Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXVIII, págs. 1661-1672 (artículo completo) Cristian García Bauza, Pablo Lotito, Lisandro Parente, Marcelo Vénere (Eds.) Tandil, Argentina, 3-6 Noviembre 2009

# SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL RESALTO HIDRÁULICO

## Martín Romagnoli<sup>a</sup>, Margarita Portapila<sup>a</sup> y Herve Morvan<sup>b</sup>

<sup>a</sup>CURIHAM, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba 245 bis, Rosario, Santa Fe, Argentina, martinr@fceia.unr.edu.ar, margap@fceia.unr.edu.ar

<sup>b</sup>Thermofluids Group, School of Mechanical, Materials and Manufacturing Engineering, The University of Nottingham, NG7 2RD Nottingham, United Kingdom, herve.morvan@nottingham.ac.uk

Palabras Clave: resalto hidráulico, simulación computacional, RANS, k-e, VOF.

**Resumen**. Este trabajo presenta un estudio numérico 2D sobre el flujo turbulento en un resalto hidráulico libre de bajo número de Froude de ingreso. El modelo numérico utilizado se basa en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS) con un cierre turbulento de dos ecuaciones (k- $\varepsilon$ ) en el cual la interfaz agua-aire es determinada a través de una variante del método "volumen de fluido" (VOF). Resultados de diferentes mallas con diversos tamaños y distribuciones de celdas son analizados. Los valores simulados de velocidad media longitudinal U y energía cinética turbulenta k muestran buena concordancia con los observados experimentalmente.

## 1 INTRODUCCIÓN

El resalto hidráulico es un flujo permanente rápidamente variado que se produce en la transición entre regímenes de flujo supercrítico a subcrítico. El flujo turbulento en resaltos hidráulicos se caracteriza por la presencia de altos niveles de turbulencia, macro vórtices, incorporación de aire y disipación de energía cinética turbulenta.

Diversas investigaciones, numéricas y experimentales, han sido desarrolladas enfocadas en el resalto hidráulico dado su importancia, fundamentalmente, en la disipación de energía cinética en obras hidráulicas. Sin embargo, a pesar del gran número de publicaciones al respecto, no existe aún un acabado conocimiento acerca del flujo interno y las características del flujo turbulento en este tipo de fenómenos hidráulicos.

Resultados experimentales recientes, además de un resumen de las investigaciones realizadas en este sentido, pueden ser encontrados en Romagnoli et al. (2009). En lo que respecta a estudios numéricos, Long et al. (1991) y Ma et al. (2001) han simulado computacionalmente el flujo turbulento en resaltos hidráulicos sumergidos. En tanto Chippada et al. (1994), Qingchao y Drewes (1994), Zhao et al. (2004), Gonzalez y Bombardelli (2005) y Carvalho et al. (2008) enfocaron sus investigaciones numéricas sobre el resalto hidráulico libre.

Este trabajo presenta resultados preliminares de una investigación sobre el potencial de la dinámica de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés) para simular el flujo turbulento en resaltos hidráulicos libres de bajo numero de Froude de ingreso  $Fr_1$  ( $Fr_1=U_1/(z_1g)^{0.5}$ ,  $U_1$  la velocidad media de ingreso en la dirección longitudinal,  $z_1$  el tirante supercrítico y g la aceleración gravitacional). El modelo numérico bidimensional utilizado en esta etapa se basa en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS, por sus siglas en inglés) con un cierre turbulento de dos ecuaciones (*k*- $\varepsilon$ , Launder y Spalding, 1974). La interfaz agua-aire es determinada utilizando una variante del método "volumen de fluido" (VOF, por sus siglas en inglés, Hirt y Nicholls, 1981). Su objetivo particular es analizar el nivel de resolución que demanda una correcta simulación de los perfiles de velocidad media y energía cinética turbulenta. Los resultados numéricos son comparados con resultados experimentales obtenidos en laboratorio (Romagnoli et al., 2009).

## 2 ECUACIONES GOBERNANTES

En el método VOF convencional (Hirt y Nicholls, 1981), para un sistema de dos fluidos Newtonianos e incompresibles, las ecuaciones de continuidad y momentum, incorporando la hipótesis de viscosidad turbulenta de Boussinesq, son resueltas simultáneamente con una ecuación de transporte para la fracción de volumen de una fase,

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\gamma) = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \left(\rho \overline{\mathbf{U}}\right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \overline{\mathbf{U}} \overline{\mathbf{U}}\right) = -\nabla \overline{P} + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \left[\left(\mu + \mu_t\right) \left(\nabla \overline{\mathbf{U}} + \left(\nabla \overline{\mathbf{U}}\right)^{\mathrm{T}}\right) + \frac{2}{3} \mathbf{I} k\right] + \sigma \kappa \nabla \gamma , \qquad (3)$$

donde U representa el campo de velocidades compartido por los dos fluidos,  $\gamma$  la fracción de volumen, *P* el campo de presiones,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $\mu_t$  la viscosidad turbulenta,  $\rho$  la masa específica, **g** la aceleración de la gravedad, *k* la energía cinética turbulenta e I $\equiv \delta_{ij}$ . El

último término del lado derecho de la ecuación 3 representa los efectos de la tensión superficial  $\sigma$  (Brackbill et al., 1992), siendo  $\kappa$  la curvatura promedio de la superficie libre. La fracción de volumen  $\gamma$  puede asumir valores entre  $0 \le \gamma \le 1$ , correspondiendo valores de 0 y 1 a regiones ocupadas solamente por una fase, esto es,  $\gamma=0$  aire y  $\gamma=1$  agua.

Ambos fluidos son considerados un único fluido a través del dominio, esto es, son tratados con las mismas ecuaciones 1-3. Masa específica y viscosidad dinámica son calculadas mediante medias ponderadas basadas en la distribución de la fracción de volumen de líquido,

$$\rho = \gamma \rho_l + (1 - \gamma) \rho_g, \qquad (4)$$

$$\mu = \gamma \mu_l + (1 - \gamma) \mu_g , \qquad (5)$$

donde los subíndices l y g hacen referencia a la fase agua y aire. De esta manera las propiedades físicas de este fluido único son iguales a las propiedades de cada fluido en las respectivas regiones que cada fluido ocupa variando solamente a través de la interfaz (Berverović et al., 2009).

El presente estudio emplea una variante del método VOF convencional, similar a la propuesta por Rusche (2002), formulada por OpenCFD Ltd. (OpenCFD 2007). La formulación hace uso de un modelo "two-fluid" Euleriano, donde las ecuaciones de fracción de volumen son resueltas de forma separada para cada fase (Černe et al., 2001; OpenCFD, 2005; Bohórquez, 2008); por lo tanto las ecuaciones para cada fracción de volumen pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \overline{\mathbf{U}}_{l} \gamma \right) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial(1-\gamma)}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\overline{\mathbf{U}}_{s}\left(1-\gamma\right)\right] = 0, \qquad (7)$$

donde los subíndices l y g hacen referencia a la fase liquido y gas, respectivamente. Asumiendo que las contribuciones de las velocidades de agua y aire a la evolución de la superficie libre son proporcionales a sus correspondientes fracciones de volumen, y definiendo la velocidad del fluido único en un modelo VOF convencional como una media ponderada (OpenCFD, 2005),

$$\overline{\mathbf{U}} = \gamma \overline{\mathbf{U}}_{l} + (1 - \gamma) \overline{\mathbf{U}}_{g}, \qquad (8)$$

la ecuación 6 puede ser trabajada y utilizada como una ecuación de transporte para la fracción de volumen  $\gamma$ ,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{U}}\gamma\right) + \nabla \cdot \left[\overline{\mathbf{U}}_{r}\gamma(1-\gamma)\right] = 0$$
(9)

donde  $U_r=U_l-U_g$  es la velocidad relativa, denominada como "velocidad de compresión". En comparación con la ecuación 2, este término aparece como una contribución artificial a la convección de la fracción de volumen, pero siendo que la derivación de la ecuación 9 se basa en la velocidad definida en la ecuación 8, la combinación entre el método VOF tradicional y el modelo "two-fluid" es lograda (Berverović et al., 2009). El término convectivo adicional actúa solamente en la interfaz, debido a que está multiplicado por el factor  $\gamma(1-\gamma)$  contribuyendo significativamente para una mejor resolución (Rusche, 2002).

El modelo de turbulencia utilizado es un modelo de dos ecuaciones k- $\epsilon$  estandar (Launder y

Spalding, 1974),

$$\mu_{\tau} = C_{\mu} \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{U}}k\right) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k\right) + 2\frac{\mu_t}{\rho} \left|\nabla \overline{\mathbf{U}}\right|^2 - \varepsilon, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{U}}\varepsilon\right) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \nabla \varepsilon\right) + 2C_1 \frac{\mu_t}{\rho} \left|\nabla \overline{\mathbf{U}}\right|^2 \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k}, \qquad (12)$$

donde k representa la energía cinética turbulenta y  $\varepsilon$  la tasa de disipación de energía cinética turbulenta. Las constantes en las ecuaciones 10-12 toman los valores expresados en la Tabla 1.

$C_{\mu}$	$C_1$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_{\epsilon}$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

Tabla 1 Constantes en el modelo k-ε.

El modelo matemático (1, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12) se cierra con una adecuada expresión para la velocidad relativa  $U_r$ . Para que esta velocidad no provoque un error en la solución debe actuar solamente en la dirección perpendicular a la interfaz. Una descripción detallada sobre esta expresión puede ser encontrada en Berverović et al. (2009).

#### **3 ENSAYO EXPERIMENTAL**

Las mediciones de turbulencia en el interior de resaltos hidráulicos libres se desarrollaron en una instalación experimental existente en el Laboratorio de Hidráulica Aplicada del Instituto Nacional del Agua, Ezeiza, Argentina, sobre un canal de fondo liso horizontal de sección rectangular con escurrimiento de agua a superficie libre. Sus medidas aproximadas son de 0,65 m de ancho por 1,00 m de alto y 12,00 m de longitud. Las condiciones experimentales escogidas para su simulación computacional corresponden a un número de Froude de ingreso  $F_1$ =3,0 y pueden observarse en la Tabla 2 y Figura 1.

s (m)	H (m)	Q (1/s)	Z <sub>2</sub> (m)	$Fr_1$
0,070	0,230	58,50	0,1696	3,0

Tabla 2 Condiciones experimentales. (s abertura de la compuerta principal, H tirante aguas arriba de la compuerta, Q caudal, Fr<sub>1</sub> número de Froude de ingreso, z<sub>2</sub> tirante subcrítico)



Figura 1 Esquema de un resalto hidráulico libre (escurrimiento de izquierda a derecha).

Se utilizó un micro velocímetro acústico Doppler – ADV (SonTek/YSI® 16MHz "down looking") para obtener mediciones instantáneas del vector velocidad sobre el plano vertical central del canal en diferentes posiciones en una distancia que comprende el resalto hidráulico y su transición hacia el régimen uniforme en canales abiertos. La longitud de los registros fue de 8192 muestras adquiridos a una frecuencia de 50 Hz.

Los parámetros que caracterizan el flujo turbulento estimados de las series experimentales de velocidad incluyeron velocidad media, intensidad de turbulencia, energía cinética turbulenta, tasa de disipación de energía cinética turbulenta, macro escales (tiempo y longitud) y velocidad convectiva. Se realizó un extenso análisis sobre la influencia del error Doppler y la estrategia de registro en el cálculo de los parámetros turbulentos (Garcia et al., 2005). Además, a través de un análisis de incertidumbre, utilizando la técnica de Moving Block Boostrapp (MBB), se definió el intervalo de confianza correspondiente a cada valor del parámetro turbulento reportado. Para mayor información sobre la metodología utilizada para estimar los parámetros turbulentos ver Romagnoli et al. (2009).

## **4 SIMULACIONES NUMÉRICAS**

El código computacional utilizado para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones presentado en (2) es abierto y se denomina OpenFOAM (Weller et al., 1998). Utiliza el método de volúmenes finitos centrado en celdas sobre una malla fija (Jasak, 1996) y emplea el algoritmo PISO ("Pressure Implicit with Splitting of Operators", Issa, 1986) para el acople presión-velocidad.

Técnicas de computación en paralelo con descomposición del dominio fueron implementadas para acelerar el proceso de cálculo. Todos los cálculos fueron realizados por un computador de dos núcleos de 64bits y 2,40MHz.

## 4.1 Dominio computacional, condiciones de frontera e iniciales

La Figura 2 muestra un esquema del dominio computacional 2D utilizado en las simulaciones. Como puede observarse de la figura, el dominio comprende casi la totalidad del canal de ensayos. A diferencia de la mayoría de las investigaciones numéricas en resalto hidráulico libre (Chippada et al., 1994; Qingchao y Drewes, 1994; Zhao et al., 2004) el dominio computacional incluye la compuerta principal y la zona de canal aguas arriba de la misma. También se considera la compuerta de regulación de niveles en el interior del canal y la zona de descarga al canal de restitución (zonas K y L). Además de representar mejor las condiciones experimentales, esto permite eliminar el impacto de las condiciones de contorno aguas abajo.

Siete mallas diferentes (ver Tabla 3 y Tabla 4) fueron diseñadas con el objetivo de analizar la influencia del tamaño y distribución de las celdas en los resultados. Todas las mallas son estructuradas, cuatro regulares y tres irregulares, conformadas por celdas rectangulares. Para las mallas irregulares, la diferencia entre lados de dos celdas contiguas, en ambas direcciones (x, z), es inferior al 30%.

Básicamente existen tres tipos de frontera en el domino: entrada, pared y atmósfera. En la entrada se especifican los valores de velocidad y de parámetros turbulentos ( $k \ y \ \epsilon$ ), mientras que para la presión se considera gradiente normal nulo. En la pared se especifica la condición de no deslizamiento para velocidad, en tanto que para la presión y los parámetros turbulentos se invoca la condición de gradiente normal nulo. En la atmósfera, parte superior de dominio, se especifican gradiente normal nulo para velocidad y presión total nula. Las condiciones para los parámetros turbulentos en la atmósfera dependen de la dirección del flujo relativa a la

frontera (Liu y García, 2008). Cuando el flujo sale del dominio, la condición de gradiente normal nulo es empleada. En el caso contrario, cuando el flujo ingresa al dominio, los valores de k y  $\varepsilon$  son especificados.



Figura 2 Esquema del dominio bidimensional utilizado para las simulaciones (medidas en metros, sin escala).

Nombre	Tamañ	o [cm]	Observación
Nombre	Х	Z	Observacion
16750	3	1	Regular
33450	1,5	1	Regular
66900	1,5	0,5	Regular
100100	1	0,5	Regular
26505	-	-	Ver Tabla 4
51964	-	-	Ver Tabla 4
106044	-	-	Ver Tabla 4

Tabla 3 Diferentes mallas utilizadas en las simulaciones

Sector	Dimensiones [cm]	n <sup>c</sup>	n° celdas en x		n° celdas en z			Relación de aspecto	Relación de aspecto
		26505	51964	106044	26505	51964	106044	$\Delta x_{\rm f} / \Delta x_{\rm i}$	$\Delta z_{\rm f}/\Delta z_{\rm i}$
А	150x43	50	70	100	43	60	86	1	1
В	150x43	100	140	200	43	60	86	0,3	1
С	150x7	50	70	100	12	17	24	1	2
D	150x7	100	140	200	12	17	24	0,3	2
Е	1x7	1	2	3	12	17	24	1	2
F	300x43	200	280	400	43	60	86	3	1
G	300x43	100	140	200	43	60	86	1	1
Н	300x7	200	280	400	12	17	24	3	2
Ι	300x7	100	140	200	12	17	24	1	2
J	3x43(2x34)*	1	1*	2	43	60	86	1	1
Κ	50x43	17	24	34	43	60	86	1	1
L	50x57	17	24	34	57	80	114	1	1

Un esquema de la condición inicial especificada para todas las simulaciones puede observarse de la Figura 3. La abertura de la compuerta principal (s) tuvo un valor constante para todos los ensayos de 0,07m. El tiempo total simulado fue de 180 segundos a un paso de tiempo constante de 0.001 segundos. En la Tabla 5 se listan los valores de tiempo consumido por cada una de las mallas y su correspondiente valor máximo de Courant.



Figura 3 Esquema de la condición inicial (t=0) especificada para todas las simulaciones (sin escala), 0,07m es la abertura de la compuerta, Q y h son variables (Q caudal de ingreso y h altura de la compuerta de regulación de niveles en el interior del canal).

Nombre	Δt [s]	Tiempo computacional	Courant máximo
16750	0,001	10,55 hs	0,3
33450	0,001	22,22 hs	0,4
66900	0,001	2,22 días	0,6
100100	0,001	3,35 días	0,6
26505	0,001	17,22 hs	0,3
51964	0,001	1,63 días	0,4
106044	0,001	3,47 días	0,6

Tabla 5 Tiempo computacional, paso de tiempo en segundos y valor máximo del número de Courant para cada malla.

## **5 RESULTADOS**

## 5.1 Calibración de variables de entrada

Los valores de Q y h que mejor representan las condiciones experimentales del resalto libre observado en el laboratorio (Tabla 2) fueron 57,00l/s y 0,070m, respectivamente. A esta definición se arribó luego de analizar los ensayos numéricos correspondientes a diferentes caudales (53.50l/s<Q<58,50l/s) y alturas de compuerta de regulación de niveles

(0,070 m < h < 0,080 m), de los cuales algunos resultados se muestran en la Figura 4. La superficie libre es definida para un valor de fracción de volumen  $\gamma$  igual a 0,5.

Como puede observarse de figura citada, con valores de Q=57,00l/s y h=0,070m se simula un resalto hidráulico con descarga libre cuyo tirante subcrítico  $z_2$  es igual a 0,16m (Figura 4b). Para esta situación H resulta entorno a 0,25m (Figura 4a). De esta manera, los valores simulados de  $z_2$  y H difieren con los observados experimentalmente (Tabla 2) en menos del 10%. Además, la Figura 4 muestra los resultados correspondientes a Q=58,501/s y h=0,080m. Si bien bajo estas condiciones el valor simulado del tirante subcrítico,  $z_2$ =0,17m (Figura 4b), se acerca al observado en el laboratorio, el resalto ahoga la descarga de la compuerta (Figura 4a).



Figura 4 Perfiles de superficie libre determinados para un valor de fracción de volumen  $\gamma$ =0,5 en t=180 segundos, en a) puede observarse la altura H aguas arriba de la compuerta principal y la condición de descarga, en b) el tirante subcrítico  $z_2$ .

## 5.2 Superficie libre

La Figura 5 muestra los resultados de superficie libre en t=180segundos correspondientes a la condición Q=57,00l/s y h=0,070m para las distintas mallas utilizadas (Tabla 3). En la Figura 5, a y b, pueden observarse los resultados de H y condición de descarga, en tanto que en la Figura 5, c y d, se muestran los resultados correspondientes al tirante subcrítico  $z_2$ .

Del análisis resulta que las simulaciones del tirante aguas arriba de la compuerta principal (H) y de la condición de descarga, fueron satisfactorias para las tres mallas irregulares y la malla regular más densa (Figura 5a). Bajo estas circunstancias la condición de descarga fue totalmente libre para las cuatro mallas, en tanto el valor de H resultó entorno a 0,25m para las mallas 26505, 51964 y 100100, mostrándose algo superior (0,27m) para la malla irregular más densa 106044. Particularmente, surge de la observación de la Figura 5b que las tres mallas regulares restantes (16750, 33450 y 66900), como se esperaba, no simularon adecuadamente la condición de descarga. Pues estas tres mallas regulares, especialmente las mallas 16750 y 33450, son demasiado gruesas en la zona que abarca la compuerta principal. En este sentido, en el caso de mallas regulares, puede considerarse como referencia para lograr una adecuada simulación de la descarga a la malla regular 100100.



Figura 5 Perfiles de superficie libre determinados para un valor de fracción de volumen  $\gamma=0,5$  en t=180 segundos, en a) – b) puede observarse la altura H aguas arriba de la compuerta principal y la condición de descarga, en c) – d) el tirante subcrítico z<sub>2</sub>.

La influencia del tamaño y distribución de las celdas en los resultados que pudo observarse en las simulaciones del sector que abarca la compuerta principal no tuvo lugar en los resultados correspondientes a la zona que comprende el tirante subcrítico  $z_2$ . En la Figura 5, c y d, puede observarse que el valor de  $z_2$  simulado concuerda para las siete mallas utilizadas en un valor entorno a 0,16m.

#### 5.3 Velocidad media

La Figura 6 muestra perfiles verticales de valores de velocidad media longitudinal U simulados en t=180segundos correspondientes a la condición Q=57,00l/s y h=0,070m en distintas posiciones x'/( $z_2$ - $z_1$ ), x' es la distancia longitudinal desde el inicio del resalto,  $z_1$  y  $z_2$  los tirantes conjugados. En la misma figura también se muestran los valores de las observaciones experimentales realizadas con ADV. Conforme a lo expuesto en 5.2 los resultados numéricos que se observan en la Figura 6 corresponden a las tres mallas irregulares (26505, 51964 y 106044) y a la malla regular más densa (100100).



Figura 6 Perfiles de velocidad media longitudinal U en diferentes posiciones del resalto a)  $x'/(z_2-z_1)=1,12$ , b)  $x'/(z_2-z_1)=3,52$  y c)  $x'/(z_2-z_1)=5,92$ ;  $x'/(z_2-z_1)=0$  marca el inicio del resalto, x' es la distancia desde su inicio,  $z_1$  y  $z_2$  los tirantes supercrítico y subcrítico, respectivamente.

En general los resultados numéricos de velocidad media U son aceptables, sin embargo se muestran algo superiores a los observados experimentalmente. Posiblemente este comportamiento se deba a que el valor simulado del tirante aguas arriba de la compuerta principal (0,25~0,27m) es superior al observado en el laboratorio (0,23m). Por otro lado, no se observa, para las mallas analizadas (26505, 51964, 106044, 100100), una influencia apreciable del tamaño y distribución de las celdas en los valores simulados de U.

## 5.4 Energía cinética turbulenta

La Figura 7 muestra perfiles verticales de energía cinética turbulenta k simulados en t=180segundos correspondientes a la condición Q=57,00l/s y h=0,070m en distintas posiciones x'/(z<sub>2</sub>-z<sub>1</sub>) desde el inicio del resalto. También se muestran los valores de las observaciones experimentales realizadas con ADV con su correspondiente intervalo de confianza del 95%. De la misma forma que en la figura anterior, conforme a lo expuesto en 5.2, los resultados numéricos que se observan en la Figura 7 corresponden a las tres mallas irregulares (26505, 51964 y 106044) y a la malla regular más densa (100100).



Figura 7 Perfiles de energía cinética turbulenta k en diferentes posiciones del resalto a)  $x'/(z_2-z_1)=1,12$ , b)  $x'/(z_2-z_1)=3,52$  y c)  $x'/(z_2-z_1)=5,92$ ;  $x'/(z_2-z_1)=0$  marca el inicio del resalto, x' es la distancia desde su inicio,  $z_1$  y  $z_2$  los tirantes supercrítico y subcrítico, respectivamente.

Es posible observar que los valores simulados de k en general se muestran de acuerdo a los observados experimentalmente. La influencia del tamaño y distribución de celdas en los resultados decrece a medida que nos alejamos del inicio del resalto. Como se aprecia en la Figura 7a, los valores simulados de k son algo superiores en tanto el tamaño de las celdas disminuye.

## **6** CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron resultados de simulaciones computacionales 2D de un resalto hidráulico libre con un número de Froude de ingreso  $Fr_1=3,0$ . El modelo numérico utilizado se basa en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS) con un cierre turbulento de dos ecuaciones (k- $\epsilon$ ) en el cual la interfaz agua-aire es determinada a través de una variante del método "volumen de fluido" (VOF). Los resultados numéricos fueron comparados con observaciones experimentales en laboratorio. Siete mallas con diferentes tamaños y distribuciones de celdas fueron analizadas. Los resultados de las simulaciones mostraron ser aceptables para las mallas irregulares (26505, 51964, 106044) y la malla regular más densa (100100). Para las mallas regulares menos densas (16750, 33450, 66900) los resultados no fueron satisfactorios. La influencia de la discretización de la malla en los resultados, especialmente en superficie libre, se observó con mayor relevancia en la zona que comprende compuerta principal e inicio del resalto, en la cual el flujo presenta mayor complejidad. Los valores simulados de velocidad media longitudinal U y energía cinética turbulenta k se mostraron de acuerdo a los observados experimentalmente.

## 7 REFERENCIAS

- Berverović E, Hinsberg N P, Jakirlić S, Roisman I V, Tropea C, Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution. *Physical Review E*, 79, 036306, 2009.
- Bohórquez P, Estudio y simulación numérica del transporte de sedimentos en flujos con superficie libre (en inglés). *Ph D Thesis, Universidad de Málaga*, 2008.
- Brackbill J U, Kothe D B, Zemach J, A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*, 100: 335–354, 1992.
- Carvalho R F, Lemos C M, Ramos C M, Numerical computations of the flow in hydraulic jumps stilling basins. *Journal of Hydraulic Research*, 46:739–752, 2008.
- Černe G, Petelin S, Tiselj I, Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 171: 776–804, 2001.
- Chippada S, Ramaswamy B, Wheeler M F, Numerical simulation of hydraulic jump. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:1381–1397, 1994.
- García C, Cantero M, Niño Y, García M, Turbulence measurements with acoustic Doppler velocimeters. *Journal of Hydraulic Engineering* 131:1062–1073, 2005.
- Gonzalez A, Bombardelli F, Two-phase flow theoretical and numerical models for hydraulic jumps, including air entrainment. *Proceedings XXXI IAHR Congress, Seoul, Korea*, 2005.
- Hirt C W, Nicholls B D, Volume of fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39:201–225, 1981.
- Issa R I, Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, 62: 40–65, 1986.
- Jasak H, Error analysis and estimation for the finite volume method with application to fluid flows. *PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine*, London, 1996.
- Launder B E, Spalding D B, The Numerical Computation of Turbulent Flow. *Computational Methods Applied Mechanics and Engineering*, 3:269-289, 1974.
- Liu X, García M H, A 3D numerical model with free water surface and mesh deformation for local sediment scour. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 134:203-217, 2008.
- Long D, Steffler P, Rajaratnam N, A numerical study of submerged hydraulic jump. Journal

of Hydraulic Research, 29:207–218, 1991.

- Ma F, Hou Y, Prinos P, Numerical calculations of submerged hydraulic jumps. *Journal of Hydraulic Research*, 39:1–11, 2001.
- OpenCFD, Derivation, modelling and solution of the conditionally averaged two-phase flow equations. Technical Report No. TR/HGW/02, 2005.

OpenCFD, http://www.opencfd.co.uk/openfoam/, 2007.

- Qingchao L. Drewes V, Turbulence characteristics in free and forced hydraulic jumps. *Journal of Hydraulic Research*, 32:877-898, 1994.
- Romagnoli M, Garcia C M, Lopardo R A, Turbulence measurements in free hydraulic jumps using ADV, Submitted to *Journal of Hydraulic Research*, 2009.
- Rusche H, Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flow at high-phase fractions. *Ph D Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine,* London, 2002.
- Weller H G, Tabor G, Jasak H, Fureby C, A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented technique. *Computers in Physics*, 12: 620–631, 1998.
- Zhao Q, Misra S K, Svendsen I, Kirby T, Numerical study of a turbulent hydraulic jump. *Proceedings 17th ASCE Engineering Mechanics Conference*, 2004.