

COMPORTAMIENTO DE LA PELÍCULA DE AIRE EN UN COJINETE DE LÁMINAS FLEXIBLES

Marcelo H. Di Liscia, Rafael O. Ruiz y Sergio E. Diaz

*Laboratorio de Dinámica de Máquinas, Universidad Simon Bolívar, Caracas, Venezuela,
diliscia@usb.ve, <http://www.laba.usb.ve/ldm>*

Palabras clave: Cojinete de Aire de láminas flexibles, Identificación de Parámetros, Coeficientes Dinámicos

Resumen: Este trabajo muestra la aplicación de un algoritmo desarrollado para obtener el comportamiento de la película de aire en un cojinete láminas flexibles bajo la variación de la frecuencia de giro, con el objetivo de comprender el comportamiento de la película de aire de un cojinete de láminas flexibles, que se considera fundamental para calcular sus coeficientes dinámicos y realizar un análisis rotodinámico apropiado. Se aplican métodos numéricos a la ecuación de Reynolds para gas ideal isotrópico de película de aire del cojinete. El Método de Diferencias Finitas (MDF) es utilizado para resolver la ecuación de Reynolds para un fluido compresible, acoplada con la adaptabilidad de la lámina, la cual se deforma y cede bajo la acción de la presión; debido a la no linealidad de la ecuación, el cálculo del perfil de presión es obtenido en un proceso de iteraciones sucesivas y el perfil de presión es integrado sobre la superficie del eje por el Método Simpson para calcular las fuerzas hidrodinámicas. La película de aire es perturbada para así obtener los coeficientes dinámicos y la frecuencia de excitación del eje es independiente de la velocidad de giro, permitiendo así excitaciones asíncronas. Los resultados muestran la dependencia del comportamiento en función de la frecuencia, a pesar del pequeño valor del número de compresibilidad. El algoritmo presentado fue desarrollado para ser aplicado a cojinetes de geometría variable, lo que lo convierte en una herramienta de gran utilidad para estimar los coeficientes en este tipo de elementos.

1 INTRODUCCIÓN

Los cojinetes como componentes de máquinas rotativas cumplen un rol fundamental, proporcionan el soporte del rotor y modifican la respuesta que puede tener la maquinaria como un sistema. Es importante conocer las propiedades de los cojinetes, como su rigidez y amortiguación, ya que contribuyen de manera directa al comportamiento de la máquina, el rotor descansa sobre ellos e introducen las propiedades necesarias para que funcione apropiadamente sin poner en riesgo la integridad de la máquina. Los cojinetes utilizan un fluido lubricante para reducir la fricción entre las superficies móviles. Estos lubricantes van desde fluidos muy viscosos como el aceite, hasta fluidos tan ligeros como un gas, como el aire por ejemplo.

Los cojinetes de aire o gas han demostrado ser útiles en muchas aplicaciones, como unidades turbo compresoras, sistemas de potencia auxiliares, microturbinas, máquinas rotativas de alta precisión, y aquellas que demandan un ambiente libre de aceite. La lubricación a gas soluciona los problemas relacionados con la lubricación por fluido, porque no requieren sellos complejos, bombas de aceite, sistemas de circulación, al tiempo que pueden operar a altas temperaturas y velocidades. Sin embargo, este tipo de cojinetes han mostrado desventajas, debido a su baja capacidad de carga y baja fuerza viscosa, deben usarse holguras muy pequeñas, lo que lleva a tomar estrictas tolerancias en su fabricación así como un tiempo de instalación considerable (Wilde y San Andrés 2003).

Los cojinetes estudiados en este trabajo son cojinetes de láminas flexibles tipo *bump-foil*, que consisten en una lámina suave y delgada que proporciona la superficie del cojinete denominada *top-foil* y una tira flexible de lámina corrugada llamada *bump-foil* que proporciona el soporte. El *top-foil*, se deforma bajo la acción de la presión, haciendo de este lo que se denomina un cojinete flexible.

Se han realizado en el pasado y en la actualidad diversos y variados estudios relacionados con diferentes tipos de cojinetes de aire. Heshmat et al. (1983 y 2000), Wilde y San Andrés (2003), Rubio y San Andrés (2003), Peng y Khonsari (2004) y los métodos para su análisis van desde métodos de diferencia finitas o elementos finitos, hasta cálculos experimentales hechos directamente sobre bancos de pruebas. Tiwari et al. (2005) resumen las técnicas de identificación para cojinetes hidrodinámicos e hidrostáticos, procedimientos experimentales y técnicas teóricas para identificar parámetros de cojinetes. Ruiz et al. (2006a) y Di Liscia (2006) proponen unos algoritmos para la medición y cálculo de coeficientes dinámicos, experimental y analíticamente. Ruiz et al. (2006b) identifican y estiman los coeficientes de rigidez y amortiguación para un cojinete rígido de tres lóbulos, utilizando excitaciones de órbitas unidimensionales. Luego Ruiz et al. (2006c) reportan el comportamiento asíncrono del mismo cojinete, proporcionando mapas completos de los coeficientes en función de la velocidad de giro y la frecuencia de excitación. El presente artículo busca avanzar en estos estudios, basándose en los algoritmos propuestos para realizar los cálculos en cojinetes rígidos con el propósito de estimar numéricamente los coeficientes de un cojinete de láminas flexibles de película de gas, modificando el algoritmo propuesto para considerar la deformación que sufre el *top-foil*. El presente artículo muestra las consideraciones tomadas y los parámetros dinámicos del cojinete son reportados gráficamente.

2 ECUACION DE REYNOLDS MODIFICADA

Las hipótesis y simplificaciones básicas tomadas para llegar a la ecuación diferencial isotérmica de Reynolds adimensional para un fluido compresible en coordenadas cilíndricas que se muestra en la Ecuación 1, fueron previamente discutidas por Di Liscia et al. (2006), tomando en cuenta los cambios de variables adimensionales mostradas en la Ecuación 2, geoméricamente ilustradas en la Figura 1:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \bar{P} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \bar{P} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right) = \Lambda \frac{\partial (\bar{h} \bar{P})}{\partial \theta} + 2 \Lambda \frac{\partial (\bar{h} \bar{P})}{\partial \bar{t}}. \quad (1)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{L/2}, \quad \bar{P} = \frac{P}{P_a}, \quad \bar{h} = \frac{h}{C}, \quad \bar{t} = \Omega \cdot t \quad \text{y} \quad \Lambda = \frac{6\Omega\mu}{P_a} \left(\frac{R}{C} \right)^2. \quad (2)$$

El cojinete de aire se encuentra abierto a la atmósfera, por lo que la presión de descarga es la presión atmosférica, el perfil de presiones se supone simétrico con respecto al plano medio del cojinete, y para garantizar la periodicidad en la dirección circunferencial la presión en $\theta = 0$ es igual a la presión en $\theta = 2\pi$, esto se resume como:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= 1, \text{ en } \bar{z} = 1 \text{ y } \bar{z} = -1, \\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} &= 0, \text{ en } \bar{z} = 0, \\ \bar{P}(\theta = 0) &= \bar{P}(\theta = 2\pi). \end{aligned}$$

Donde, h es el espesor de película de aire [m], \bar{h} el espesor de película de aire adimensional, C la holgura nominal del lóbulo [m], z la coordenada en la dirección axial [m], \bar{z} la coordenada adimensional en la dirección axial, P la presión hidrodinámica [N/m^2], \bar{P} la presión hidrodinámica adimensional, D diámetro del muñón [m], L longitud axial del cojinete [m], Λ número de compresibilidad, P_a presión ambiental [N/m^2], Ω velocidad angular del rotor [rad/s], μ viscosidad [$1.882 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$], R radio del eje [m], T temperatura absoluta del aire [K]. Λ se denomina número de cojinete o número de compresibilidad. Este número como se puede observar, relaciona las variables geométricas y dimensionales del cojinete junto con las del fluido (radio, holgura, viscosidad) y las condiciones de operación (velocidad y presión).

3 COJINETE BUMP-FOIL

La Figura 1 muestra un cojinete de tipo *bump-foil*. Este cojinete consiste en un cilindro cubierto internamente por una lámina corrugada denominada *bump-foil* sobre la cual se coloca una lámina delgada a la que se denomina *top-foil*. La ecuación del espesor de la película de lubricante es diferente al caso de un cojinete rígido, debido a que el *top-foil* se deforma adaptándose al perfil de presión. A medida que el eje busca la posición de equilibrio o cabecea, se genera un perfil de presión que empuja no solo al eje, sino también al cojinete. La Figura 2 muestra el *bump-foil* del cojinete, el cual ofrece una resistencia al desplazamiento del *top-foil* que es representada como una rigidez (κ) multiplicada por la diferencia entre la presión del punto dentro del cojinete y la presión atmosférica ($P_i - P_a$), en forma adimensional:

$$\bar{h}_i = 1 - \bar{x} \cdot \cos \theta - \bar{y} \cdot \sin \theta + \alpha \cdot (\bar{P}_i - 1). \quad (3)$$

donde:

$$\alpha = \frac{\kappa \cdot P_a}{C}. \quad (4)$$

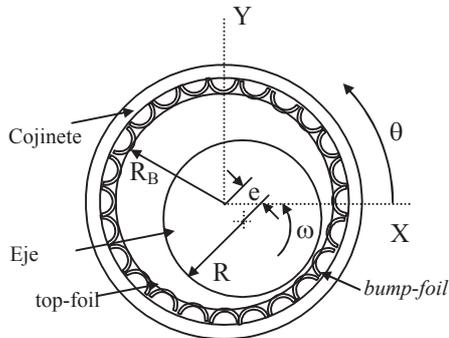


Figura 1. Esquema de un cojinete de tipo bump-foil

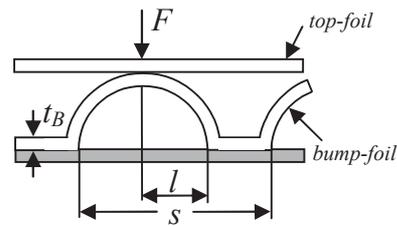


Figura 2. Geometría del bump-foil según Heshmat (1982)

La constante de adaptabilidad del bump-foil κ es adimensional y es especificada por Heshmat (1984), según la geometría indicada a continuación, como:

$$\alpha = \frac{2P_a s}{CE} \left(\frac{l}{t_B} \right)^3 (1 - \nu^2). \quad (5)$$

Como se puede observar, el valor de α depende de la geometría del bump-foil así como del material del que esté fabricado. Las variables s , t_B y $2l$ se refieren al paso, espesor y longitud del bump-foil, E y ν son el módulo de Young y Poisson respectivamente.

4 PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Para resolver numéricamente la ecuación diferencial se utiliza una adaptación de la técnica de diferencias finitas para problemas con valor en frontera. El método reemplaza las derivadas en la ecuación diferencial por una aproximación de cociente de diferencias adecuada. Se discretiza el cojinete longitudinal y circunferencialmente, sus dimensiones se dividen entre unos números enteros a conveniencia, de forma de tener un tamaño de paso para cada dirección (z y θ). Di Liscia et al. (2006) presentan la deducción y las condiciones de contorno consideradas en el esquema. Las siguientes expresiones (Ecuación 6 y Ecuación 7) corresponden a la ecuación diferencial isotérmica para un fluido compresible:

$$LD = -\frac{1}{\bar{P}_{i,j}} \left[\left(\frac{\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right)^2 + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \left(\frac{\bar{P}_{i,j+1} - \bar{P}_{i,j-1}}{2\Delta\bar{z}} \right)^2 \right] - \frac{3}{\bar{h}_{i,j}} \left[\frac{\bar{h}_{i+1,j} - \bar{h}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \frac{\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\bar{h}_{i,j+1} - \bar{h}_{i,j-1}}{2\Delta\bar{z}} \frac{\bar{P}_{i,j+1} - \bar{P}_{i,j-1}}{2\Delta\bar{z}} \right]$$

$$+ \frac{\Lambda}{\bar{h}_{i,j}^3} \left[\frac{\bar{h}_{i+1,j} - \bar{h}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} + \frac{\bar{h}_i}{\bar{P}_{i,j}} \frac{\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} + \frac{\partial \bar{h}_i}{\partial \bar{t}} \right]. \quad (6)$$

$$LI = \frac{\bar{P}_{i+1,j} - 2 \cdot \bar{P}_{i,j} + \bar{P}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2} + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\bar{P}_{i,j+1} - 2 \cdot \bar{P}_{i,j} + \bar{P}_{i,j-1}}{(\Delta\bar{z})^2}. \quad (7)$$

El término de *squeeze* o apachurramiento $\partial \bar{h}_i / \partial \bar{t}$ al final de la Ecuación 6 corresponde a la compresión de la película en dirección radial y se sustituye por el valor de velocidad adimensional en la dirección radial del nodo para cada iteración.

Con el propósito de hallar la distribución de presión, el método propuesto es definir una distribución de presión y un espesor de película iniciales (posición inicial). Sin embargo, a diferencia de lo que sucede en los cojinetes rígidos, en los cojinetes flexibles la dependencia de la presión existente en el espesor de película (Ecuación 3) hace necesario incluir en el procedimiento una nueva iteración. Al suponer la distribución de presión y espesor de película iniciales, se evalúa el lado derecho (*LD* Ecuación 6) de la ecuación y con esta presión se calcula el nuevo espesor de película resolviendo el lado izquierdo (*LI* Ecuación 7). Se debe realizar entonces una serie de iteraciones sucesivas hasta que el perfil de presión converja al mismo tiempo que el espesor de la película de lubricante. Una vez obtenida la presión y espesor de película correspondientes, se evalúa el lado derecho (*LD*) y se calcula una nueva distribución de presión utilizando el lado izquierdo (*LI*). Este resultado se introduce nuevamente en el lado derecho (*LD*), pero evaluando nuevamente el espesor de la película de lubricante con esta presión, e iterando entre ellos hasta que converjan para luego volver a evaluar y sucesivamente iterar hasta que se logra una convergencia. Las convergencias de la presión y la película se asumen cuando el error relativo entre dos iteraciones sucesivas cae por debajo de un valor de tolerancia específico.

Una vez obtenido el perfil de presión se obtienen las fuerzas hidrodinámicas sobre la superficie del cojinete mediante una integral doble de Simpson. Los coeficientes son obtenidos conociendo la trayectoria del centro del eje, el cual en el mas sencillo de los casos (el tomado para las pruebas) describe un órbita circular de radio r a una frecuencia conocida Ω . Este procedimiento es el mismo utilizado por Ruiz et al. (2008).

Se expresan las coordenadas x e y del centro del eje y las velocidades del centro del eje como:

$$x = r \sin(\Omega t), \quad y = r \cos(\Omega t), \quad \dot{x} = r\Omega \cos(\Omega t), \quad \dot{y} = -\Omega r \sin(\Omega t). \quad (8)$$

Las fuerzas F_x y F_y en cualquier punto i de la órbita puede ser expresado como:

$$F_x = K_{xx}x_i + K_{xy}y_i + C_{xx}\dot{x}_i + C_{xy}\dot{y}_i. \quad (9)$$

$$F_y = K_{yx}x_i + K_{yy}y_i + C_{yx}\dot{x}_i + C_{yy}\dot{y}_i. \quad (10)$$

Para una cantidad de n puntos de tiempo que describen una órbita completa, las ecuaciones (9) y (10) pueden ser expresadas como la Ecuación 11:

$$\begin{bmatrix} F_{x1} & F_{y1} \\ F_{x2} & F_{y2} \\ \vdots & \vdots \\ F_{xn} & F_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & \dot{x}_1 & \dot{y}_1 \\ x_2 & y_2 & \dot{x}_2 & \dot{y}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & \dot{x}_n & \dot{y}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \\ C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Expresando la Ecuación 11 en una forma simple, nombrando FXY , XY y KC a cada matriz tenemos la Ecuación 12:

$$[FXY] = [XY] \times [KC]. \quad (12)$$

Como la matriz de posiciones y velocidades XY no es cuadrada, los valores de los coeficientes en la matriz KC pueden ser calculados a través de la pseudo-inversa, la cual se representa en la Ecuación 13:

$$[KC] = \{[XY]^T [XY]\}^{-1} [XY]^T [FXY]. \quad (13)$$

Esta ecuación proporciona los valores promedio de los coeficientes del cojinete cuando el eje está sujeto a una órbita síncrona o asíncrona. Ruiz et al. (2008) utilizaron este procedimiento para calcular los coeficientes de un cojinete rígido, obteniendo resultados que se consideraron satisfactorios.

5 RESULTADOS

El análisis de sensibilidad del mallado garantiza la independencia de la malla y errores menores al 1%. La Tabla 1 muestra el análisis de convergencia. La primera columna es el número de nodos, la segunda el valor de la presión máxima adimensional en el perfil de presión, y la tercera indica el porcentaje entre los valores de la presión máxima entre un mallado y el previo.

N Total	PMax [adim.]	Dif %
441	1,0356	-
651	1,0620	1,33%
861	1,0724	0,98%
1071	1,0783	0,55%

Tabla 1. Análisis de convergencia con sensibilidad del mallado

El tiempo empleado en el cálculo de los coeficientes para una frecuencia de giro determinada se muestra en la Tabla 2. La primera columna indica el número de nodos de la malla, la segunda el tiempo de cálculo, y la tercera indica el porcentaje entre el tiempo del mallado actual y el previo.

N Total	t [s]	Dif %
441	12,0028	-
651	35,3256	194%
861	77,4732	119%
1071	144,3328	86%

Tabla 2. Análisis de convergencia con sensibilidad del mallado

Se calculan los coeficientes del cojinete rígido de la Tabla 3.

Parámetros Geométricos	Magnitud
Diámetro, D	30 mm
Longitud, L	30 mm
Holgura Nominal, C	30 μm

Tabla 3. Parámetros Geométricos del cojinete rígido.

Se calculan los coeficientes dinámicos para un cojinete de láminas flexibles de material Inconel ® con las especificaciones mostradas en la Tabla 4.

Parámetros Geométricos	Magnitud
Radio, R	15 mm
Longitud, L	30 mm
Espesor del <i>Bump</i> t_B	0.1 mm
Paso del <i>Bump</i> s	6.5 mm
Longitud del <i>Bump</i> $2l$	4.5 mm
Módulo de Young del <i>Bump</i>	214×10^9 Pa
Módulo de Poisson	0.32
Holgura Nominal, C	30 μm

Tabla 4. Parámetros Geométricos del cojinete flexible ó tipo foil

La Tabla 5 muestra las condiciones de operación de los cojinetes.

Condiciones de Operación	Magnitud
Presión Ambiente, P_a	1 bar
Temperatura, T	300°K
Viscosidad, μ	1.78×10^{-5} Ns/m ²
Densidad a Presión Ambiente, ρ	1.224 kg/m ³
Máxima Velocidad del Rotor	20 krpm

Tabla 5. Parámetros Geométricos y Condiciones de operación del cojinete rígido.

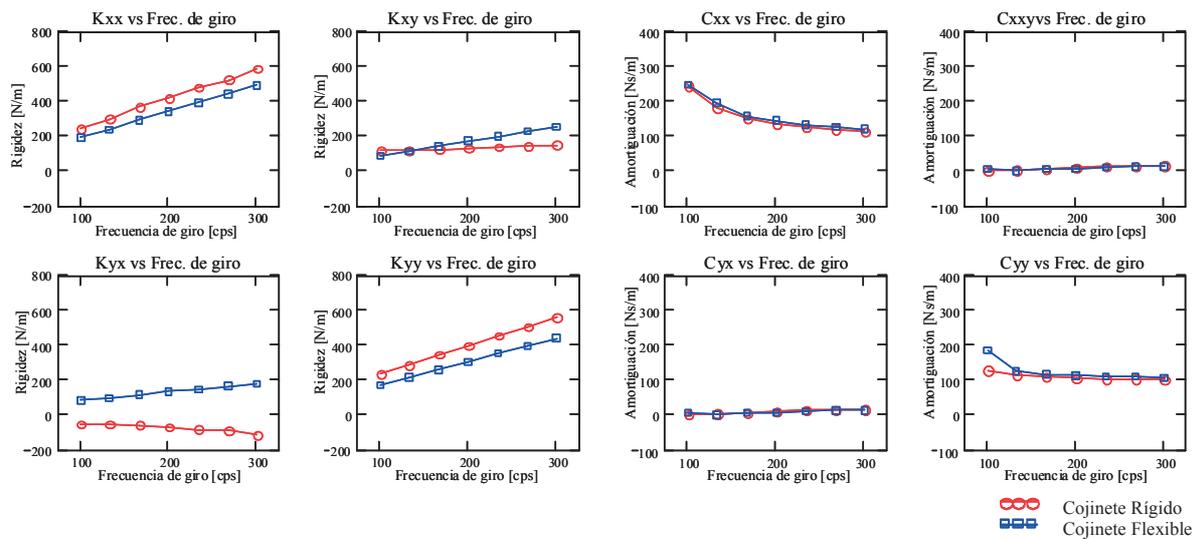


Figura 3 Coeficientes vs. Frecuencia de giro

Se puede observar de las gráficas de la Figura 3, que los valores de los coeficientes de rigidez del cojinete de láminas flexibles difieren de los coeficientes del cojinete rígido de mismas dimensiones. Si bien los valores de los coeficientes se encuentran dentro de los mismos órdenes de magnitud el cojinete de láminas flexibles posee una rigidez menor, lo cual es debido a que a rigidez total es la suma de la proporcionada por la película de película de aire más la proporcionada por los *bumps*.

Las rigideces analizadas son mismo orden de magnitud, siendo las cruzadas menores que las directas. En el rango de frecuencias de giro estudiado, la rigidez yx es negativa en el cojinete rígido y es positiva en el cojinete flexible, lo que hace a este último tipo de cojinetes más estable. En el rango de frecuencias de giro estudiado, las amortiguaciones directas y cruzadas son prácticamente las mismas en ambos cojinetes.

La rigidez directa es proporcional a la frecuencia de giro en ambos cojinetes, mientras que las amortiguaciones directas disminuyen. Los valores de las rigideces cruzadas son inferiores a las directas, y las amortiguaciones cruzadas son al menos un orden de magnitud inferiores con respecto a las directas. Para números de cojinete (Λ) muy elevados (altas velocidades u holguras muy pequeñas) el código es inestable y no converge para cualquier amplitud de perturbación, debido a que las fuerzas hidrodinámicas son sensibles a las perturbaciones.

6 CONCLUSIONES

Para ambos cojinetes, los coeficientes directos de rigidez aumentan y los coeficientes directos de amortiguación disminuyen a medida que la frecuencia de giro aumenta. En el rango estudiado, las rigideces del cojinete flexible son inferiores a las rigideces del cojinete rígido.

Los coeficientes calculados y las estimaciones numéricas de los coeficientes presentados se encuentran dentro de los órdenes de magnitud esperados en cada caso, al ser comparados con los coeficientes obtenidos por Peng et al. (2004). A pesar de la simplicidad del método de diferencias finitas, el modelo numérico proporciona resultados coherentes, en relación a los obtenidos en los trabajos precedentes citados.

El algoritmo muestra ser versátil, ya que permite modificar el esquema según sea necesario. El algoritmo ha sido utilizado para calcular coeficientes en cojinetes rígidos hidrostáticos e hidrodinámicos donde el esquema de iteración es diferente al utilizado cuando se calculan los coeficientes para cojinetes flexibles.

Futuras mejoras pueden ser obtenidas incluyendo la ecuación de energía y/o utilizándole método de volúmenes o elementos finitos.

REFERENCIAS

- Di Liscia, M., Ruiz, R. O., and Diaz, S. E., Desarrollo de un Software para el Análisis Dinámico de Cojinetes, VI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Mérida, Venezuela, 2006.
- Heshmat, H. Walowit, J. A., y Pinkus, O., 'Analysis of Gas-Lubricated Foil Journal Bearings, *ASME J. Lubr. Technol.*, 105, pp. 647– 655, 1983.
- Heshmat, C., Xu, D. S., Heshmat, H., Analysis of Gas Lubricated Foil Thrust Bearings Using Coupled Finite Element and Finite Difference Methods, *Trans ASME Journal of Tribology*, Vol 122, pp.199-204, 2000.
- Peng, Z. C., Khonsari, M. M., Hydrodynamic Análisis of Compliant Foil Bearings UIT Compressible Air Flow, *Trans. ASME Journal of Tribology*, Vol. 126, pp.542-546, 2004.
- Rubio, D. and San Andrés, L., Bump-Type Foil Bearings Structural Stiffness: Experiments and Predictions, *Proc. ASME TurboExpo*, Vienna, Austria, paper GT-2004-53611, 2004.
- Ruiz, R, Di Liscia, M. and Diaz, S., Algoritmos para la Medición y Cálculo de Coeficientes Dinámicos en Cojinetes de Películas de Gas, *Proc. CIMENICS 2006*, Porlamar, Venezuela, paper AD-28, 2006a.
- Ruiz, R., Di Liscia, M., Medina, L., Diaz, S., Experimental Measurement of a Three Lobe Air Bearing Rotordynamic Coefficients, *Proc. ASME TurboExpo*, Barcelona, Spain, paper GT-2006-91068, 2006b.
- Ruiz, R, Di Liscia, M, and Diaz, S., Effect of the Orbit Shape on the Experimental Measurement of a Three Lobe Air Bearing, *Proc. 7th IFToMM Conference on Rotor Dynamics*, Vienna, Austria, paper 284, 2006c.
- Ruiz, R, Di Liscia, M, and Diaz, S., Identificación de Coeficientes Dinámicos en Cojinetes de Película de Aire, Enief, San Luis, Argentina, *Mecánica Computacional*, Vol XXVII, pp. 3555-3561, 2008.
- San Andrés, L. and Wilde, D. A., Finite Element Analysis of Gas Bearing for Oil-Free Turbomachinery, *Revue Européenne des Eléments Finis*, 10 (6-7), pp. 769-790, 2001.
- Tiwari, R., Lees, A., Friswell., Identification of Dynamic Bearing Parameters: A review, *Proc. Shock and Vibration Digest*, Vol. 36, No. 2, 99-124, 2004.
- Wilde, D., San Andrés, L., Comparison of Rotordynamic Analysis Predictions with the test response of simple gas hybrid Bearings for oil free Turbomachinery, *Proc. ASME TurboExpo*, Atlanta, paper GT-2003-38859, 2003.