

ESTUDIO DE LOS REGIMENES TRANSITORIOS DE FUNCIONAMIENTO
EN MOTORES COHETE A PROPULSANTE SOLIDO
SIMPLES Y DUALES

Marcelo E. Lemos
Techint Compañía Técnica Internacional
Buenos Aires - Argentina

RESUMEN

La presente comunicación describe una metodología para la simulación numérica del funcionamiento de motores cohete a propulsante sólido, con ignitores multiperforados de comportamiento predecible.

Detalla también los resultados obtenidos en la aplicación de esta metodología a un caso experimental.

ABSTRACT

This paper describes a methodology for numeric simulation of solid propellant rocket motor performance with multiperforated ignitors of predictable functioning.

Besides, it describes the application of this methodology to an experimental case.

INTRODUCCION

El presente trabajo describe en forma concisa un tratamiento numérico, mediante modelos matemáticos, del comportamiento transitorio de los motores cohete con propulsante sólido. A la luz de éste se han desarrollado técnicas de simulación que se utilizan con éxito en diseños de avanzada.

Dentro de los estados transitorios tratados podemos distinguir los siguientes: ignición y llenado de la cámara de combustión, descompresión violenta (motores de empuje dual o actuación de una válvula de seguridad) y cola o descompresión final. Asociados a estos se han considerado otros fenómenos no estacionarios como son el calentamiento de la superficie del grano propulsante, la descarga de gases del ignitor con contrapresión variable, y la variación misma de la geometría de los granos de propulsante.

MODELO MATEMATICO DEL MOTOR

El desarrollo del modelo matemático del funcionamiento del motor se realiza a partir de las ecuaciones de conservación de masa y de conservación de la energía, siendo nuestras incógnitas la presión (P) y la temperatura (T) dentro de la cámara de combustión.

Para el citado desarrollo aceptamos las siguientes hipótesis simplificativas:

- . Los gases productos de la combustión siguen la ley de los gases perfectos.
- . Dentro de la cámara de combustión no hay gradiente espacial de presiones.
- . La mezcla de gases productos de combustión de los diferentes propulsores o del ignitor no va acompañada de reacción química.
- . El flujo de gases productos de la combustión evoluciona en forma isentrópica.

Realizaremos además la hipótesis siguiente, que nos permite introducir el comportamiento transitorio:

- . La presión de cámara que influye en el caudal que sale por la tobera en el instante "t" no es la presión que existe en la cámara en ese instante, sino la que existe en el instante "t- δt ". Siendo este δt un tiempo de retardo que se obtiene como relación entre la longitud característica del fenómeno (l") y la velocidad de propagación de una perturbación de presión en la cámara de combustión (a_c).

Como longitud característica hemos utilizado el largo de la cámara de combustión y la velocidad de propagación la obtenemos a partir de la expresión

$$a_c = \sqrt{\gamma RT} \quad (0)$$

siendo γ la relación de calores específicos de la mezcla de gases de combustión.

Debido a lo dicho podemos expresar el caudal descargado por la tobera [1] como:

$$\dot{m}_t(t) = \frac{P(t-\delta t) A_t}{C^*} = \frac{P(t) A_t}{C^*} - \frac{\rho^* A_t}{\rho_c C^*} \frac{dP(t)}{dt} \quad (1)$$

utilizando la ecuación de balance de masa siguiente:

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}_{i_g} + \dot{m}_b - \dot{m}_t \quad (2)$$

donde $\frac{dM}{dt}$ es el caudal que se acumula en la cámara de combustión.

Introduciendo la ecuación de estado de los gases ideales y las hipótesis enunciadas, se llega a la primera ecuación diferencial del comportamiento del sistema.

$$\frac{1}{RT} \left(P r_b A_b + V \frac{dP}{dt} - \frac{PV}{T} \frac{dT}{dt} \right) = \dot{m}_{i_g} + \rho r_b A_b - \frac{PA_t}{C^*} + \frac{\rho^* A_t}{\rho_c C^* \sqrt{\gamma}} \frac{dP}{dt} \quad (3)$$

$$\text{siendo } \Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma+1/2} (\gamma-1) \quad (4)$$

Planteando ahora la ecuación de conservación de la energía, que en nuestro caso se puede expresar de la siguiente manera: "la variación de la energía interna de la masa acumulada en la cámara de combustión está dada por la suma algebraica de las entalpías de los gases del ignitor más los gases de combustión del propulsante, menos la entalpía de los gases que escapan por la tobera".

$$\frac{d(C_v M T)}{dt} = \dot{m}_{i_g} h(T_{i_g}) + \Omega \dot{m}_b h(T_{comb}) - \dot{m}_t h(T) \quad (5)$$

Partiendo de esta se llega a la segunda ecuación diferencial del comportamiento del sistema.

$$\frac{C_v}{R} \left(P r_b A_b - V \frac{dP}{dt} \right) = \dot{m}_{i_g} C_{p_i_g} T_{i_g} + \Omega \rho r_b A_b C_p T_{comb} - \frac{P A_t C_p T}{C^*} - \frac{\rho^* A_t C_p T}{\rho_c C^* \sqrt{\gamma}} \frac{dP}{dt} \quad (6)$$

Operando con las expresiones (3) y (6) se llega al sistema de ecuaciones diferenciales explicitando en el anexo 1, en el cual se contempla la utilización de dos propulsores distintos.

Como puede verse las variables que se obtienen mediante la integración del sistema son la temperatura (T) y la presión de la cámara (P), pero prácticamente todos los coeficientes están compuestos por magnitudes variables en el tiempo, a través de las variaciones de T y P. Por ejemplo: $\overline{C_p}(T, t)$, $\overline{m}(P, t)$, $A_b(t)$, $r_b(P)$, $C_{p_i}(T)$, etc. Para contemplar esto se realiza una integración del sistema en el intervalo de tiempo Δt_i , suficientemente pequeño como para poder considerar que en el mismo las variables que intervienen en los coeficientes se mantienen constantes. Luego con los nuevos valores de t_{i+1} , T y P, se evalúan nuevamente dichas variables y se recalculan los coeficientes. A partir de esto se realiza la nueva integración del sistema, en el intervalo Δt_{i+1} , tomando como valores iniciales de las incógnitas los obtenidos en la integración anterior.

La evaluación de las variables que se actualizan fuera del sistema

se realiza de diferentes formas, según sea el conocimiento que se posea de su comportamiento, utilizando métodos teóricos, semiempíricos o directamente experimentales.

Haré aquí una somera descripción de métodos aplicables debiendo remitirse el interesado a la [1] para obtener un mayor detalle de los mismos.

a) Propiedades de los gases de combustión de los propulsores:

- El peso molecular de cada propulsante (M_i) se obtiene como la sumatoria de la inversa del nº de moles de sus componentes (n_{ij}) los cuales se obtienen del equilibrio químico de la combustión.
- El calor específico a presión constante de cada propulsante (C_{p_i}) se obtiene como la sumatoria de los calores específicos a presión constante de sus componentes químicos (productos de la combustión) ($C_{p_i} = \sum_j n_{ij} C_{p_{ij}}$). Los $C_{p_{ij}}$ se obtienen mediante expresiones polinómicas de cuarto orden en función de la temperatura de combustión ($C_{p_{ij}} = \sum_{n=1}^5 A_{ijn} T_{c_i}^{n-1}$ y donde temperatura de combustión para

cada propulsante (T_{c_i}) está dada por otra expresión polinómica en función de la presión de cámara. Las expresiones aludidas se podrán obtener por tablas o deberán ser ajustadas por análisis químicos.

b) Propiedades de los gases aportados por los ignitores:

- Tanto el caudal de gases (m_{ig}) como la temperatura a la cual estos invaden la cámara de combustión (T_{ig}), se obtienen a partir de un modelo matemático que se describirá más adelante.

c) Propiedades de la mezcla de gases que se realiza en la cámara:

- Se realiza primeramente la mezcla de gases de combustión provenientes de los propulsores, en la cual no se considera ninguna reacción química, obteniéndose valores medios de peso molecular (\bar{M}_p) y calor específico (\bar{C}_{p_p}). Esto se realiza ponderando los ya conocidos para cada propulsante con los caudales máxicos instantáneos.

$$\bar{M}_p = \frac{i \sum m_{bi} M_i}{i \sum m_{bi}} \quad (7) \quad \bar{C}_{p_p} = \frac{i \sum C_{p_i} m_{bi}}{i \sum m_{bi}} \quad (8)$$

con el \bar{C}_{p_p} se hallan el \bar{C}_{v_p} y el $\bar{\gamma}_p$ mediante las relaciones de gases ideales.

- Luego se realiza la mezcla con los gases del ignitor (en el caso del transitorio de encendido) aplicando un criterio idéntico: "ponderar los valores de las propiedades del ignitor por su caudal instantáneo, al igual que para los gases provenientes de los propulsores". (Por eje.:

$$\bar{M} = \frac{\bar{M}_p (m_{b1} - m_{b2}) - M_{is} \cdot m_{is}}{m_{b1} - m_{b2} - m_{is}} \quad (9)$$

para el caso de dos propulsores). De esta manera se obtienen \bar{M} y $\bar{\gamma}$, también puede hacérselo para el \bar{C}_p .

- Para el cálculo de la viscosidad de la mezcla se aplica una expresión empírica recomendada en [2] y [3]. Esta es:

$$\bar{\mu} = 37.5 \times 10^{-6} \times (\bar{M}/1000)^{0.5} \times T^{0.6} \quad (10)$$

donde: $\bar{M} \equiv \left[\frac{\text{gr.}}{\text{cm. seg.}} \right]$ $\bar{\gamma}_M \equiv [\text{Kg. mol}]$ $T \equiv [^{\circ}\text{K}]$

. La velocidad característica de la mezcla se obtiene de la siguiente expresión:

$$C^* = \frac{\sqrt{RT}}{P} \quad (11)$$

donde Γ está dado por la (2) [4].

d) Las velocidades de combustión de los propulantes: (r_b)

. Los valores de la velocidad de regresión de la pared de un propulsante en función de la presión pueden obtenerse mediante la aplicación de los siguientes métodos experimentales: 1) ensayos de muestras en Bomba de Crawford; 2) ensayos de micromotores sometidos a diferentes regímenes de presión. Con los resultados de dichos ensayos se confeccionan tablas o se ajustan los coeficientes de la Ley de Vielle. Posteriormente se pueden aplicar códigos de simulación, basados en modelos propuestos en el presente trabajo, para emular los micromotores ensayados, y ajustar por comparación, del funcionamiento experimental y del simulado, nuevas tablas de velocidades de combustión en función de la presión. Siendo esto último una importante aplicación de la simulación numérica que se describe.

e) Las áreas de combustión y volúmenes libres de cámara:

. Se obtienen a través de códigos de simulación de quemado, desarrollados para diferentes geometrías de grano (estrellas paralelas, estrellas conificadas, "rueda de vagón", etc.), considerando que éstas queman en capas paralelas.

DESCRIPCION DE UN IGNITOR DE COMPORTAMIENTO CONTROLADO

Como puede observarse, en las expresiones dadas anteriormente, es necesario conocer el caudal de gases aportado por el ignitor y la temperatura a la cual estos llenan la cámara de combustión. Se llega así a la concepción de un ignitor que tenga un comportamiento predecible y sujeto al control del diseñador. Un ignitor que posee dicha característica es el de tipo tubular multiperforado y con material pirotécnico conformado. Una característica fundamental de estos ignitores es que permiten una descarga de gases controlada. Este control se realiza a través de la conformación dada al material pirotécnico y con el número, tamaño y distribución de los agujeros, que actúan como pequeñas toberas, y a los cuales, en determinados casos, se les da una determinada orientación. Dos geometrías típicas conferidas al material pirotécnico, son: la de cilindros huecos, que proporcionan un caudal cuasi-constante, y la forma de "pastilla", que proporciona una evolución de caudal fuertemente regresiva.

El tipo de material pirotécnico utilizado en estos ignitores es variable siendo de amplia difusión una mezcla de Nitrato de Potasio y Boro aglutinado con resina poliéster. Este tiene una velocidad de quemado que se ajusta a la ley de Vielle, y tanto los coeficientes de esta como otras propiedades de importancia pueden obtenerse de la [5]. Este compuesto comprimido en forma de pastilla se utiliza actualmente, con

excelentes resultados, en diversos desarrollos que se realizan en el país.

MODELO MATEMATICO DEL IGNITOR

El funcionamiento de los ignitores descritos en los párrafos anteriores es similar al de un pequeño motor cohete con tiempos de quema muy cortos. Para el modelo matemático a desarrollar se establecen las siguientes hipótesis simplificativas:

- . El interior del ignitor es una cámara de combustión en la cual los gases están en condiciones homogéneas de presión y temperatura.
- . Los productos de combustión del material pirotécnico siguen la ley de los gases perfectos.
- . Toda la superficie del material pirotécnico se enciende uniforme e instantáneamente.
- . El material pirotécnico conformado quema en capas paralelas.

Atendiendo a estas hipótesis se plantean las ecuaciones de conservación de masa y de energía, la ecuación de caudal quemado en función de la presión, y la ecuación de estado.

$$\dot{m}_p = \dot{m}_i + \dot{m}_e \quad \dot{m}_p = \text{caudal de gases quemado} \quad (12)$$

$$\Delta Q = \Delta E \quad \dot{m}_i = \text{caudal acumulado} \quad (13)$$

$$\dot{m}_p = f(P) \quad \dot{m}_e = \text{caudal que escapa del ignitor} \quad (14)$$

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m} \quad (15)$$

Llevando estas a su expresión diferencial y aplicando coeficientes de rendimiento obtenemos:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{dm_p}{dt} - \frac{C_d \Gamma A_t P \phi}{\sqrt{RT}} \quad (16)$$

$$T = \frac{T_v (1-\beta) dm_p - m_i dT}{\gamma dm_p - (\gamma-1) dm_i} \quad (17)$$

$$\frac{dm_p}{dt} = \rho_p A_b (a P^n) \quad (18)$$

$$P = \frac{m_i RT}{V - \frac{m_o}{\rho_p} \left(1 - \frac{m_p}{m_o}\right)} \quad (19)$$

El coeficiente ϕ que se aplica al caudal descargado por el ignitor tiene en cuenta la disminución de caudal por efecto de la contrapresión de cámara del motor, y se obtiene con la siguiente expresión:

$$\phi = \frac{1}{\Gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \left[\left(\frac{P_{cc}}{P_0} \right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P_{cc}}{P_0} \right)^{\gamma+1/\gamma} \right]^{0.5} \quad (20)$$

El coeficiente C_d que también se aplica al caudal descargado tiene en cuenta la no unidimensionalidad del flujo, que resulta de importancia en el caso de descargas mediante un tubo multiperforado.

El coeficiente $(1 - \beta)$ tiene en cuenta las pérdidas de calor, se afecta directamente al calor producido y se determina como:

$$\beta = 1 - \frac{T_{real}}{T_{ad}} \quad (21)$$

siendo un calor típico $\beta = 0.12$ [5].

Con las tres primeras expresiones (16), (17), (18) se forma el sistema de ecuaciones diferenciales que se explicita en el anexo 2, y con la restante se actualiza la presión de cámara del ignitor, en forma externa al sistema.

MODELO DEL ENCENDIDO DEL GRANO DE PROPULSANTE

El proceso de encendido es muy complejo y su descripción teórica requiere el uso de valores de coeficientes y propiedades fisico-químicas (coef. de frecuencia, energía de activación, etc.), cuya cuantificación es muy compleja. Además, se tiene aún poco conocimiento de los diferentes pasos que siguen las reacciones químicas en la pirólisis del sólido, no habiendo podido corroborarse aún las escasas teorías que intentan la resolución completa y generalizada del fenómeno [6].

Debido a esto es admisible adoptar un modelo esquemático sencillo del proceso, que consiste en suponerlo dividido en dos gases. La primera de ellas es descripta por una ley de velocidad de quemado (regresión de superficie) dependiente de la temperatura de superficie del propulsante y de la presión de la cámara. Esta ley se obtiene en forma experimental mediante el ajuste de resultados de simulación numérica. Esta primera fase continúa hasta que la temperatura de superficie alcanza un valor llamado "temperatura de encendido", a partir del cual se considera que el propulsante mantiene su propia llama. Allí se inicia la segunda fase en la cual valen los valores de velocidad de quemado dependiente exclusivamente de la presión de cámara.

Para la simulación de la primera fase es necesario evaluar el calentamiento de la superficie del grano. Este calentamiento se supone homogéneo en toda la superficie en contacto con los gases y se trata numéricamente mediante la ley de Fourier considerando simetría radial y axial. En este modelo matemático se toma como base del calentamiento el proveniente de origen convectivo, producido por los gases calientes del ignitor, considerando que el producido por radiación es del mismo

orden de magnitud [7]. Como es sabido el efecto de las partículas incandescentes, propias de los materiales pirotécnicos a base de boro tienen una gran incidencia en el encendido. Para tener esto en cuenta se ha incorporado un coeficiente que multiplica el coeficiente de transmisión de calor por convección y que debería determinarse en forma experimental mediante el ajuste de la simulación a los ensayos. Experiencias realizadas con dicho material pirotécnico demuestran que este efecto es el predominante en algunos sistemas de encendido.

CODIGOS DE SIMULACION PARA COMPUTADORAS DIGITALES

En base a los modelos propuestos es posible desarrollar diferentes códigos de simulación para computadoras digitales. A continuación se darán algunos detalles de dos códigos desarrollados.

El primero de ellos, que llamaremos (IGC), corresponde a la simulación de un ignitor tubular multiperforado funcionando solo, es decir, descargando los gases productos de la combustión del material pirotécnico a la atmósfera. Este código se basa en la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales del anexo 2, que nos proporciona la masa de gases descargados, la temperatura de dichos gases y la presión de cámara del ignitor para cada instante de tiempo. Para cada avance en el tiempo t se recalculan las propiedades de los gases y se realiza la simulación del quemado de la geometría del material pirotécnico. La resolución del sistema de ecuaciones diferenciales se realiza mediante un método "predicador-corrector" de Hamming. Los resultados obtenidos permiten asegurar una buena estabilidad de la solución con adecuados tiempos de procesador, siempre que se utilicen valores iniciales consistentes y Δt adecuados.

El segundo de los códigos desarrollados, que llamamos ITMD corresponde a la simulación de un motor completo, incluyendo el funcionamiento de uno o dos ignitores en el transitorio inicial. Este código posee opciones que le permiten simular diversos tipos de motores, y casos de funcionamiento particulares. Entre las simulaciones realizadas podemos citar: Motores simples y duales, obturados y no obturados, con uno o dos ignitores siendo estos expulsables o no; fallas en granos y funcionamientos de válvulas de seguridad. Permite obtener los valores de presión y temperatura de cámara, caudal descargado y empuje para cada instante de tiempo.

La actividad fundamental de este código es la resolución simultánea y acoplada de los sistemas de ecuaciones diferenciales de los anexos 1 y 2. Para la resolución de los sistemas diferenciales se utiliza el método de Hamming. El condicionante para el tiempo de proceso es el paso de integración en el tiempo, que se halla condicionado a su vez por el comportamiento del sistema de ecuaciones diferenciales de funcionamiento del ignitor. Por ello se debe realizar un cambio de paso, de avance en el tiempo, cuando los ignitores son expulsados o finalizan su funcionamiento

APLICACIONES Y RESULTADOS

Las concepciones y herramientas descriptas en el presente trabajo

pueden ser aplicadas al diseño de motores duales con requerimientos de doble nivel de empuje y con ignitores duales. En las figuras 1 y 2 se muestran croquis de diseños obtenidos con las metodologías expuestas. Para arribar a estos se realizó una aplicación intensiva de técnicas basadas en el presente estudio y en otros complementarios relacionados con aporte de masa, combustión erosiva, etc.. En la Fig. 3 se muestra la simulación del efecto de desobturación de la tobera en el transitorio de encendido. En la Fig. 4 se muestra la incidencia de la geometría del material pirotécnico del ignitor, y en la Fig. 5 las características de funcionamiento fundamentales de uno de los ignitores.

Experiencias realizadas con motores a los cuales se les aplicaron previamente las técnicas de simulación descritas mostraron una buena correspondencia con las predicciones realizadas. Lo dicho se muestra en forma cualitativa, en las figuras 6, 7, 8 y 9, observándose además que en base a los ensayos individuales se pudo ajustar aún más las predicciones de funcionamiento del motor dual. También resultó estimada con buena aproximación la carga pirotécnica necesaria.

Entre otras aplicaciones se cuentan: la simulación de fallas en granos propulsores y comportamiento de válvulas de seguridad, cuyo grado de aproximación aún queda por verificarse.

CONCLUSIONES

Las conclusiones más importantes que se obtuvieron como corolario del presente trabajo son las siguientes:

1.- Sobre la obturación de la tobera:

Una obturación eficiente de la tobera redundará en un rápido y económico encendido del motor cohete. Esto se pone de manifiesto en mayor forma en el caso de motores con volúmenes de cámara considerables. La presión de desobturación resulta ser un parámetro de gran importancia para la optimización del encendido, entendiéndose por esto, la disminución de la carga pirotécnica, la disminución del tiempo de puesta en régimen, y el aumento de empuje inicial. Se ha observado que la presión de desobturación óptima está estrechamente vinculada a todo el sistema de encendido, es decir, tipos de ignitores, material pirotécnico, perfil del caudal de gases descargado por los ignitores, geometrías de los granos, etc., siendo las herramientas descritas en este estudio un medio apto para estimar dicha presión.

2.- Sobre los ignitores

Los ignitores de "funcionamiento controlado" proporcionan un medio adecuado para lograr encendidos eficientes y repetitivos. En motores obturados, donde los ignitores son expulsados durante la desobturación, resulta de capital importancia el conocimiento sistemático del funcionamiento de dichos ignitores. Ya que la eficiencia del encendido depende de una adecuada correspondencia entre el fenómeno de "presurización" de la cámara y el aumento de actividad química del propulsante por acción de las energías térmicas puestas en juego.

3.- Sobre la simulación numérica:

Los valores obtenidos podrían ser mejorados con un mejoramiento

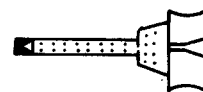
del modelo matemático de pre-encendido de los granos y con un tratamiento más severo de los residuos del quemado de algunas geometrías particulares. Sin embargo los resultados obtenidos permiten considerar a la simulación numérica descrita como una herramienta adecuada para la predicción del comportamiento transitorio y estacionario (cuasi-estacionario) en motores cohetes de propulsante sólido. Y también como complemento en la caracterización de propulsores.

REFERENCIAS

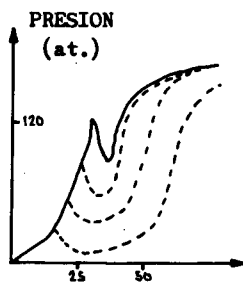
- 1.- TRANSITORIO DE IGNICION Y LLENADO EN MOTORES COHETE DUALES - SIMULACION NUMERICA. O.D'Amore, E. López de Mingo, M.E.Lemos. Nota Técnica N° 562 C.I.T.E.F.A. - 1983
- 2.- REACTEURS FUSEE. J.Boisson - E.N.S.A. - France
- 3.- A SIMPLE EQUATION FOR RAPID ESTIMATION OF ROCKET NOZZLE CONVECTION HEAT TRANSFER COEFFICIENTS. D.R. Bartz. Jet Propulsion Vol.27 N°1 - Jan.1957
- 4.- ROCKET PROPULSION. M. Barrere et al.. Ed. Van Nostrand - N. York -1960
- 5.- PERFORMANCE PREDICTION OF BPN PYROGEN-TYPE IGNITERS FOR ROCKET MOTORS. M. Kuna, A. Peretz, Y.M. Timnat. Israel Institute of Technology. - J.Spacecraft Vol.14 N°4 - 1977
- 6.- REVIEW OF SOLID-PROPELLANT IGNITION STUDIES. A.K.Kulkarni, H. Kumar, K.K. Kuo - Pennsylvania State University - AIAA Journal Vol.20 N°2 - 1982
- 7.- L'ALLUMAGE DES PROPERGOLS SOLIDES - CONSIDERATIONS GENERALES. M. Barrere - La Recherche Aeroespatiale N°123 - Mars-Abril 1968



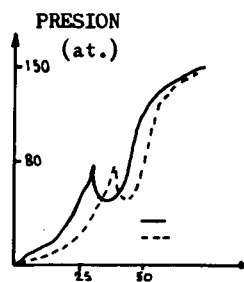
MOTOR DUAL
Fig. 1



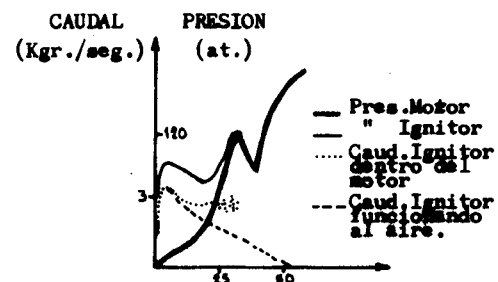
IGNITOR DUAL
Fig. 2



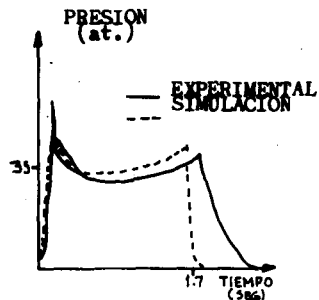
CURVAS DE PRESIONES PARA
DIFERENTES PRESIONES DE
DESObTURACION
Fig. 3



CURVAS DE PRESIONES PARA
DIFERENTE FORMA DEL MATERIAL
PIROTECNICO
Fig. 4

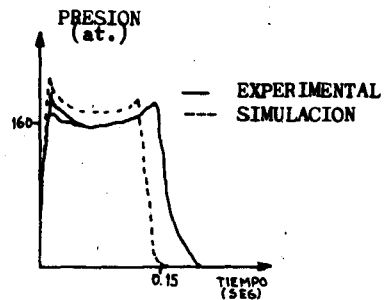


CURVA DE PRESIONES Y
CAUDALES MASICOS DEL
IGNITOR
Fig. 5



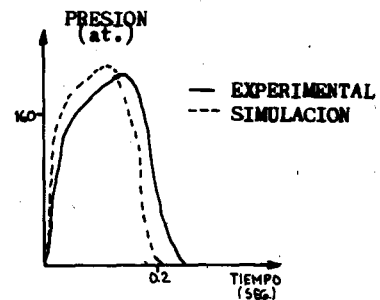
CURVA DE PRESIONES DEL
MOTOR SOSTENEDOR A BAJA
PRESION

Fig. 6.



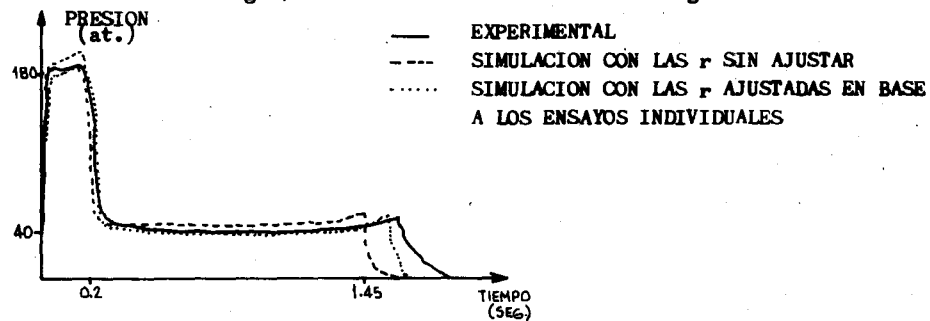
CURVA DE PRESIONES DEL
MOTOR SOSTENEDOR A ALTA
PRESION

Fig. 7



CURVA DE PRESIONES DEL
MOTOR ACELERADOR

Fig.8



CURVAS DE PRESIONES DEL MOTOR COMPLETO

Fig. 9

ANEXO 1

Sistema de ecuaciones diferenciales del motor

Operando con las expresiones (1) y (3) se llega al siguiente sistema:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(D-A) \cdot (G-I) - (H-F) \cdot (B-E)}{C \cdot (I-G)} \quad (A1)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{F-H}{I-G} \quad (A2)$$

donde:

$$A = \dot{m} \cdot P \cdot (A_{b1} \cdot \Gamma_{b1} + A_{b2} \cdot \Gamma_{b2}) \cdot (R_0 \cdot T)^{-1} \quad (A3)$$

$$B = \dot{m} \cdot V \cdot (R_0 \cdot T)^{-1} \quad (A4)$$

$$C = \dot{m} \cdot P \cdot V \cdot (R_0 \cdot T^2)^{-1} \quad (A5)$$

$$D = \dot{m} i_3 + \rho_{pr2} \cdot \Gamma_{b1} \cdot A_{b1} + \rho_{pr2} \cdot \Gamma_{b2} \cdot A_{b2} - P \cdot A_t \cdot (c^*)^{-1} \quad (A6)$$

$$E = l^* \cdot A_t \cdot (c^{*2} \cdot \gamma^{0.5} \cdot \Gamma)^{-1} \quad (A7)$$

$$F = \dot{m} \cdot P \cdot C_v \cdot (A_{b1} \cdot \Gamma_{b1} + A_{b2} \cdot \Gamma_{b2}) \cdot (R_0)^{-1} \quad (A8)$$

$$G = \dot{m} \cdot V \cdot C_v \cdot (R_0)^{-1} \quad (A9)$$

$$H = \left[\dot{m} i_3 \cdot C_{p3} \cdot T_{i3} + \left(\sum_{i=1}^2 \Omega_i \cdot \rho_{pr i} \cdot \Gamma_{bi} \cdot A_{bi} \right) \cdot C_p \cdot T_{comb} - P \cdot A_t \cdot C_p \cdot T \cdot (c^*)^{-1} \right] \quad (A10)$$

$$I = l^* \cdot A_t \cdot C_p \cdot T \cdot (c^{*2} \cdot \gamma^{0.5} \cdot \Gamma)^{-1} \quad (A11)$$

ANEXO 2

Sistema de ecuaciones diferenciales del ignitor

Operando con las expresiones (a'), (b'), y (c') se llega al siguiente sistema:

$$\frac{dT}{dt} = (B \cdot D - A \cdot C) + D \cdot C \quad (A12)$$

$$\frac{dm_i}{dt} = D - A \quad (A13)$$

$$\frac{dm_p}{dt} = D \quad (A14)$$

donde:

$$A = C_d \cdot A_{tot} \cdot P \cdot \varnothing \cdot (R_o T)^{-0.5} \cdot m_{i_3}^{0.5} \quad (A15)$$

$$B = (T_v \cdot (1 - \beta) - T \cdot \gamma_{i_3}) \cdot (m_i)^{-1} \quad (A16)$$

$$C = T \cdot (\gamma_{i_3} - 1) \cdot (m_i)^{-1} \quad (A17)$$

$$D = \rho_{p_{i_3}} \cdot A_{b_{i_3}} \cdot (a \cdot P^m) \quad (A18)$$

m_i : masa de gas acumulado en la cámara del ignitor.

m_p : masa de los gases quemados (totales) en el ignitor.

P : presión en la cámara del ignitor.

T : temperatura en la cámara del ignitor.

$\rho_{p_{i_3}}$: densidad del material pirotécnico.

T_v : temperatura de combustión a $v=cte.$ del material pirotécnico.