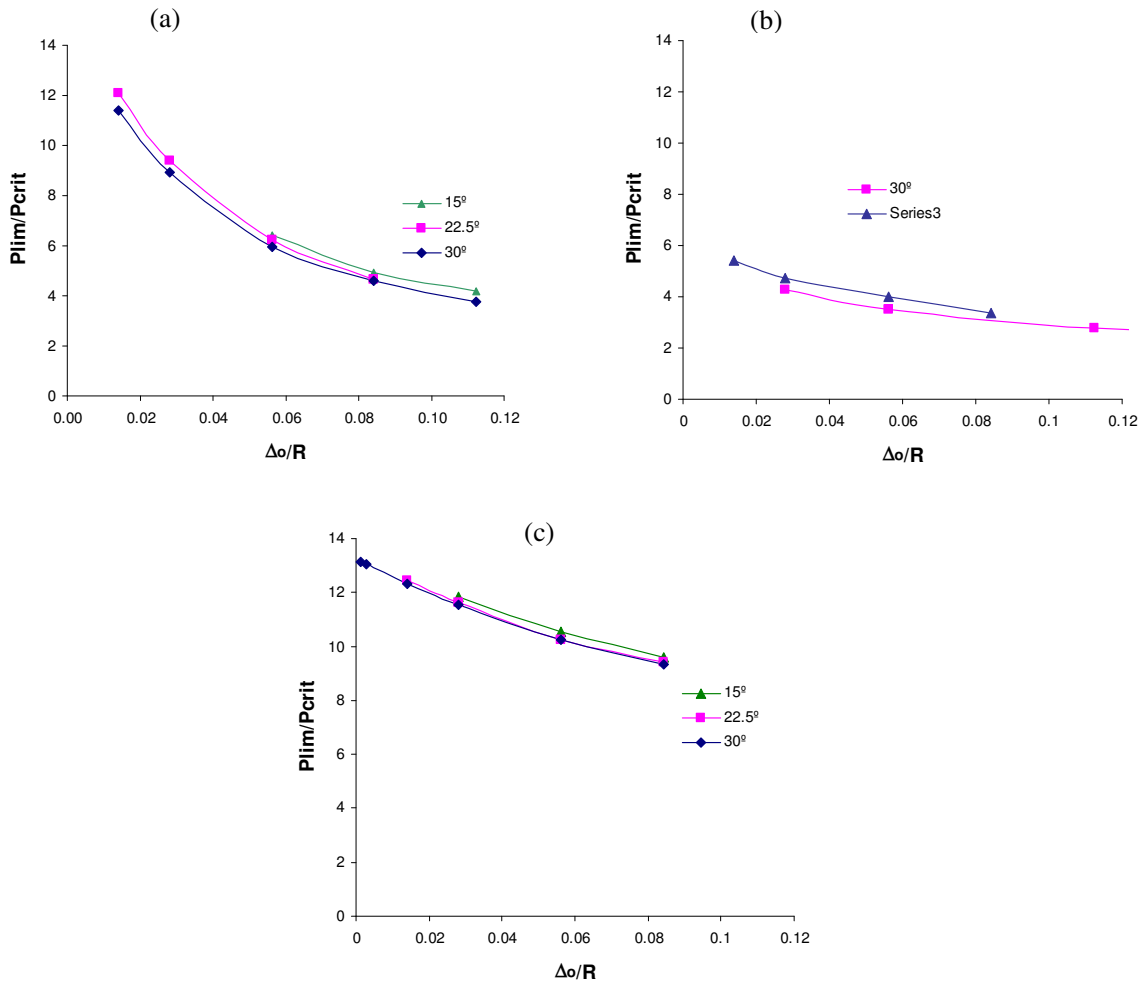


Figura 10: Influencia de la extensión de la zona de imperfección (a) en una cavidad rígida, (b) en una cavidad flexible pasiva, y (c) en una cavidad flexible activa.

En la Figura 10b se muestra la curva de sensibilidad del anillo en la cavidad flexible pasiva. Puede observarse que la sensibilidad a la amplitud inicial, Δ_o cambia en un 18% al pasar de una relación $\Delta_o/R \approx 0.01$ a $\Delta_o/R \approx 0.12$. La sensibilidad es menor que el caso anterior. La influencia del ángulo inicial θ_o es muy baja.

En la Figura 10c se muestra la curva de sensibilidad para el anillo en la cavidad flexible activa. Es necesario recordar que la presión límite es el valor de la presión aplicada en el borde exterior del dominio y la presión crítica es la presión aplicada en la cara del anillo libre. Puede observarse en la figura que la influencia del ángulo θ_o no es tan significativa como lo

es la amplitud Δ_o . En efecto, la influencia de la amplitud inicial Δ_o en la respuesta del anillo decae en un 25% aproximadamente, desde un anillo poco imperfecto hasta relaciones de $\Delta_o/R \approx 0.12$ que es aproximadamente $\Delta_o = 4t$, donde la curva de sensibilidad se hace constante. Como se observa en las trayectorias de equilibrio aparentemente no se alcanzan valores asintóticos para imperfecciones pequeñas. Prácticamente se está tocando el eje vertical para un valor de $P_{lim}/P_{crit} = 13.5$. Esto puede ser debido a la presencia de un plafón muy marcado para pequeñas imperfecciones.

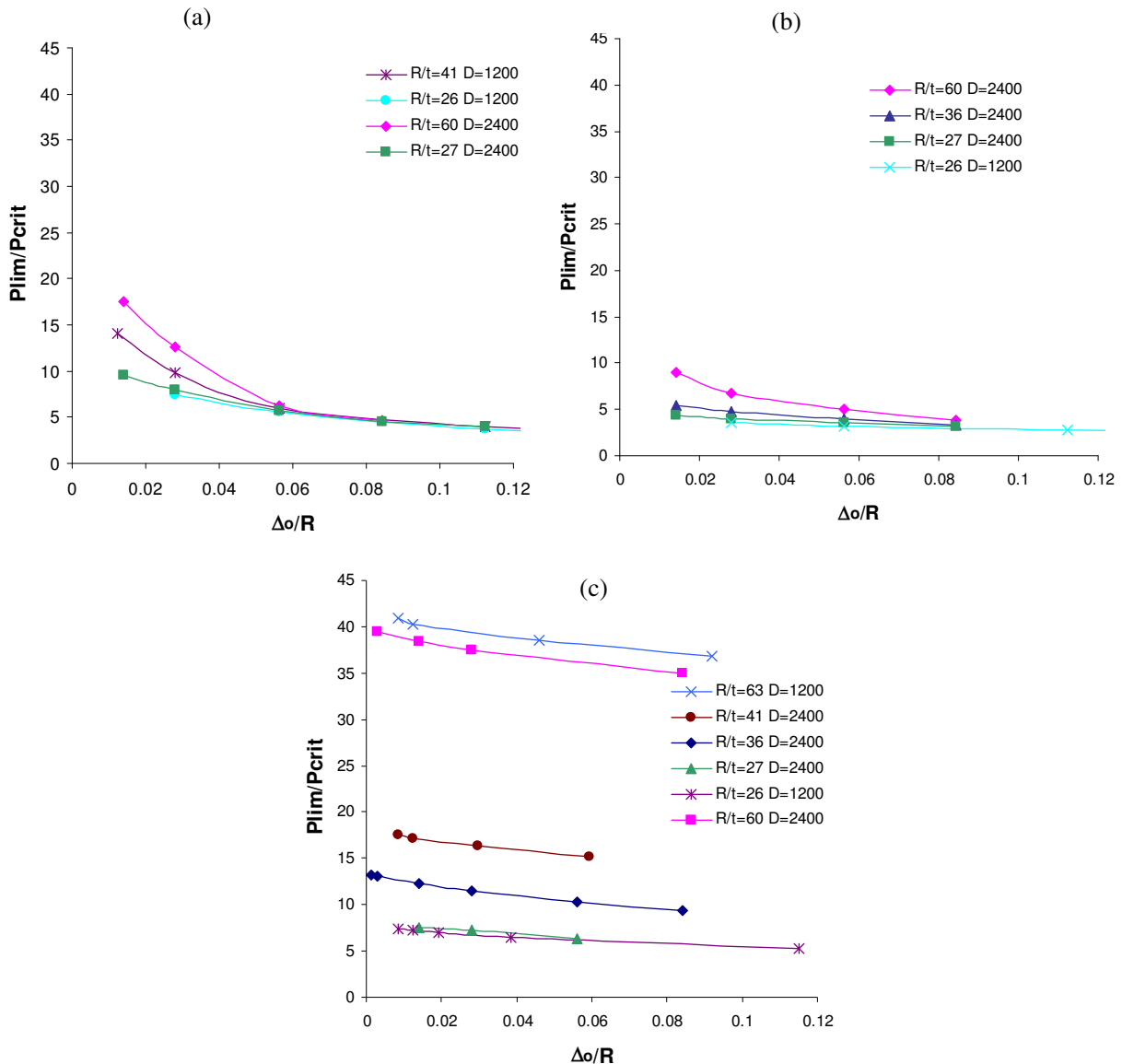


Figura 11: Influencia de la esbeltez del anillo R/t en (a) cavidad rígida, (b) cavidad flexible pasiva, y (c) cavidad flexible activa.

Como segundo parámetro de análisis se hace variar espesor y diámetro del anillo. Al cambiar el espesor se cambia la rigidez de forma, EI/D^3 . En cuanto a la sección de diseño se adopta la sección tipo mostrada en la Figura 1 y se hace variar los espesores de cada capa. A su vez se eligen dos diámetros posibles de diseño con los siguientes valores 2.40 y 1.20 metros. Definidos los espesores y diámetros de diseño se grafican para los distintos modelos de anillo las curvas de sensibilidad. En la Figura 11a se muestran los resultados del anillo en la cavidad rígida. Nótese que para una relación de $\Delta_o/R \approx 0.06$ la presión límite es independiente de la relación R/t .

En la Figura 11b se muestra las curvas de sensibilidad del anillo en la cavidad flexible pasiva. Para un valor de $\Delta_o/R \approx 0.10$ las curvas de sensibilidad se hacen independientes de la relación R/t .

En la Figura 11c se muestra las curvas sensibilidad del anillo en la cavidad flexible activa. Nótese que las curvas son prácticamente paralelas fuertemente dependientes de la relación R/t . Es posible obtener a partir de estas curvas adimensionales y para un módulo elástico de la cavidad, las presiones límites para cualquier relación R/t .

Como último parámetro de estudio se hace variar el módulo elástico de la cavidad de los modelos del anillo en cavidad flexible. En la Figura 12a se muestran las curvas para el modelo del anillo en la cavidad flexible activa. La respuesta tiene una fuerte dependencia del módulo elástico adoptado. En la Figura 12b se muestran las curvas para el modelo del anillo en la cavidad flexible pasiva. La respuesta es menos sensible al valor del módulo elástico y se observa que para una relación de $\Delta_o/R \approx 0.12$ la respuesta del anillo es casi independiente del valor de módulo elástico.

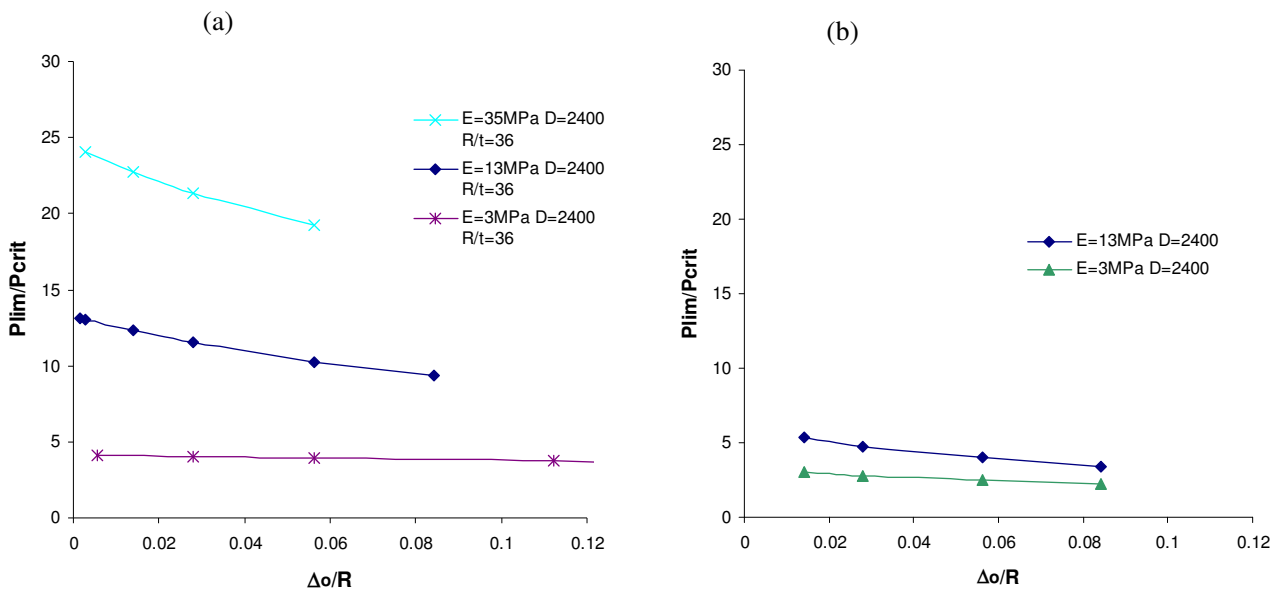


Figura 12: Influencia del módulo elástico del suelo en, (a) cavidad activa, (b) cavidad pasiva, para la esbeltez $R/t=36$, y módulos elásticos de $E=3, 13$, y 35 MPa.

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron inicialmente modelos de anillo en distintos tipos de cavidades. Cuando la cavidad es rígida la presión uniforme es aplicada en la cara del anillo por lo tanto, el comportamiento es pasivo, esto es, el anillo se deforma por acción de una presión uniforme exterior y la cavidad rígida espera la deformación del anillo. Un segundo modelo es la del anillo en una cavidad flexible pasiva, donde la presión se aplica en la cara del anillo. Y el último modelo del anillo es en una cavidad flexible activa, esto es, la cavidad elástica se deforma y actúa sobre el anillo. Estos resultados se comparan con los modelos de cilindro. Se realiza un estudio paramétrico y se obtienen curvas de sensibilidad para los distintos modelos.

En base a los resultados obtenidos se obtiene la conclusión general: que la respuesta de un cilindro vertical enterrado sometido a presiones lateral puede ser obtenida a través de un modelo de anillo.

A partir de esta conclusión se obtiene las siguientes conclusiones particulares sobre la respuesta de un anillo:

(a) Para los modelos del anillo en las distintas cavidades las trayectorias de equilibrio muestran un comportamiento del tipo inestable. La zona donde se alcanzan las mayores presiones P_{lim} varía de un modelo a otro. En el anillo en la cavidad rígida se caracteriza por un pico pronunciado a medida que la amplitud de la imperfección Δ_o es menor. En el modelo del anillo en la cavidad flexible pasiva las mayores presiones P_{lim} se caracterizan por un pico suave y en el modelo de cavidad activa se caracteriza por un plafón. En otras palabras, si la cavidad es flexible se producen plafones en las trayectorias y si la cavidad se mueve siguiendo la deformación del anillo los plafones son más pronunciados.

(b) El efecto de la amplitud inicial Δ_o en la respuesta del anillo depende del modelo analizado. Para imperfecciones pequeñas hasta una relación de $\Delta_o / R \approx 0.12$ en la cavidad rígida decae en un 60% aproximadamente. En el modelo del anillo en la cavidad flexible pasiva la respuesta decae en un 18% y en la cavidad flexible activa la respuesta decae en un 25%. En las curvas de sensibilidad de todos los modelos, el efecto del ángulo inicial θ_o es de poca importancia. Las cavidades rígidas son más sensibles a las imperfecciones que las cavidades flexibles.

(c) El efecto de la relación R/t sobre la respuesta del anillo muestra que para el anillo en la cavidad rígida la respuesta se hace independiente de la relación R/t para una relación $\Delta_o / R \approx 0.06$. Para el modelo en la cavidad flexible pasiva la respuesta se hace independiente para una relación $\Delta_o / R \approx 0.10$. Para el modelo del anillo en la cavidad flexible activa la respuesta es fuertemente dependiente de la relación R/t debido a que la deformación del medio elástico de la cavidad depende de la rigidez del anillo.

(d) El efecto del módulo elástico en la respuesta del anillo en la cavidad flexible activa es importante. Las deflexiones y esfuerzos en el anillo dependen fundamentalmente de la rigidez relativa entre el anillo y la cavidad.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible a través de la beca especial de investigación de la Agencia Córdoba Ciencia otorgada a Carlos Estrada. La investigación fue subsidiada por la Agencia Córdoba Ciencia y CONICET.

REFERENCIAS

- [1] Watkins R.K, Anderson L.R., *Structural Mechanics of Buried Pipes*, CRC Press, New York, USA, (1999).
- [2] AWWA M45, American Water Works Association, *Fiberglass Pipe Design*, USA, (1996).
- [3] J. C. Boot, *Elastic buckling of cylindrical pipe linings with small imperfections subject to external pressure*, Trenchless Technol. Res. Vol. 12, Nos 1-2, pp. 3-15, (1998).
- [4] Hibbitt, Karlsson, Sorensen, *ABAQUS 5.7*, USA, (1998).
- [5] Riks E., *An incremental approach to the solution of Snaping and Buckling Problems*. Int. J. Solids & Structures, 15, pp. 529-551, (1979).
- [6] L. Hillaway, *Polymer composites for Civil and Estructural Engineering*, Chapman Hall, Great Britain, (1993).
- [7] Anthony Kelly, *composites Materials*, Pergamon, UK, (1986).
- [8] T. W. Lambe, R.V. Whitman, *Mecánica de Suelos*, Limusa, México D. F., (1996).
- [9] K. El-Sawy, I. D. Moore, *Parametric study for Buckling of Liners: Effect of Liner Geometry and Imperfections*, Pipelines Div., Boston, pp. 416-23, (1997).
- [10] I. D. Moore, K. El-Sawy, *Buckling Strenght of Polymer Liners Used in Sewer Rehabilitation*, Transportation Research Board, Washington D. C., (1996).
- [11] S.P. Timoshenko and J.M. Gere, *The theory of elastic stability*, McGraw-Hill, USA, (1965).