

ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL DE LA CONSOLIDACIÓN DE SUELOS SATURADOS UTILIZANDO EL MEF.

Di Rado H. A. ^{*}, Beneyto, P. A. ^{*}, Mroginski J. L. ^{*}, Manzollilo J. E. ^{*}, y Awruch, A. M. [†]

^{*} Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional del Nordeste, Las Heras 727, H3500CAV Resistencia, Argentina
e-mail:adirado@ing.unne.edu.ar

[†] Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería
Universidad Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, Brasil

Palabras Claves: Suelos saturados, Consolidación tridimensional, Modelo acoplado, Elementos finitos.

Resumen. *En el presente trabajo se aborda el cálculo de deformaciones y disipación de tensiones intersticiales durante el proceso de consolidación tridimensional en suelos saturados. El modelo de deformación se basó en la teoría de la elasticidad y el de flujo para la fase agua en las leyes de Darcy y de conservación de la masa de fluido. Ambos modelos se acoplaron a través de los parámetros de tensión efectiva. Las incógnitas primarias son los desplazamientos en la fase sólida y la presión de poro en la fase agua. La solución del sistema de ecuaciones adoptado se realizó mediante la utilización del método de los elementos finitos.*

1 INTRODUCCIÓN

Es sabido que el estudio del proceso de consolidación es de gran importancia en las obras civiles, mas aún en el caso de suelos saturados ya que se presentan con mayor ocurrencia en la práctica de la ingeniería. Estos suelos se caracterizan por estar formados por un sistema bifásicos: fase sólida (partículas materiales del suelo y agua higroscópica) y fase líquida (agua libre y sales disueltas).

El tema de consolidación en suelos comenzó a ser tratado analíticamente a partir de la década del 40, abordándose la teoría fundamental con problemas muy sencillos¹. Recién en la década del 70 fueron considerados problemas más próximos de la realidad, con un enfoque numérico².

El objeto del presente trabajo es mostrar una herramienta computacional capaz de realizar la simulación numérica tridimensional del fenómeno de consolidación en suelos saturados, mediante la resolución por elementos finitos. El software, denominado FECCUND V 2.1, ha sido desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la U.N.N.E..

La importancia del estudio de los suelos saturados radica en que, desde el punto de vista de comportamiento mecánico, es uno de los casos más desfavorables de una masa de suelo frente a cargas por las elevadas presiones intersticiales, deformaciones excesivas, hinchamiento y colapso.

Hasta el momento, para resolver los problemas de consolidación de suelos saturados solo se contaba en nuestro departamento con modelos simplificados en dos dimensiones; pero en muchos casos su utilización no arrojaba los resultados esperados o no se podían abordar la totalidad de los casos, surgiendo de esta manera la necesidad de expandir la capacidad de representación del software mencionado.

Al tratarse de una expansión dimensional, se mantienen las características de simpleza del modelado, en cuanto a resolución y cantidad de coeficientes, lo que hace del mismo una alternativa interesante para atacar los problemas descriptos y ofrece la posibilidad de continuar la expansión hacia otras cuestiones de índole físico mecánicas.

Para describir el comportamiento de la masa de suelo saturado, se partirá, como ya se hizo para el caso bidimensional, de un conjunto básico de dos sistemas de ecuaciones que deben ser resueltas de manera acoplada: equilibrio mecánico, y ecuaciones de continuidad de la fase agua.

2 ECUACIONES DE GOBIERNO

2.1 Ecuaciones de equilibrio

Debido a que el modelo saturado, fue presentado con anterioridad para el caso bidimensional^{3,4,5}, sólo se expondrá el sistema de ecuaciones diferenciales gobernantes del fenómeno de deformación en suelos saturados:

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial u_w}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (1)$$

Donde:

$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ siendo E módulo de elasticidad (Hooke) y μ módulo de Poisson.

$$\lambda = \frac{E\mu}{[(1 + \mu)(1 - 2\mu)]}$$

u_i : componente del desplazamiento

u_w : presión de poro de agua

F_i : fuerza del cuerpo por unidad de volumen

a_1 : Coeficiente de Biot ^{1,6}

2.2 Modelo de flujo de la Fase agua

El flujo de agua en suelos saturados puede describirse mediante una combinación de la Ley de Darcy y de la de conservación de masa del fluido.

Matemáticamente se la puede expresar como:

$$-\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho_w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x_i} \right) = -n_w c_f \frac{du_w}{dt} + \frac{1}{V} \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad (2)$$

Donde:

ρ_w :densidad del agua

γ_w :peso específico del agua

k_{wi} :coeficiente de permeabilidad

n_w :porosidad

c_f :coeficiente de compresibilidad del fluido

V_w :volumen del agua del poro

V : volumen total

3 MODELO ADOPTADO

El problema será discretizado por el método de los elementos finitos^{7,8}. Usando las funciones de interpolación de elementos serendipíticos de veinte nodos para las incógnitas desplazamientos y ocho nodos para las incógnitas presión de poro de agua, obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$G \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial \dot{p}_w}{\partial x_i} + \dot{b}_i = 0 \quad (3)$$

$$a_{11} \dot{p}_w - a_1 \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} - \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \dot{p}_w}{\partial x_i^2} = 0 \quad (4)$$

Donde:

$$a_{11} = n_w(c_f - c_s) + a_1 c_s \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{c - c_s}{c} \quad (6)$$

c_s : Compresibilidad de los granos de sólidos

c : Compresibilidad de la estructura del suelo drenado

Nota: el punto superior de las letras significa derivación con respecto al tiempo (lo que caracteriza la tasa)

Empleando el método de los residuos ponderados de Galerkin, obtenemos la siguiente formulación para elementos finitos (se interpoló el desplazamiento con elementos de 20 nodos y las presiones de poros con 8 nodos):

$$\dot{\tilde{u}} = \tilde{N}^u \dot{\tilde{u}} \quad (7)$$

$$\dot{\tilde{p}}_w = \tilde{N}^p \dot{\tilde{p}}_w \quad (8)$$

$$\tilde{K} \dot{\tilde{u}} + \tilde{C}_{sw} \dot{\tilde{p}}_w = \tilde{F}_s \quad (9)$$

$$\tilde{C}_{ws} \dot{\tilde{u}} + \tilde{P}_{ww} \dot{\tilde{p}}_w + \tilde{H}_{ww} \dot{\tilde{p}}_w = \tilde{F}_w \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{K} & \tilde{C}_{sw} \\ \tilde{C}_{ws} & \tilde{P}_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{p}}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{H}_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{p}}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{F}_s \\ \tilde{F}_w \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Donde:

$$\tilde{K} = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{B}^{uT} \tilde{D} \tilde{B}^u d\tilde{\Omega} \quad (12)$$

$$\tilde{F}_s = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{N}^{uT} \tilde{b} d\tilde{\Omega} + \int_{\tilde{\Gamma}_\sigma} \tilde{N}^{uT} \tilde{t} d\tilde{\Gamma} \quad (13)$$

$$\tilde{C}_{sw} = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{B}^{uT} a_1 \tilde{N}^p d\tilde{\Omega} \quad (14)$$

$$\tilde{C}_{ws} = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{N}^{pT} a_1 \tilde{B} d\tilde{\Omega} \quad (15)$$

$$\tilde{P}_{ws} = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{N}^{pT} a_{11} \tilde{N}^p d\Omega \quad (16)$$

$$\tilde{H}_{ww} = \int_{\tilde{\Omega}} \tilde{\nabla N}^{pT} \frac{\tilde{k}_{wi}}{\tilde{\gamma}_w} \tilde{\nabla N}^p d\Omega \quad (17)$$

$$\tilde{F}_w = - \int_{\tilde{\Gamma}_w} \tilde{N}^{pT} \dot{q}_w d\Gamma \quad (18)$$

Integrando en el tiempo la (3) se obtiene un sistema incremental que puede ser resuelto para una cierta carga F_s , F_w , obteniéndose las incógnitas u y p_w , que a su vez permiten el cálculo de las deformaciones y las tensiones en el interior de la masa en estudio.

Como se puede observar, la formulación propuesta deriva en un sistema de ecuaciones simétrico, lo que implica una fácil resolución computacional. Es importante destacar la simplificación en cuanto a la obtención de los parámetros de laboratorio, por lo que el modelo propuesto se presenta como una alternativa interesante al momento de tomar una decisión de modelar el comportamiento de los suelos saturados. También es la base que mejor se adapta a una posterior ampliación a casos no saturados.

4 EJEMPLOS

4.1 Columna de Terzaghi.

En este ejemplo se presenta el caso teórico de consolidación unidimensional con frontera abierta y altura $2H$ resuelto por la Teoría de Terzaghi^{3,9}, pero considerando el problema como una columna 3D simétrica.

El modelo utilizado consta de diez elementos, de sección unitaria y diferentes dimensiones en altura, con el objeto de poder representar mejor las variaciones de presión en la superficie libre.

En cuanto a las condiciones de contorno impuestas se ha restringido los desplazamientos según el eje x y el eje z en todos los nodos laterales y en la base se restringió además el eje y . El drenaje solo se permite por la superficie. De este modo, y por la simetría meridional del ejemplo, solo basta con modelar la mitad de la columna de suelo (10m).

Datos del problema (no necesariamente corresponden a un suelo real):

Alto: $h = 10m$

Ancho: $b = 1m$

Carga: $q = 100kpa$

Módulo de elasticidad: $E = 6 Mpa$

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0,3$

Ángulo de fricción interna(rad): $\varphi = 0,1745$

Cohesión: $C = 100$ kpa

Relación de vacíos inicial: $e = 0,6$

Coefficiente de Compresibilidad grano: $k_s = 1000000$ kpa

Coefficiente de Compresibilidad fluido: $k_f = 1000000$ kpa

Tiempo de aplicación de la carga: la carga completa fue aplicada en 10 incrementos en un lapso de 0,1 días.

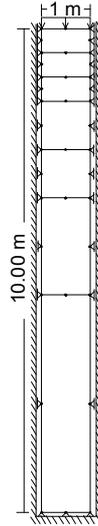


Figura 1: Columna de Terzaghi

Gráficas de los resultados obtenidos:

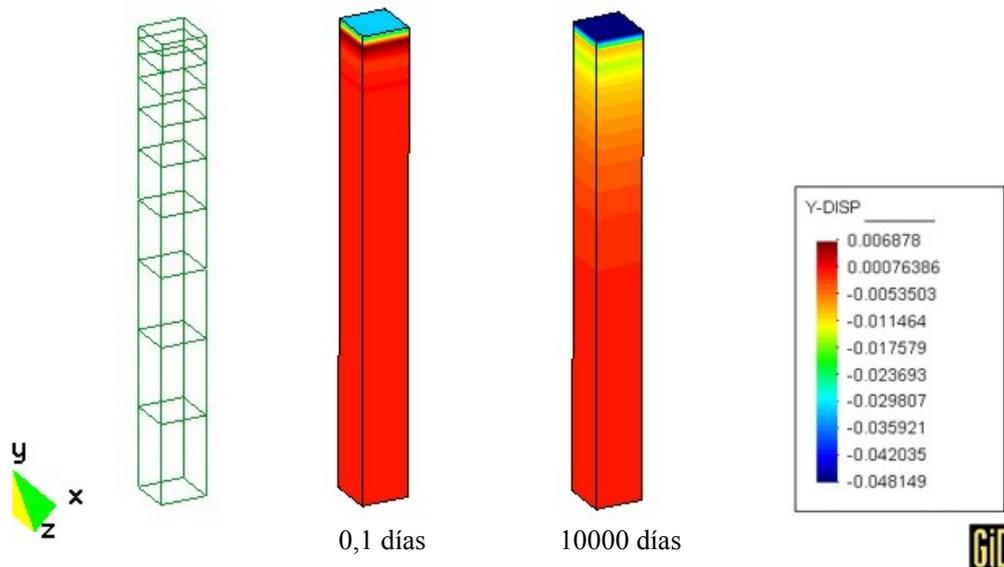


Figura 2: Desplazamientos según Y

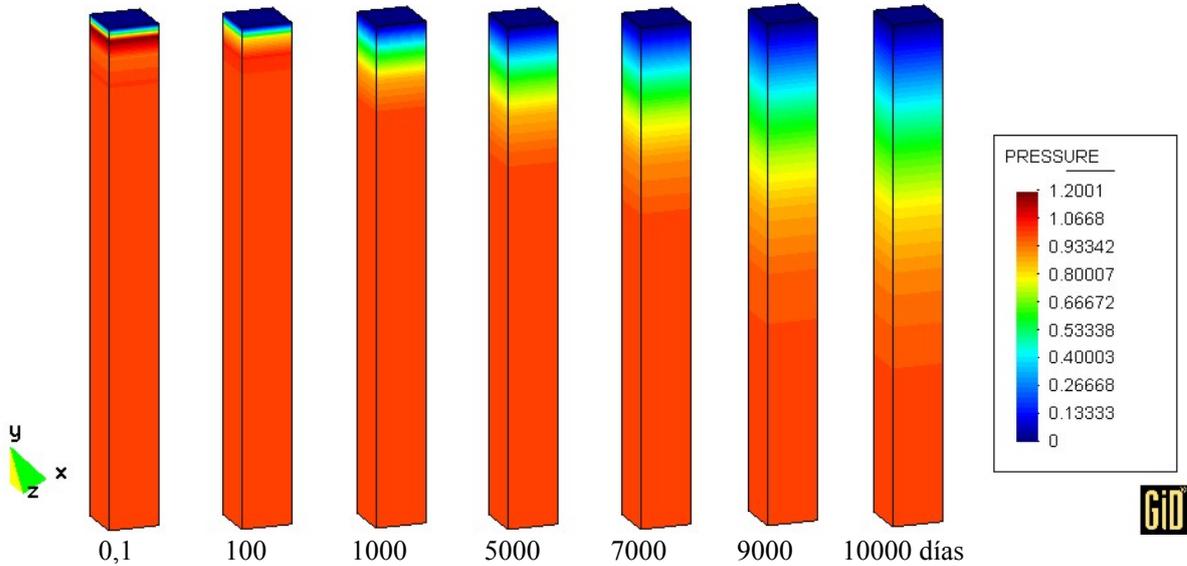


Figura 3: Distribución de presiones de poro

En la figura 4 se comparan los resultados de la simulación (puntos negros) con las Isócronas correspondientes al caso de consolidación unidimensional de Terzaghi^{3,9} donde aparece la distribución de presiones efectivas y presiones de poros para diferentes profundidades y factores de tiempo T.

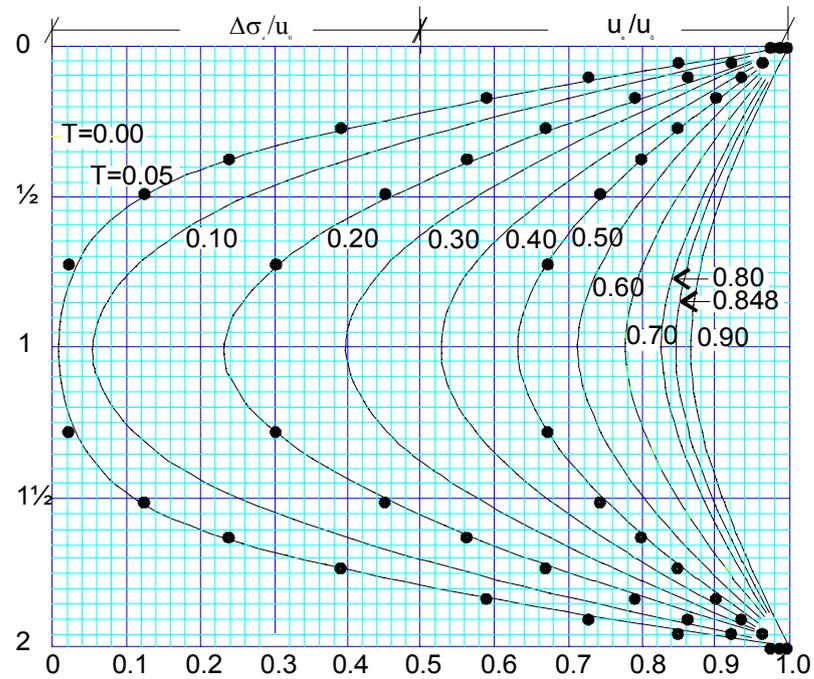


Figura 4: Comparación de las Isócronas de Terzaghi con los resultados obtenidos por el FECCUND V 2.1.

4.2 Zapata aislada

Una vez demostrada la verosimilitud de los resultados obtenidos con el presente modelo numérico para el análisis de la consolidación tridimensional de suelos saturados, se plantea, de modo ilustrativo el caso de una fundación cuadrada aislada sobre un suelo arcilloso saturado según las siguientes características:

Datos del problema (no necesariamente corresponden a un suelo real):

Dimensiones de la zapata: 0,60m x 0,60m

Dimensiones de la masa de suelo: $a \times b = 3\text{m} \times 3\text{m}$

Profundidad de la masa de suelo: $h = 3\text{m}$

Carga Distribuida en la superficie: $q = 100\text{ kpa}$

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0,3$

Ángulo de fricción interna (rad): $\varphi = 0,1745$

Cohesión: $C = 100\text{ kpa}$

Relación de vacíos inicial: $e = 0,6$

Coefficiente de Compresibilidad grano: $k_s = 1000000\text{ kpa}$

Coefficiente de Compresibilidad fluido: $k_f = 1000000\text{ kpa}$

Tiempo de aplicación de la carga: 1,0 día

Aprovechando la doble simetría del conjunto estructural zapata-masa de suelo, solo se modela un cuarto del mismo, lo que permite visualizar los diferentes estados de solicitaciones, en los planos medios o perpendiculares.

En las figuras 5, 6 y 7 se observan los desplazamientos correspondientes a la fase sólida del suelo según los ejes x, y, z respectivamente.

Gráficas de los resultados obtenidos:

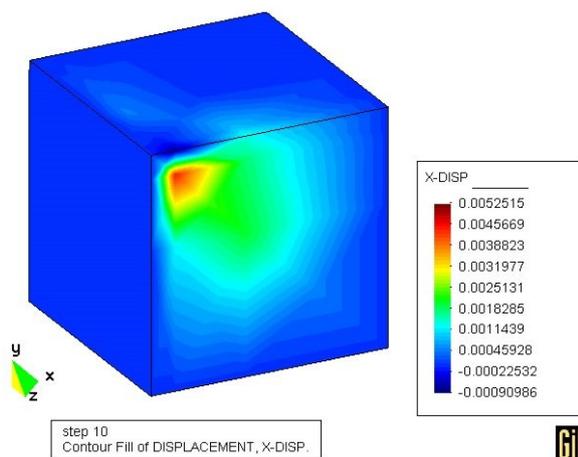


Figura 5: Desplazamiento según X a los 0,1 días

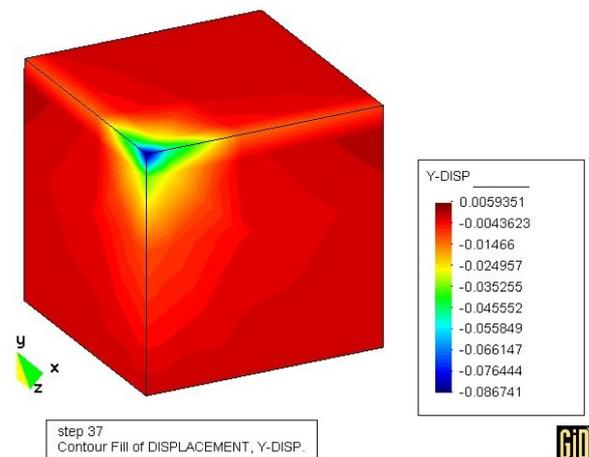


Figura 6: Desplazamiento según Y a los 0,1 días

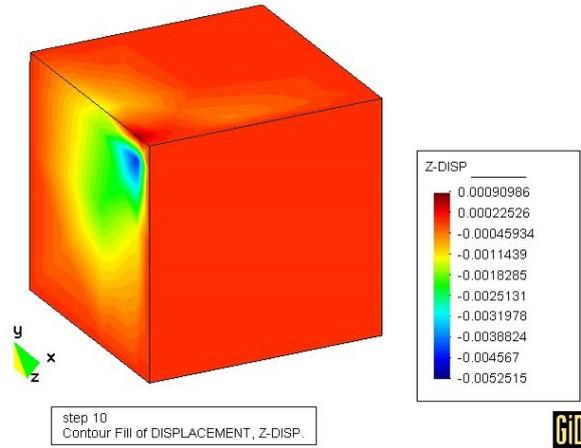


Figura 7: Desplazamiento según Z a los 0,1 días

Las figuras 8, 9 y 10 muestran como se produce la disipación de las tensiones intersticiales dentro de la masa del suelo a medida que transcurre el tiempo.

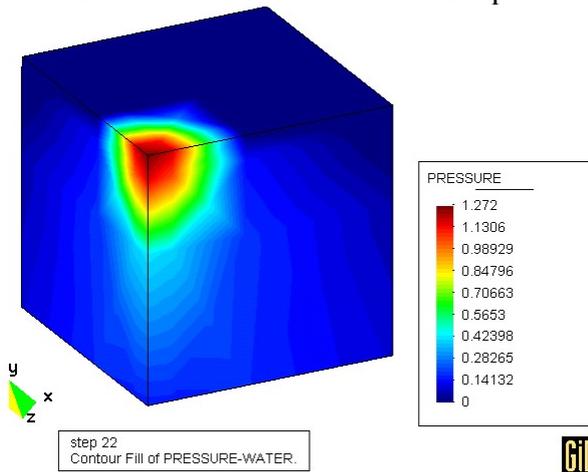


Figura 8: Distribución de presión de poro a los 10 días

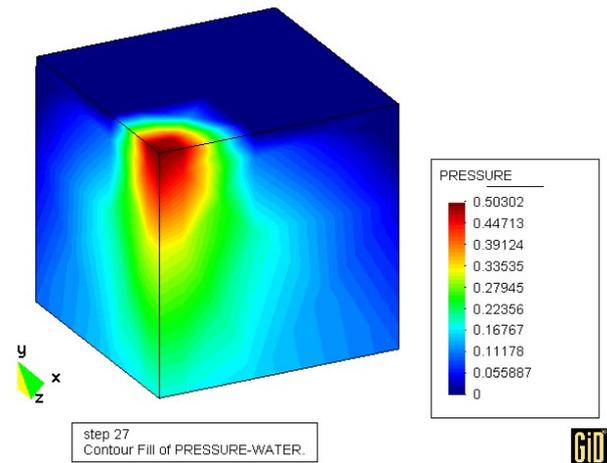


Figura 9: Distribución de presión de poro a los 100 días

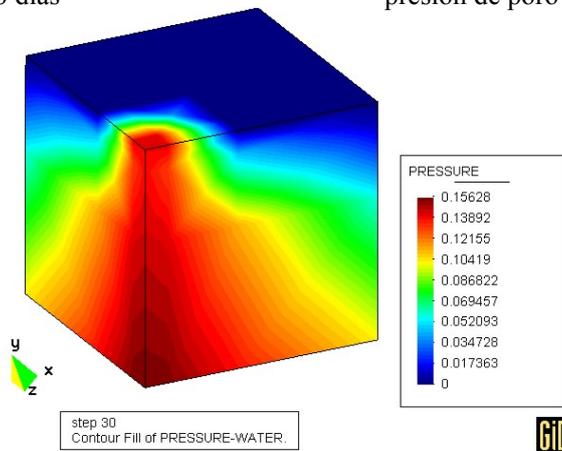


Figura 10: Distribución de presión de poro a los 1000 días

4.3 Discusión de resultados:

El primer ejemplo se ha incluido como una manera de validar los resultados obtenidos usando FECCUND V 2.1, mediante su comparación con la muy utilizada teoría de consolidación de Terzaghi que, para el caso presentado, arroja resultados correctos.

En el segundo ejemplo, consistente en una zapata flexible aislada, la distribución de descensos en el tiempo graficada en papel logarítmico⁵, presenta una pequeña meseta inicial debido a la toma de cargas por parte de los poros, luego la curva descendente a medida que avanza el drenaje de los líquidos, por supuesto transcurrido el tiempo suficiente. Es probable que la consideración de un número mayor de elementos, mejore sensiblemente la forma de la gráfica.

El drenaje de intersticios en avanzados estados, es decir, por encima de los 100000 días, deja una distribución de presiones neutras que se asemeja al muy estudiado “bulbo de Boussinesq” empleado en la solución del problema de tensiones en medio elástico infinito, constituyendo una medida mas de la coherencia de resultados.

5 CONSIDERACIONES FINALES

La formulación usada fue derivada de las presentadas en anteriores trabajos^{3, 5}. Esto permitiría la expansión del software hacia problemas trifásicos no saturados¹⁰. Además, continuando con investigaciones recientes⁴, puede lograrse abordar condiciones de no linealidad para el caso tridimensional. De hecho, ambos frentes de trabajo están siendo actualmente desarrollados.

6 CONCLUSIONES

- Se ha presentado un modelo para el análisis de consolidación de suelos saturados
- Se ha presentado el software tres D (FECCUND V 2.1) capaz de resolver el citado problema usando elementos finitos.
- Los resultados obtenidos para la columna de Terzaghi, se corresponden totalmente con los obtenidos en las Referencias^{4,5,9}.
- El modelo matemático usado puede ser ampliado considerando problemas no lineales físicos – geométricos y problemas no saturados^{4,10}.

7 REFERENCIAS

- [1] M. A. Biot, “*General Theory of three - dimensional consolidation*”. J. of Applied Physics, V. 12, pp 155 – 164. 1941.
- [2] C. C. Zienkiewicz, C. Humpheson and R. W. Lewis. “*A unified approach to soil mechanics problems (including plasticity and viscoplasticity)*. In *finite elements in Geomechanics*”. Edited by Gudehus, pp 151 – 177 J. Wiley & Sons, London, UK. 1977.
- [3] H. A. Di Rado, A. M. Awruch, P. A. Beneyto “*Consolidation in Saturated Porous*

- Media. Implementation and Numerical Problems*". Computational Mechanics. New Trends and Applications (Ed. By S. R. Idelshon, E. Oñate & E. Dvorkin), Part VIII (Application Fields). 1998.
- [4] H. A. Di Rado, A. M. Awruch, P. A. Beneyto, J. E. Manzollillo, "*Tópicos en el Análisis no Lineal Físico y Geométrico. Aplicaciones a Consolidación de Suelos*". Mecánica Computacional.. Tomo 1. Pp. 199-211. Mendoza. Argentina. 1999.
- [5] H. A. Di Rado, P. A. Beneyto, J. E. Manzollillo, A. M. Awruch, "*Análisis de Fundaciones Directas Usando el Método de Los Elementos Finitos*". CIT Centro de Información Tecnológica. ISSN: 0716-8756 Volumen 10 N° 6 pp 165 a 175. Chile. 1999.
- [6] M. A. Biot, "*Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid*". J. of Applied Physics, V. 27, pp 459 – 467. 1956.
- [7] J.N. Reddy. "*An introduction to the finite element method*" Mc Graw – Hill Book Company. 1985.
- [8] A. M. Awruch and H. A. Di Rado, "*Introducción al método de los elementos finitos*" EUDENE. 1998.
- [9] R. W. Lewis, and B. A. Schrefler, "*The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*" J. Wiley & Sons, N. Y., 1987.
- [10] P.A. Beneyto - H. A. Di Rado, - A. M. Awruch, - J. E. Manzollillo, "*Unsaturated Analysis. A Simplified Formulation*". XII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones. ENIEF 2001. Vol. 20, pp. 211 a 218. Córdoba, Argentina. Octubre – 2001.