

## COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS

Gonzalo Ruano Sandoval<sup>a,b</sup> y Bibiana Luccioni<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Roca 1800, 4000 S.M. de Tucumán ,  
Argentina, [bluccioni@herrera.unt.edu.ar](mailto:bluccioni@herrera.unt.edu.ar) , [www.herrera.unt.edu.ar/iest](http://www.herrera.unt.edu.ar/iest)

<sup>b</sup> Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica

<sup>c</sup> CONICET, Av Rivadavia 1917, Cdad. de Bs. As.

**Palabras Clave:** hormigón, fibras de acero, análisis estructural.

**Resumen.** En los últimos años se han desarrollado estudios que muestran las mejoras obtenidas a nivel estructural al incorporar fibras al hormigón. Se ha demostrado la efectividad de las fibras de acero como refuerzo al corte de vigas de hormigón. Su uso alivia la congestión de armaduras en zonas críticas como las uniones viga-columna o secciones esbeltas, a la vez que mejora el comportamiento en servicio ya que controla la fisuración. A pesar de la gran cantidad de resultados experimentales, el empleo a nivel estructural es aún algo limitado. El principal obstáculo para ello ha sido la falta de modelos adecuados para el hormigón reforzado con fibras. El objetivo de este trabajo es reproducir numéricamente la respuesta de elementos de hormigón armado reforzados con fibras. Para ello se utiliza un programa de elementos finitos no lineal con un modelo para materiales compuestos reforzado con fibras largas que representan la armadura tradicional y fibras cortas que representan fibras de acero. El modelo tiene en cuenta la orientación y proporción de fibras y su posible deslizamiento de manera aproximada. El mismo se calibra previamente con resultados experimentales de probetas ensayadas a compresión y flexión y se aplica luego a la simulación de losas donde se tiene una falla predominante por corte. La comparación de los resultados numéricos con resultados experimentales prueba la validez del modelo utilizado

## 1 INTRODUCCION

En los últimos años se han desarrollado estudios que muestran las mejoras obtenidas a nivel estructural al incorporar fibras al hormigón. Se destacan las ventajas obtenidas en elementos estructurales nuevos como ser el cambio de modo de falla de frágil a dúctil, comportamiento post pico y patrón de fisuración.

Se ha demostrado la efectividad de las fibras de acero como refuerzo al corte de vigas de hormigón (Frosch, 2000; Noghabai, 2000; Elliott et al., 2002, Mirsayah y Banthia, 2002; Padmarajaiah y Ramaswamy, 2001; Hyun-Ho Lee, 2006; Juárez César et al., 2006). Su uso alivia la congestión de armaduras en zonas críticas como las uniones viga-columna o secciones esbeltas a la vez que mejora el comportamiento en servicio ya que controla la fisuración. Se han investigado también los beneficios del uso de columnas de hormigón armado con fibras para mejorar problemas de fragilidad durante la excitación sísmica (Chiaia, 2009). Se ha estudiado el efecto de cargas cíclicas (Kwak et al., 1991), corte directo (Valle et al., 1993) y corte por punzonamiento (Theodorakopoulos y Swamy, 1993; Shaaban y Gesund, 1994) sobre el comportamiento de vigas de hormigón reforzado con fibras (HRF).

A pesar de la gran cantidad de resultados experimentales, el empleo a nivel estructural es aún algo limitado, más aún en reparación y/o refuerzo. El principal obstáculo para ello ha sido la falta de modelos adecuados para el HRF. Si bien se conocen las ventajas de las fibras, los procedimientos de análisis no valoran adecuadamente el aporte de las mismas y se continúa diseñando en forma tradicional.

Mientras el comportamiento del hormigón bajo cargas multiaxiales ha sido relativamente bien estudiado, documentado y modelado por numerosos investigadores, los ensayos de HRF bajo cargas multiaxiales y los modelos desarrollados para predecir su comportamiento y las tensiones y deformaciones de falla bajo dichas condiciones de carga son aún muy pocos.

En este trabajo se presenta la simulación numérica de la respuesta estructural de elementos de hormigón armado reforzados con fibras. En primer lugar se calibra un programa de elementos finitos con resultados experimentales de probetas de hormigón reforzado con fibras ensayadas a compresión, flexión y corte. Luego se utiliza el mismo para la simulación del comportamiento de elementos estructurales de hormigón armado reforzados con fibras. La comparación de los resultados numéricos con experimentales prueba la validez de la herramienta computacional utilizada que resulta de utilidad en el diseño de elementos estructurales de hormigón reforzado con fibras.

## 2 MODELO CONSTITUTIVO UTILIZADO

### 2.1 Introducción

El hormigón (Ho) con fibras (HRF) consiste en un hormigón convencional o de alta resistencia o autocompactable al que se le agregan fibras en la etapa de mezclado. Hay distintos tipos de fibras: de acero o sintéticas y dentro de las fibras de acero vienen de distintas formas y relaciones de esbeltez. En particular, en este trabajo se ha estudiado el comportamiento del hormigón con fibras de acero con ganchos en las puntas. Ver Figura 1.



Figura 1: Fibras de acero

Cuando el hormigón se vierte las fibras se distribuyen aleatoriamente pero preponderantemente en planos perpendiculares a la dirección de vertido, sobre todo en el caso de probetas cilíndricas. En el caso de vigas, la orientación de las fibras es más compleja y depende del método de llenado, del vibrado, de las dimensiones de las fibras, del molde, etc. Existen algunos resultados experimentales orientativos y modelos empíricos (Torrijos, 2008) que permiten estimar la orientación de las fibras que serán tomados como orientativos en la modelación que se presenta.

## 2.2 Modelo de material compuesto

El hormigón con fibras puede ser considerado como un material compuesto con una matriz de hormigón y fibras cortas con distintas orientaciones dispersas en el volumen.

Una forma simple de modelar el comportamiento de materiales compuestos es la teoría de mezclas. En este trabajo se utiliza la teoría de mezclas de materiales ortótropos para obtener el comportamiento del hormigón con fibras llevando cuenta de lo que ocurre en el hormigón y lo que ocurre en las fibras. En particular se tiene en cuenta la anisotropía y el posible deslizamiento de las fibras de manera simplificada.

La teoría de mezclas para materiales permite considerar el comportamiento simultáneo de todas las fases de un compuesto y a partir de la combinación de los mismos obtener el comportamiento del conjunto. Cada una de las sustancias básicas puede tener una ley constitutiva propia, isótropa o anisótropa.

La teoría de mezclas de sustancias básicas en su forma clásica se basa en las siguientes hipótesis:

- i. En cada volumen infinitesimal del compuesto participan el conjunto de sustancias componentes.
- ii. Cada componente contribuye en el comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica.
- iii. El volumen ocupado por cada componente es menor que el volumen ocupado por el compuesto.
- iv. Todos los componentes poseen la misma deformación (ecuación de cierre o compatibilidad).

Para pequeñas deformaciones, la última hipótesis se escribe como:

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij})_1 = (\varepsilon_{ij})_2 = \dots = (\varepsilon_{ij})_n \quad (1)$$

donde  $\varepsilon_{ij}$  y  $(\varepsilon_{ij})_n$  son los tensores de deformación del conjunto y de la n-ésima componente del material.

Por otro lado, la energía libre por unidad de volumen del compuesto puede escribirse como (Truesdell y Toupin, 1960)

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, \alpha_i) = \sum_{c=1}^n k_c \Psi_c(\varepsilon_{ij}, \alpha_{ci}) \quad (2)$$

donde  $\Psi_c(\varepsilon_{ij}, \alpha_{ci})$  es la energía libre por unidad de volumen correspondiente a cada una de las  $n$  sustancias componentes,  $k_c = \frac{dV_c}{dV}$  su fracción de volumen y  $\alpha_{ci}$  un conjunto de variables internas correspondiente a dicha componente.

La ecuación constitutiva secante puede obtenerse a partir de las relaciones de Coleman que garantizan el cumplimiento de la desigualdad de Clasius Duhem (Lubliner, 1972):

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, \alpha_k)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c \frac{\partial \Psi_c(\varepsilon_{kl}, \alpha_{kc})}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c \quad (3)$$

donde las tensiones en cada una de las componentes  $(\sigma_{ij})_c$  se obtienen de las ecuaciones constitutivas correspondientes. Para el hormigón se utilizó el modelo de daño plástico modificado y para las fibras de acero un modelo elastoplástico ortótropo en el que se considera el deslizamiento de las fibras de manera simplificada.

### 2.3 Modelo constitutivo utilizado para el hormigón

Para el Ho se utiliza el modelo de daño plástico modificado (Luccioni y Rougier, 2006), (Rougier y Luccioni, 2007) que permite simular el comportamiento de materiales friccionales del tipo del hormigón sometido a altos niveles de confinamiento.

Es un modelo termodinámicamente consistente y deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad (Oller, 1988; Lubliner et al., 1989; Luccioni et al., 1996)

La adopción de una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones, obtenida a partir de una modificación del criterio de fluencia de Lubliner- Oller (Oller et al., 1988), permite alcanzar valores de resistencia última muy próximos a los resultados obtenidos experimentalmente para Ho simple.

El proceso plástico se describe a partir de una generalización de la teoría de la plasticidad clásica que permite tener en cuenta algunos aspectos del comportamiento de geomateriales.

El límite del comportamiento elástico se describe a través de una función de fluencia:

$$F(\sigma_{ij}; \alpha_k) = f(\sigma_{ij}) - K(\sigma_{ij}; \alpha_k) \leq 0 \quad (4)$$

donde  $f(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones. En este trabajo se utiliza el criterio de Lubliner-Oller modificado (Luccioni y Rougier, 2006).  $K^p(\sigma_{ij}; \alpha_k)$  es el umbral de fluencia y  $\kappa^p$  es la variable de daño plástico o variable de endurecimiento isótropo.

Se definen las siguientes reglas de evolución para las deformaciones plásticas y la variable de daño plástico:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5)$$

$$\dot{\alpha}_k = \dot{\lambda} H_k(\sigma_{ij}; \alpha_m) = \dot{\lambda} \left( h_k \right)_{ij} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \alpha_l)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

donde  $\dot{\lambda}$  es el factor de consistencia plástica, G la función de potencial y  $(h_{kp})_{ij}$  es un tensor que define la evolución de la variable de endurecimiento plástico.

La variable de endurecimiento plástico  $\kappa^p$  se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad y varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. La regla de evolución de la variable de endurecimiento plástico tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial de materiales como mortero o ladrillos cerámicos:

$$\dot{\kappa}^p = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (7)$$

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (8)$$

$\sigma_i$ : son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+H(-r)} \quad g_f^p \quad g_c^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+H(-r)} \quad g_c^p \quad (9)$$

$$H(-r) \begin{cases} = 0 & \text{si } r > 0 \\ = 1 & \text{si } r \leq 0 \end{cases}$$

$R^{op}$  es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial,  $g_f^p$  y  $g_c^p$  son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

Estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (10)$$

donde  $G_f$  y  $G_c$  son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y  $l_c$  es un parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

Se utiliza la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = r R^{op} \sigma_i(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \quad (11)$$

donde  $\sigma_i(\kappa^p)$  and  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F^p \leq 0 \quad \dot{\lambda} F^p = 0 \quad (12)$$

## 2.4 Modelo constitutivo utilizado para las fibras

La teoría de mezclas clásica supone que todas las componentes tienen la misma deformación. Esto funciona relativamente bien en materiales compuestos con fibras largas cuando la sollicitación coincide con la dirección de las fibras. Sin embargo, a medida que la relación de aspecto de las fibras disminuye, el efecto de los extremos se hace progresivamente significativo ya que los campos de tensiones y deformaciones se modifican a causa de la discontinuidad. Este efecto es todavía más complejo en el caso de las fibras de acero estudiadas que presentan un gancho en la punta (Chanvillard, 1999; Naaman, 2003) (Ver Figura 1). Debido a estos fenómenos la condición de compatibilidad expresada en la expresión (1) no se cumple exactamente.

Una forma de simular aproximadamente el comportamiento del hormigón con fibras utilizando la teoría de mezclas es modificar las ecuaciones constitutivas de las fibras (Isla Calderón y Luccioni, 2008). Teniendo en cuenta que en este caso las fibras se deslizan antes de entrar en fluencia, se modifica el modelo elastoplástico isótropo convencional del acero reduciendo la tensión de fluencia en la dirección axial de las fibras. De esta manera, el umbral de plasticidad en esta dirección representa, en realidad, el umbral de deslizamiento de las fibras respecto del hormigón. El endurecimiento en esa dirección depende de los distintos mecanismos que se desarrollan en el proceso de arrancamiento y se muestra más adelante que puede calibrarse aproximadamente con una recta.

Partiendo de las consideraciones anteriores, para las fibras de acero se utiliza un modelo elastoplástico para materiales ortótropos. De esta manera, se pueden tener en cuenta, no sólo la ortotropía elástica propia de la geometría de la fibra que sólo contribuye a resistir tensiones en la dirección axial, sino también la ortotropía en los umbrales de comportamiento inelástico que surge cuando se introduce el umbral de deslizamiento, menor a la tensión de fluencia, en la dirección axial de las fibras.

El modelo parte de la hipótesis de que existen dos espacios (Betten, 1988; Luccioni et al., 1995): a) un espacio anisótropo real y b) un espacio ficticio isótropo. El problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio lo que permite utilizar modelos elastoplásticos y de daño desarrollados para materiales isótropos.

Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación del tipo:

$$\tau_{ij} = A_{ijkl}(\sigma_{ij}, \kappa^p) \sigma_{kl} \quad (13)$$

donde  $\tau_{ij}$  y  $\sigma_{kl}$  son los tensores de tensión en los espacios ficticio y real respectivamente y

$A_{ijkl}$  es un tensor de cuarto orden, que contiene la información sobre la anisotropía del material. En el caso más general, este tensor es función del tipo de estado tensional y de la evolución del proceso elastoplástico a través de la variable de daño plástico  $\kappa^p$  (Luccioni et al., 1996), que hace las veces de variable de endurecimiento plástico isotropo.

El umbral de comienzo de comportamiento plástico o de daño se define mediante una función de fluencia o de daño:

$$F(\sigma_{ij}, \alpha) = \bar{F}(\tau_{ij}, \bar{\alpha}) = 0 \quad (14)$$

donde:  $F$  y  $\bar{F}$  designan las funciones de fluencia en los espacios anisótropo real e isotropo ficticio, y  $\alpha$  y  $\bar{\alpha}$  son variables internas correspondientes a dichos espacios.

La transformación de espacios definida por la ecuación (13) permite utilizar funciones de fluencia  $\bar{F}$  definidas para materiales isotropos en el espacio isotropo ficticio. Debe notarse, que dicho espacio es isotropo en cuanto a umbrales de comportamiento plástico, pero no necesariamente respecto a otras propiedades, como la rigidez elástica, por ejemplo.

La deformación plástica en el espacio real se calcula mediante la regla del flujo:

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (15)$$

donde  $G$  es la función de potencial definida en el espacio de tensiones reales. En lugar de trabajar con esta función que debe ser anisótropa, se puede trabajar con una función de potencial  $\bar{G}$  definida en el espacio isotropo ficticio tal que:

$$G(\sigma_{ij}; \alpha_k) = \bar{G}(\tau_{ij}; \bar{\alpha}_k) \quad (16)$$

La ecuación (15) se escribe entonces:

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \bar{G}}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} H_{kl ij} = \lambda R_{ij} \quad (17)$$

donde:

$$H_{kl ij} = \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial (A_{klmn} \sigma_{mn})}{\partial \sigma_{ij}} = A_{kl ij} + \frac{\partial A_{klmn}}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{mn} \quad (18)$$

De manera análoga la ley de evolución de las variables internas se escribe como:

$$\dot{\alpha}_m = \dot{\bar{\alpha}} = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda h_{ij}^m \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda h_{ij}^m R_{ij} \quad (19)$$

### 3 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Los modelos descriptos están implementados en un programa de elementos finitos 2D dinámico no lineal con el que se resolvieron los ejemplos que se presentan a continuación.

### 3.1 Ensayos de Push off

En este trabajo se presenta la simulación numérica de ensayos realizados en la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) en Barcelona, España (Barragán et al., 2006). Se trabajó con dos tipos de hormigón uno de resistencia normal 30 MPa y otro de alta resistencia 70MPa y dos dosificaciones de fibras por cada hormigón 20kg/m<sup>3</sup> y 40kg/m<sup>3</sup> correspondientes a 0.25% y 0.5% en volumen de fibras. Se usaron fibras de acero de sección circular con ganchos en los extremos. Para el hormigón de resistencia normal se usaron fibras de bajo contenido de carbono ( $f=1100\text{MPa}$ ), longitud 60mm y diámetro 0.75mm y para el hormigón de alta resistencia se utilizaron fibras de alto contenido de carbono ( $f=2300\text{MPa}$ ), longitud 30mm y diámetro 0.38mm; nótese que ambas fibras tienen similar relación de aspecto 80 contra 78.9 respectivamente. Se ensayaron probetas cilíndricas de 150x300mm a compresión uniaxial, vigas prismáticas de 150x150x600mm con entalla central aserrada a flexión con control de desplazamientos y probetas Push-Off de 150x150x260mm con dos entallas a corte. Los resultados de los ensayos de compresión uniaxial y de flexión se utilizaron para calibrar los parámetros del hormigón y de las fibras que luego se utilizaron en la simulación del push-off.

#### 3.1.1. Compresión Uniaxial

Aprovechándose la simetría axial del ensayo y simetría respecto al plano de mitad de la altura de las probetas se sintetizó el estudio de este cuerpo a la mitad superior de la sección de revolución. Para esto se utilizó una malla rectangular de un elemento de axial simetría. Sobre esta malla se aplicó desplazamiento en los nodos de la parte superior. En la Figura 2 se muestra un esquema del modelo.

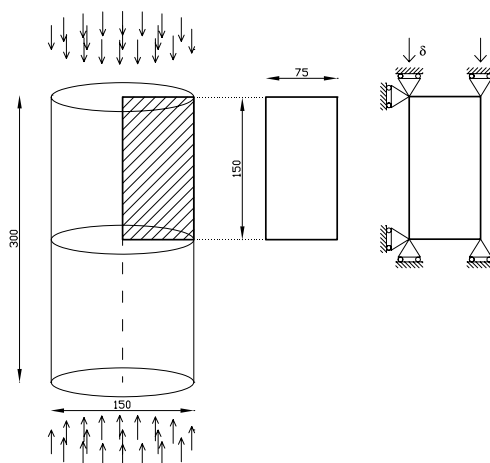


Figura 2: Esquema del ensayo y modelación a compresión uniaxial

En este caso se sabe que al llenar las probetas prácticamente la totalidad de las fibras se disponen en planos horizontales lo cual fue considerado de esta forma al definir el material compuesto.

En la Tabla 1 se presentan los valores de los parámetros utilizados para el hormigón y las fibras con la salvedad de que muchos de ellos fueron obtenidos por comparación con resultados experimentales<sup>(\*)</sup>. Lo que se indica como propiedades relativas a la fluencia de las fibras, en realidad corresponden al deslizamiento de las mismas ya que, en general, nunca



llegan a plastificar.

Propiedades	Hormigón		Fibras	
	C30	C70	Bajo Carbono	Alto Carbono
Módulo de Elasticidad, E [MPa]	30000	36600	200000	200000
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0.2	0.2	0.2	0.2
Resistencia última a tracción, $\sigma_{ut}$ [MPa]			1100.0	2300.0
Resistencia última a compresión, $\sigma_{uc}$ [MPa]	40.2	77.7	1100.0	2300.0
Tensión umbral de fluencia en compresión, $\sigma_{\epsilon}$ [MPa]	30 <sup>(*)</sup>	50 <sup>(*)</sup>	200 <sup>(*)</sup>	460 <sup>(*)</sup>
Relación de resistencias inicial (compresión/tracción), $R^{0p}$	15 <sup>(*)</sup>	18 <sup>(*)</sup>	1	1
Función de Fluencia	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller	Von Mises	Von Mises
Relación resistencia (equibiaxial/resistencia uniaxial) compresión, Rbc	1.16	1.16	-	-
Parámetro para controlar el radio del plano octaédrico) (Luccioni et al., 2005) $\gamma$	3.5	3.5	-	-
Curva de endurecimiento en tracción	Lineal	Lineal	Lineal Ht=20000 <sup>(*)</sup>	Lineal Ht=40000 <sup>(*)</sup>
Curva de endurecimiento en compresión	Exp. c/máximo	Exp. c/máximo	Lineal Ht=20000 <sup>(*)</sup>	Lineal Ht=40000 <sup>(*)</sup>
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico en compresión, $\kappa^p_{comp}$	0.15 <sup>(*)</sup>	0.15 <sup>(*)</sup>	-	-
Energía de fractura, $G_f^p$ [MPa.m]	0.035 <sup>(*)</sup>	0.02 <sup>(*)</sup>	-	-
Energía de aplastamiento, $G_{\epsilon}^p$ [MPa.m]	15 <sup>(*)</sup>	30 <sup>(*)</sup>	-	-
Criterio de Potencial	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller	Von Mises	Von Mises

Tabla 1. Propiedades mecánicas del hormigón y de las fibras

En este caso sólo se dispone de resultados experimentales que dan el valor de la resistencia a compresión del Ho sin fibras y son los que se usaron como dato de cada uno de los tipos de hormigón.

En las Figuras 3 y 4 se muestran las curvas tensión-deformación obtenidas para las probetas de hormigón simple y con fibras para la calidad H30 y H60 respectivamente. Estos ensayos numéricos se utilizaron para calibrar la resistencia a compresión del hormigón. De la observación de las Figuras 3 y 4 se tiene que la presencia de fibras provoca cierto incremento de resistencia y notable aumento de capacidad de deformación y ductilidad; ciertamente, para el hormigón H70, se presentan cambios visualmente significativos en la respuesta postpico con la adición de fibras.

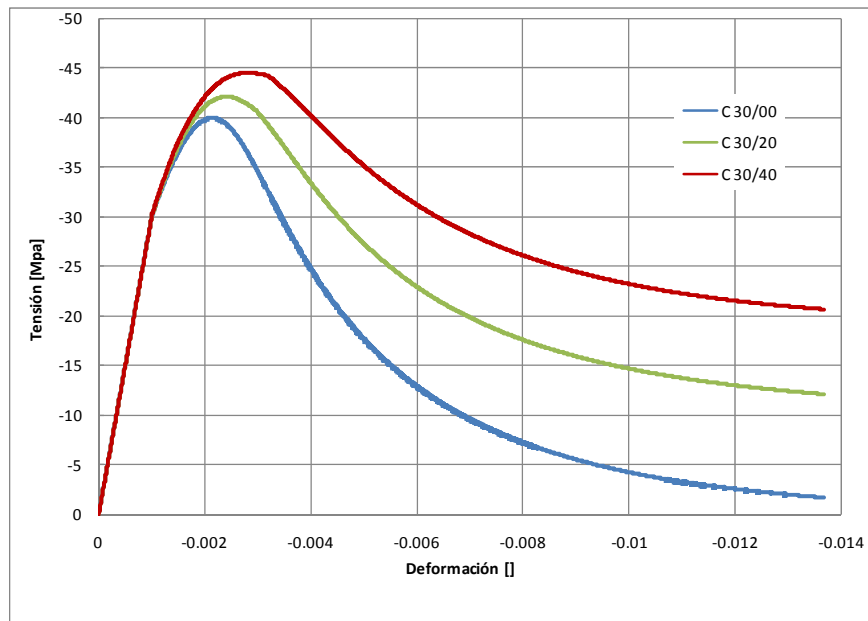


Figura 3: Compresión uniaxial H30

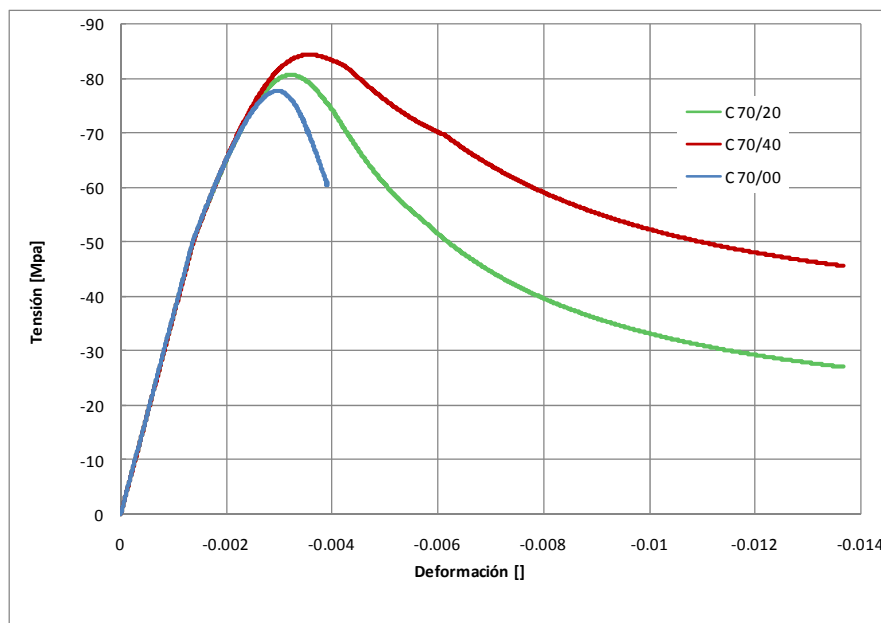


Figura 4: Compresión uniaxial H70

### 3.1.2. Vigas entalladas a flexión

Esta serie de ensayos sigue recomendaciones planteadas por RILEM TC 162-TDF. Se ensayaron especímenes de hormigón simple para control y de hormigón con fibras. Las vigas de dimensiones 150x150x600mm son aserradas transversalmente en la mitad de la luz formando una entalla paralela a la dirección de llenado de 28mm de profundidad y ensayadas a flexión de tres puntos. Ver Figura 5.

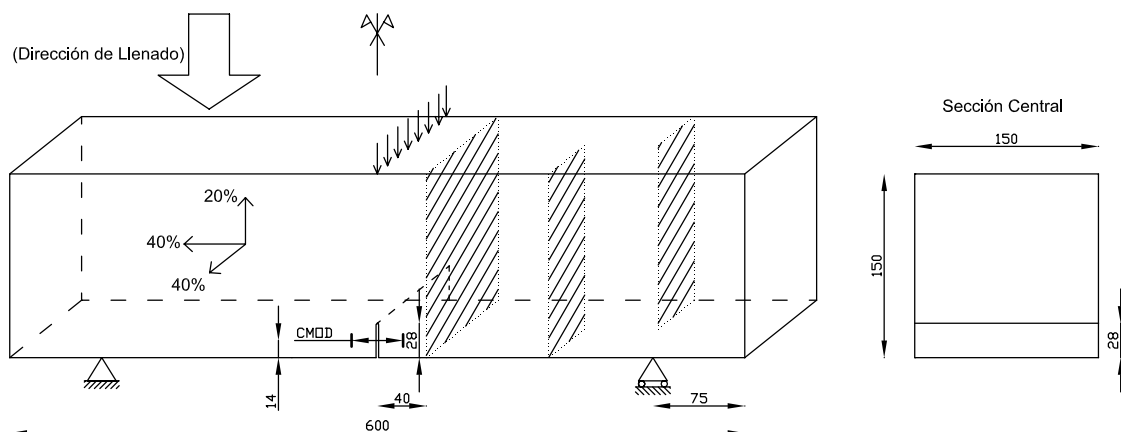


Figura 5: Vigas ensayadas a flexión

La orientación final de las fibras se da preponderantemente en planos perpendiculares a la dirección de llenado. Siguiendo observaciones de Torrijos (2008), para modelar el comportamiento de la viga se consideraron las proporciones del total de fibras agregadas al hormigón según: 40% en dirección axial, 40% en dirección transversal (plano horizontal) y 20% en la dirección vertical. Ver Figura 5.

Aprovechando la simetría del problema se modeló solamente la mitad de la viga. Se utilizaron elementos finitos de tensión plana cuadrangulares de 4 nodos y 4 puntos de integración por elemento. En la Figura 6 se muestra la malla de elementos finitos (EF) utilizada y las condiciones de borde introducidas. A los fines de poder modelar el ensayo con control de desplazamientos se impusieron desplazamientos en el punto de aplicación de la carga.

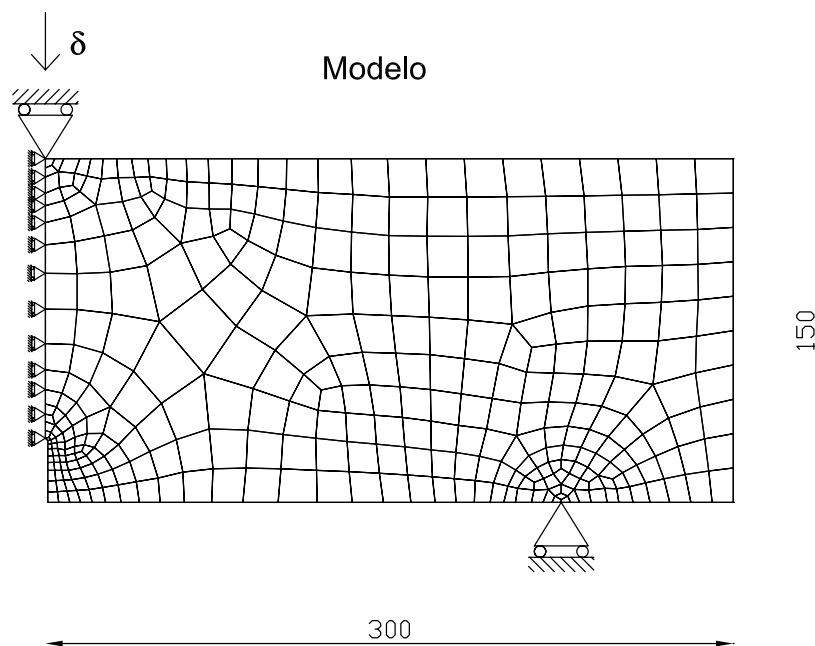


Figura 6: Malla de EF y Condiciones de Borde.

En la Figura 7 se muestra la curva carga-desplazamiento apertura de de caras de fisura (*Crack Mouth Opening Displacement, CMOD*) obtenida numéricamente y su comparación con los resultados experimentales para ambas calidades de hormigón. Las curvas experimentales presentadas en este trabajo contienen solo los puntos necesarios para indicar la forma obviándose las perturbaciones inherentes a las mediciones de los ensayos. El desplazamiento CMOD representa el desplazamiento relativo entre dos puntos ubicados a 14 mm de la base de la viga como se indica en la Figura 5.

Las propiedades de los materiales utilizadas son las mismas presentadas en la Tabla 1. Justamente del ensayo sobre hormigón simple se calibró la energía de fractura  $G_f$ . Adicionalmente, con este ensayo se ajusta la relación de resistencia inicial entre el límite de tracción y compresión  $R^o = |\sigma_c/\sigma_t|$  del hormigón; este valor define el pico de la curva fuerza – CMOD. Se puede ver que, calibrando adecuadamente los parámetros indicados se logran reproducir adecuadamente las curvas de respuesta para el caso del hormigón sin fibras.

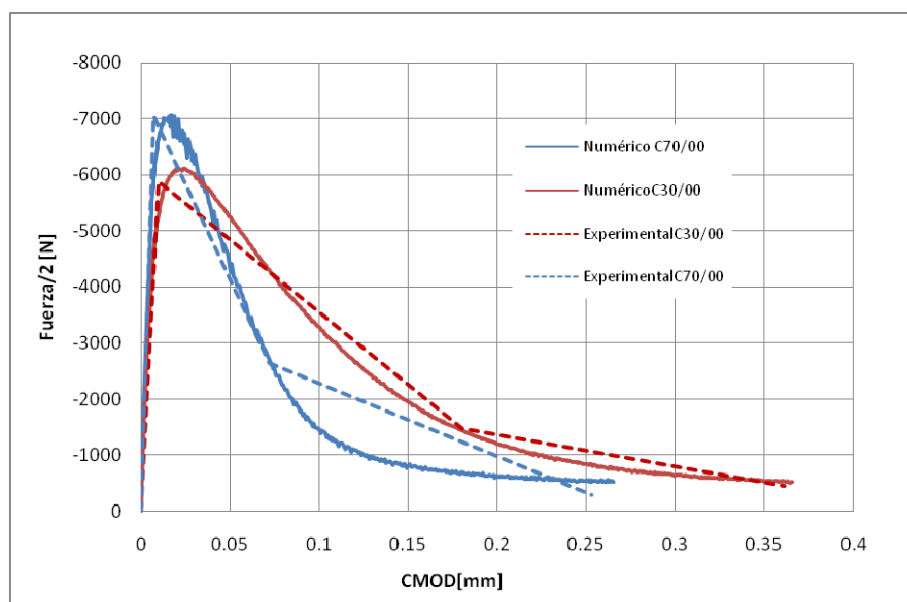


Figura 7: Curva carga-CMOD vigas de H° sin fibras

Una vez encontrados los parámetros ( $G_f$  y  $R^{op}$ ) del hormigón base, se modelan los ensayos de las vigas entalladas de HRF. Por cada uno de los dos valores de resistencia del hormigón se usaron dos proporciones de fibras.

Los resultados se muestran en las Figuras 8 y 9. El efecto de las fibras es evidente en la rama descendente de las curvas. Justamente la pendiente de la curva de deslizamiento de las fibras se ajustó para lograr una concordancia razonable con los resultados experimentales.

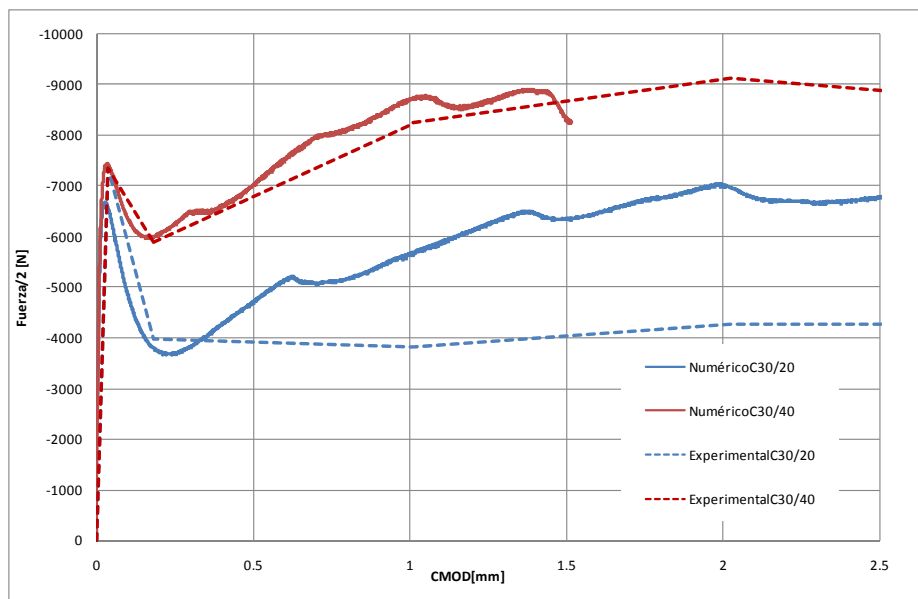


Figura 8: Curva carga-CMOD vigas de H30 con fibras (dist prop fibras)

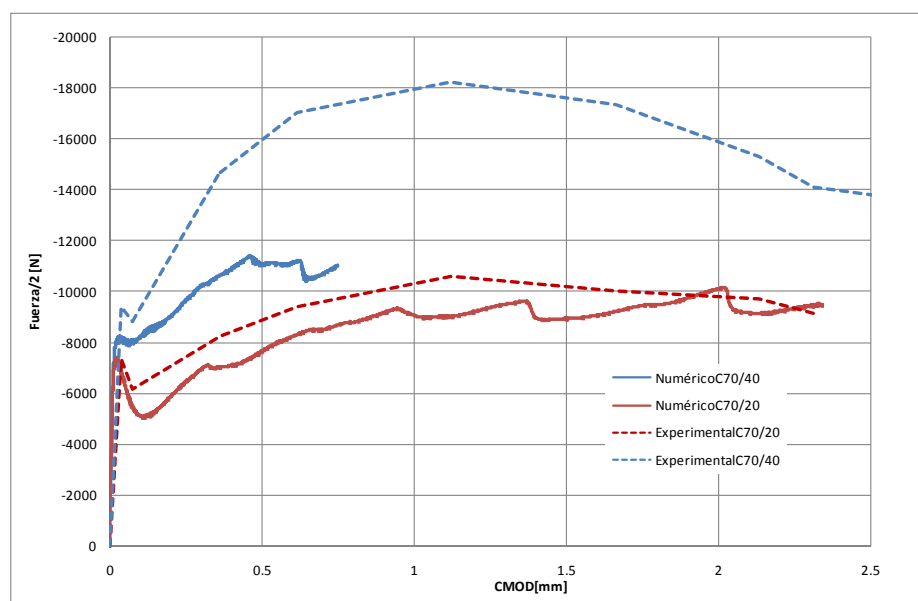


Figura 9: Curva carga-CMOD vigas de H70 con fibras

Los resultados numéricos de las vigas de hormigón muestran una aproximación satisfactoria. La rama elástica, el pico de la curva y la rama descendente se acercan a los resultados experimentales.

En el caso de los resultados experimentales del hormigón con fibras (Figuras 8 y 9) se puede ver que la presencia de fibras incrementa levemente el pico de la respuesta y, pasado ese valor, la rama descendente es diferente a la de hormigón sin fibras, ya que, a partir de cierto valor de deformación, la viga vuelve a tomar carga gracias a la presencia de las fibras. Numéricamente se ve buena correlación en el pico y el punto de la rama descendente donde la

viga toma carga nuevamente, valor definido por la tensión a la que deslizan las fibras o fluyen en el modelo aproximado utilizado. En el resto de la curva se reprodujo la tendencia de manera regular, controlada principalmente por la pendiente del endurecimiento valor que aumenta con la calidad del hormigón.

### 3.1.3. Probetas Push-Off

Las probetas Push-Off fueron aserradas de las mitades sanas del ensayo a flexión quitando la parte dañada y las entallas también fueron aserradas, ver Figura 5. Igualmente el ensayo se realizó con control de desplazamientos para obtener la respuesta post-pico. En la Figura 10 se ilustra el ensayo de push off. En este caso se modeló la pieza completa con elementos finitos de tensión plana cuadrangulares de 4 nodos y 2x2 puntos de Gauss. En la Figura 11 se ilustra la malla de elementos finitos utilizada junto con las condiciones de carga y apoyo. Se realizó la simulación imponiendo desplazamientos en los nodos superiores. Las propiedades utilizadas para los materiales son las presentadas en la Tabla 1.

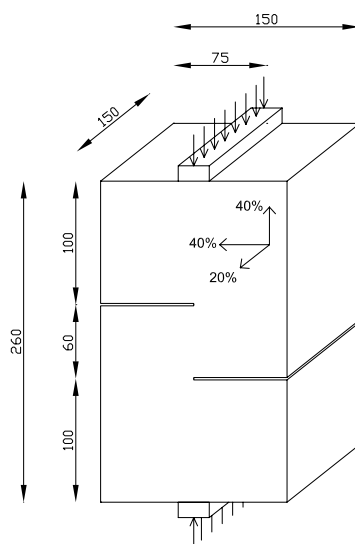


Figura 10: Ensayo Push-off

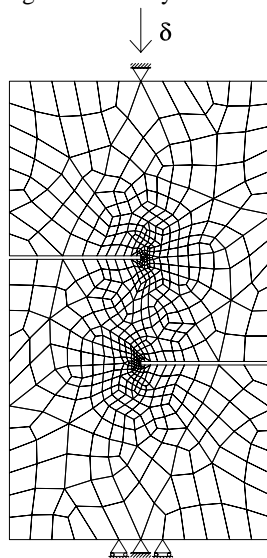


Figura 11: Malla de elementos finitos para el ensayo de push off.

En primer lugar se realizó la simulación del ensayo para el caso de H° sin fibras. Las curvas carga desplazamiento vertical total (Slip) correspondientes a los hormigones H30 y H70 se presentan en las Figuras. 12 y 13 respectivamente. Los resultados numéricos se aproximan a los experimentales y, al igual que en los ensayos, la respuesta numérica muestra una rotura abrupta.

Para la simulación de los ensayos de push off de hormigones con fibras se tuvo en cuenta que las probetas provenían de las vigas y de acuerdo a ello se tomó la siguiente distribución del porcentaje total de fibras: 40% en la dirección vertical, 40% en la dirección horizontal en el plano de la Figura 11 y 20% en la dirección horizontal perpendicular al plano de la Figura 11, ver Figuras 5 y 10.

En las Figuras 14 y 15 se presentan las curvas carga desplazamiento vertical total correspondientes a los hormigones H30 y H70 con distintos porcentajes de fibras y su comparación con los resultados experimentales.

La adición de fibras en el hormigón de las probetas ensayadas provoca un cambio en el tipo de falla, se logra en estos casos obtener respuesta post fisuración dándose una rama descendente suave para el caso del H30 y en caso del H70 incluso se incrementa la carga lo cual es atribuido a la mayor densidad de fibras (Barragán et al., 2006). Se observa que en este caso la aproximación de la rama descendente no es tan buena pero se logra reproducir la carga máxima y la capacidad de deformación con una aproximación razonable.

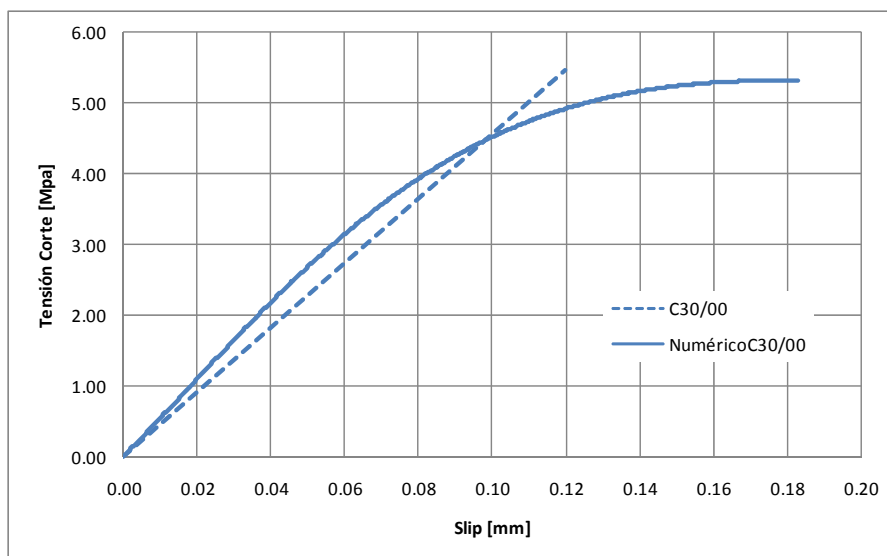


Figura 12: Curva carga carga-desplazamiento del ensayo de push off . H30

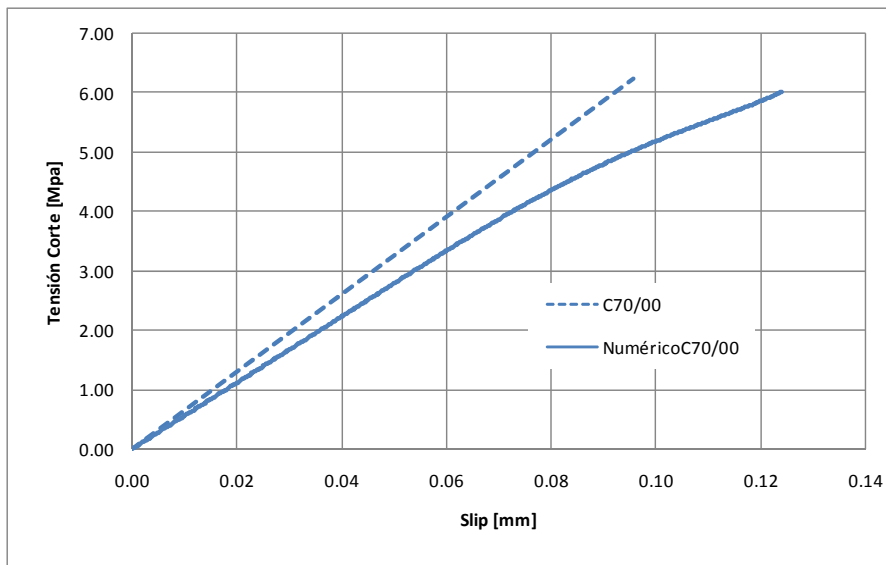


Figura 13: Curva carga carga-desplazamiento del ensayo de push off . H70

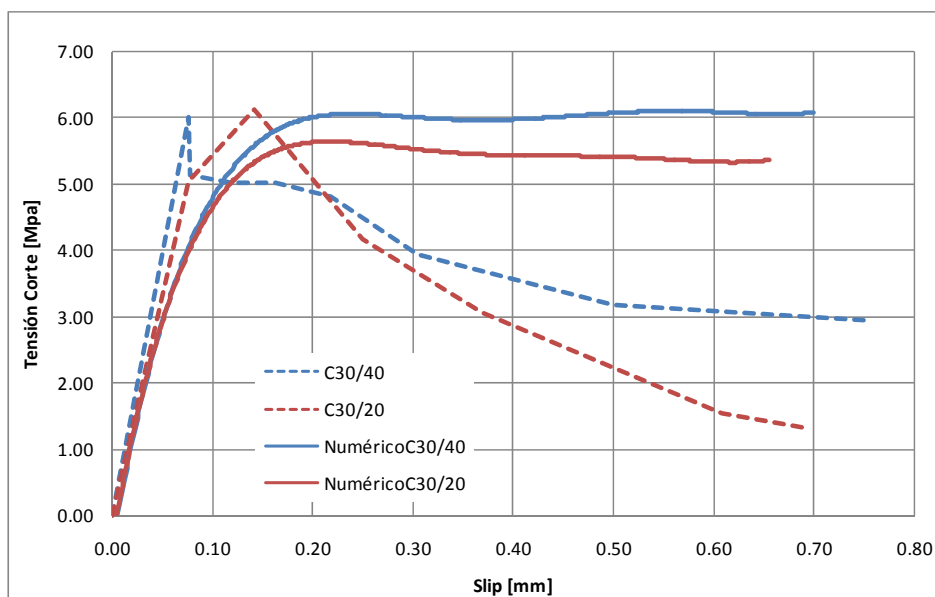


Figura 14: Curva carga carga-desplazamiento del ensayo de push off . H30 con fibras



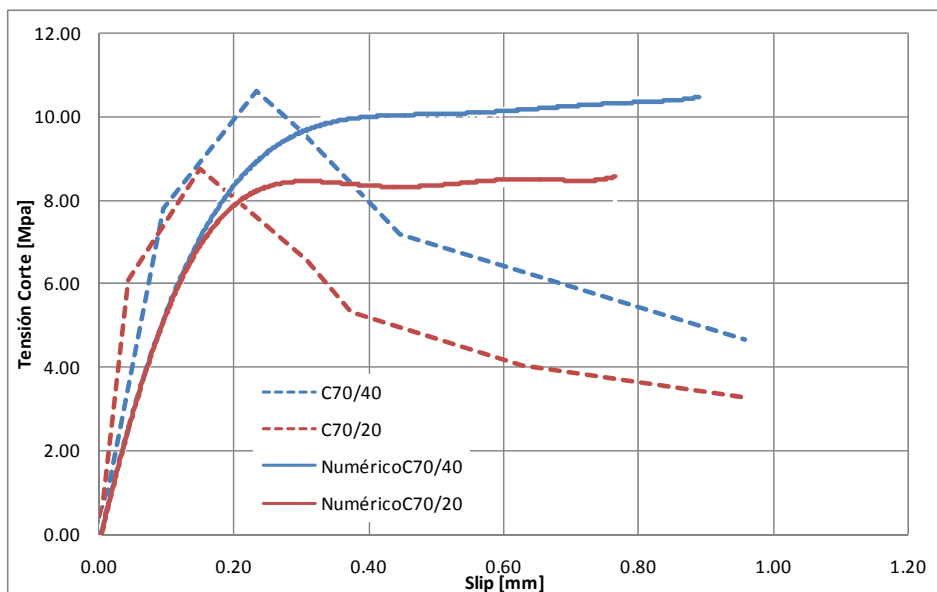


Figura 15: Curva carga carga-desplazamiento del ensayo de push off . H70 con fibras

### 3.2 Punzonado en losas

Además en el Instituto de Estructuras se ensayó una losa de H°A° de forma de octógono regular de 15 cm de espesor, 180 cm de dimensión máxima, 75 cm de lado, sobre-armada a flexión con  $1\phi 10\text{mm}/5\text{cm}$  ADN420 en cada dirección, sin refuerzo al corte para lograr así que la estructura falle por corte y construida con hormigón H30. Este ensayo se realizó con control de carga aplicada en el centro de la losa hasta la rotura. Se midió el desplazamiento de la losa en el centro y la carga.

La losa fue modelada, primeramente se reprodujeron los resultados del ensayo realizado con H°A° y luego se modeló la respuesta de esta estructura con 0.5% de fibras con las características de bajo carbono, ver Tabla 1. La Figura 16 muestra la geometría del ensayo y la Figura 17 la malla de elementos finitos usada. La estructura se modeló considerando simetría axial y con control de desplazamientos en el lugar de aplicación de la carga.

En la Figura 18 se ve la respuesta Fuerza-Desplazamiento del ensayo de la losa y los resultados numéricos considerando H°A° simple y H°A° con HRF. La curva experimental se obtuvo realizando el ensayo con control de carga, es por esto que al llegar a la carga máxima se produjo la rotura de manera abrupta no pudiendo obtenerse rama descendente. Ambos modelos numéricos muestran resultados muy próximos al experimental situándose el de HRF levemente por encima.

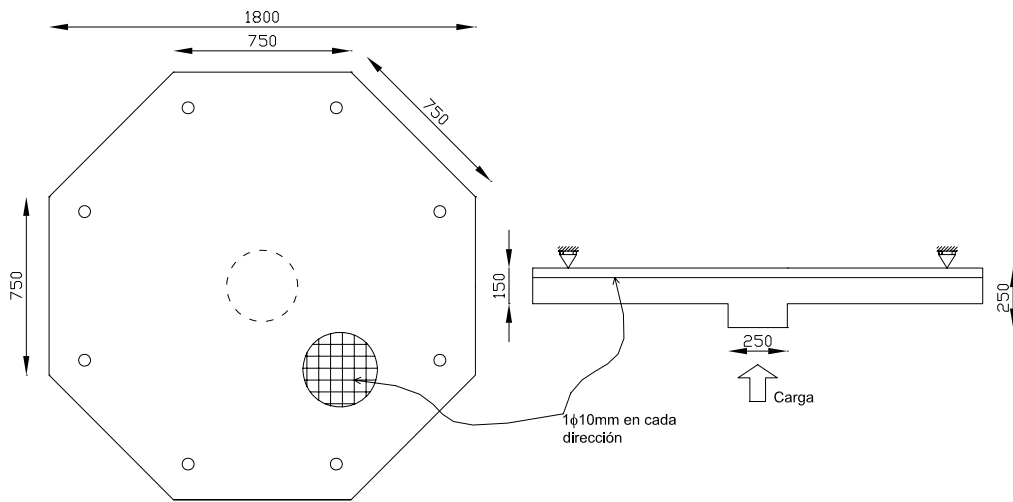


Figura 16: Geometría Losa.

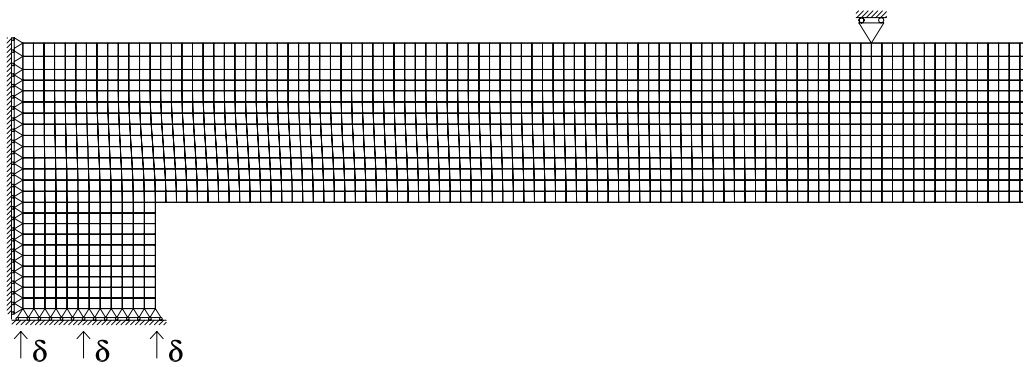


Figura 17: Malla de elementos finitos y condiciones de borde.

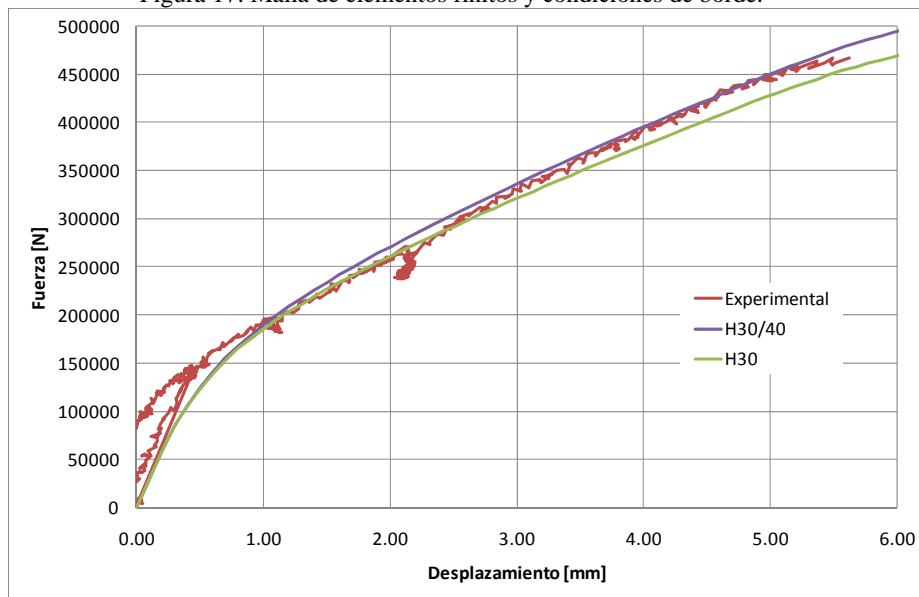


Figura 18: Fuerza Desplazamiento Losa H<sup>o</sup>A<sup>o</sup> simple y con fibras.

#### 4 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la aplicación de un modelo simple de materiales compuestos, basado en la teoría de mezclas, a la simulación del comportamiento de elementos estructurales de hormigón y de hormigón armado con fibras. La comparación con los resultados experimentales muestra una aproximación razonable. Esto indica que este modelo simplificado puede ser utilizado para estimar la respuesta estructural del hormigón reforzado con fibras.

En general, el modelo logra reproducir la resistencia y el aumento de ductilidad del hormigón con fibras respecto del hormigón. Se observa que la rama postpico en piezas que soportan flexión o corte está fuertemente influenciada por el deslizamiento relativo de las fibras respecto al hormigón. Debido a ello, es muy importante definir la curva de deslizamiento adecuadamente para poder reproducir este tipo de ensayos. En ese sentido, los ensayos de flexión de vigas entalladas resultan de utilidad para calibrar esta curva. Sin embargo, la curva así definida, no es capaz de reproducir la respuesta post-pico del ensayo de push-off donde se tiene un estado más complejo de tensiones, predominantemente de corte. Esto muestra la necesidad de estudiar más aún el efecto de las fibras y especialmente si estas presentan cierta oblicuidad respecto a la normal al plano de fisuración.

En relación a los efectos de adición de las fibras al hormigón, los resultados confirman que la principal ventaja obtenida es un aumento de la capacidad de deformación, fundamentalmente en tracción acompañada de un leve aumento de la resistencia.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a PICTO UNSa N° 36690.

#### REFERENCIAS

- Barragán B., Gettu R., Agulló L. and Zerbino R. Shear Failure of Steel Fiber-Reinforced Concrete Based on Push-Off Tests. *Aci Materials Journals*, 103-m27, 2006.
- Betten, J. Application of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, 4 29-46, 1988.
- Chanvillard G. Modeling the pullout of wire-drawn steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 29 1027–1037, 1999.
- Chiaia B., Fantilli A. and Vallini P. Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings. *Engineering Structures*, 31 1600\_1606, 2009.
- Elliott, K., Peatson, C. and Paine, K. Experimental and theoretical investigation of the shear resistance of steel fibre reinforced prestressed concrete X-beams. *Part I: Experimental work, Mat. and Structures*. 35, 519-527, 2002. *Part II: Theoretical analysis and comparison with experiments. Materials and Structures*, 35, 528-535, 2002.
- Frosch R. Behavior of large-scale reinforced concrete beams with minimum shear reinforcement. *ACI Struct.* 97 (6): 814–20 2000.
- Hyun-Ho L. Shear strength and behavior of steel fiber reinforced concrete columns under seismic loading. *doi:10.1016/j.engstruct.2006.08.016*.
- Juárez C., Valdez P., Durán A., and Sobolev K. The diagonal tension behavior of fiber reinforced concrete beams. *doi:10.1016/j.cemconcomp.2006.12.009*.
- Kwak K., Suh J., Hsu T. Shear-fatigue of steel fiber reinforced concrete beams. *ACI Struct J*,

- 88(2):155–60, 1991.
- Lublinter J., On the Thermodynamic Foundations of Non-Linear Mechanics, *Int. Journal Non Linear Mechanics*, Vol.7, 237-254, 1972.
- Lublinter J., Oliver J., Oller S. and Oñate E., A plastic damage model for concrete. *Int. J. Solids Struct.*, 25(3):299-326, 1989.
- Luccioni B., Oller S., Danesi R., Coupled plastic damage model. *Comput., Methods Appl. Mech. Engrg.*, 129:81-89, 1996.
- Luccioni B., Rougier, V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computer & Structures*, 83, 2238-2256, 2005.
- Luccioni B. M., Rougier V. C. Numerical assessment of frp retrofitting systems for reinforced concrete elements, *Engineering Structures*, 29: 1664-1675, 2007.
- Luccioni B., Oller S. and Danesi R. Plastic Damaged Model for Anisotropic Materials. *Applied Mechanics in the Americas, I*, 124-129, 1995.
- Mirsayah A, Banthia N. Shear strength of steel fiber-reinforced concrete. *ACI Struct J*, 99 (5):473–9, 2002.
- Naaman A. Engineered Steel Fibers with Optimal Properties for Reinforcement of Cement Composites. *Journal of Advanced Concrete Technology Japan Concrete Institut*, Vol. 1, No. 3,241-252.
- Noghabai K. Beams of fibrous concrete in shear and bending: experiment and model. *J Struct Eng*; 126 (2): 243–51, 2000.
- Oller S., Un modelo de Daño Continuo para materiales Friccionales. Ph.D. Thesis. *Universitat Politecnica de Catalunya, Escola Técnica Superior D'Ingenyers de Camins, Canals I Ports, Spain*, 2002.
- Padmarajaiah SK, Ramaswamy A. Behavior of fiber-reinforced prestressed and reinforced high-strength concrete beams subjected to shear. *ACI Struct J*, 98(5):752–61, 2001.
- Shaaban AM, Gesund H. Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete flat plates. *ACI Struct J*, 91(3):406–14, 1994.
- Theodorakopoulos D, Swamy N. Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections failing in punching shear. *ACI Struct J*, 90(4):342–55, 1993.
- María Celeste Torrijos. Tesis presentada para el grado de Doctor en Ingeniería. Mesoestructura, Comportamiento Mecánico y Propiedades de Transporte en Hormigón. *Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Septiembre*, 2008.
- Truesdell, C. and Toupin, R., The classical field theories. Ed. by S.Flugge - *Handbuch der Physik II/I - Springer Verlag - Berlin*, 1960.
- Valle M and Bu"yu"ko"ztu"rk O. Behavior of fiber reinforced high-strength concrete under direct shear. *ACI Struct J*, 90(2):122–33, 1993.