

## **CONFIABILIDAD DE SISTEMAS ESTRUCTURALES BAJO ACCIONES SÍSMICAS**

**Oscar Möller\* , Marcelo Rubinstein\***

\* Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras IMAE - Universidad Nacional de Rosario  
Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina - e-mail: [moller@fceia.unr.edu.ar](mailto:moller@fceia.unr.edu.ar)

**Palabras clave:** Estructuras, Dinámica, Confiabilidad, Ingeniería sismorresistente.

**Resumen.** *En la ingeniería sísmica basada en la performance es necesario evaluar varios estados límites en cada nivel de performance. Considerando las incertidumbres presentes en demandas y capacidades, significa calcular probabilidades de falla o de excedencia anual. Para acciones sísmicas el comportamiento es dinámico y no lineal, y para hacer posible el cálculo probabilístico es necesario aproximar la respuesta estructural. Se presentan dos metodologías: superficie de respuesta global e interpolación local. La aplicación a un edificio de cinco pisos muestra la potencialidad de estas técnicas numéricas y se obtiene un buen acuerdo entre los resultados.*

**Abstract.** *In the performance-based seismic engineering it is necessary to evaluate several limit-state functions in each performance level. Considering the uncertainties in demands and capacities, that means the calculation of failure probabilities or annual exceedance probabilities. For seismic actions the behavior is dynamic and nonlinear, and to do possible the probabilistic calculations, the structural response must be approximated. Two methodologies are presented: global response surface and local interpolation. The application to a five-story building shows the power of these numerical technics, and very good agreement between the results is obtained.*

## 1 INTRODUCCIÓN

El objetivo del diseño de una obra civil, en particular de su estructura resistente, es lograr un comportamiento satisfactorio durante el tiempo de su vida útil. Bajo acciones sísmicas, con importantes incertidumbres, este objetivo debe pensarse en términos probabilísticos, evaluando la probabilidad de falla<sup>1,2</sup>.

La “Ingeniería sísmica basada en la performance”<sup>3,4</sup> es un procedimiento para obtener construcciones de comportamiento sísmico más predecible y cuantificable, poder evaluar y controlar el riesgo sísmico con un predeterminado nivel de aceptabilidad, minimizando el costo total. Se definen varios *niveles de performance*, o desempeño, que son estados límites de daño, y niveles de *terremotos de diseño* en función del período de retorno o probabilidad de excedencia en cierto número de años. Luego, de acuerdo al tipo y destino de la construcción, se seleccionan *objetivos de performance* que significan lograr un cierto nivel de performance para cada nivel de terremoto de diseño.

En formato probabilístico la acción sísmica y la capacidad estructural se representan con variables aleatorias, luego se evalúa la “probabilidad de falla” o probabilidad de excedencia anual de cada nivel de performance o estado límite. Finalmente se comparan con probabilidades de falla tolerables.

En problemas con acciones sísmicas el comportamiento estructural es dinámico y fuertemente no lineal, entonces se debe recurrir a técnicas de simulación para evaluar la confiabilidad del sistema, porque no es posible establecer una relación explícita entre las variables básicas y la respuesta estructural para formular los estados límites.

Pero cada simulación consiste en encontrar la historia de la respuesta dinámica no lineal del sistema estructural para un acelerograma generado (miembro del proceso aleatorio). Es evidente que el procedimiento de Monte Carlo, y aún con técnicas de reducción de variancia<sup>1</sup>, es impracticable.

Para superar esta dificultad, en este trabajo se utilizan dos tipos de aproximaciones en la respuesta estructural:

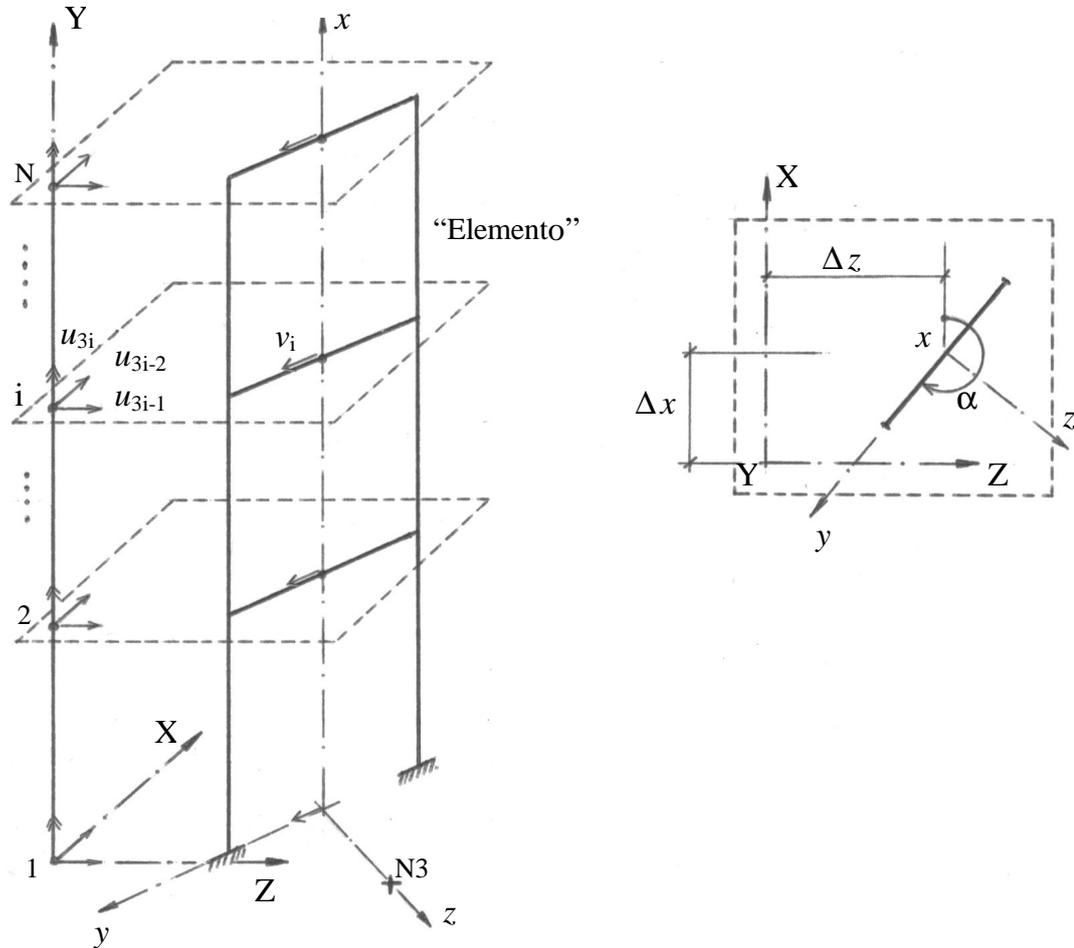
- a) Método de la superficie de respuesta<sup>5,6</sup> : donde la verdadera respuesta se aproxima con una superficie cuadrática definida con un número reducido de simulaciones numéricas, es decir de análisis dinámico no lineal con el método de los elementos finitos.
- b) Método de interpolación local<sup>7</sup> : a partir de una cantidad reducida de puntos con resultados determinísticos convenientemente ubicados, la respuesta estructural se obtiene con una superficie ajustada localmente entre los puntos más cercanos a donde se requiere la respuesta.

Los análisis dinámico no lineal del sistema estructural espacial se realizan con un modelo<sup>8</sup> que consiste en un conjunto de planos verticales resistentes conectados con una losa rígida en cada piso. Cada plano, a su vez, se discretiza con elementos de barra no lineal.

Estas técnicas numéricas se aplican al análisis de la confiabilidad de un edificio de cinco pisos solicitado por cargas permanentes más la acción sísmica correspondiente a la ciudad de Mendoza, poniéndose en evidencia la potencialidad de las metodologías.

## 2 MODELO DETERMINÍSTICO PARA ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL

La estructura se discretiza en planos verticales resistentes conectados a nivel de cada piso por una losa rígida en su plano y completamente flexible fuera de él, ver fig.1.



**Figura 1:** Sistema estructural – Elemento genérico – Grados de libertad

Los grados de libertad local del “elemento” que lo conectan al sistema son los desplazamientos  $v_i$  en cada piso en correspondencia con el plano del elemento.

La ecuación de equilibrio dinámico del sistema es:

$$\mathbf{M} {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F} \quad (1)$$

Donde  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}_T$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez tangente,  ${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}}$ ,  ${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{u}}$  son los vectores de aceleraciones y velocidades en el tiempo  $t + \Delta t$ ,  $\Delta \mathbf{u}$  es el incremento de desplazamientos desde  $t$  a  $t + \Delta t$ ,  ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$  es el vector de acciones externas en  $t + \Delta t$  y  ${}^t\mathbf{F}$  es el vector de fuerzas internas en  $t$ .

La relación entre los incrementos de desplazamientos globales  $\Delta \mathbf{u}$  y locales  $\Delta \mathbf{v}$ , resulta:

$$\Delta \mathbf{v} = (\mathbf{T}\mathbf{G}) \Delta \mathbf{u} \quad (2)$$

donde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{t}_N \end{bmatrix} \quad \text{con } \mathbf{t}_i = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0] \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{g}_N \end{bmatrix} \quad \text{con } \mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta z \\ 0 & 1 & -\Delta x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Cada plano resistente, a su vez, se discretiza con elementos de barra que permiten representar los diferentes mecanismos que contribuyen al comportamiento histerético de las regiones críticas de miembros de hormigón armado.

Para ello el elemento se descompone en subelementos: (i) Subelemento elastoplástico: representa el comportamiento elástico de la barra y la respuesta no lineal de las regiones extremas, con longitud variable dependiendo de la historia de carga. (ii) Subelemento conexión: caracteriza la rotación concentrada que se produce en la interfaz barra-nudo por deterioro del anclaje y deslizamiento de armaduras ancladas en el nudo. (iii) Subelemento corte: describe la distorsión por corte en las regiones críticas de la barra y el deslizamiento por corte en la interfaz barra-nudo. Extremos rígidos consideran nodos de dimensiones no despreciables.

Con este modelo de barras se establece la relación constitutiva para el plano resistente:

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{k}_T \Delta \mathbf{v} \quad (5)$$

donde  $\Delta \mathbf{P}$  son las fuerzas asociadas a los grados de libertad locales y  $\mathbf{k}_T$  la rigidez tangente calculada numéricamente. También se obtiene la relación entre fuerzas locales  $\Delta \mathbf{P}$  y globales del elemento genérico  $\Delta \mathbf{F}^e$

$$\Delta \mathbf{F}^e = (\mathbf{T}\mathbf{G})^T \Delta \mathbf{P} \quad (6)$$

Luego la matriz de rigidez tangente del “elemento” en coordenadas estructurales resulta:

$$\mathbf{K}_T^e = (\mathbf{T}\mathbf{G})^T \mathbf{k}_T (\mathbf{T}\mathbf{G}) \quad (7)$$

Sumando las contribuciones de todos los planos resistentes se encuentra la rigidez tangente del sistema estructural:

$$\mathbf{K}_T = \sum \mathbf{K}_T^e \quad (8)$$

Las masas del sistema se encuentran concentradas a nivel de cada piso, considerando la inercia rotacional y la excentricidad entre el centro de masa del piso y el eje global Y.

En este modelo se asume amortiguamiento proporcional de Rayleigh con una combinación lineal de masa y rigidez inicial.

En cada paso de tiempo, o iteración de equilibrio, a partir de ec.(1) se obtiene un incremento de desplazamientos  $\Delta \mathbf{u}$ . Para cada plano resistente se calcula  $\Delta \mathbf{v}$  con la ec.(2).

Este vector  $\Delta \mathbf{v}$  constituye un incremento de desplazamientos impuestos y utilizando el modelo de barras no lineal, luego del proceso iterativo para ajustar el equilibrio interno del plano, se obtienen las fuerzas internas  $\mathbf{P}$  del “elemento”, que luego son transformadas con:

$$\mathbf{F}^e = (\mathbf{T}\mathbf{G})^T \mathbf{P} \quad (9)$$

Finalmente se suman las contribuciones de todos los “elementos” o planos resistentes

$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}^e \quad (10)$$

Las cargas gravitacionales se incluyen en el análisis de cada plano, considerando así su influencia en los esfuerzos internos de las barras, en la plastificación de sus secciones críticas, y en la evaluación de otros parámetros de respuesta.

El sistema de ecuaciones no lineales (1) se resuelve con integración directa paso a paso con el método de Newmark, e iteraciones con esquema de Newton-Raphson para ajustar el equilibrio entre acciones externas y fuerzas internas.

Se obtienen los parámetros de respuesta para cada plano resistente y para el sistema estructural, necesarios para el análisis de la confiabilidad.

Este modelo presenta un buen balance entre la precisión de los resultados y la simplicidad necesaria para analizar sistemas estructurales espaciales de interés práctico en ingeniería sismorresistente.

### 3 MODELO PROBABILÍSTICO

#### 3.1 Variables aleatorias

El análisis dinámico de estructuras con comportamiento no lineal bajo acciones sísmicas involucra una gran cantidad de variables referidas tanto a la demanda sísmica como a la capacidad de la estructura. En principio todas las variables tienen algún grado de aleatoriedad. Sin embargo el grado de incertidumbre no es el mismo para todas ellas, y en forma relativa algunas pueden ser tratadas determinísticamente.

##### *a) Demanda sísmica*

El movimiento del terreno se representa como un proceso estocástico tipo ruido blanco filtrado con función de densidad espectral de potencia<sup>9</sup> dado por:

$$S_{XX}(f) = S_0 \frac{1 + 4\xi_g^2 (f/f_g)^2}{\left[1 - (f/f_g)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 (f/f_g)^2} \frac{(f/f_f)^4}{\left[1 - (f/f_f)^2\right]^2 + 4\xi_f^2 (f/f_f)^2} \quad (11)$$

donde  $S_0$  es la densidad espectral de potencia del ruido blanco,  $f_g$ ,  $\xi_g$  son la frecuencia característica del suelo y su relación de amortiguamiento, y  $f_f$ ,  $\xi_f$  son los parámetros del filtro pasa alta que atenúa las componentes de muy baja frecuencia.

A partir de (11) un miembro del proceso, es decir un acelerograma artificial, se obtiene con:

$$x(t) = I(t) \sum_{n=1}^{NFR} \{4S_{XX}(n\Delta f) [1 + \delta_s R_N] \Delta f\}^{1/2} \text{sen}(2\pi n\Delta f t + \theta_n) \quad (12)$$

donde  $NFR$  es el número de frecuencias entre 0 y  $f_{max}$ , y debe ser  $NFR \geq f_{max} T_0$  siendo  $T_0$  la duración del registro a generar;  $\delta_s$  es un coeficiente de variación que tiene en cuenta la incertidumbre en las ordenadas de  $S_{XX}$  y  $R_N$  es una variable normal standard;  $\theta_n$  son los ángulos de fase aleatorios con distribución uniforme entre 0 y  $2\pi$ ;  $I(t)$  es una función de modulación que considera la no estacionariedad en amplitudes.

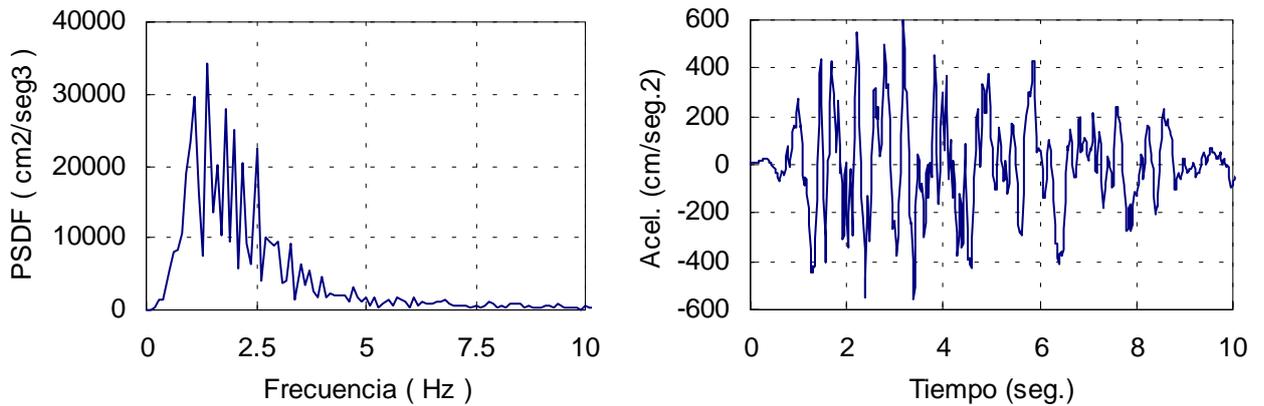
Al acelerograma así generado se le corrige la línea de base para minimizar el valor cuadrático medio de la velocidad, y se escala para ajustar la aceleración máxima  $a_G$ .

En este trabajo se consideran variables aleatorias a:

$$X(1) = a_G \quad (13)$$

$$X(2) = f_g \quad (14)$$

Las restantes variables se relacionan determinísticamente con  $a_G$  y  $f_g$ . La fig.2 muestra una función  $S_{XX}(f)$  para  $f_g = 2 \text{ Hz}$  y un acelerograma generado para  $a_G = 600 \text{ cm/s}^2$ .



**Figura 2:** (a) Función de densidad espectral de potencia para  $f_g = 2 \text{ Hz}$ .  
(b) Muestra de acelerograma generado para  $a_G = 600 \text{ cm/s}^2$ .

**b) Características del sistema**

Se considera aleatoria la masa de la estructura. A partir de un valor medio de la masa en cada piso  $\bar{M}_i$  y asumiendo perfecta correlación entre la masa de todos los pisos, resulta:

$$M_i = \bar{M}_i (1 + X(3)) \quad (15)$$

donde  $M_i$  es la masa por piso y  $X(3)$  variable aleatoria. Similarmente para la posición del centro de masa en cada piso  $Z_{CM_i}$

$$Z_{CM_i} = \bar{Z}_{CM_i} + X(4) \quad (16)$$

En la capacidad del sistema se considera aleatoria la resistencia  $R$  y la deformación última  $\phi_u$ . Para cada sección extrema  $k$  de la barra, y asumiendo también perfecta correlación entre las capacidades de todas ellas, se obtiene:

$$R_k = \bar{R}_k (1 + X(5)) \quad (17)$$

$$\phi_{uk} = \bar{\phi}_{uk} (1 + X(6)) \quad (18)$$

Las variables aleatorias  $X(3)$ ,  $X(4)$ ,  $X(5)$  y  $X(6)$  serán de distribución normal, con valor medio nulo y desvío standard a definir en cada problema.

**3.2 Funciones de falla**

Las funciones de falla  $G(\mathbf{X})$ , o función de estado límite en cada nivel de performance a analizar, pueden expresarse en forma genérica con:

$$G(\mathbf{X}) = RLIM - R(\mathbf{X}) \quad (19)$$

donde  $RLIM$  es el valor límite del parámetro de respuesta y  $R(\mathbf{X})$  es la respuesta de la estructura en función del conjunto de variables aleatorias  $X_i$ ,  $i = 1, N$ .

De acuerdo con el documento<sup>3</sup> Vision 2000 se evalúan los siguientes casos

**a) Nivel de performance: Operacional**

- Comportamiento elástico  $G_{11}(\mathbf{X}) = v_y - v_{max}(\mathbf{X}) \quad (20)$

- Distorsión de piso  $G_{12}(\mathbf{X}) = 0.005 - DISTM(\mathbf{X}) \quad (21)$

**b) Nivel de performance: Seguridad de vidas**

- Índice de daño del plano resistente  $G_{21}(\mathbf{X}) = 0.50 - DI(\mathbf{X}) \quad (22)$

- Índice de daño local máximo  $G_{22}(\mathbf{X}) = 0.60 - DILOM(\mathbf{X}) \quad (23)$

- Distorsión de piso  $G_{23}(\mathbf{X}) = 0.015 - DISTM(\mathbf{X}) \quad (24)$

- Índice de daño del sistema  $G_{24}(\mathbf{X}) = 0.40 - DIES(\mathbf{X}) \quad (25)$

**c) Nivel de performance: Límite de colapso**

- Índice de daño del plano resistente  $G_{31}(\mathbf{X}) = 0.80 - DI(\mathbf{X})$  (26)

- Índice de daño local máximo  $G_{32}(\mathbf{X}) = 1.00 - DILOM(\mathbf{X})$  (27)

- Distorsión de piso  $G_{33}(\mathbf{X}) = 0.025 - DISTM(\mathbf{X})$  (28)

- Índice de daño del sistema  $G_{34}(\mathbf{X}) = 0.75 - DIES(\mathbf{X})$  (29)

Con excepción del índice de daño del sistema, los restantes estados límites se refieren al plano resistente más solicitado. En ec.(20)  $v_y$  es el desplazamiento horizontal del último piso que define la fluencia global del plano resistente, y se calcula con un push-over previo.

**4 APROXIMACIÓN DE LA RESPUESTA ESTRUCTURAL**

Como se señaló en la introducción, en problemas con acciones dinámicas y fuerte comportamiento no lineal, se deben aplicar técnicas de simulación para evaluar la probabilidad de falla porque no existen funciones explícitas para  $R(\mathbf{X})$ .

En cada simulación se debe evaluar  $R(\mathbf{X})$  resolviendo el problema dinámico no lineal, por ejemplo con el modelo desarrollado en el punto 2. Con probabilidades de falla pequeñas en estructuras, del orden de  $10^{-2}$  a  $10^{-5}$ , los métodos de simulación directa tipo Monte Carlo, y aún con técnicas de reducción de variancia, son impracticables.

Se recurre a las siguientes aproximaciones para evaluar  $R(\mathbf{X})$ .

**4.1 Método de la superficie de respuesta**

Consiste en reemplazar  $R(\mathbf{X})$  por una función explícita aproximada  $F(\mathbf{X})$ . Se han propuesto diferentes alternativas para  $F(\mathbf{X})$ <sup>5,6</sup>. En este trabajo se utiliza una superficie cuadrática que satisface requerimientos específicos del problema, como que la respuesta estructural debe ser  $R(\mathbf{X}) = 0$  para aceleración pico del suelo  $a_G = 0$ . Luego se define:

$$\bar{F}(\mathbf{X}) = a_G \left( a + \sum_{i=2}^N b_i X_i + \sum_{i=2}^N c_i X_i^2 \right) + a_G^2 \left( a^* + \sum_{i=2}^N b_i^* X_i + \sum_{i=2}^N c_i^* X_i^2 \right) \quad (30)$$

donde la variable  $X_1 = a_G$ . Se elige una secuencia de valores de  $a_G$  dentro del rango que indica la sismicidad del sitio, y para cada valor de  $a_G$  se realizan simulaciones numéricas con las restantes variables tomando alternativamente los valores  $\bar{\mathbf{X}}$  y  $\bar{\mathbf{X}} \pm 3\sigma_{X_i}$ . Estos resultados son utilizados para obtener los coeficientes de la ec.(30) por mínimos cuadrados.

Para considerar la dispersión de los resultados con respecto a esta superficie media  $\bar{F}(\mathbf{X})$  ajustada por mínimos cuadrados, se calcula un coeficiente de variación promedio<sup>5</sup> con:

$$COVRS = \sqrt{\frac{1}{N_E - 1} \sum_{j=1}^{N_E} \left( \frac{R(\mathbf{x}_j) - \bar{F}(\mathbf{x}_j)}{\bar{F}(\mathbf{x}_j)} \right)^2} \quad (31)$$

donde  $N_E$  es el número de evaluaciones determinísticas con análisis dinámico no lineal.

Finalmente la función explícita aproximada resulta:

$$F(\mathbf{X}) = \bar{F}(\mathbf{X}) + COVRS \bar{F}(\mathbf{X}) X_{N+1} \quad (32)$$

donde  $X_{N+1}$  es una variable normal standard (0,1).

## 4.2 Método de interpolación local

Consiste en ajustar localmente una superficie a datos previamente obtenidos con análisis determinísticos y luego usada para interpolar la respuesta estructural para diferentes combinaciones de las variables.

Esta técnica es de utilidad en situaciones donde una superficie de respuesta global sobre todo el dominio no puede representar con suficiente aproximación oscilaciones importantes en la respuesta.

Con análisis determinísticos se calculan  $m$  valores de respuesta  $R(\mathbf{X})_i$ ,  $i = 1, m$ . Localmente la superficie de respuesta se expresa con:

$$F(\mathbf{X}) = R_0 + \mathbf{a}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)^T \mathbf{b} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (33)$$

donde  $R_0$  es la respuesta del sistema disponible en  $\mathbf{X}_0$ , punto más cercano a  $\mathbf{X}$  donde se requiere evaluar la respuesta.  $\mathbf{a}$  es el vector de coeficientes para los términos lineales y  $\mathbf{b}$  la correspondiente matriz para los términos cuadrados que por simplicidad se asume diagonal.

Un total de  $2N$  coeficientes deben ser calculados. Se requiere  $(\mathbf{X}_0, R_0)$  y al menos  $m = 2N$  datos de respuesta determinística. Se aplica la optimización por mínimos cuadrados, y se asegura buena precisión en la interpolación, ya que la superficie (33) es anclada en el punto más cercano a  $\mathbf{X}$ . El procedimiento puede sintetizarse en:

- Ordenar los datos de respuesta  $\mathbf{X}_i$ ,  $i = 1, m$  de acuerdo a la distancia a  $\mathbf{X}$ , desde el más cercano al más lejano.
- Seleccionar los primeros  $2N+1$  datos junto con las correspondientes respuestas  $R(\mathbf{X})_i$ , asignando al más cercano como  $(\mathbf{X}_0, R_0)$ .
- Calcular los coeficientes de  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ .
- Calcular la respuesta buscada  $F(\mathbf{X})$ .

La precisión de los resultados dependerá de la cantidad de datos disponibles  $m$  y cómo cubren el dominio de las variables. Se aconseja siempre encontrar  $F(\mathbf{X})$  por interpolación y no por extrapolación. Para ello es conveniente disponer de resultados para una amplia serie de valores de  $a_G$ , y para cada uno valores de  $\bar{\mathbf{X}}$  y  $\bar{\mathbf{X}} \pm 3\sigma_{X_i}$  de las otras variables. Esta

diferenciación en las variables se debe a que la aceleración pico del suelo es la variable aleatoria más importante. En la base de datos se debe incluir  $R(\mathbf{X})_i = 0$  para  $a_G = 0$ .

## 5 EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA

La probabilidad de falla, o probabilidad de exceder los estados límites en cada nivel de performance, se expresa genéricamente con:

$$Pf = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (34)$$

donde  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  es la función de densidad de probabilidades conjunta de las variables aleatorias básicas.

El método para evaluar (34) depende de la manera en que se aproxima la verdadera respuesta estructural  $R(\mathbf{X})$  con la función explícita  $F(\mathbf{X})$ .

### a) Aproximación con superficie de respuesta global, según 4.1

En este caso se aplica el método FORM<sup>1,2</sup> (first order reliability method) con el que se calcula el índice de confiabilidad  $\beta_E$  y la probabilidad de falla asociada  $Pf_E = \Phi(-\beta)$ , para cada función de falla de cada nivel de performance, según lo descrito en 3.2.

### b) Aproximación con superficie interpolada localmente, según 4.2

El procedimiento tiene los siguientes pasos:

- Se busca en la base de datos el punto  $\mathbf{X}_k$  para el cual la respuesta  $R(\mathbf{X})_k$  esté más cerca de RLIM.
- Anclado en ese punto se construye una superficie cuadrática

$$H(\mathbf{X}) = R_k + \sum_{i=1}^N c_i X_i + \sum_{i=1}^N d_i X_i^2 \quad (35)$$

donde los coeficientes en (35) se calculan a partir de  $2N+1$  valores de  $H$  usando la base de datos y el procedimiento de interpolación local. Los valores son elegidos a distancias de  $\pm 3\sigma_{X_i}$  desde  $\mathbf{X}_k$ .

- Con la superficie aproximada  $H(\mathbf{X})$  y el método FORM se encuentra un punto de diseño  $\mathbf{x}^*$  que sirve de anclaje para estimar la probabilidad de falla utilizando la técnica de simulación en la región de importancia o Importance Sampling<sup>1</sup>, donde en cada simulación la respuesta se aproxima con (33).

Esto se realiza para cada función de falla de cada nivel de performance, y las probabilidades de falla se convierten a los índices de confiabilidad asociados.

Con cualquiera de las dos alternativas, luego, en cada nivel de performance se obtienen los límites de Ditlevsen<sup>10</sup> para sistemas en serie, eligiendo conservativamente el límite superior. Estas probabilidades de falla  $Pf_E$  corresponden a la situación en que ocurre un evento sísmico.

Finalmente se calculan las probabilidades de falla anual  $t_L = 1$  año, considerando la ocurrencia de terremotos como un proceso de Poisson con frecuencia media  $\nu$ , mediante:

$$Pf(t_L) = 1 - \exp(-\nu t_L Pf_E) \quad (36)$$

## 6 APLICACIÓN : CONFIABILIDAD DE UN EDIFICIO DE 5 PISOS

### 6.1 Geometría y datos

En la fig.3 se muestra la estructura a analizar, los planos resistente o “elementos”, y el modelo del sistema global.

Los cuatro planos resistentes, que fueron diseñados para zona de alta sismicidad, son iguales entre sí y están constituidos por dos tabiques de 20x200 *cm* vinculados con vigas de 20/60 en pisos 1 y 2, y por vigas 20/50 en pisos 3 a 5. Los parámetros globales obtenidos con push-over son:  $V_{0y} = 450KN$ ,  $\nu_y = 6.87cm$ ,  $K = 65.5KN/cm$ .

La acción sísmica se supone actuando en la dirección X global, y se utiliza la información de la Microzonificación Sísmica del Gran Mendoza<sup>11</sup>.

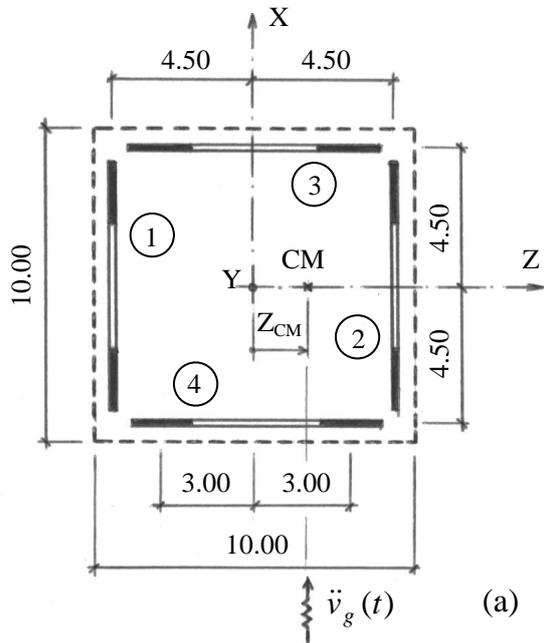
### 6.2 Datos de las variables aleatorias

De acuerdo con el modelo probabilístico descrito en el punto 3, los datos de las variables aleatorias se presentan en la tabla 1.

**Tabla 1:** datos de las variables aleatorias

Variable	Descripción	Tipo	$\bar{X}$	$\sigma_X$
X(1)	$a_G$ : aceleración pico	Lognormal	94 $cm/s^2$	136.05 $cm/s^2$
X(2)	$f_g$ : frecuencia del suelo	Normal	2.5 Hz	0.375 Hz
X(3)	$\delta_m R_N$ : variación masa	Normal	0	0.15
X(4)	$\sigma_{ZCM} R_N$ : var. centro masa	Normal	0	50 <i>cm</i>
X(5)	$\delta_R R_N$ : variación resistencia	Normal	0	0.15
X(6)	$\delta_{\phi u} R_N$ : var. deform. última	Normal	0	0.20
X(7)	$X_{N+1}$ : para sup. de respuesta	Normal	0	1

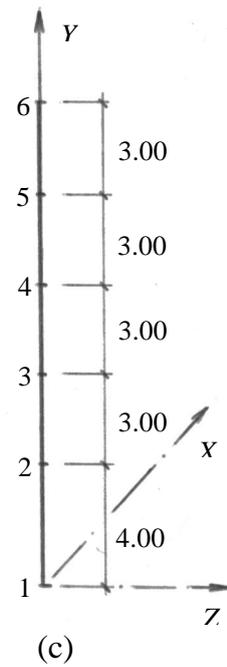
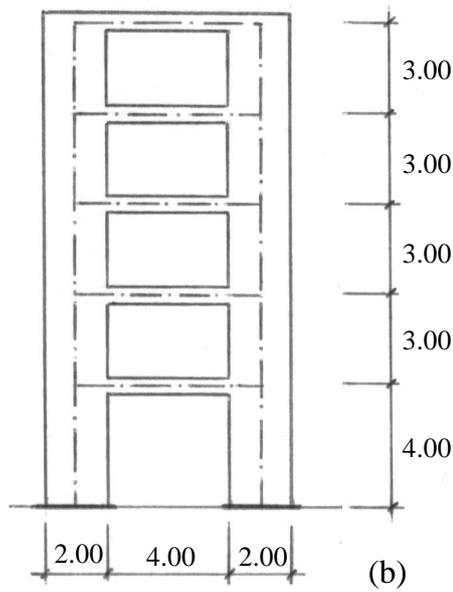
Con  $R_N$  : variable normal standard



Masas:

- Pisos 1 a 4:  $W = 800 \text{ KN}$   
 $m = 0.8155 \text{ KN s}^2/\text{cm}$   
 $I_{CM} = 135920 \text{ KN cm s}^2$

- Piso 5:  $W = 960 \text{ KN}$   
 $m = 0.9786 \text{ KN s}^2/\text{cm}$   
 $I_{CM} = 163100 \text{ KN cm s}^2$



**Figura 3:** Edificio de 5 pisos.

(a) Planta. (b) Planos resistentes. (c) Sistema estructural.

### 6.3 Bases de datos con resultados determinísticos

En función de los datos de las variables aleatorias, tabla 1, el sistema estructural se analiza determinísticamente con análisis dinámico no lineal y el modelo descrito en el punto 2. Para ello se utiliza el programa DINLI con las siguientes combinaciones:

$$a_G = 150, 250, 400, 600, 800, 1200 \text{ cm/s}^2.$$

$$f_g = 2.0, 2.5, 3.0 \text{ Hz.}$$

$$\delta_m R_N = 0.15 (\pm 3.0) = -0.45, 0, 0.45$$

$$\sigma_{ZCM} R_N = 50 (\pm 3.0) = -150, 0, 150 \text{ cm}$$

$$\delta_R R_N = 0.15 (\pm 3.0) = -0.45, 0, 0.45$$

$$\delta_{\phi u} R_N = 0.20 (\pm 3.0) = -0.60, 0, 0.60$$

Resulta un total de  $m = 1458$  que asegura una buena precisión en el método de interpolación local, porque se dispone de una grilla con resultados que cubre bien el dominio de las variables.

Con el método de la superficie de respuesta global, la cantidad de resultados es muy superior al mínimo necesario de  $4N-2 = 22$ . De todas maneras se utilizan todos los valores y se calculan los coeficientes en ec.(30) por mínimos cuadrados.

Se obtienen las respuestas estructurales necesarias para evaluar las funciones de falla (20) a (29), es decir:

- Para el plano resistente 1: Desplazamiento horizontal máximo en el último piso  $v_{max}(\mathbf{X})$ ; Índice de daño  $DI(\mathbf{X})$ ; Índice de daño local máximo  $DILOM(\mathbf{X})$ ; Distorsión de piso máxima  $DISTM(\mathbf{X})$ .
- Para el sistema estructural: Índice de daño global  $DIES(\mathbf{X})$ .

### 6.4 Indices de confiabilidad

Con los métodos descritos en el punto 5, y utilizando el programa RELAN, se evalúan las probabilidades de falla, o de excedencia de cada estado límite, si ocurre un evento sísmico. Los resultados se presentan en la tabla 2 junto con los índices de confiabilidad asociados.

Luego se calculan los límites de Ditlevsen para sistemas en serie en cada nivel de performance, y con el límite superior finalmente se evalúa la probabilidad de falla anual considerando una frecuencia media de ocurrencia de terremotos  $\nu = 0.20$  en la ec.(36). Los resultados se indican en la tabla 3.

**Tabla 2:** Probabilidades de falla si ocurre un evento sísmico

Nivel de performance	Estado límite	Superficie de respuesta		Interpolación local	
		$Pf_E$	$\beta_E$	$Pf_E$	$\beta_E$
Operacional	$G_{11}$	$0.57681 \cdot 10^{-1}$	1.575	$0.49278 \cdot 10^{-1}$	1.652
	$G_{12}$	$0.81803 \cdot 10^{-1}$	1.393	$0.54248 \cdot 10^{-1}$	1.605
Seguridad de vida	$G_{21}$	$0.49822 \cdot 10^{-2}$	2.577	$0.43745 \cdot 10^{-2}$	2.622
	$G_{22}$	$0.98267 \cdot 10^{-2}$	2.333	$0.95068 \cdot 10^{-2}$	2.345
	$G_{23}$	$0.12888 \cdot 10^{-1}$	2.230	$0.16304 \cdot 10^{-1}$	2.137
	$G_{24}$	$0.68326 \cdot 10^{-2}$	2.466	$0.59929 \cdot 10^{-2}$	2.513
Límite de colapso	$G_{31}$	$0.22871 \cdot 10^{-2}$	2.836	$0.15419 \cdot 10^{-2}$	2.959
	$G_{32}$	$0.37006 \cdot 10^{-2}$	2.678	$0.23435 \cdot 10^{-2}$	2.828
	$G_{33}$	$0.48848 \cdot 10^{-2}$	2.584	$0.42123 \cdot 10^{-2}$	2.635
	$G_{34}$	$0.24028 \cdot 10^{-2}$	2.820	$0.14294 \cdot 10^{-2}$	2.983

**Tabla 3:** Probabilidades de falla anual

Nivel de performance	Método	$Pf_E$	$\beta_E$	$Pf$	$\beta$
Operacional	Sup. respuesta	$0.81813 \cdot 10^{-1}$	1.393	$0.16229 \cdot 10^{-1}$	2.139
	Interp. local	$0.80511 \cdot 10^{-1}$	1.402	$0.15973 \cdot 10^{-1}$	2.145
Seguridad de vida	Sup. respuesta	$0.14617 \cdot 10^{-1}$	2.180	$0.29191 \cdot 10^{-2}$	2.757
	Interp. local	$0.23508 \cdot 10^{-1}$	1.986	$0.46906 \cdot 10^{-2}$	2.598
Límite de colapso	Sup. respuesta	$0.53946 \cdot 10^{-2}$	2.549	$0.10783 \cdot 10^{-2}$	3.068
	Interp. local	$0.62227 \cdot 10^{-2}$	2.499	$0.12438 \cdot 10^{-2}$	3.025

### 6.5 Análisis de resultados

Los resultados encontrados con el método de la superficie de respuesta global y con el método de interpolación local presentan buen acuerdo general.

En las probabilidades de falla si ocurre un evento sísmico se observan menores índices de confiabilidad, o mayores probabilidades de falla, con el método de la superficie de respuesta. Se debe a la representación global de la respuesta y la consideración de la dispersión con el coeficiente de variación promedio, e indica un cálculo más conservador. Esto es conveniente si se tiene en cuenta que este método requiere menor cantidad de análisis determinísticos del

sistema estructural. De todas maneras la mayor diferencia en  $\beta_E$  es de 15% para  $G_{12}$ , y el promedio de las diferencias es solo 4.6%.

Cuando se calculan los límites de Ditlevsen para sistemas en serie, en cada nivel de performance, las diferencias son menores. Aún más, para seguridad de vidas y límite de colapso resultan menores índices de confiabilidad con el método de interpolación local. Ésto es porque resulta una mayor correlación entre los modos de falla con interpolación local que con superficie de respuesta, que puede deberse a una aproximación más gruesa en el punto de anclaje en el método de interpolación local.

Finalmente las probabilidades de falla anual son prácticamente iguales en los niveles de performance operacional y límite de colapso, y una diferencia del 6% para seguridad de vida.

Si bien no es objetivo de este trabajo discutir sobre los valores aceptables de  $Pf$  para cada nivel de performance, se comparan estos resultados con valores recomendados por Paulay y Priestley:

- Nivel de performance “Operacional”:  $Pf_{adm} = 2 \times 10^{-2}/\text{año} \rightarrow \beta = 2.054$
- Nivel de performance “Seguridad de vida”:  $Pf_{adm} = 2 \times 10^{-3}/\text{año} \rightarrow \beta = 2.878$
- Nivel de performance “Límite de colapso”:  $Pf_{adm} = 2 \times 10^{-4}/\text{año} \rightarrow \beta = 3.540$

La estructura analizada presenta aceptables índices de confiabilidad para las performances operacional y seguridad de vida, y debería tener mayor índice de confiabilidad para límite de colapso.

## 7 CONCLUSIONES

- La evaluación de la confiabilidad de sistemas estructurales bajo acciones sísmicas, con comportamiento dinámico y marcadamente no lineal, es posible realizarla si se aproxima la función de respuesta, que en general es implícita.
- Se presentan dos métodos para aproximar la respuesta: el método de la superficie de respuesta global y el método de interpolación local.
- La tarea computacional importante es la construcción de las bases de datos con resultados determinísticos, utilizando análisis dinámico no lineal aplicando el método de los elementos finitos.
- Luego el cálculo de la probabilidad de falla, para los distintos estados límites en cada nivel de performance, se realiza con métodos disponibles sin mayores dificultades.
- El análisis de un edificio de cinco pisos demuestra las posibilidades de estas metodologías, y para ese ejemplo los resultados obtenidos con superficie de respuesta global y con interpolación local presentan un buen acuerdo. Además las probabilidades de falla están en el orden de los valores recomendados para niveles de performance operacional y seguridad de vida, y presenta valores superiores para el límite de colapso.

- En futuros trabajos se buscará optimizar estas técnicas, aplicarlas al diseño y no sólo a la verificación. También se explorará la técnica de redes neuronales para representar la respuesta estructural.

## 8 REFERENCIAS

- [1] Melchers, R.E., *Structural Reliability - Analysis and Prediction*, John Wiley and Sons (1987).
- [2] Thoft Christensen, P., Baker, M.J., *Structural Reliability - Theory and Applications*, Springer Verlag (1982).
- [3] SEAOC Vision 2000 Committee, “Performance based seismic engineering of buildings”. *Structural Engineers Association of California, Sacramento, California, U.S.A.*, (1995).
- [4] FEMA “NEHRP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings”, Report 273, *Buildings Seismic Safety Council* (1997).
- [5] Möller, O., “Metodología para evaluación de la probabilidad de falla de estructuras sismorresistentes y calibración de códigos”, *Tesis de Doctorado en Ingeniería*, Universidad Nacional de Rosario (2001).
- [6] Möller, O., Foschi, R. “Reliability evaluation in seismic design: a response surface methodology”, *Earthquake Spectra*, **19** (3), 579-603 (2003).
- [7] Foschi, R., Li, H., Zhang, J. “Reliability and performance-based design: a computational approach and applications”, *Structural safety*, **24**, 205-218 (2002).
- [8] Möller, O., Rubinstein, M., Cóceres, H. “Combinación de planos sismorresistentes para análisis dinámico no lineal de estructuras espaciales”, *Mecánica Computacional*, AMCA, Vol. XXII, 997-1011 (2003).
- [9] Clough, R. W., Penzien, J., *Dynamics of Structures*, Mc Graw Hill (1975).
- [10] Ditlevsen, O., “Narrow reliability bounds for structural systems”, *Journal of Structural Mechanics*, ASCE, **7** (4), 453-472 (1979).
- [11] INPRES “Microzonificación Sísmica del Gran Mendoza”, Instituto Nacional de Prevención Sísmica, Publicación Técnica N° 19 (1995).