

ANALISIS DE PUENTES DE SECCION CAJON DE PARED DELGADA
MEDIANTE UN MICROCOMPUTADOR

Gilberto Leiva	Profesor Depto. Obras Civiles, Facultad de Ingeniería, Universidad Técnica Federico Santa María.
Patricio Bonelli	Profesor Depto. Obras Civiles, Facultad de Ingeniería, Universidad Técnica Federico Santa María.
Roberto Méndez	Ingeniero Civil , Universidad Técnica Federico Santa María.

RESUMEN

Se presenta un sistema computacional escrito para ser utilizado en un microcomputador IBM-PC que permite analizar vigas de sección cajón de pared delgada, considerando efectos como: flexión, corte, torsión y efectos secundarios como alabeo torsional y distorsional, deformaciones por corte en las alas, y la influencia de la flexión transversal en la losa, especialmente en el caso de cargas concentradas. Los resultados se comparan con los obtenidos por el método de fajas finitas. Se entregan algunas recomendaciones.

ABSTRACT

A computer code to analyze thin-walled beams of box section through a IBM-PC micro-processor is presented. Effects as bending, shear, torsion, torsional and distorsional warping, shear lag and transversal bending in the deck are considered.

Results are compared with the finite strip method. Recommendations are presented.

1. INTRODUCCION.

Los puentes de sección cajón son estructuras constituidas básicamente por vigas de sección hueca, de pared delgada, formadas por un arreglo tridimensional de elementos placa, los cuales presentan propiedades de rigidez a la flexión y en su plano.

Si el número de diafragmas de rigidez transversal es insuficiente, por efectos de las cargas actuantes, la sección se deforma en su plano. En el análisis de esfuerzos se deben considerar los siguientes efectos estructurales: comportamiento de viga simple, descrito por las ecuaciones de Navier (flexión), Jourawski (corte) y Saint Venant (torsión), [1,2]; alabeo torsional, descrito por el método desarrollado originalmente por Vlasov [3], distorsión de la sección, explicado por la analogía de la viga sobre fundación elástica, método desarrollado por Wright, Abdel Samal y Robinson [4], corte en los planos de las alas, efecto que modifica las tensiones longitudinales, descrito mediante el método presentado por Reissner [5], y efectos de flexión transversal en las alas para cargas actuantes en zonas aparte de las almas, [6].

Se trata de proporcionar al ingeniero una herramienta de fácil acceso y rápida ejecución que permita un análisis interactivo con fines de prediseño de este tipo de estructuras. Para un análisis más riguroso, se debe recurrir a métodos más refinados, tales como fajas finitas [7] o elementos finitos [8].

Este trabajo se refiere solamente a la respuesta elástica de puentes de sección cajón constante, de pared delgada, rectangular, de una celda y con voladizos laterales, sometidos a cargas estáticas. No se consideran efectos dinámicos, no lineales, térmicos, de pretensado y problemas de inestabilidad.

2. METODOS DE ANALISIS.

Los métodos presentados a continuación son aplicables a vigas de sección cajón de pared delgada, sección constante y eje recto (fig.1).

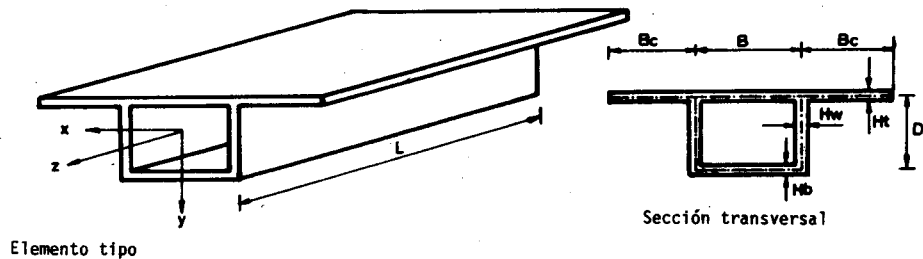


Fig. 1 Viga de sección cajón.

2.1. Comportamiento de viga de sección indeformable.

La teoría general de análisis de este tipo de elementos fue desarrollada por Vlasov [3]. Las hipótesis fundamentales corresponden a la suposición de sección indeformable en su plano y a deformación nula por corte en las paredes de la viga. Como resultado de este análisis, se obtiene los efectos que se describen a continuación:

Flexión : Corresponde a la teoría de flexión de vigas. Los esfuerzos que se originan corresponden a esfuerzos axial longitudinal (Navier) y esfuerzo de corte en el plano de la sección (Jourawski), cuyas expresiones son:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y \quad (1)$$

$$\tau = - \frac{Q_y S_x}{h I_x} \quad (2)$$

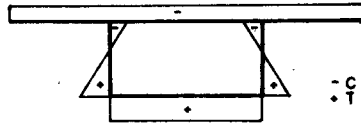


Fig.2 Distribución de esfuerzo normal en una sección sometida a momento flector positivo.

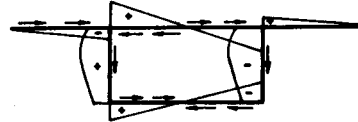


Fig. 3 Distribución del esfuerzo de corte en una sección sometida a fuerza cortante positivo.

Torsión de Saint Venant: Corresponde a la teoría de torsión pura de Saint Venant, en la cual se supone que no existe restricción al alabeo de la sección. Se originan entonces esfuerzos de corte en el plano de la sección, los que pueden ser considerados constantes en el espesor de la pared, dados según la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{T_{sv}}{2h A_c} \quad (3)$$

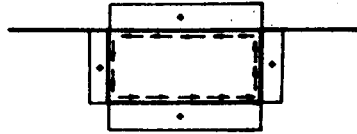


Fig. 4 Distribución del esfuerzo de corte de Saint Venant para una sección sometida a un momento torsor positivo.

Efecto de Alabeo Torsional: Corresponde a la teoría desarrollada originalmente por Vlasov [3] y complementada por Kollbrunner y Basler [9]. Bajo los efectos de una carga torsional, la sección rota en forma rígida en torno a su centro de corte, produciéndose desplazamientos de puntos de la sección fuera de su plano, los que se conocen como

desplazamientos de alabeo torsional. En los puntos donde este alabeo es restringido se originan esfuerzos axiales longitudinales, los que dan lugar a esfuerzos de corte en el plano de la sección, dados según las siguientes expresiones:

$$\sigma = \frac{M\omega}{I\omega} \omega \quad (4)$$

$$\tau = -\frac{T}{h} \frac{\omega}{I\omega} S \quad (5)$$

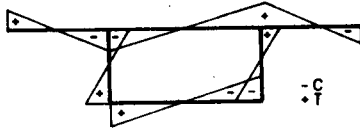


Fig. 5 Distribución del esfuerzo normal longitudinal de alabeo torsional en una sección sometida a un momento de torsor positivo.



Fig. 6 Distribución del esfuerzo de corte de alabeo torsional en una sección sometida a un momento torsor positivo.

De la distribución de esfuerzos de corte de alabeo torsional se tiene como resultante un momento torsor, de igual forma que con los esfuerzos de corte de torsión pura de Saint Venant. El momento torsor interno en la sección es la superposición de ambos, y debe ser igual al momento torsor externo. Ambos momentos internos pueden expresarse en función de las derivadas de la función que representa el giro de las secciones del elemento. La condición de equilibrio planteada lleva entonces a una ecuación diferencial para este giro.

$$E I_{\omega} \gamma^{IV} - GK \gamma'' = m \quad (6)$$

La solución de esta ecuación permite obtener las fracciones del momento torsor aplicado que son resistidas por el efecto de torsión pura y por el efecto de torsión por alabeo a lo largo del eje del elemento.

2.2. Efectos de distorsión de la sección.

En general, las secciones de una viga cajón de pared delgada desprovista de diafragmas transversales, sufrirán distorsiones en su forma por efecto de las cargas actuantes. Un estado de cargas cualquiera es representado por la superposición de uno simétrico y otro antisimétrico, analizándose ambos casos por separado (fig. 7 y 8).

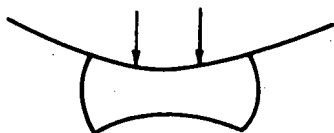


Fig. 7 Deformación de una sección sometida a un estado de cargas simétricas.

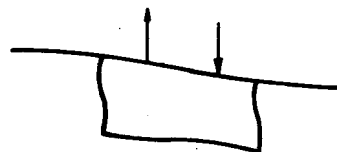


Fig. 8 Deformación de una sección sometida a un estado de cargas antisimétricas.

Efecto de Alabeo Distorsional : el caso de distorsión de la sección producida por cargas antisimétricas aplicadas en el eje de las almas, puede ser analizado por el método de la analogía de la viga sobre apoyo elástico (BEF) [4]. Este método supone que las losas superior e inferior, por su rigidez a la flexión transversal, se comportan como un apoyo elástico continuo para las almas. Permite determinar las distribuciones de esfuerzos axiales y de corte en la sección y de momento flector transversal en las paredes de ésta producido por el descenso diferencial de las almas.

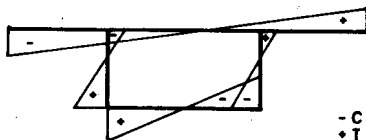
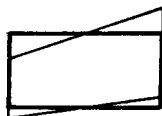


Fig. 9 Distribución del esfuerzo normal longitudinal de alabeo distorsional en una sección sometida a un momento torsor positivo.



Fig. 10 Distribución del esfuerzo de corte de alabeo distorsional en una sección sometida a un momento torsor positivo.

Efecto de flexión transversal en las paredes de la sección: el método BEF sólo permite determinar la flexión transversal originada por el descenso diferencial de las almas para cargas antisimétricas actuando sobre ellas. Es necesario considerar además, el efecto de las cargas que actúan directamente sobre las losas. Para esto se realiza el análisis como marco plano de un trozo de viga de largo unitario, sometido a las cargas externas y apoyado a nivel de las almas, de tal forma que no ocurra descenso diferencial entre ellas.



Efecto distorsión

Fig. 11 Distribución del momento flector transversal en las losas de la sección.

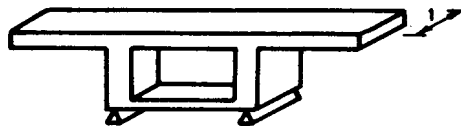


Fig. 12 Marco de espesor unitario considerado en el análisis de flexión transversal para el caso de cargas simétricas.

2.3. Deformación por corte en los planos de las losas. (Shear Lag).

En el análisis de flexión se ha supuesto que no existen deformaciones por corte en los planos de las alas. Sin embargo, dadas las características geométricas de estos elementos, estas deformaciones pueden ser significativas. En los puntos cercanos a las almas, donde estas deformaciones están restringidas, se originan esfuerzos axiales longitudinales que se superponen a los obtenidos del análisis de flexión. Lo contrario ocurre en puntos más alejados.

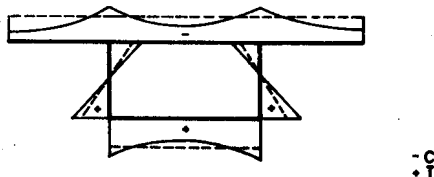


Fig.13 Distribución de esfuerzos normales longitudinales.

Un método para la determinación de estos esfuerzos fue propuesto por Reissner [5] y complementado por Kuzmanovic y Graham [10] para secciones cajón con voladizos.

3. SISTEMA COMPUTACIONAL.

A continuación se exponen las principales características del sistema computacional, escrito en base a la teoría presentada anteriormente, el cual permite analizar vigas de sección cajón de pared delgada sometidas a distintos tipos de cargas verticales.

3.1. Organización.

El sistema computacional está estructurado en base a dos subsistemas, los cuales constan de una serie de programas que se ejecutan en forma independiente. Ello permite un uso racional de los recursos de tiempo y de capacidad de memoria principal del microcomputador.

Dentro de cada sub-sistema se identifican tres etapas: la primera, constituida por programas de pre-proceso de carácter interactivo, una segunda en la que se ejecutan programas de proceso, cada una de las cuales realiza el análisis de un efecto particular, y finalmente una tercera, constituida por programas de post-proceso los que entregan los resultados finales de la ejecución de cada sub-sistema.

3.2. Sub-Sistema 1 : Análisis de efectos estructurales principales.

En la fig. 14 se muestra el diagrama de flujo de este sub-sistema. Los programas permiten calcular las tensiones axiales y de corte provenientes del comportamiento de una viga de sección indeformable y del efecto de distorsión de la sección.

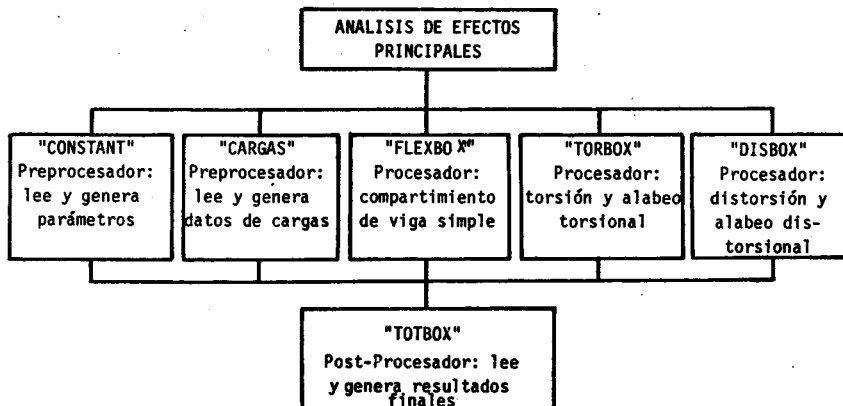


Fig. 14 Diagrama de flujo de los componentes del análisis de efectos principales.

Etapa de pre-proceso:

"CONSTANT" : Ingreso de las características geométricas de la sección cajón y las propiedades del material. Cálculo de las constantes geométricas (centroide, área, momentos de inercia y estáticos, etc) de la sección y los parámetros de los efectos a analizar.

"CARGAS" : Ingreso de estados de carga y sus combinaciones, tipo y ubicación de las cargas y secciones de la viga donde se desean los resultados.

Los dos programas descritos anteriormente son de carácter interactivo y permiten una rápida y fácil verificación y corrección de los datos ingresados.

Etapa de proceso:

"FLEXBOX" : Análisis de flexión de vigas y de flexión longitudinal en las losas.

"TORBOX" : Análisis de torsión de Saint Venant y alabeo torsional.

"DISBOX" : Análisis del efecto de alabeo distorsional.

A partir de los archivos creados por los pre-procesadores, cada programa analiza en forma independiente los efectos estructurales mencionados y genera archivos de salida intermedios y finales. Los primeros sirven como entrada a los post-procesadores. Los segundos contienen los resultados finales de los esfuerzos para cada efecto analizado.

Etapa de post-proceso:

El post-procesador "TOTBOX" calcula la superposición de los efectos estructurales considerados en cada uno de los programa procesadores a partir de los archivos intermedios generados por estos últimos.

3.3. Sub-Sistema 2 : Análisis de flexión transversal.

Los programas de este subsistema permiten calcular los momentos flectores transversales en las losas de la viga. Se calculan por separado los momentos originados por el efecto de distorsión de la sección sometida a cargas en las almas (método BEP) y los efectos locales de cargas aplicadas sobre las losas.

La metodología de ejecución de los distintos programas es similar a la descrita en 3.2. En la fig. 15 se presenta el diagrama de flujo de este sub-sistema.

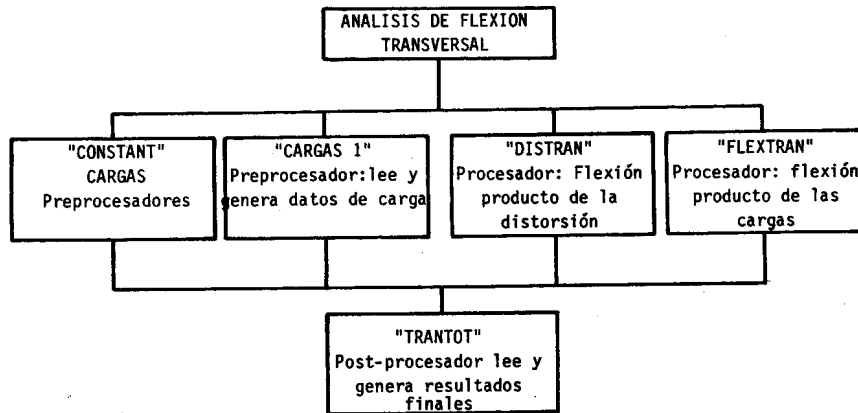


Fig. 15 Diagrama de flujo del análisis de flexión transversal.

4. RESULTADOS.

4.1. Efecto del corte en las alas.

Como se mencionó en el apartado 2.3., por efecto del corte en las alas o losas de la sección, la distribución de esfuerzo axial debida a flexión no es uniforme en las losas, presentando un máximo en la unión de la losa con el alma (fig. 13). Se define la "razón de ancho efectivo" como el cociente entre el esfuerzo axial obtenido según la ecuación de Navier y el valor máximo de este esfuerzo calculado considerando el efecto del corte en las alas.

Con el objeto de estudiar la importancia del efecto mencionado, se analizaron una serie de casos de vigas cajón de luces entre 20 y 60 m., sometidas a la acción de su propio peso. La distribución del esfuerzo axial longitudinal fue obtenida del análisis mediante el método de las fajas finitas. Se calculó la razón de ancho efectivo para la sección a la mitad de la luz, tanto para la losa superior como para la inferior. Las dimensiones en metros de las secciones de las vigas analizadas aparecen en la tabla 1 y los resultados obtenidos en las figuras 16 y 17

CASO	B	B _c	D	H _t	H _b	H _w
1	4.8	3.60	1.5	0.35	0.20	0.50
2	4.9	3.55	1.7	0.35	0.20	0.60
3	5.0	3.50	2.0	0.35	0.20	0.65
4	5.1	3.45	2.5	0.35	0.20	0.70
5	5.3	3.35	3.0	0.35	0.20	0.80

Tabla 1 . Dimensiones de las secciones analizadas.

En los gráficos se aprecia claramente que el efecto del corte en las losas es más significativo en las vigas de luz corta respecto al ancho del cajón. Esto puede atribuirse a que el corte es más importante en las losas menos esbeltas.

Además, se aprecia que para secciones en las cuales las almas son más rígidas que las losas, este efecto pierde importancia (fig.16 Fig. 17 y Tabla 1.).

4.2. Flexión transversal en la losa superior.

Los métodos de análisis descritos en el apartado 2, permiten determinar la distribución de momento flector transversal en las paredes de la sección, sólo para algunos casos especiales de cargas. Estas corresponden al peso propio de la viga y a cargas aplicadas directamente sobre las almas.

En el primer caso, el peso propio es una carga uniformemente distribuida, por lo que no hay efectos de torsión. Los momentos flectores transversales pueden ser determinados en forma bastante exacta por el método del marco unitario (apartado 2.2., fig.12).

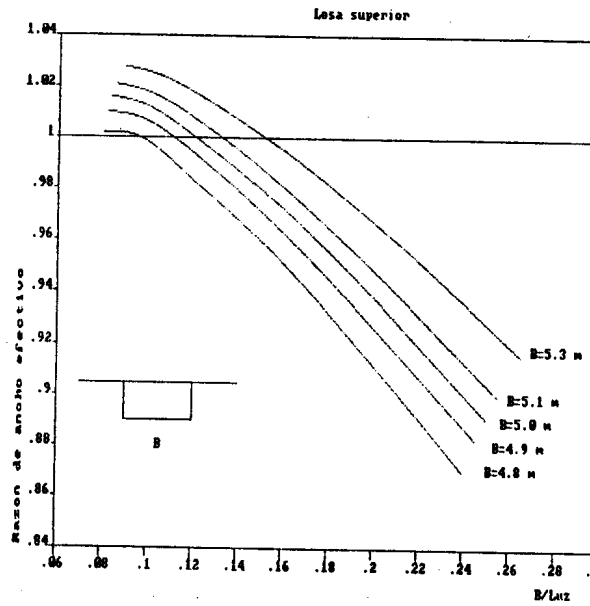


Fig. 16. Razón de ancho efectivo en la losa superior, sección a la mitad de la luz. Carga de peso propio.

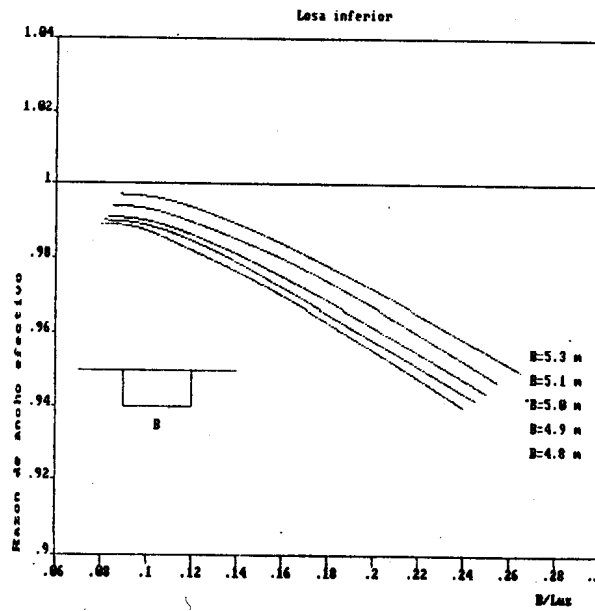


Fig. 17 Razón de ancho efectivo en la losa inferior, sección a la mitad de la luz. Carga de peso propio.

Cuando las cargas aplicadas sobre las almas de la viga generan un momento torsor resultante, se produce un descenso diferencial entre estas almas, lo cual da lugar a la aparición de momentos flectores transversales en las paredes de la sección. Este efecto es posible analizarlo mediante el método BEF (apartado 2.2., fig.11).

Para el caso de cargas concentradas aplicadas sobre las losas y cargas distribuidas en parte de la superficie de éstas, el método BEF sólo permite determinar la distribución de momentos flectores transversales debido al momento torsor resultante. Los efectos locales debidos a la acción directa de las cargas sobre las losas es necesario determinarlos mediante otros procedimientos, los que se discuten a continuación.

El análisis como marco apoyado a nivel de las almas presenta el problema de la determinación del espesor del marco a considerar (en el sentido del eje de la viga). Este espesor dependerá de las propiedades geométricas de la sección y del tipo y distribución de las cargas. Es así como para el caso de carga uniformemente distribuida sobre la viga, considerar un ancho unitario entrega buenos resultados.

A manera de ejemplo se presenta el caso de una viga de 40m. de luz y sección correspondiente al caso 3 de la tabla 1, la cual se analizó para una carga concentrada de valor uno, actuando en la sección a la mitad de la luz. Se verificó el caso de carga centrada en la sección (no existe torsión) y carga excéntrica en la sección. Se compararon los resultados obtenidos mediante el método de fajas finitas y los descritos anteriormente.

4.2.1. Carga centrada.

En la fig. 18 aparecen las distribuciones de momento flector transversal en la losa superior de la sección a la mitad de la luz. En el caso del análisis como marco, se ha considerado un espesor unitario. En la figura se aprecia que las distribuciones son similares, teniendo sin embargo diferentes valores. Esto indica inmediatamente que el espesor del marco a considerar en este caso debe ser mayor que uno, valor que puede ser determinado comparando ambas distribuciones.

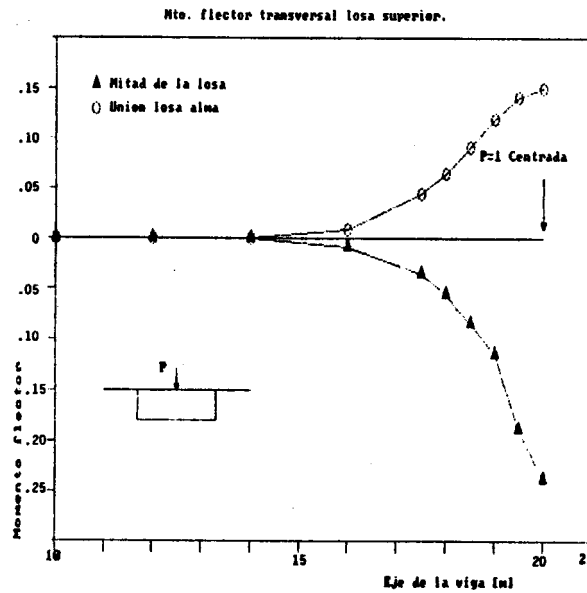
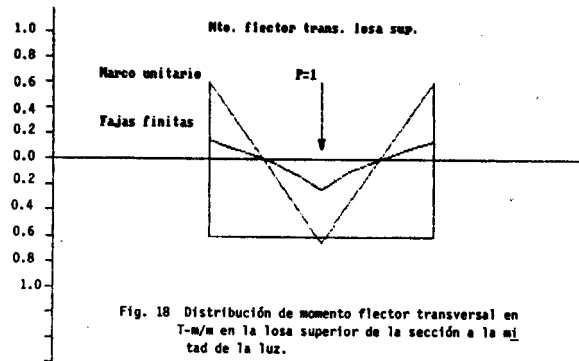
Para examinar la influencia de la carga en el eje de la viga, se ha graficado la variación del momento en dos puntos de la losa a lo largo de la luz (fig.19). Se aprecia en la figura que el efecto de flexión transversal decrece rápidamente al alejarse del punto de aplicación de la carga, para desaparecer totalmente a una distancia entre 4 y 5 m.

4.2.2. Carga excéntrica.

En la figura 20 aparecen las distribuciones de momento flector transversal obtenidas de forma similar al caso anterior.

En las figuras 21 y 22 se ha graficado la variación del momento flector transversal obtenido mediante el método de fajas finitas y el obtenido por el método BEF. Esto permite apreciar claramente la influencia local de la carga concentrada.

Igual que en el caso anterior, al alejarse del punto de aplicación de la carga, decrece rápidamente el efecto local, hasta prácticamente desaparecer y quedar sólo el efecto de torsión a partir de una distancia entre 4 y 5 m.



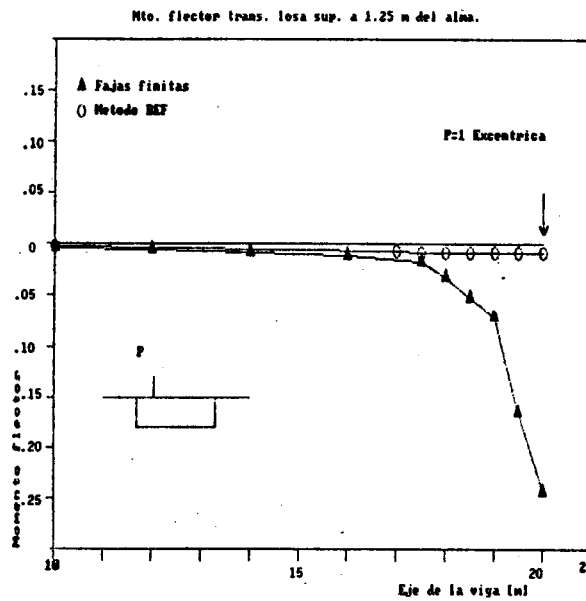
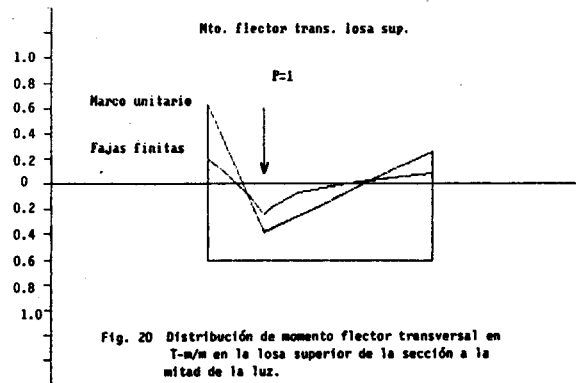


Fig. 21 Variación del momento flector transversal en T-m/m en la losa superior, a lo largo de la luz.

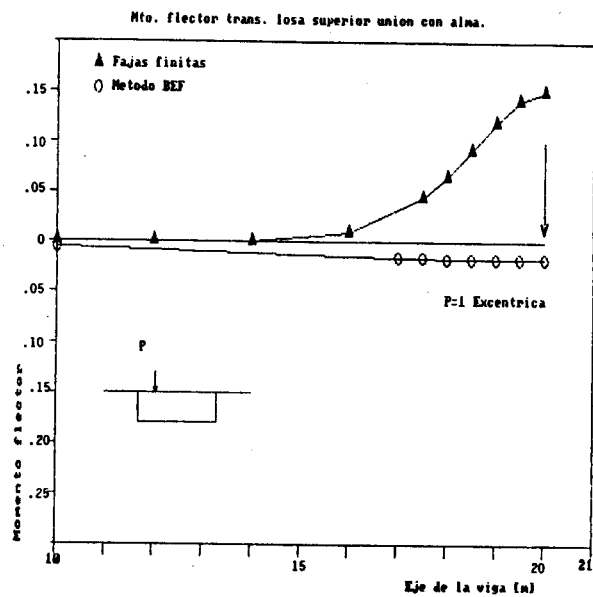


Fig. 22 Variación del momento flector transversal en T-m/m en la losa superior, a lo largo de la luz.

5. CONCLUSIONES.

- El sistema computacional que se ha presentado es una herramienta adecuada para ser utilizada por el ingeniero en el diseño de elementos de este tipo.

- Los resultados que entrega el programa son bastantes exactos en lo que se refiere al comportamiento de una viga de sección indeformable: flexión, torsión de Saint Venant, alabeo torsional y alabeo distorsional (subsistema 1).

- La influencia del corte en las alas puede ser determinada, para elementos como los analizados en el presente trabajo, mediante los gráficos que se entregan. Esto permite obtener una aproximación bastante buena para fines de pre-diseño.

- En el caso de la flexión transversal de las placas, el método BEF y el análisis como marco unitario entregan buenos resultados para cargas uniformes sobre toda la losa y cargas concentradas actuando en las almas. Sin embargo, para otros casos, especialmente para cargas concentradas aplicadas sobre las losas, estos métodos no permiten analizar completamente los efectos locales que aparecen. Es recomendable en estos casos recurrir a un método más refinado de análisis (fajas finitas, elementos finitos).

- Las personas interesadas en obtener mayor información o copia del programa, pueden contactarse con cualquiera de los autores escribiendo al Departamento de Obras Civiles Universidad Técnica Federico Santa María, Casilla 110-V, Valparaíso, Chile.

NOTACION.

x, y, z	Coordenadas centroidales en la sección.
σ τ	Esfuerzo axial y de corte respectivamente.
M_x	Momento flector en torno al eje X.
I_x	Momento de inercia con respecto al eje X
Q_y	Fuerza de corte en dirección del eje Y
S_x	Momento estático con respecto al eje X
h	Espesor de la pared.
T_{sv}	Momento torsor de Saint Venant.
A_c	Area encerrada por el eje de las paredes de la celda.
M_ω	Bimomento.
ω	Coordenada sectorial.
I_ω	Momento de inercia con respecto a la coordenada sectorial.
T_ω	Momento torsor de alabeo torsional.
S_ω	Momento estático con respecto a la coordenada sectorial.
E	Módulo de elasticidad.
γ	Angulo de rotación.
G	Módulo de corte.
K	Constante de torsión de Saint Venant.
m	Momento por unidad de longitud.

REFERENCIAS

- [1] Timoshenko . "Resistencia de Materiales", Espasa, Madrid.
- [2] Belluzzi. "Ciencia de la Construcción". Aguilar.
- [3] Vlasov, V.Z. "Thin-Walled elastic beams". Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem , 1961.
- [4] Wright, R.N. Abdel Samad, S. y Robinson, A.R. "BEF analogy for analysis of box girders". Journal of the Structural Division ASCE, Vol. 94, N° ST7 July 1968, pp. 1719-1743.
- [5] Reissner, E. "Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy" Quaterly of Applied Mathematics, October 1956, pp. 268-278.
- [6] Maisel, B.I. y Roll, F. "Methods of analysis and design of concrete box beams with side cantilevers" . Cement and Concrete Association. November 1974. Technical Report.
- [7] Leiva, Gilberto y Bonelli, Patricio: "Aplicación del método de las fajas finitas al cálculo de vigas cajón de pared delgada". V Congreso Latinoamericano de Métodos Computacionales para Ingeniería , Bahía, Brasil, Sept. 1984.
- [8] Zienkiewicz, O.C. "The Finite Element Method". Mc.Graw-Hill UK. 1977.
- [9] Kollbrunner, C.F. y Basler, K. "Torsion in Structures". An engineering Approach. Translated from German. Springer, 1969.
- [10] Kuzmanovic, B. y Graham, J. "Shear lag in box girders". Journal of the Structural Division. ASCE, Vol 107, N° ST 9, September 1981, pp. 1701-1712.