

INFLUENCIA DE LA FUNCIÓN DE ABLANDAMIENTO EN LA RESPUESTA MACROSCÓPICA DEL HORMIGÓN SIMPLE

Nicolás E. Badano, Pedro S. Comancho, Juan F. Bissio y E. Ignacio Villa

*Grupo de Métodos Numéricos de Simulación y Mecánica Computacional
Área Departamental Construcciones, Facultad de Ingeniería, UNLP
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, Rep. Argentina
simec@ing.unlp.edu.ar - <http://www.ing.unlp.edu.ar/constr/gdmndsymc>*

Palabras Clave: Función de ablandamiento, energía específica de fractura, hormigón simple.

Resumen. Uno de los modelos más utilizados actualmente para simular el comportamiento en fractura de los materiales cuasifrágiles (como algunas rocas, los morteros, los cerámicos y el hormigón) es el denominado *Modelo de Fisuración Cohesiva*. Se trata de un criterio fenomenológico que permite describir de manera simple y realista todo el proceso de daño, en general de tipo no lineal, que tiene lugar en estos materiales. La zona en proceso de fractura se representa mediante una fisura *cohesiva*, o ficticia, que tiene la capacidad de transferir tensiones. La relación que existe entre la tensión transmitida por la fisura cohesiva y la separación de sus caras es considerada una propiedad del material denominada *curva* o *función de ablandamiento* y constituye la hipótesis fundamental del modelo.

En este trabajo, la influencia que la forma de dicha curva tiene en la respuesta macroscópica del hormigón es analizada en detalle. Para ello se han simulado numéricamente, utilizando el Método de los Elementos Finitos, ensayos de fractura sobre probetas fisuradas de flexión en tres puntos, considerando seis hormigones de distinta calidad, dos tamaños de probeta diferentes y tres funciones de ablandamiento: una lineal, una exponencial y una bilineal. De la discusión de los resultados se puede concluir que, en un problema cuasiestático de flexión en tres puntos, la solución es prácticamente independiente de la forma de la función de ablandamiento. Esto justificaría la utilización de aproximaciones sencillas en lugar de otras más complejas, al menos en aquellos casos en los que se busca determinar la carga de colapso y no se requiere información adicional acerca del comportamiento de la estructura, típicamente asociada con la determinación de los Estados Límite de Servicio, como por ejemplo la distribución y apertura de las fisuras.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento en fractura de un sólido fisurado supone un tema de gran interés científico debido entre otras cosas a que, en la práctica, es imposible garantizar que una estructura se encuentre completamente libre de la presencia de defectos. Estos pueden aparecer durante los procesos de fabricación, transporte o montaje de sus componentes, aunque lo más habitual es que surjan a lo largo de su vida en servicio como resultado de las solicitaciones a las que se ven expuestos.

Para poder garantizar la integridad estructural de un componente mecánico hay que conocer previamente su comportamiento en fractura. En aquellas situaciones en las cuales es posible utilizar la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (*MFEL*) el análisis se simplifica ya que existe una gran cantidad de antecedentes que permiten resolver la mayoría de los problemas. Pero cuando la *MFEL* no es aplicable, como ocurre en muchas situaciones reales, es necesario recurrir a modelos más complejos.

Los denominados materiales con comportamiento cuasifrágil, entre los que se encuentran algunos de los más utilizados en la construcción de estructuras civiles como los cerámicos, las rocas y muy especialmente el hormigón, se caracterizan por la aparición de una zona de microgrietas en el extremo de la fisura cuyo tamaño puede llegar a ser importante si se lo compara con las dimensiones del sólido, dando lugar a la pérdida de proporcionalidad en su respuesta tensodeformacional.

Por este motivo, la simulación de este tipo de materiales se ha orientado hacia criterios de segundo orden. Los Modelos de Fisuración Cohesiva (*MFC*), introducidos por Hillerborg a mediados de la década de los 70 del siglo pasado (Hillerborg et al., 1976) como una extensión de las ideas originalmente propuestas por Barenblatt (Barenblatt, 1959) y por Dugdale (Dugdale, 1960) se encuentran entre ellos. En los *MFC* la zona en proceso de fractura se representa mediante una fisura *cohesiva*, o ficticia, cuyos labios tienen la capacidad de transferir tensiones, tal como puede observarse en la Fig. (1).

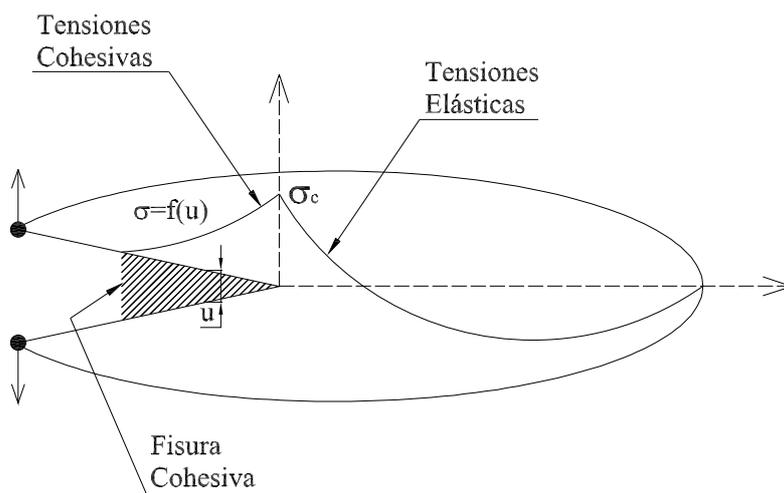


Figura 1: Fisura cohesiva embebida en un sólido bidimensional.

La relación que existe entre la tensión transmitida por la fisura cohesiva y la separación de sus caras es considerada una propiedad del material denominada *curva* o *función de ablandamiento* y constituye la hipótesis fundamental de estos modelos.

En el presente trabajo se analiza la influencia de la forma de la función de ablandamiento en la respuesta macroscópica del hormigón simple. Para ello, se han simulado numéricamente ensayos normalizados sobre probetas fisuradas de flexión en tres puntos, implementando un *MFC* en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (*MEF*). Se han considerado seis hormigones de distinta calidad, dos tamaños de probeta diferentes y tres de las funciones de ablandamiento cuya utilización más se ha difundido en la literatura especializada: una lineal, una exponencial y una bilineal.

2. MODELOS DE FISURACIÓN COHESIVA

Para resolver un problema de fisuración utilizando un *MFC* hay que definir previamente dos regiones. Una zona remota, en la cual el material está caracterizado por su ecuación constitutiva, y la denominada zona en proceso de fractura, cuya respuesta está gobernada por la función de ablandamiento del material, dentro de la cual el comportamiento del material cambia debido a que los campos de tensiones y de deformaciones se ven localmente afectados por la presencia de la fisura. En consecuencia, para su correcta implementación numérica, es necesario identificar previamente estas dos regiones y asignar a cada una de ellas las propiedades correspondientes.

En la Fig. (2) se muestra una función de ablandamiento genérica. La mayoría de los *MFC* suponen que en la zona remota el material es elástico y lineal, ganando simplicidad sin quitarle generalidad al planteamiento. Sin embargo, una de las ventajas de estos modelos es que para asignarle otro tipo de comportamiento diferente a esta zona no es necesario realizar ninguna modificación formal (Gómez, 1998; Scheider, 2001).

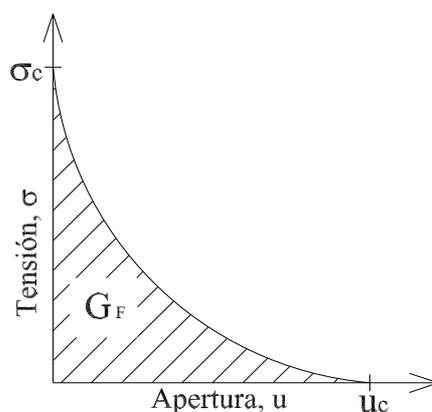


Figura 2: Aspecto general de una función de ablandamiento.

El proceso de fisuración se inicia cuando la tensión principal mayor alcanza el valor de la resistencia cohesiva del material, σ_c , instante en el que se nuclea una fisura cohesiva cuyo plano de propagación es perpendicular a la dirección de dicha tensión principal. Inicialmente, si el comportamiento del material es elástico y lineal, la tensión cohesiva transmitida por la fisura coincide con la resistencia a tracción del material, σ_t . A medida que la fisura se va abriendo la tensión transmitida disminuye monótonamente hasta que, cuando la apertura alcanza un valor crítico, u_c , no puede transmitir más tensiones y se convierte en una fisura real.

La evolución de la fisura está gobernada por la función de ablandamiento:

$$\sigma = f(u) \quad (1)$$

en la que σ es la tensión en un punto en la dirección normal al plano de la fisura y u es el desplazamiento relativo de ambas caras de la fisura en el mismo punto. El área encerrada debajo de la curva de ablandamiento es la energía específica de fractura, G_F , y representa el trabajo externo necesario para generar una superficie fisurada de área unitaria, es decir:

$$G_F = \int_0^{\infty} \sigma du \quad (2)$$

En la mayoría de los casos prácticos, la función de ablandamiento se determina mediante procedimientos inversos. Esto requiere hacer alguna hipótesis acerca de la forma y luego definir su expresión analítica dependiente de unos parámetros que deben ser determinados experimentalmente.

En el caso particular del hormigón, habida cuenta de la imposibilidad de realizar ensayos estables de tracción directa, la resistencia cohesiva del material se obtiene realizando ensayos de compresión diametral sobre probetas cilíndricas o rectangulares (Rocco, 1996). La energía específica de fractura, por su parte, se puede determinar a través de un ensayo de tenacidad sobre una probeta fisurada de flexión en tres puntos (Guinea, 1990), utilizando la relación de Irwin para vincular ambos parámetros:

$$G_F = \frac{K_{IC}^2}{E'} \quad (3)$$

donde K_{IC} es la tenacidad de fractura y E' es el módulo de elasticidad efectivo del material, obtenido a partir del módulo de elasticidad, E , y del coeficiente de Poisson, ν de la siguiente manera:

$$E' = \begin{cases} E & ; \text{ para tensión plana} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} & ; \text{ para deformación plana} \end{cases} \quad (4)$$

En cuanto a la forma, la función de ablandamiento rectangular es, junto con la lineal, una de las más sencillas de implementar numéricamente y es una buena aproximación a la curva real para algunos materiales de uso frecuente en la ingeniería, como por ejemplo el *PMMA* (Gómez, 1998). Cuando la función de ablandamiento real no puede suponerse rectangular, la aproximación más utilizada es la lineal porque si bien aquella retiene la tendencia principal del proceso de fractura y los efectos de tamaño, generalmente sobreestima la resistencia del material.

La aproximación lineal a la función de ablandamiento del hormigón fue introducida por primera vez por Hillergorg (Hillerborg et al., 1976). Pero como sus predicciones se encontraban del lado inseguro, unos años más tarde Petersson propuso una expresión bilineal (Petersson, 1981) y desde hace algún tiempo esta forma ha sido aceptada como la que mejor se aproxima a la curva de ablandamiento real del hormigón (Guinea et al., 1994; Guo et al., 1999). Sin embargo, no existe unanimidad acerca de la posición precisa del punto de inflexión ni de la metodología más adecuada para determinar experimentalmente sus parámetros (Planas et al., 2005) lo que ha dado lugar a que se propusieran otras curvas diferentes entre las que se destaca, por su similitud con la curva real, la función de ablandamiento exponencial.

3. CASOS ANALIZADOS

Se han considerado tres de las funciones de ablandamiento más utilizadas en la práctica cuyas formas son, como puede observarse en la Fig. (3), lineal, exponencial y bilineal. Con el fin de que las diferencias en la respuesta numérica de las tres funciones puedan atribuirse únicamente a su forma se mantuvieron constantes la tensión cohesiva del material, σ_c , y su energía específica de fractura, G_F , así como la pendiente inicial de la curva, k . Este último parámetro es importante a efectos numéricos y en general se escoge de manera tal que u_0 sea despreciable en relación con u_c .

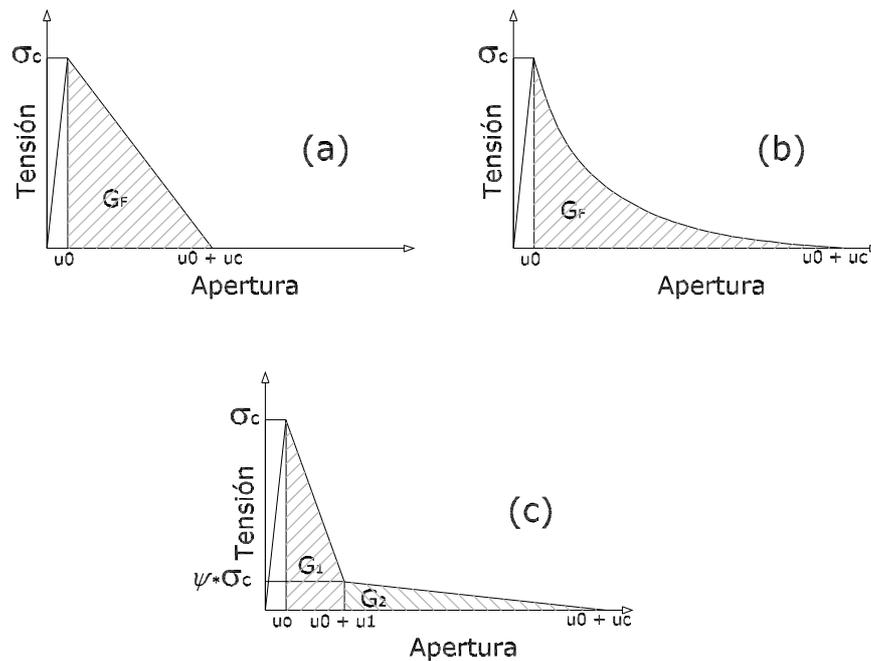


Figura 3: Funciones de ablandamiento consideradas: (a) lineal, (b) exponencial, (c) bilineal.

Las tres funciones de ablandamiento han sido implementadas en un código comercial de análisis por el *MEF* (ABAQUS, 2005) para simular numéricamente, dentro del marco de los *MFC*, ensayos normalizados de flexión en tres puntos sobre probetas fisuradas de hormigón simple con las geometrías recomendadas por *RILEM* (RILEM 50-FMC, 1985).

Se han analizado seis hormigones diferentes con las propiedades recomendadas por el *CEB* (CEB-FIP Model Code 90, 1990) para cada uno de los tres tamaños máximos de agregado grueso considerados, t_{max} . Las propiedades de cada uno de ellos se recogen en la Tabla 1.

Es importante tener en cuenta que, a pesar de ser un material heterogéneo compuesto por agregados y pasta de cemento hidratada como ligante, al analizar su comportamiento macroscópico el hormigón se puede considerar un medio homogéneo y así definir las propiedades mecánicas mediante un único valor.

En el presente trabajo se ha considerado el módulo de elasticidad indicado por el *CEB* para cada uno de los casos analizados en tanto que el coeficiente de Poisson, ν , se ha mantenido constante e igual a 0.30.

Propiedad	Unidades	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Resist. media a tracción	MPa	1.6	2.2	2.9	3.5	4.1	4.6
Módulo tangente inicial	MPa	27000	30000	34000	36000	39000	41000
G_F para $t_{max} = 8$ mm	N/mm	40	50	65	70	85	95
G_F para $t_{max} = 16$ mm	N/mm	50	60	75	90	105	115
G_F para $t_{max} = 32$ mm	N/mm	60	80	95	115	130	145
u_1 para $t_{max} = 8$ mm	mm	0.020	0.018	0.018	0.016	0.017	0.017
u_1 para $t_{max} = 16$ mm	mm	0.030	0.026	0.025	0.024	0.024	0.024
u_1 para $t_{max} = 32$ mm	mm	0.047	0.045	0.041	0.041	0.040	0.039
u_c para $t_{max} = 8$ mm	mm	0.200	0.182	0.179	0.160	0.166	0.165
u_c para $t_{max} = 16$ mm	mm	0.219	0.191	0.181	0.180	0.179	0.175
u_c para $t_{max} = 32$ mm	mm	0.188	0.182	0.163	0.164	0.159	0.158

Tabla 1: Propiedades de los hormigones analizados.

El esquema de ensayo se muestra en la Fig. (4) mientras que las dimensiones de las probetas, en función del tamaño máximo del agregado grueso, se indican en la Tabla 2.

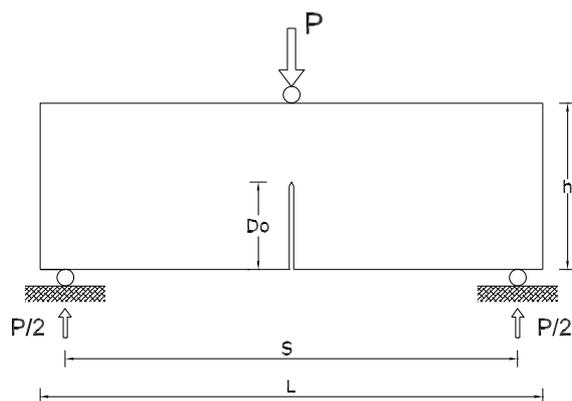


Figura 4: Geometría recomendada por RILEM para la realización de los ensayos.

Aprovechando la simetría que presenta el problema, únicamente se ha modelizado la mitad de la probeta con las condiciones de contorno indicadas en la Fig. (5). Se han restringido los desplazamientos en la dirección x a los nodos situados en el ligamento sano para imponer la condición de simetría, y se aplicó un desplazamiento, δ , en correspondencia con la línea de acción de la carga, además de impedir el desplazamiento en la dirección y del punto de apoyo de la probeta.

Denominación de la Probeta	t_{max} [mm]	L [mm]	S [mm]	b [mm]	h [mm]	D_0 [mm]
P1	8.0	840±10	800±5	100±5	100±5	50±5
P2	16.0	840±10	800±5	100±5	100±5	50±5
P3	32.0	1190±10	1130±5	200±5	200±5	100±5

Tabla 2: Dimensiones de las probetas.

En todos los casos analizados se han considerado condiciones de tensión plana y se han utilizado para la discretización del dominio elementos cuadriláteros de cuatro nodos y elementos triangulares de tres nodos con integración reducida.

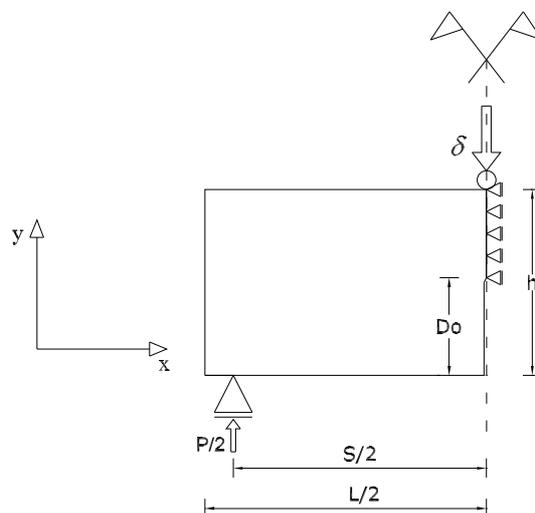


Figura 5: Esquema de cálculo utilizado.

La zona en proceso de fractura se ha simulado utilizando los elementos cohesivos bidimensionales incluidos en la galería de la versión 6.5 de *ABAQUS*, con espesor inicial igual a cero, definidos mediante tres parámetros: la rigidez inicial de la curva de ablandamiento, un criterio de iniciación asociado al valor de la tensión cohesiva del material y el tipo de ablandamiento, determinado por la forma de la función.

En la Tabla 3 se indica la cantidad de nodos, de elementos convencionales y de elementos cohesivos utilizados en cada una de las probetas analizadas.

Probeta	Nodos	Elementos Convencionales	Elementos Cohesivos
P1 – P2	2633	2574	52
P3	7893	7825	102

Tabla 3: Cantidad de nodos y elementos empleados en la discretización.

En el caso de la función de ablandamiento lineal, el valor de la apertura crítica de la fisura, u_c , se obtuvo igualando el área encerrada debajo de la curva de ablandamiento con el valor de la energía específica de fractura, G_F , manteniendo constante la tensión cohesiva del material. Los parámetros necesarios para realizar las simulaciones considerando un ablandamiento bilineal han sido recogido de las recomendados dadas por el *CEB* (*CEB-FIP Model Code 90, 1990*) para cada una de las geometrías estudiadas, en función del tamaño máximo del agregado grueso. Finalmente, la implementación de la función de ablandamiento exponencial se realizó a partir de los valores de σ_c y de u_c dados por el *CEB* para un ablandamiento bilineal, modificando el exponente α hasta igualar el área encerrada debajo de la curva con el valor de la energía específica de fractura, G_F .

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este trabajo se presentan los primeros resultados de un estudio paramétrico más amplio, acerca de la influencia de la forma de la función de ablandamiento en el análisis del comportamiento en fractura en Modo *I* de materiales cuasifrágiles.

Se ha implementado en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos un Modelo de Fisuración Cohesiva, estudiando tres de las funciones de ablandamiento más representativas del comportamiento en fractura del hormigón simple como son la lineal, la bilineal y la exponencial.

Con el fin de que las diferencias en la respuesta numérica puedan atribuirse únicamente a la forma de la función de ablandamiento del material se mantuvieron constantes los valores de la tensión cohesiva, σ_c , y de la energía específica de fractura, G_F , así como la pendiente inicial de la curva, k .

Se han simulado numéricamente ensayos sobre probetas fisuradas de flexión en tres puntos con las geometrías recomendadas por *RILEM* y se han considerado hormigones de distintas calidades, cuyos parámetros característicos han sido obtenidos de la normativa del *CEB*.

A partir de los resultados obtenidos en todos los casos analizados se representaron, para cada uno de ellos, las curvas que relacionan la carga aplicada sobre la probeta, P , con la apertura de la boca de la fisura ($CMOD$, según sus siglas en inglés). Una representación esquemática de la probeta bajo carga puede observarse en la Fig. (6).

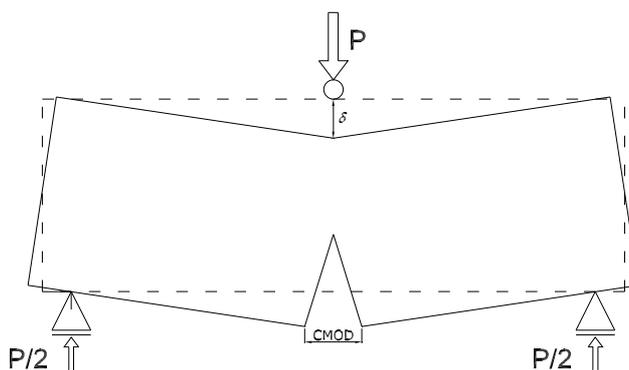


Figura 6: Esquema de la probeta bajo carga.

Con el objetivo de poder comparar los resultados correspondientes a los diferentes hormigones, los resultados fueron adimensionalizados de acuerdo a las Ecs. (5) y (6).

$$P' = \frac{P}{\sigma_c h b} \quad (5)$$

$$CMOD' = \frac{CMOD \sigma_c}{G_F} \quad (6)$$

Como puede observarse en la Fig. (7), los resultados obtenidos para $t_{max} = 8$ y 16 mm son prácticamente iguales, con la salvedad de que aquellos correspondientes al tamaño máximo más grande dan lugar a una carga útil un poco mayor. Por tal motivo, a los efectos de comparar la influencia de la forma de la función de ablandamiento se pueden considerar coincidentes. Esto aporta mayor claridad al análisis ya que permite utilizar los resultados de un tamaño máximo como representativos de ambos.

En las Figs. (8) a (13) se reproducen las gráficas $P' - CMOD'$ para los seis hormigones estudiados. En cada una de ellas se muestran seis curvas, cada una de las cuales corresponde a las tres funciones de ablandamiento analizadas y a los dos tamaños máximos de agregado grueso.

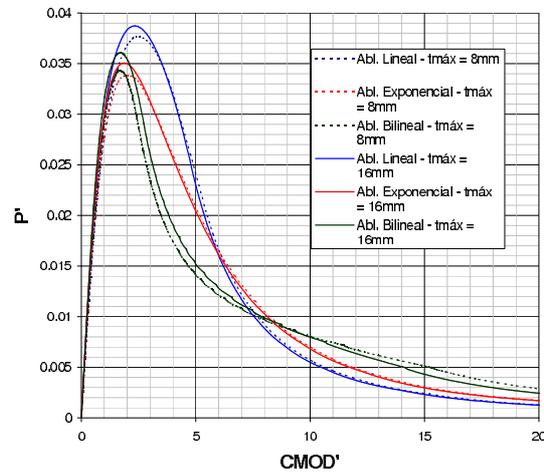


Figura 7: Comparación entre los resultados correspondientes al hormigón C30 para $t_{max} = 8$ y 16 mm.

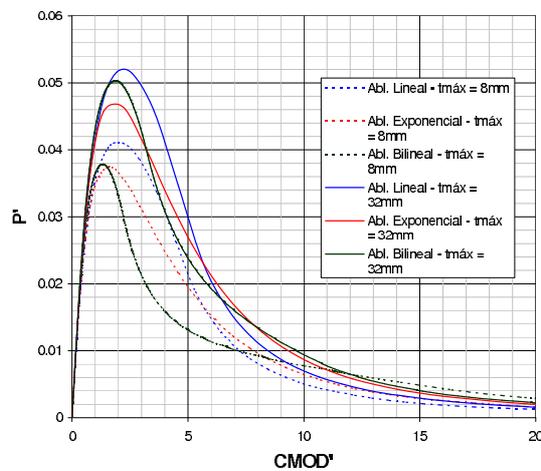


Figura 8: Resultados correspondientes al hormigón C12.

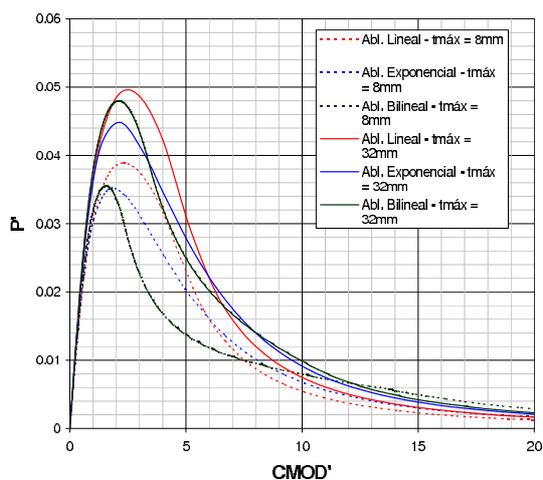


Figura 9: Resultados correspondientes al hormigón C20.

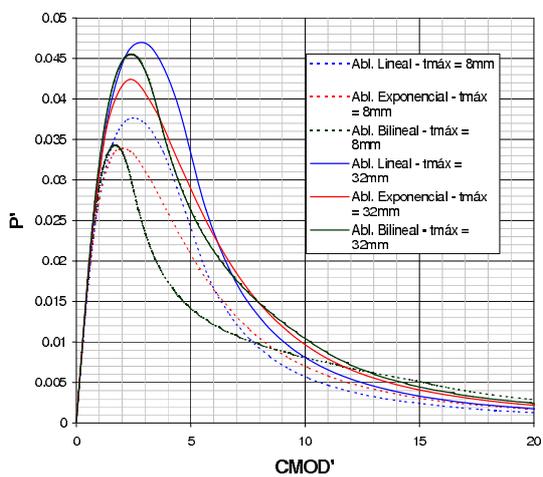


Figura 10: Resultados correspondientes al hormigón C30.

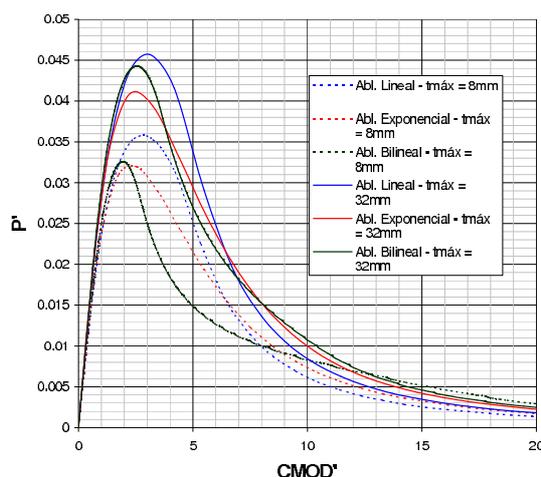


Figura 11: Resultados correspondientes al hormigón C40.

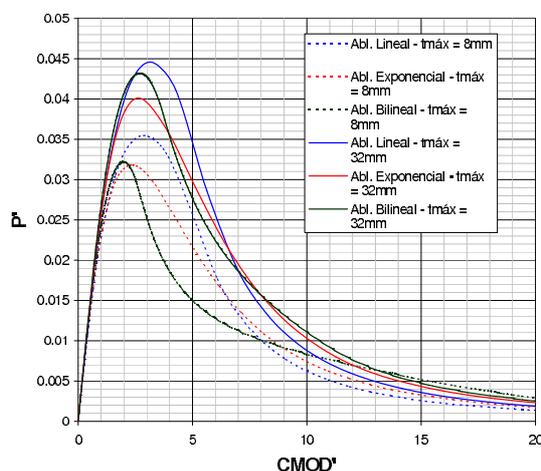


Figura 12: Resultados correspondientes al hormigón C50.

Contrariamente a lo que cabría suponer, a pesar de que las tres funciones de ablandamiento utilizadas son muy diferentes entre sí, la morfología de los resultados obtenidos no varía de una manera considerable.

En consecuencia se puede afirmar que no parece haber motivos para utilizar funciones de ablandamiento más complejas, como por ejemplo la bilineal, en lugar de aproximaciones más simples y de implementación computacional más sencilla cuando no se tenga una evidencia clara de que representan más fielmente el comportamiento en fractura del material.

Finalmente, se enumeran continuación las conclusiones más importantes que se derivan de la realización del presente trabajo:

- A pesar de la diferencia que existe entre las tres funciones de ablandamiento utilizadas, las curvas dimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta, P , con el correspondiente $CMOD$ no presentan variaciones considerables.
- En todos los casos analizados la mayor carga de colapso corresponde a la función de ablandamiento lineal, la menor a la aproximación exponencial mientras que la correspondiente al ablandamiento bilineal se mantuvo siempre entre las dos anteriores.

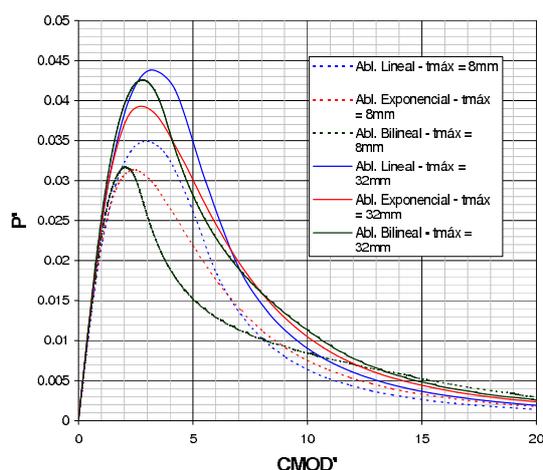


Figura 13: Resultados correspondientes al hormigón C60.

- Este comportamiento podría justificarse debido a que el valor de la carga máxima está influenciado por la energía de fractura correspondiente a la primera rama de la curva de ablandamiento, cuyo comportamiento coincide con el indicado en el punto anterior.
- En vista de los resultados obtenidos se concluye que no hay una diferencia apreciable en la respuesta macroscópica del material al variar el tipo de ablandamiento. Esta conclusión es sin dudas muy importante porque permitiría, al menos para una primera aproximación, utilizar funciones de ablandamiento sencillas y fáciles de implementar numéricamente para caracterizar el comportamiento en Modo I de fractura de materiales cuasifrágiles como el hormigón, al menos en aquellos casos en los cuales lo que se busca determinar la carga de colapso y no se requiere información adicional acerca del comportamiento de la estructura.

REFERENCIAS

- ABAQUS. *User's Manual Version 6.5*. Karlsson and Sorensen Inc., 2005.
- Barenblatt G. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture, general ideas and hypothesis, axially symmetric cracks. *Prikl. Mat. Mech*, 23:434–444, 1959.
- CEB-FIP Model Code 90. Design of concrete structures. Thomas Telford, London, 1990.
- Dugdale R. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8:100–104, 1960.
- Gómez F.J. *Un criterio de rotura en sólidos entallados*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1998.
- Guinea G. *Medida de la energía de fractura del hormigón*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1990.
- Guinea G., Planas J., y Elices M. A general bilinear fit for the softening curve of concrete. *Materials and Structures*, 27:99–105, 1994.
- Guo X., Tin-Loi F., y Li H. Determination of quasibrittle law for cohesive crack models. *Cement and Concrete Research*, 29:1055–1059, 1999.
- Hillerborg A., Modéer M., y Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773–782, 1976.
- Petersson P.E. Crack growth and development of fracture zone in plain concrete and similar materials. Report N° TVBM-1006, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Lund, 1981.
- Planas J., Fathy A., Guinea G., y Elices M. Análisis de un método de ensayo para determinar la curva de ablandamiento del hormigón. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 22:565–570, 2005.
- RILEM 50-FMC. Draft recommendation. determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Materials and Structures*, 18:285-290, 1985.
- Rocco C. *Influencia del tamaño y mecanismos de rotura del ensayo de compresión diametral*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1996.
- Scheider I. Cohesive model for crack propagation analyses of structures with elastic-plastic material behavior. Technical Note GKSS/WMS/00/19, Geesthacht, 2001.