

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PARÁMETRO VISCOSO EN METALES SOMETIDOS A ESTADOS DE CARGAS MECÁNICAS Y TÉRMICAS

Leonel Pico^a, Guillermo Etse^b

^aÁreas de Estructuras y de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Av. Del Valle 5737, Olavarría, Argentina
lpico@fio.unicen.edu.ar, <http://www.fio.unicen.edu.ar>

^bCentro de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Roca 1800, San Miguel de Tucumán, Argentina
getse@herrera.unt.edu.ar, <http://www.unt.edu.ar>

Palabras Clave: Viscoplasticidad, localización, parámetro viscoso, temperatura

Resumen. El comportamiento de los materiales está determinado no sólo por las acciones a las que están sometidos, sino que también por el tiempo en el que las mismas se desarrollan. Dentro del marco de la Dinámica, la descripción del comportamiento material resulta muy dificultosa. Por este motivo, una alternativa interesante resulta describir el comportamiento de los sólidos mediante la utilización de una Teoría Elastoplástica que, dentro del marco de la Estática, considere los efectos dependientes del tiempo. Se distinguen dos tipos de ellos: los efectos “time-dependent” y los “rate-dependent”. En ambas situaciones se habla de reología del material, es decir, del comportamiento termo-mecánico y su evolución en el tiempo. En particular, los metales no muestran comportamientos reológicos apreciables a temperatura ambiente; sin embargo, cuando aumenta la temperatura resulta interesante describir los metales mediante una teoría viscoplástica que considere la temperatura y los efectos reológicos consecuentes. En tal medida, la Teoría Elastoviscoplástica es la extensión de la Elastoplasticidad que considera la influencia “rate-dependent” en su formulación. Se vuelve, pues, primordial el comportamiento del parámetro viscoso.

A partir de una formulación viscoplástica extendida para grandes deformaciones de Von Mises – Perzyna consistente, en el presente trabajo se estudia, en primer lugar, la dependencia del parámetro viscoso en el comportamiento de metales sometidos a diferentes estados de cargas mecánicas y térmicas, en segundo lugar la sensibilidad de dicho parámetro comparando formulaciones de pequeñas con grandes deformaciones y por último, la evolución de dicho parámetro con el indicador de localización de falla.

1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento de los materiales está determinado no sólo por las acciones a las que están sometidos sino que también por el tiempo en el que las mismas se desarrollan. Para explicar el comportamiento material se recurre a la Mecánica del Continuo que posibilita una fundamental herramienta de la Física para la descripción de los fenómenos que involucran a los cuerpos materiales.

Las acciones a las que está sometido un sólido pueden ser clasificadas en dos tipos fundamentales de acuerdo con la duración de la acción:

$$\begin{aligned} \text{Acciones estáticas: } \Delta t \gg 0 \\ \text{Acciones dinámicas: } \Delta t \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (1)$$

En ambos tipos de acciones interviene la variable tiempo, pero la diferencia fundamental consiste en que el intervalo de tiempo durante el cual se desarrolla la acción o excitación tiende a cero en el caso de acción dinámica y es un valor mucho mayor que cero o tendiente a infinito en el caso de una acción estática. Por este motivo es que resulta más correcto hablar de acción cuasiestática en lugar de estática.

Otra consideración importante es que dentro del marco de la Dinámica se desarrollan fuerzas inerciales por efectos de aceleraciones que transcurren en un intervalo muy pequeño. La descripción del comportamiento material dentro de las ideas de la Dinámica resulta, en general, muy dificultosa. Una alternativa interesante para describir el comportamiento de los sólidos consiste en la utilización de una Teoría Elastoplástica que, dentro del marco teórico de la Estática, considere el efecto del tiempo en su formulación. Surgen así teorías elastoplásticas viscosas, como ser la Viscoelasticidad (comportamiento viscoso de la Elasticidad) y la Viscoplasticidad (comportamiento viscoso de la Plasticidad). Las teorías viscosas de la Elastoplasticidad permiten realizar una analogía cuasiestática de un fenómeno dinámico microestructural a través del parámetro viscosidad, valor éste que dependerá tanto del material como de la velocidad de aplicación de las cargas.

Como resultado de las acciones estáticas o cuasiestáticas se distinguen dos tipos de efectos:

- Efectos estrictamente dependientes del tiempo o “time dependent”
- Efectos dependientes de la tasa de aplicación de cargas o “rate dependent”

Los efectos “time dependent” se manifiestan en fenómenos de deformación diferida o “creep” (la deformación crece en el tiempo bajo tensión constante) y en fenómenos de “relajación de tensiones” (la tensión disminuye en el tiempo bajo deformación constante), dado que se desarrollan en intervalos de tiempo muy largos.

Los efectos “rate dependent” por el contrario se manifiestan cuando aumenta la velocidad o tasa de aplicación de las cargas. Se produce así un fenómeno de sobrerresistencia debido a la elevada tasa de aplicación de la carga.

En ambas situaciones se habla de reología del material, es decir, el comportamiento material que depende no sólo de las acciones mecánicas y térmicas sino que también depende de la evolución de las mismas en el tiempo.

En los materiales cuasifrágiles, como por ejemplo el hormigón, el suelo y el hueso, se desarrollan fuerzas inerciales debido a que sus poros suelen estar constituidos en parte por agua y en parte por aire y que frente a las acciones rápidamente aplicadas se desarrollan presiones internas que dan origen a las fuerzas inerciales y, por lo tanto, este tipo de comportamiento material se encuadra dentro de la Dinámica. Sin embargo, una manera más sencilla de describir este comportamiento consiste en el tratamiento viscoso de la

Elastoplasticidad, es decir, mediante la consideración de efectos “rate dependent”.

2 COMPORTAMIENTO REOLÓGICO DE METALES

Los metales a temperatura ambiente no muestran comportamientos reológicos apreciables frente a las acciones dinámicas dado que en su composición cristalina no hay poros llenos de aire o de agua en los que se desarrollen presiones internas frente a las acciones rápidamente aplicadas. En los metales es predominante el efecto de la fatiga a largo plazo. Sin embargo, el comportamiento reológico de los metales se pone en evidencia cuando aumenta la temperatura, pues al elevarse el nivel térmico aparecen fenómenos viscosos análogos a los que ocurren en los materiales cuasifrágiles aun a temperatura ambiente. Por este motivo, resulta interesante describir el comportamiento elastoplástico de los metales a través de una teoría viscosa que considere la influencia de la temperatura y su consecuente reología.

En este trabajo se estudian diferentes aspectos que conciernen al comportamiento de los metales sometidos a efectos tiempo-dependientes mediante una formulación constitutiva viscoplástica que considera la reología debida a la influencia de la temperatura. Asimismo, dado que frente a las cargas los metales experimentan grandes deformaciones, se desarrolla una formulación constitutiva viscoplástica extendida que tiene en cuenta la no linealidad geométrica dada precisamente por las grandes deformaciones.

El comportamiento de los metales está fuertemente condicionado por el fenómeno de no localidad geométrica, la cual se combina con el de no localidad material. Esta caída combinada de la rigidez durante procesos de cargas monotónicas da lugar a inelasticidades manifiestas que incluyen un pico de tensiones y el consiguiente ablandamiento de deformación. Este proceso de ablandamiento es el que determina el conocido fenómeno de localización de deformaciones, previo a la falla final de los metales. Estos fenómenos de localización se caracterizan por fuertes incrementos de las deformaciones en regiones limitadas del material, usualmente denominadas bandas de corte debido al mecanismo de falla por corte que se desarrolla en los metales independientemente del estado de tensiones gobernantes (Otto y Runesson, 1991; Wang et al., 1997). Las inclinaciones de estas bandas de corte constituyen una característica o propiedad material, que en el caso de los metales es aproximadamente 33° . El problema de localización de deformaciones está asociado a inestabilidades del equilibrio, las cuales se manifiestan en ensayos de placas metálicas a tracción cuando pequeños cambios en el campo de deformaciones originan modificaciones significativas de las tensiones, cuyas fuertes caídas demuestran la proximidad de la falla final.

Paralelamente a la complejidad de las no linealidades material y geométrica combinadas, la respuesta mecánica de los metales posee también una marcada dependencia en el tiempo. Los procesos tales como el creep o fluencia lenta y la relajación de tensiones son notorios en los materiales metálicos con el incremento de la temperatura. En estos casos, la variable temporal juega un rol equivalente a la acción mecánica ya que el solo paso del tiempo genera deformaciones elásticas e inelásticas. En lo referente al efecto temporal en la respuesta mecánica de los metales, resulta de particular importancia la acción térmica, pues el crecimiento de la temperatura en los metales da lugar a campos de tensiones y de deformaciones térmicas que pueden llevar al daño y a la falla final del material. Por otro lado, es evidente que el incremento térmico en los metales mas allá de ciertos límites produce también un fuerte impacto en las propiedades reológicas de los metales, dando lugar a respuestas y comportamientos completamente diferentes. En particular, es relevante la variación de las formas de falla en función del campo térmico reinante en los metales. La alteración que produce la temperatura afecta también las propiedades del comportamiento de falla de los metales, en particular las referidas a los niveles de tensiones críticos compatibles

con el desarrollo de fenómenos de localización y a las inclinaciones de las bandas de corte.

Numéricamente, el análisis predictivo del comportamiento mecánico de los metales se ha realizado con la Teoría del Flujo de la Elastoplasticidad, la cual es extendida para el caso de grandes deformaciones elásticas e inelásticas. En este marco teórico, el fenómeno de la localización de deformaciones en bandas de Lüders se ha estudiado mediante la condición de equilibrio a lo largo de dichas bandas de corte, de la cual surge el tensor de localización, (Ottosen y Runesson, 1991), cuya singularidad define la condición de localización. Ésta puede interpretarse como un indicador de falla diferente de la condición de máxima tensión, la cual corresponde a la singularidad del operador material.

Resulta de particular interés la extensión de la teoría elastoplástica o J_2 con grandes deformaciones para incluir el efecto o variable del tiempo y poder así evaluar las propiedades de falla reológicas de los metales. Sin embargo, resulta de mayor interés la inclusión de la variable térmica en la formulación constitutiva de los metales a fin de poder evaluar la dramática variación que sufren las propiedades materiales, incluidas las reológicas, con el campo térmico. En ese sentido es importante deducir una teoría tiempo-dependiente no lineal para los metales que incluya la variable térmica a fin de predecir la influencia de la temperatura en las propiedades reológicas de los metales. Más aún, es de interés evaluar las variaciones que experimentan las propiedades de localización con el nivel de temperatura. En otras palabras, surge la necesidad de poder determinar la variación de los niveles de campo tensionales que dan lugar a los fenómenos de localización y de la iniciación de los mismos.

3 VISCOPLASTICIDAD Y LOCALIZACIÓN

3.1 Generalidades

La Viscoplasticidad se aplica en el caso de metales y sus aleaciones a partir de niveles de temperaturas de alrededor de un tercio de la temperatura de fusión del material, debido a que los mecanismos microscópicos que originan estas deformaciones en general se activan a partir de esta temperatura. Esta teoría también se utiliza para describir el comportamiento de los polímeros, los alquitranes, la madera, etc., cuando se supera el límite de elasticidad de los mismos, (Lemaitre y Chaboche, 1990 y Quecedo Gutiérrez, 1997).

Existen diversas maneras de abordar el tratamiento numérico-computacional del problema de la Viscoplasticidad. Una de las formulaciones más utilizadas, (Perzyna, 1966) propone una extensión del modelo original que resulta ser la formulación más extensamente empleada en el ámbito de los métodos numérico-computacionales debido a que presenta gran concordancia con los resultados experimentales y a que resulta relativamente fácil su implementación computacional. La idea principal del modelo viscoplástico de Perzyna extendido luego por otros autores (Cormeau, 1975; Owen y Damjanić, 1982) consiste en la formulación de una función arbitraria que depende de la función de fluencia y de una regla de flujo análoga a la regla de la Plasticidad. Simultáneamente, (Duvaut y Lions, 1972), propusieron una formulación viscoplástica que fue luego extendida por otros autores (Simo et al., 1988; Loret y Prevost, 1990), considerándose en la misma el comportamiento del material como la diferencia entre la respuesta del material sin dependencia del tiempo y la respuesta del material viscoplástico. Tanto la teoría de Perzyna como la teoría de Duvaut – Lions admiten estados de tensiones que se encuentran fuera de la superficie de fluencia del material. Esto presenta el inconveniente de que no se tiene una condición de consistencia y, por lo tanto, las condiciones estándares de Kuhn – Tucker no se pueden aplicar. En trabajos posteriores, (Bažant y Pijaudier-Cabot, 1988; Pijaudier-Cabot y Benallal, 1993) se proponen formulaciones basadas en la aproximación del continuo no local, mientras que en otros

trabajos (Aifantis, 1984; Lasry y Belytschko, 1988; Pamin, Sluys et al., 1994) presentan formulaciones viscoplásticas basadas en la Teoría de Gradientes. En sucesivos trabajos, (Wang et al., 1997) se proponen modelos consistentes en los cuales la dependencia en el tiempo se incluye en la superficie de fluencia, permaneciendo inalteradas las condiciones de Kuhn – Tucker. Posteriormente (Mahnken et al., 1998), se propuso una formulación dependiente del tiempo combinada con la teoría de daño. Trabajos más actuales, (Winnicki et al., 2001) introducen el criterio de fluencia de Hoffman que permite modelar los efectos de la dependencia temporal en el hormigón. En sucesivos trabajos (Carosio y Etse, 2000) se incorporan los conceptos de viscoplasticidad consistente y continua basados en la formulación de Perzyna y realizan la extensión de la formulación viscoplástica consistente para los modelos de Leon y de Drucker – Prager aplicables a materiales cohesivo-friccionales.

La consideración de la dependencia del tiempo en el análisis de falla de los materiales que son susceptibles a la velocidad de deformación permite el estudio de los fenómenos tales como la formación de bandas de corte en materiales cohesivo-friccionales según otros modelos viscoplásticos (Desai y Zhang, 1987; Cristescu y Cazacu, 2000). En el caso de los metales (Wang et al., 1997), el modelo viscoplástico desarrollado permite describir la aparición de las bandas de Lüders y el efecto de Portevin - Le Chatelier.

3.2 Viscoplasticidad consistente

De la misma manera que en la Elastoplasticidad, se asume en la Viscoplasticidad la descomposición aditiva de la tasa de deformación total en una parte elástica y otra viscoplástica que tiene en cuenta a la parte puramente plástica y a la viscosa.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (2)$$

La tasa de deformación viscoplástica se define por medio de la regla de flujo análoga a la regla de la Elastoplasticidad:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \dot{\lambda} \mathbf{m} \quad \mathbf{m} = \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3)$$

donde $\dot{\lambda}$ indica la magnitud de la deformación viscoplástica y \mathbf{m} representa la dirección del flujo viscoplástico, dado por el gradiente de la función de potencial viscoplástico Q , de manera totalmente análoga a la Elastoplasticidad.

La Teoría Viscoplástica Continua surge como una alternativa a las teorías viscoplásticas anteriormente mencionadas (Duvaut – Lions y Perzyna) dado que éstas no permiten la obtención de operadores materiales tangentes debido a la ausencia de condiciones de consistencia viscoplásticas. La propuesta viscoplástica continua (Ponthot, 1995) consiste en una formulación en la que se incorpora una restricción adicional al problema que corresponde a la condición de fluencia igualada a cero, $F_{Cs}(\boldsymbol{\sigma}, q) = 0$. Vale decir que se parte de la formulación de Perzyna original incorporándole explícitamente a la condición de fluencia la dependencia en el tiempo. A partir de esta ecuación reformulada se pueden derivar las condiciones de consistencia viscoplástica y de carga/descarga. En consecuencia, la Viscoplasticidad Continua resulta formalmente idéntica a la Elastoplasticidad.

La Teoría Viscoplástica Consistente sigue básicamente los mismos planteos de la Viscoplasticidad Continua. La diferencia radica en que en la Viscoplasticidad Consistente la función de fluencia depende de la tasa de la variable interna o de estado \dot{q} , es decir:

$$F_{Cs}(\boldsymbol{\sigma}, q, \dot{q}) = 0 \quad (4)$$

Se define como función de sobretensión a la expresión potencial dada por:

$$\Phi(F) = \left(\frac{F(\boldsymbol{\sigma}, q)}{F_0} \right)^N \quad (5)$$

donde F_0 es un parámetro de normalización y que suele adoptarse como el umbral de fluencia y N es el exponente de Perzyna, que debe ser igual o mayor que 1 para que se cumpla la condición de convexidad.

De manera análoga a la Elastoplasticidad, la tasa de deformación está gobernada por la tasa del multiplicador plástico definida como:

$$\dot{\lambda}_{Cs} = \frac{\Phi(F_{Cs})}{\eta} \quad (6)$$

donde η es el parámetro viscoso.

Partiendo de la condición de fluencia viscoplástica (Carosio y Etse, 2000), extendida a grandes deformaciones, el operador algorítmico resulta ser:

$$\mathbf{D}_{Cs}^{Alg} = \left[\frac{\mathbf{D}^m : \mathbf{m} \otimes \mathbf{n}_{Cs} : \mathbf{D}^m + r_{Cs} \Delta \lambda \mathbf{D}^m : \mathbf{m} \otimes \mathbf{p} : \mathbf{D}^m}{\mathbf{n}_{Cs} : \mathbf{D}^m : \mathbf{m} - r_{Cs} h + r_{Cs} \Delta \lambda \mathbf{p} : \mathbf{D}^m : \mathbf{m} + s_{Cs} \frac{1}{\Delta t}} \right] \quad (7)$$

donde \mathbf{D}^m es el operador material elastoplástico, \mathbf{m} es el gradiente del potencial viscoplástico, \mathbf{n} es el gradiente de la función de fluencia, h es la función de endurecimiento/ablandamiento, y r_{Cs} y s_{Cs} son los gradientes dados por:

$$r_{Cs} = \left(\frac{\partial F_{Cs}}{\partial q} + \frac{\partial F_{Cs}}{\partial \dot{q}} \cdot \frac{\partial h}{\partial q} \right) h \quad (8)$$

$$s_{Cs} = \frac{\partial F_{Cs}}{\partial \dot{q}} h \quad (9)$$

El análisis del operador algorítmico permite establecer dos situaciones límites:

- Si $\Delta t \rightarrow 0$, el incremento del multiplicador plástico tiende a cero, $\Delta \lambda = \dot{\lambda} \Delta t \rightarrow 0$, entonces $s_{Cs} / \Delta t \rightarrow \infty$ y por lo tanto el operador $\mathbf{D}_{Cs}^{Alg} \rightarrow \mathbf{D}^m \rightarrow \mathbf{D}^e$ tiende al elástico.
- Si $\Delta t \rightarrow \infty$, entonces $s_{Cs} / \Delta t \rightarrow 0$ y por lo tanto el operador consistente tiende al operador elastoplástico consistente, es decir $\mathbf{D}_{Cs}^{Alg} \rightarrow \mathbf{D}_{Ep}^{Alg}$.

De la Ec. (7) y considerando estos estados límites se arriba a las siguientes situaciones:

$$\begin{aligned} \text{Si } \frac{\Delta t}{\eta} \rightarrow 0 \text{ entonces } \mathbf{D}_{Cs}^{Alg} &\rightarrow \mathbf{D}^e \\ \text{Si } \frac{\Delta t}{\eta} \rightarrow \infty \text{ entonces } \mathbf{D}_{Cs}^{Alg} &\rightarrow \mathbf{D}_{Ep}^{Alg} \end{aligned} \quad (10)$$

3.3 Localización de falla

La modelación numérica de las bandas de localización de deformaciones tiene la

importancia de representar correctamente la falla o rotura de los medios continuos. El tratamiento de la localización mediante el Método de Elementos Finitos presenta, sin embargo, dos problemas: la incapacidad de capturar los elevados gradientes de deformación por medio de la cinemática del elemento considerado y la respuesta dependiente del tamaño de la malla empleada (Gabaldón Castillo, 1999; Carosio y Etse, 2000).

La falla localizada se caracteriza por la aparición de bandas estrechas donde se concentran las deformaciones inelásticas mientras que en el resto del sólido se produce una relajación de este campo de deformaciones, descargándose elásticamente fuera de las bandas de localización. La observación experimental de este fenómeno de localización de las deformaciones en muchos materiales dúctiles y frágiles lleva a pensar que es motivo de la rotura o falla del material. Una vez iniciada la localización, comienza a crecer la deformación en la zona de comportamiento inelástico, acompañada de una disminución de la deformación mediante descarga elástica en la zona restante.

Según muchos autores, la aparición de este fenómeno de localización se debe a una bifurcación de la respuesta en los puntos situados en la zona inelástica respecto de aquellos situados en la zona elástica. Otros autores, sin embargo, consideran que los fenómenos de localización y de bifurcación en la respuesta no están asociados entre sí y ocurren en instantes diferentes.

El marco teórico de la bifurcación en elastoplasticidad establece que existe una relación entre la bifurcación en la respuesta y la localización de las deformaciones en una banda, denominada banda transversal. Esta teoría ha sido ampliada por diversos autores (Rudnicki y Rice, 1985; Willam y Sobh, 1987), donde se considera que la bifurcación en la respuesta no depende solamente de los autovalores del tensor constitutivo tangente elastoplástico \mathbf{D}^{ep} , sino que también depende del análisis de autovalores del tensor acústico de localización \mathbf{Q}^{ep} .

A partir de la Teoría de Ondas de Hadamard, el tensor de localización viscoplástico se obtiene como:

$$\rho c^2 = \mathbf{Q}^{vp} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{D}^{vp} \cdot \mathbf{N} \quad (11)$$

donde \mathbf{N} representa el vector normal a la superficie de discontinuidad. Debido a que se supone que la densidad del material ρ es constante, las velocidades c de propagación de la onda constituyen los autovalores del tensor acústico. Por lo tanto, para que se originen superficies u ondas de discontinuidad estacionarias, es decir con la condición $c = 0$, se debe singularizar el tensor acústico \mathbf{Q}^{vp} :

$$\det(\mathbf{Q}^{vp}) = 0 \quad (12)$$

Numéricamente, el problema se parametriza considerando que el valor mínimo del cociente que existe entre el determinante del tensor acústico viscoplástico y el determinante del tensor elástico:

$$\min \left\{ \det \left(\frac{\mathbf{Q}^{vp}}{\mathbf{Q}^e} \right) \right\} = 0 \quad (13)$$

4 PROPIEDADES DE LOS METALES ANALIZADOS

En este trabajo se analizaron tres tipos de metales, por convención denominados Acero I, Acero II y Aluminio. El Acero I corresponde al material típico de las armaduras de las estructuras de hormigón armado, de dureza natural sin tratamiento térmico (ADN-420). El

denominado Acero II corresponde al acero utilizado usualmente en el mecanizado de piezas (SAE-1060). El denominado Aluminio corresponde al utilizado en la industria en forma de barras y perfiles (F-0-H111). A partir de datos experimentales (Lord y Orkney, 2000), se calibraron los parámetros mecánicos de los metales analizados en función de la temperatura absoluta, mediante las siguientes expresiones propuestas:

$$E(T) = E_0 \left[1 - c_E(T) \frac{T}{T_{fus}} \exp^{a_E \left(1 - \frac{T_{fus}}{T} \right)} \right]^{b_E} - d_E \frac{T}{T_{fus}} \quad (14)$$

$$\sigma_f(T) = \sigma_{f0} \left[1 - c_\sigma(T) \frac{T}{T_{fus}} \exp^{a_\sigma \left(1 - \frac{T_{fus}}{T} \right)} \right]^{b_\sigma} - d_\sigma \frac{T}{T_{fus}} \quad (15)$$

$$c_E(T) = 1 - c_1 \frac{T}{T_{fus}} \exp \left(\frac{T_{fus}}{T} \right) \quad (16)$$

$$c_\sigma(T) = 1 - c_2 \frac{T}{T_{fus}} \exp \left(\frac{T_{fus}}{T} \right) \quad (17)$$

$$\nu(T) = \nu_0 + c_\nu T \quad (18)$$

donde T es la temperatura absoluta de referencia, T_{fus} es la temperatura absoluta de fusión, E_0 , σ_{f0} y ν_0 son el módulo elástico de Young, la tensión de fluencia y el módulo de Poisson, respectivamente, en el cero absoluto y a , b , c , c_E , c_σ , d y c_ν son los valores calibrados.

Las propiedades de los metales a temperatura ambiente (20°C, 293K) se muestran en la [Tabla 1](#).

Material	E (GPa)	ν	σ_0 (MPa)	σ_i (MPa)	H (MPa)	c_p
Acero I	208	0,30	450	190	130	17
Acero II	214	0,30	329	138	96	17
Aluminio	70	0,30	131	55	38	19

Tabla 1: Parámetros calibrados.

Para la evolución de la fluencia se consideró la ley de endurecimiento/ablandamiento exponencial de Simo:

$$h = \sigma_0 + (\sigma_i - \sigma_0) \cdot \left(1 - \exp^{-c_p q} \right) + H q \quad (19)$$

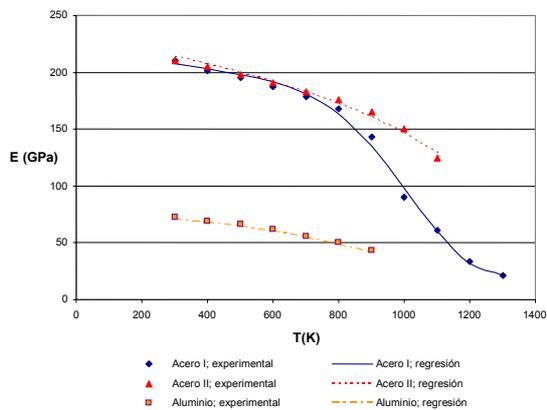


Figura 1: Curvas experimentales y ajustes del módulo de Young

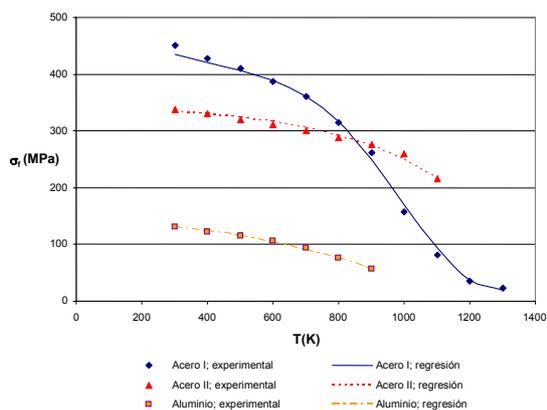


Figura 2: Curvas experimentales y ajustes de la tensión de fluencia

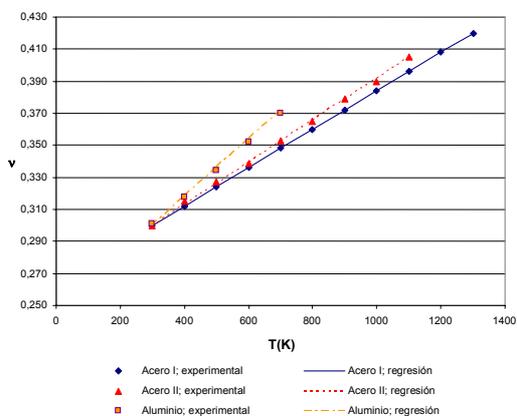


Figura 3: Curvas experimentales y ajustes del módulo de Poisson

5 ENSAYOS REALIZADOS Y RESULTADOS NUMÉRICOS OBTENIDOS

Se realizaron ensayos sobre una probeta de 24 cm de largo por 8 cm de ancho por 1 cm de espesor. La probeta se modeló considerando una malla de 192 elementos isoparamétricos de 4 puntos de integración. Por simetría se modeló solamente el cuarto de la probeta completa. Los ensayos efectuados consistieron en aplicar esfuerzos de tracción crecientes con control de desplazamientos.

Los ensayos se realizaron para 5 niveles térmicos, a saber: 0°C, 200°C, 400°C, 600°C y 800°C para ambos aceros y 0°C, 100°C, 200°C, 300°C y 400°C para el aluminio.

5.1 Evolución de los estados de tensión-deformación con la temperatura y con el parámetro de viscosidad

En las siguientes figuras se ilustra la evolución de los estados de tensión-deformación obtenidos para los tres metales considerados.

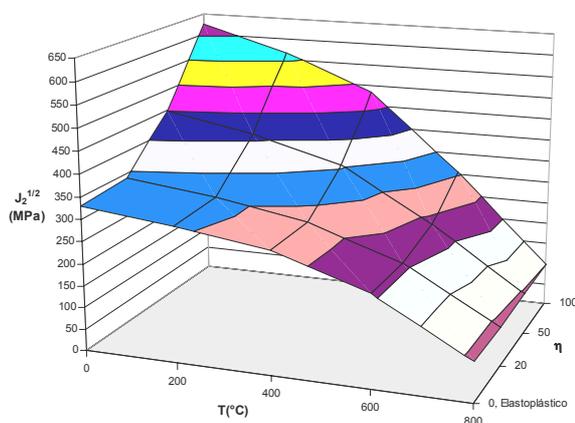


Figura 4: Acero I – Máxima tensión en función de la temperatura y de la viscosidad

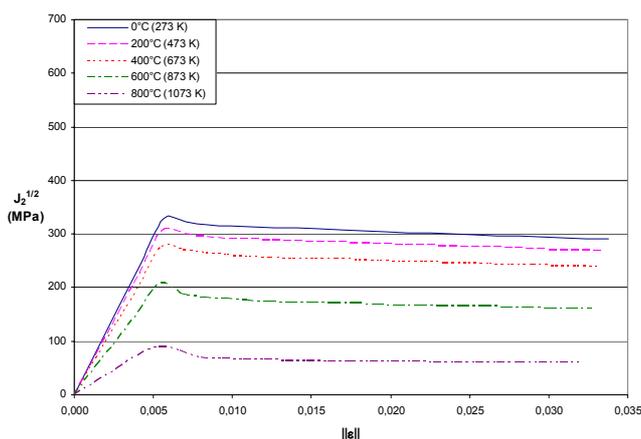


Figura 5: Acero I – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 0 (frontera elasto-plástica)

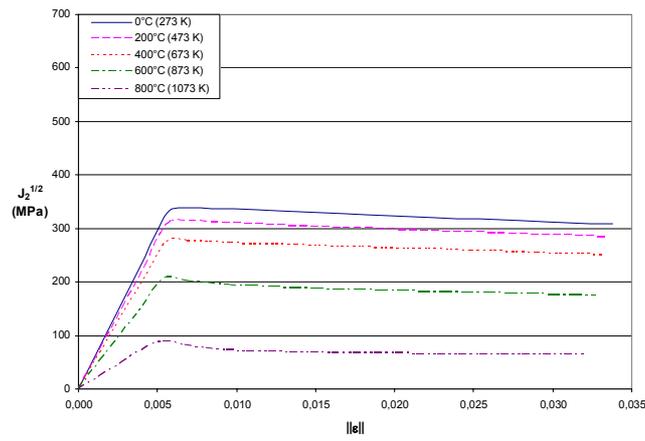


Figura 6: Acero I – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 20

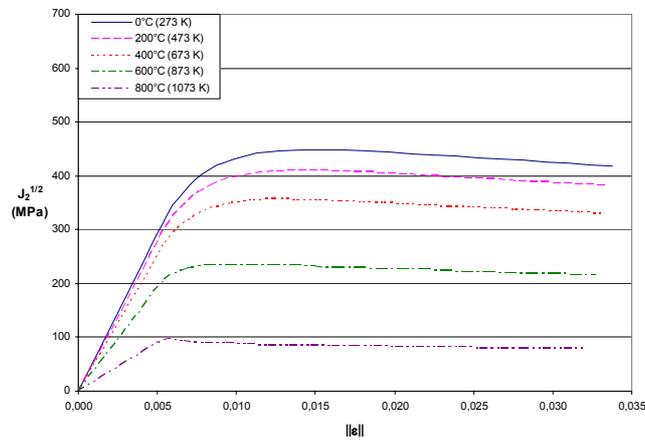


Figura 7: Acero I – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 50

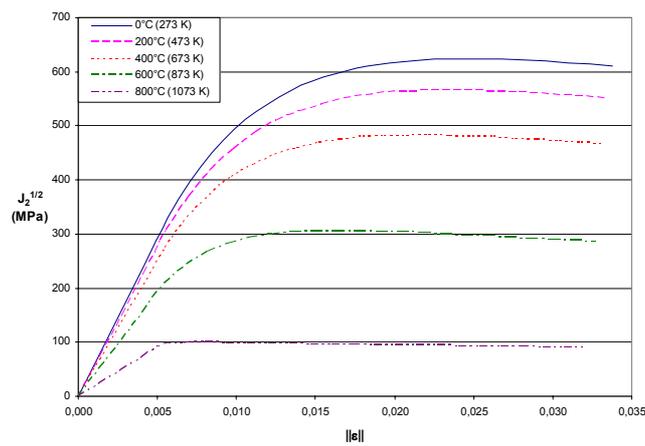


Figura 8: Acero I – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 100

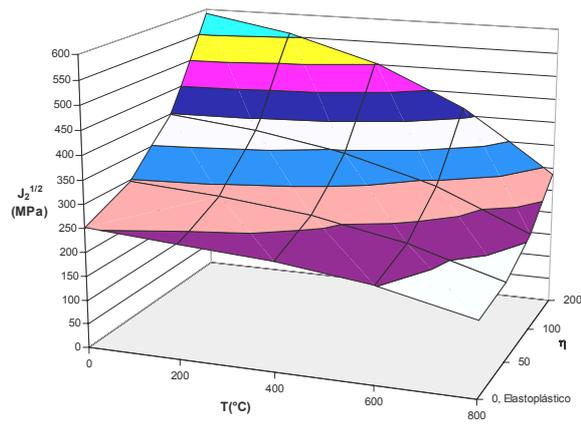


Figura 9: Acero II – Máxima tensión en función de la temperatura y de la viscosidad

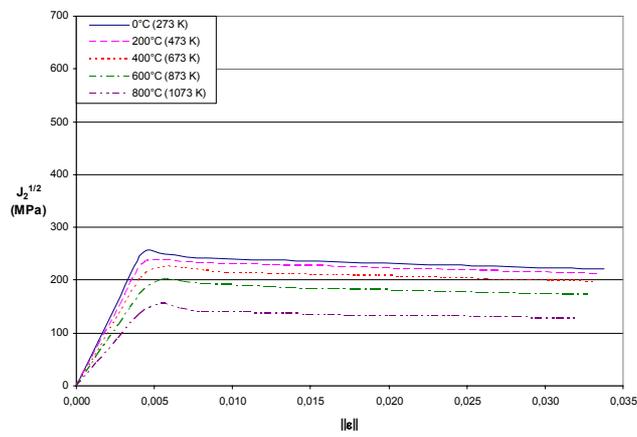


Figura 10: Acero II – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 0 (frontera elastoplástica)

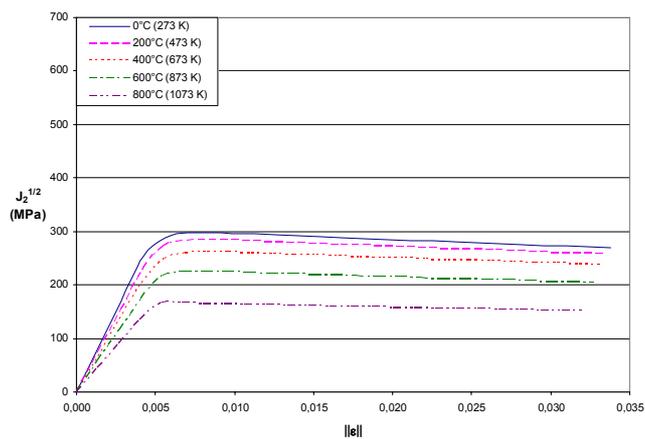


Figura 11: Acero II – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 50

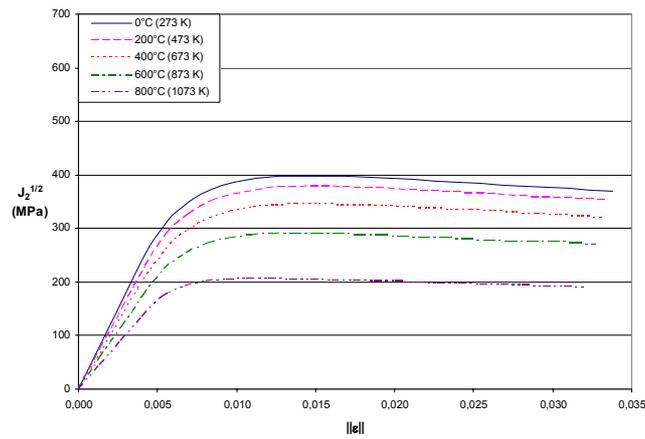


Figura 12: Acero II – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 100

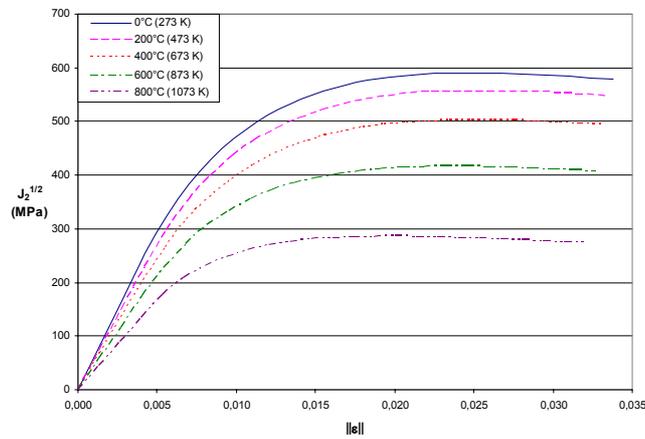


Figura 13: Acero II – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 200

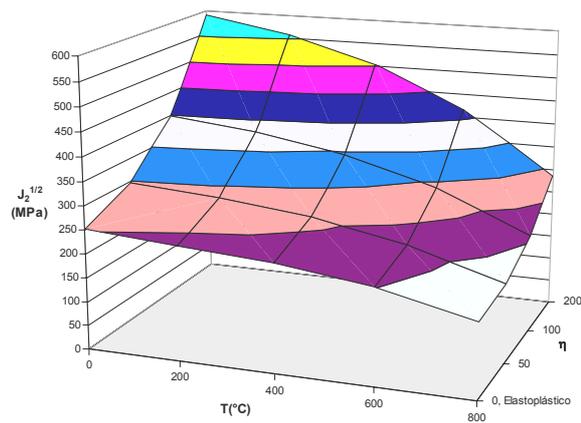


Figura 14: Aluminio – Máxima tensión en función de la temperatura y de la viscosidad

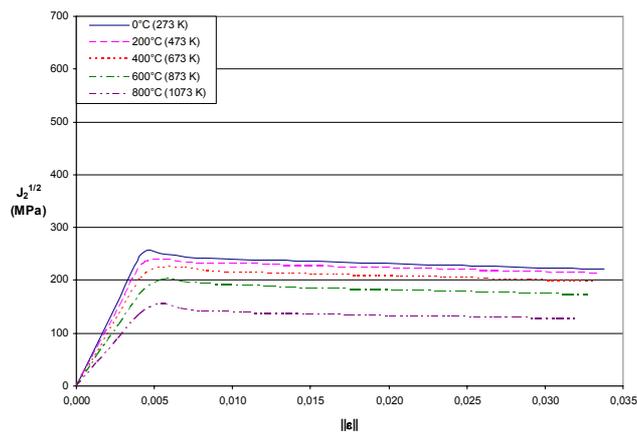


Figura 15: Aluminio – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 0 (frontera elastoplástica)

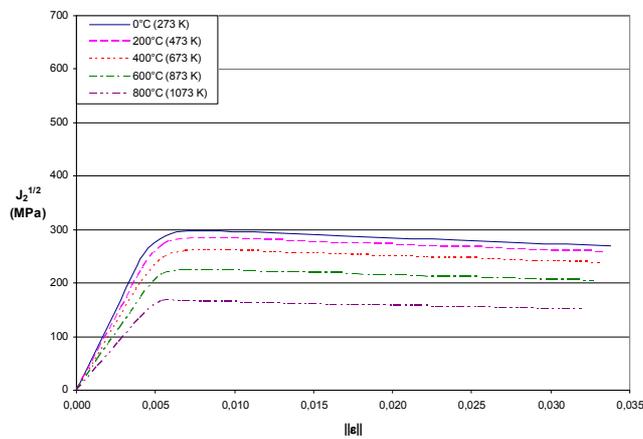


Figura 16: Aluminio – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 100

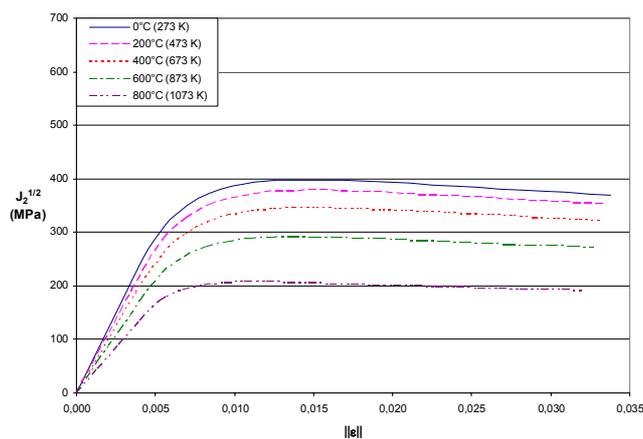


Figura 17: Aluminio – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 200

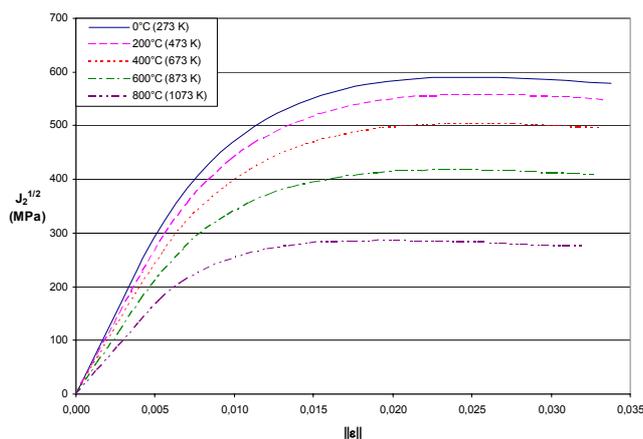


Figura 18: Aluminio – Máxima tensión en función de la deformación, con viscosidad 400

5.2 Evolución del parámetro de viscosidad con la temperatura

En las siguientes figuras se ilustra la evolución de la viscosidad en función de la temperatura, para cuatro estados de deformación diferentes.

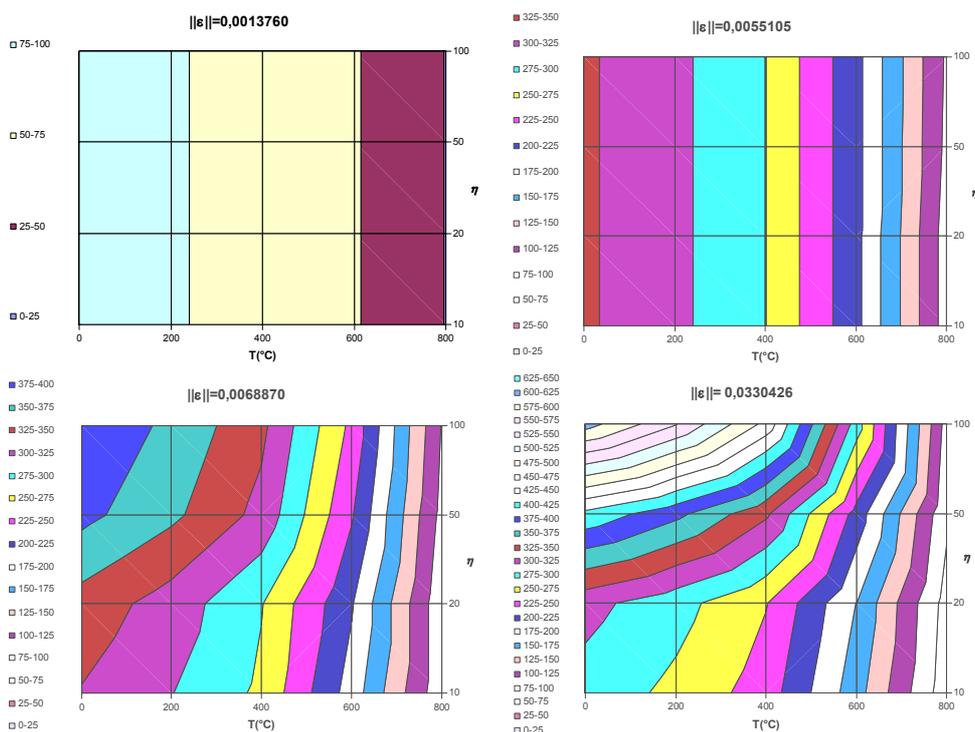


Figura 19: Acero I – Viscosidad en función de la temperatura y curvas de nivel de máxima tensión para diferentes valores de la deformación

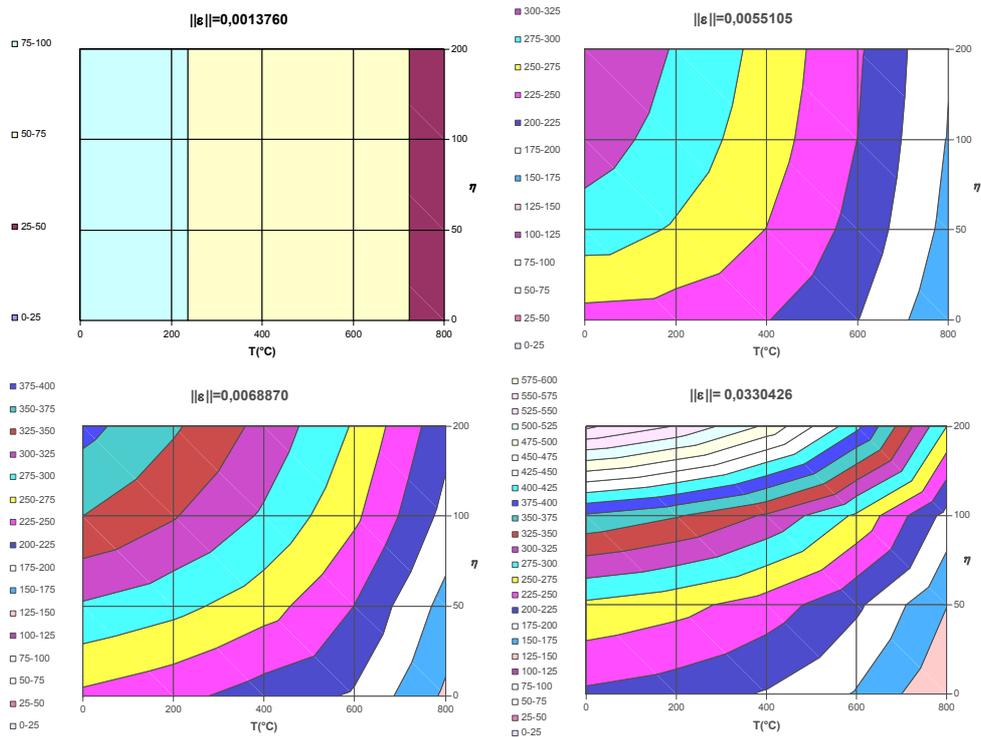


Figura 20: Acero II – Viscosidad en función de la temperatura y curvas de nivel de máxima tensión para diferentes valores de la deformación

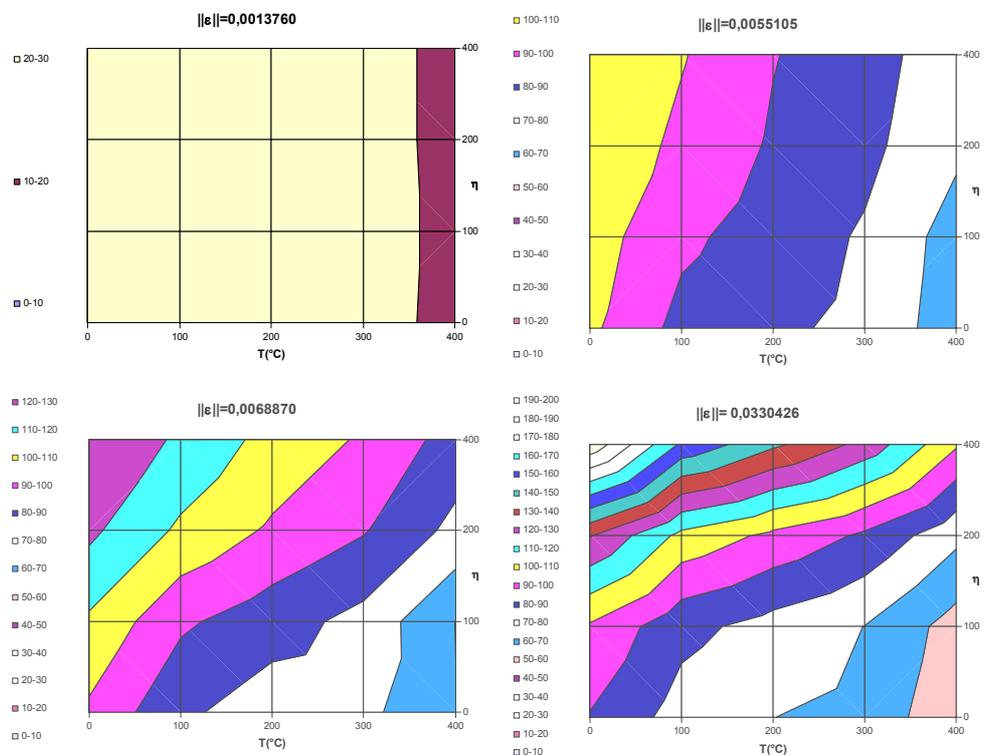


Figura 21: Aluminio – Viscosidad en función de la temperatura y curvas de nivel de máxima tensión para diferentes valores de la deformación

5.3 Efecto de la viscosidad en la localización

En la Figura 22 se muestran los resultados obtenidos del análisis de localización para el Acero I, graficándose el valor del determinante del cociente entre el tensor acústico viscoplástico y el tensor acústico elástico versus el ángulo de localización, para diferentes valores de viscosidad.

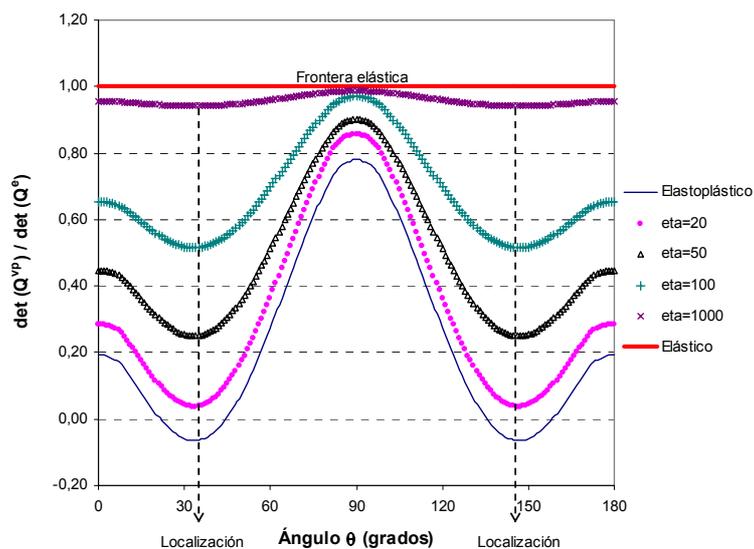


Figura 22: Acero I – Diagrama de localización

5.4 Efecto de la temperatura en la localización

En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos del análisis de localización para el Acero I, el Acero II y el Aluminio, graficándose el valor del determinante del cociente entre el tensor acústico viscoplástico y el tensor acústico elástico versus el ángulo que localización, para diferentes valores de temperatura. En la Tabla 2 se muestran los ángulos de localización obtenidos para los tres metales y sus correspondientes escalones térmicos.

Temperatura	Acero I	Acero II	Temperatura	Aluminio
0°C	35°	36°	0°C	40°
400°C	39°	40°	200°C	43°
800°C	45°	43°	400°C	45°

Tabla 2: Ángulos de localización

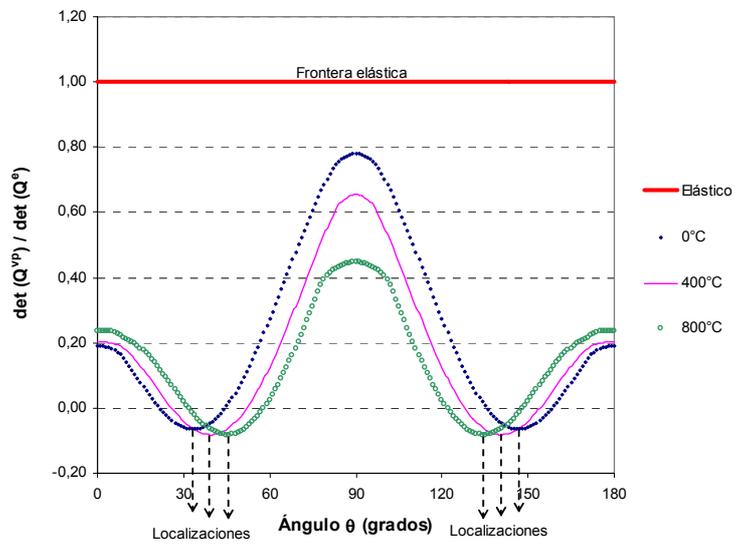


Figura 23: Acero I – Efecto de la temperatura en la localización

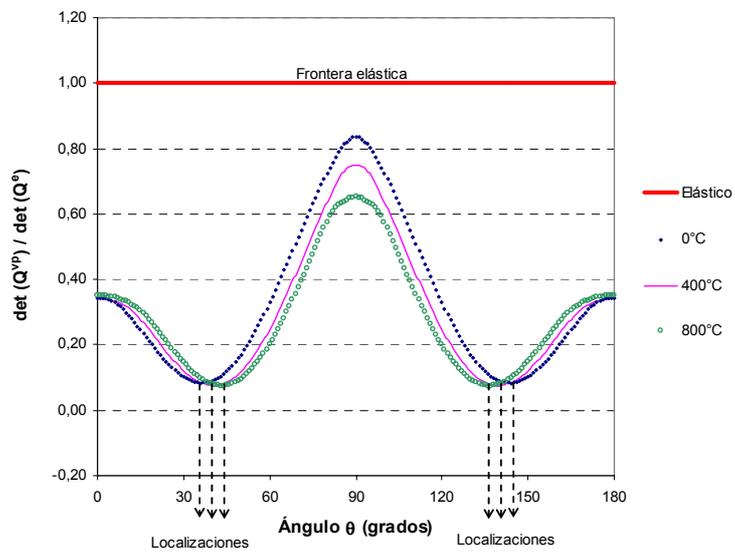


Figura 24: Acero II – Efecto de la temperatura en la localización

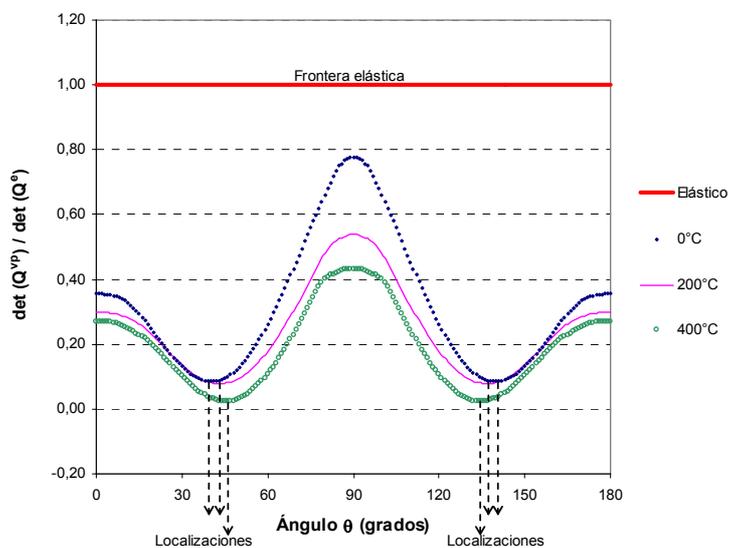


Figura 25: Aluminio – Efecto de la temperatura en la localización

5.5 Sensibilidad del parámetro viscoso en pequeñas y en grandes deformaciones

En las siguientes figuras se exponen las curvas obtenidas para dos velocidades de aplicación de carga diferentes, 0,0001 y 0,0002 y la comparación entre el análisis de pequeñas y de grandes deformaciones. En dichas figuras se muestran los puntos 0, 1 y 2 de análisis de localización, correspondiendo el punto 0 al inicio de la plastificación (inicio de la localización), el punto 1 al valor de máxima tensión $\sqrt{J_2}$ y el punto 2 a la máxima deformación (final del análisis).

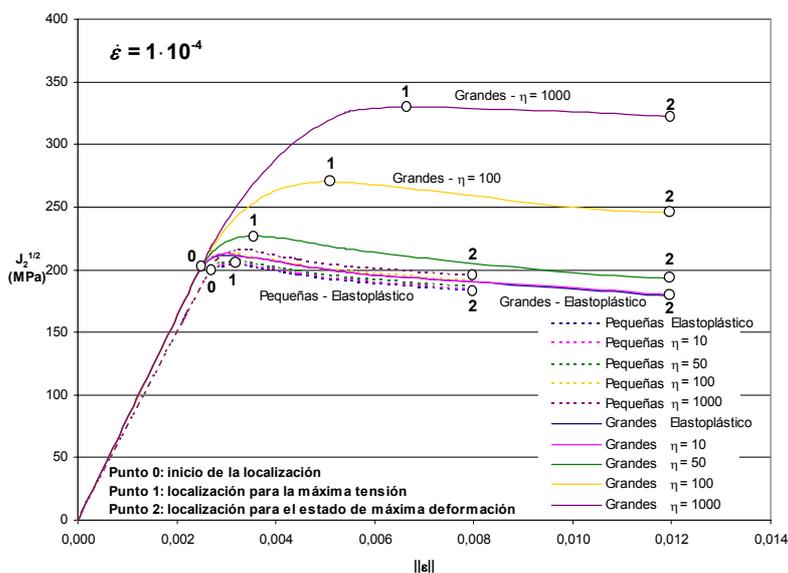


Figura 26: Acero I a 0°C – Sensibilidad del parámetro viscoso para tasa de deformaciones 0,0001

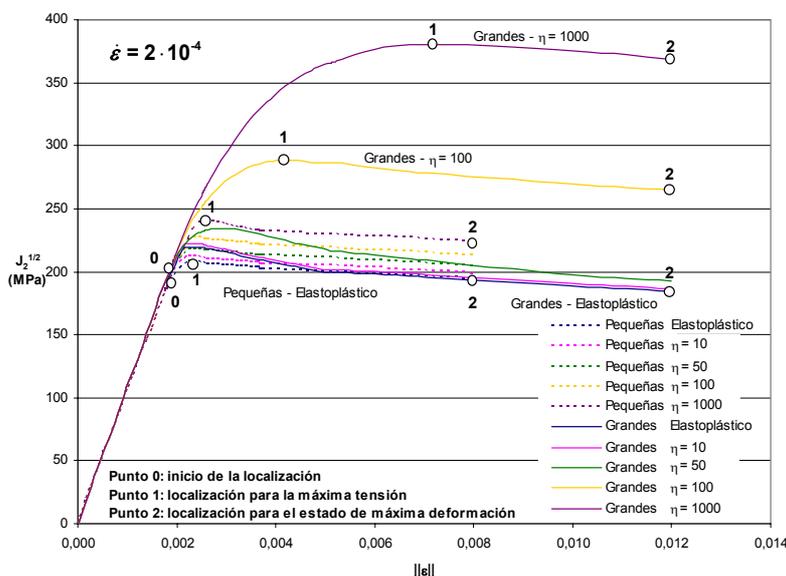


Figura 27: Acero I – Sensibilidad del parámetro viscoso para tasa de deformaciones 0,0002

6 CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se pueden mencionar las siguientes conclusiones:

- El parámetro viscoso, como resulta lógico, no depende de la temperatura en régimen elástico.
- Cuando el material entra en fluencia, las gráficas de isolíneas de máxima tensión (Figura 19, Figura 20 y Figura 21) se curvan a medida que aumenta la deformación. Este resultado conduce a pensar la fuerte dependencia del parámetro viscoso η no sólo con la temperatura, sino con el estado tenso-deformacional.
- El incremento de la temperatura origina un aumento del ángulo de localización. La localización de la deformación se origina para ángulos comprendidos entre 35° y 45° para el Acero I, entre 36° y 43° para el Acero II correspondiendo el menor valor a 0°C (273K) y el mayor valor a 800°C (1073K). Para el Aluminio, los ángulos de localización se encuentran entre 40° y 45° , correspondiendo el menor valor a 0°C y el máximo valor a 400°C .
- Al comparar los análisis de pequeñas y de grandes deformaciones se puede inferir que existe una fuerte sensibilidad del parámetro viscoso, según sea el tipo de análisis y la tasa de deformación aplicada (Figura 26, Figura 27).

REFERENCIAS

- Aifantis, E.C. On the microstructural origin of certain inelastic models. *Mat. Engng. Tech.*, 3: 306–326, 1984.
- Bažant, Z.P.; Pijaudier-Cabot, G. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *ASME J. Appl. Mech.*, 55:287–293, 1988.
- Carosio, A.; Willam, K.; Etse, G. On the Consistency of Viscoplastic Formulations. *International Journal of Solids and Structures*, 37:7349-7369, 2000.
- Corneau, I. Numerical Stability in Quasi-static Elasto/visco-plasticity. *Int. J. Numer.*

- Methods Eng.*, 9:109–127, 1975.
- Cristescu, N.; Cazacu, O. Viscoplasticity of geomaterials. *Modelling in Geomechanics*. Wiley, Sussex, 129–154, 2000.
- Desai, C.S.; Zhang, D. Viscoplastic Models for Geologic Materials with Generalized Flow Rule. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 11:603–620, 1987.
- Duvaut, G.; Lions, J. L. Les inequations en Mechanique et en Physique, *Dunod, Paris*, 1972.
- Gabaldón Castillo, F. Métodos de elementos finitos mixtos con deformaciones supuestas en elastoplasticidad. Tesis Doctoral. *Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras / E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos (UPM)*, 1999.
- Lemaitre, J.; Chaboche, J.L. Mechanics of Solid Materials. *Cambridge University Press*, 1997.
- Lord, J.D.; Orkney, L.P. Elevated Temperatura Modulus Measurements using the Impulse Excitation Technique (IET). *Centre for Materials Measurement and Technology CMMT (MN) 049, Middlesex, U.K.*, 2000.
- Mahnken, R.; Johansson, M.; Runesson K. Parameter Estimation for a Viscoplastic Damage Model Using a Gradient-Based Optimization Technique. *Engineering Computations*, 15:925–955, 1998.
- Ottosen, N.S.; Runesson, K. Properties of discontinuous bifurcation in elasto-plasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 27:400–421, 1991.
- Owen, D.R.J.; Damjanić F. Viscoplastic analysis of solids, stability considerations. *Recent Advances in Non-linear Computational Mechanics*, Pineridge Press, UK., 1982.
- Perzyna, P. Fundamental Problems in Viscoplasticity, *Recent Advances in Applied Mechanics*, Academic Press, New York, 9:243–377, 1966.
- Pijaudier-Cabot, G.; Benallal, A. Strain localization and bifurcation in a nonlocal continuum. *Int. J. Solids Structures*, 30:1761–1775, 1993.
- Ponthot, J.P. Radial Return Extensions for Viscoplasticity and Lubricated Friction. *Proc. International Conference on Structural Mechanics and Reactor Technology SMIRT-13*. Porto Alegre, Brazil, 2:711–722, 1995.
- Quecedo Gutiérrez, M. Análisis de la rotura por localización en materiales viscoplásticos mediante una formulación mixta de Elementos Finitos. *Tesis Doctoral - Madrid*, 1997.
- Rudnicki, J.W.; Rice, J.R. Conditions for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23:371–394, 1975.
- Simo J.C.; Kennedy, J.G.; Govindjee, S. Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 26:2161–2185, 1988.
- Wang, W.M.; Sluys, L.J.; de Borts, R. Viscoplasticity for instabilities due to strain softening and strain-rate softening. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40:3839–3864, 1997.
- Willam, K.; Sobh, N. Bifurcation analysis of tangential material operators. *Middleton, J.; Pande, G.N. (Eds), Numerical Methods in Engineering: Theory and Application*, 1987.
- Winnicki, A.; Pearce, C.J.; Bicanic, N. Viscoplastic Hoffman model for concrete under dynamic loading. *Computational Modelling of Concrete Structures*, Balkema, Rotterdam, 2:685–694, 1998.