

## MODELADO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS EN MEDIOS POROSOS SATURADOS CON FLUIDOS

I. P. Tello-Guerrero<sup>a</sup>, H. González-Alvarez<sup>b</sup> y A. E. Calle-Ochoa<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Investigación Petrosísmica, Instituto Colombiano de Petróleo, Piedecuesta, Santander, Colombia. [ingridtelloguerrero@gmail.com](mailto:ingridtelloguerrero@gmail.com), <http://www.xiccg.uis.edu.co/petrosismica/>

<sup>b</sup>Grupo de Geofísica, Instituto Colombiano de Petróleo, Piedecuesta, Santander, Colombia. [herling@tux.uis.edu.co](mailto:herling@tux.uis.edu.co) <http://www.xiccg.uis.edu.co/petrosismica>

<sup>c</sup>Grupo de Geofísica, Instituto Colombiano de Petróleo, Piedecuesta, Santander, Colombia. [andres.calle@ecopetrol.com.co](mailto:andres.calle@ecopetrol.com.co) <http://www.xiccg.uis.edu.co/petrosismica>

**Palabras Clave:** Diferencias Finitas dominio temporales, Parámetros Poroelásticos, Sandstone, Shale.

**Resumen.** Maurice Biot desarrollo una teoría que permite estudiar el fenómeno de propagación de ondas en medios porosos saturados por diferentes fluidos. A partir de las ecuaciones de movimiento y las relaciones constitutivas de la formulación de Biot se plantea una solución usando el esquema de diferencias finitas dominio temporales 2D, la precisión y la estabilidad del método son mantenidas por la discretización de malla intercalada. Los resultados obtenidos para el modelo de propagación elástica muestran que la variación de los parámetros del medio poroso genera cambios significativos en las amplitudes de las ondas de propagación debido a los efectos de absorción de energía de las ondas dentro de dicho medio. Se estudia un modelo de tres capas que simula un reservorio constituido por dos tipos de roca, shale y sandstone, los snapshots (capturas de pantalla) se realizan para los casos de saturación agua, gas y petróleo.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las rocas pueden ser modeladas como un medio poroso saturado por fluidos que se estudia bajo la teoría de Maurice Biot, dicha teoría proporciona una descripción del comportamiento dinámico del medio poroso y demuestra la existencia de dos ondas compresionales conocidas como onda P lenta y onda P rápida y una onda transversal llamada onda S (Biot, 1962). Para visualizar la existencia de estas ondas en el caso 2D se requieren 8 ecuaciones, 4 obtenidas a partir de las ecuaciones de movimiento y 4 obtenidas de las relaciones constitutivas. Se presenta una solución numérica basada en la formulación velocidad-esfuerzo llevado a un esquema de diferencias finitas que opera en una malla espacial intercalada de cuarto orden.

El modelo usado de tres capas shale-sandstone-shale con diferentes configuraciones de saturación (agua-gas y petróleo-gas) se asemeja a un yacimiento convencional donde la roca arenisca es considerada almacenadora y la roca arcillosa debido a su baja permeabilidad se comporta como roca sellante.

De la propagación de ondas sobre dicho medio se obtienen snapshots que evidencian la existencia de la onda p lenta y sismogramas que permiten demostrar que la onda p lenta es causante de disipación de energía de ondas primarias que atraviesan un medio poroso, dichos sismogramas muestran las relación entre amplitud y propiedades físicas del medio como porosidad, permeabilidad, densidad y viscosidad.

## 2. ECUACIÓN POROELÁSTICA 2D

La teoría de Biot describe la dinámica de la deformación de un sólido elástico poroso saturado con un fluido viscoso y los efectos de la propagación de las ondas elásticas en estos medios. Esta teoría considera la atenuación debido al movimiento relativo entre el fluido viscoso en los poros y la matriz sólida. Biot define el desplazamiento relativo de la matriz y el fluido, permitiendo el movimiento entre los dos. Sus ecuaciones de onda conllevan a la existencia de dos tipos de ondas compresionales (P-rápida y P-lenta) así como también una onda de cizallamiento. La onda compresional rápida es una onda convencional en la matriz o medio poroso, que corresponde al desplazamiento relativo entre el sólido y el fluido cuando están en fase. La segunda onda compresional (onda-P lenta) es una onda difusa, correspondiente al desplazamiento relativo entre el sólido y el fluido fuera de fase.

Debido a que una función de disipación que incluye la viscosidad del fluido es proporcional al movimiento relativo entre el sólido y fluido, contribuye en cada término de las ecuaciones de movimiento a un efecto de atenuación y dispersión. El modelo desarrollado por Biot asume que (Cabrera-Zambrano, 2009):

1. La matriz sólida es elástica y estadísticamente isotropa.
2. La fase de fluido es continua.
3. El medio poroso está completamente saturado y sus poros están interconectados.
4. Los desplazamiento entre partículas son pequeños garantizando la relación lineal entre esfuerzo y deformación.
5. Se consideran bajas frecuencias donde la longitud de onda que perturba el medio es mayor que la dimensión de los poros.

6. Las frecuencias de propagación involucradas son suficientemente bajas para que el flujo del fluido pueda ser descrito por la ley de Darcy.

7. La fuerza de gravedad y los factores termodinámicos son despreciados.

En bajas frecuencias, la propagación de ondas en un medio poroelástico estadísticamente isotrópico y heterogéneo es descrito por las siguientes ecuaciones (Carcione, 2001)

$$\rho \frac{\partial^2 u_i^{(m)}}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\rho_f \frac{\partial^2 u_i^{(m)}}{\partial t^2} + m \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + \frac{\eta}{\kappa} \frac{\partial w_i}{\partial t} = - \frac{\partial p_f}{\partial x_i} \quad (2)$$

Donde:

$\tau_{ij}$  Esfuerzos

$\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$  Densidad promedio

$\phi$  Porosidad

$\rho_s$  Densidad del material sólido

$\rho_f$  Densidad del fluido

$u_i^{(m)}$  Vector desplazamiento de la matriz de roca

$w_i = \phi(u_i^{(f)} - u_i^{(m)})$  Desplazamiento relativo entre el fluido y la matriz sólida

$u_i^{(f)}$  Vector desplazamiento del fluido

$p_f$  Presión de poro o presión fluido

$m = \rho_f T / \phi$  Densidad del fluido efectiva

$T$  Tortuosidad, que caracteriza la geometría de poro ( así como también la difusión en el medio poroso)

$\eta$  Viscosidad

$\kappa$  Permeabilidad

Si los términos inerciales son omitidos completamente, las ecuaciones de Biot se reducen a equilibrio para los esfuerzos y a una ecuación de difusión para la presión de poro

$$\tau_{ij} = 2\mu_m e_{ij} + \lambda_c \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} - M\alpha \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (3)$$

$$p_f = -M \frac{\partial w_i}{\partial x_i} - \alpha M \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (4)$$

Con

$e_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j)$  para  $i \neq j$

$e_{ij} = \partial_i u_i$  para  $i = j$ .

$\mu_m$  Módulo de cizalla de la roca sin fluido

$p_f$  Presión del fluido en el poro.

$\lambda_c$  Constante de Lamé de la matriz saturada  $\lambda_c = K_G - \frac{2\mu}{3}$

$M$  Constante dada por  $M = \frac{K_s}{\alpha - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f}}$

$\alpha$  Coeficiente de esfuerzo efectivo de Biot  $\alpha = 1 - \frac{K_m}{K_s}$

$K_m$  Módulo de bulk de la matriz

$K_s$  Módulo de bulk de la roca

$K_f$  Módulo de bulk del fluido

$K_G$  Módulo de bulk de la roca saturada  $K_G = K_m + M\alpha^2$

Las ecuaciones (1) y (2) pueden ser expresadas como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, bajo una formulación *esfuerzo-velocidad* en el caso 2D se tiene:

$$\rho \frac{\partial V_x}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial W_x}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial W_z}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (6)$$

$$\rho_f \frac{\partial V_x}{\partial t} + m \frac{\partial W_x}{\partial t} + \frac{\eta}{\kappa} W_x = - \frac{\partial p_f}{\partial x} \quad (7)$$

$$\rho_f \frac{\partial V_z}{\partial t} + m \frac{\partial W_z}{\partial t} + \frac{\eta}{\kappa} W_z = - \frac{\partial p_f}{\partial z} \quad (8)$$

Donde:

$$\partial u_i / \partial t = V_i \text{ y } \partial w_i / \partial t = W_i.$$

Aplicando los mismo cambios en las relaciones constitutivas (3) y (4) se obtiene:

$$\frac{\partial p_f}{\partial t} = -M \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) - \alpha M \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = 2\mu_m \frac{\partial V_x}{\partial x} + \lambda_c \frac{\partial V_x}{\partial x} + M\alpha \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = 2\mu_m \frac{\partial V_z}{\partial z} + \lambda_c \frac{\partial V_z}{\partial z} + M\alpha \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu_m \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \quad (12)$$

Relacionando las ecuaciones (5) con (7) y (6) con (8) se tiene:

$$(\rho_m - \rho_f^2) \frac{\partial V_x}{\partial t} = \rho_f \frac{\partial p_f}{\partial x} + \rho_f b W_x + m \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + m \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \quad (13)$$

$$(\rho_m - \rho_f^2) \frac{\partial V_z}{\partial t} = \rho_f \frac{\partial p_f}{\partial z} + \rho_f b W_z + m \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + m \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \quad (14)$$

$$(\rho_f^2 - \rho_m) \frac{\partial W_x}{\partial t} = \rho \frac{\partial p_f}{\partial x} + \rho b W_x + \rho_f \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho_f \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \quad (15)$$

$$(\rho_f^2 - \rho_m) \frac{\partial W_z}{\partial t} = \rho \frac{\partial p_f}{\partial z} + \rho b W_z + \rho_f \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho_f \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \quad (16)$$

### 3. DISCRETIZACIÓN

Esquema de diferencias finitas dominio temporales 2D usando discretización de malla intercalada. (Virieux, 1986)

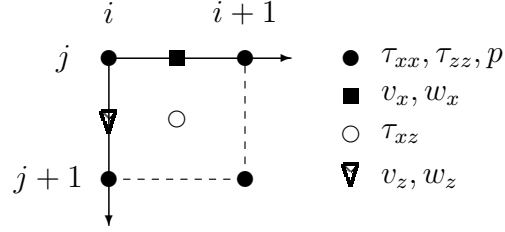


Figura 1: Modelo de operadores de Diferencias Finitas usando malla intercalada.

Velocidad eje x

$$\frac{V_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) - V_x^n(i + \frac{1}{2}, j)}{\delta t} = \frac{1}{\rho_m - \rho_f^2} \left[ \rho_f \frac{p_f^{n+\frac{1}{2}}(i + 1, j) - p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta x} \right] + \rho_f b W_x^n(i + \frac{1}{2}, j) \\ + m \left[ \frac{\tau_{xz}^n(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \tau_{xz}^n(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right] + m \left[ \frac{\tau_{xx}^n(i + 1, j) - \tau_{xx}^n(i, j)}{\delta x} \right]$$

Velocidad eje z

$$\frac{V_z^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j + \frac{1}{2})}{\delta t} = \frac{1}{\rho_m - \rho_f^2} \left[ \rho_f \frac{p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta z} \right] + \rho_f b W_z^n(i, j + \frac{1}{2}) \\ + m \left[ \frac{\tau_{zz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - \tau_{zz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta z} \right] + m \left[ \frac{\tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\delta x} \right]$$

Velocidad relativa eje x

$$\frac{W_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) - W_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j)}{\delta t} = \frac{1}{\rho_f^2 - \rho_m} \left[ \rho \frac{p_f^{n+\frac{1}{2}}(i + 1, j) - p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta x} \right] + \rho b W_x^n(i + \frac{1}{2}, j) \\ + \rho_f \left[ \frac{\tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right] + \rho_f \left[ \frac{\tau_{xx}^{n+\frac{1}{2}}(i + 1, j) - \tau_{xx}^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta x} \right]$$

Velocidad relativa eje z

$$\frac{W_z^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) - W_z^n(i, j + \frac{1}{2})}{\delta t} = \frac{1}{\rho_f^2 - \rho_m} \left[ \rho \frac{p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta z} \right] + \rho b W_z^n(i, j + \frac{1}{2}) \\ + \rho_f \left[ \frac{\tau_{zz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - \tau_{zz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta z} \right] + \rho_f \left[ \frac{\tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\delta x} \right]$$

Presión de Poro

$$\frac{p_f^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - p_f^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta t} = -\alpha M \left[ \frac{V_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - V_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \frac{V_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right] \\ - M \left[ \frac{W_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - W_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \frac{W_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - W_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right]$$

*Esfuerzos xx*

$$\frac{\tau_{xx}^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - \tau_{xx}^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta t} = (2\mu + \lambda_c) \frac{V_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - V_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \lambda_c \frac{V_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} + \alpha M \left[ \frac{W_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - W_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \frac{W_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - W_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right]$$

*Esfuerzos zz*

$$\frac{\tau_{zz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - \tau_{zz}^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\delta t} = (2\mu + \lambda_c) \frac{V_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} + \lambda_c \frac{V_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - V_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \alpha M \left[ \frac{W_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - W_x^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\delta x} + \frac{W_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - W_z^n(i, j - \frac{1}{2})}{\delta z} \right]$$

*Esfuerzos xz*

$$\frac{\tau_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \tau_{xz}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\delta t} = \mu \left[ \frac{V_z^n(i + 1, j + \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j + \frac{1}{2})}{\delta x} + \frac{V_x^n(i + \frac{1}{2}, j + 1) - V_x^n(i + \frac{1}{2}, j)}{\delta z} \right]$$

#### 4. MODELO

Buscando simular un reservorio de hidrocarburos se generó un modelo de tres capas. Shale- Arenisca saturada por fluido-Shale. Los valores que caracterizan el medio son descritos en la Tabla 1.

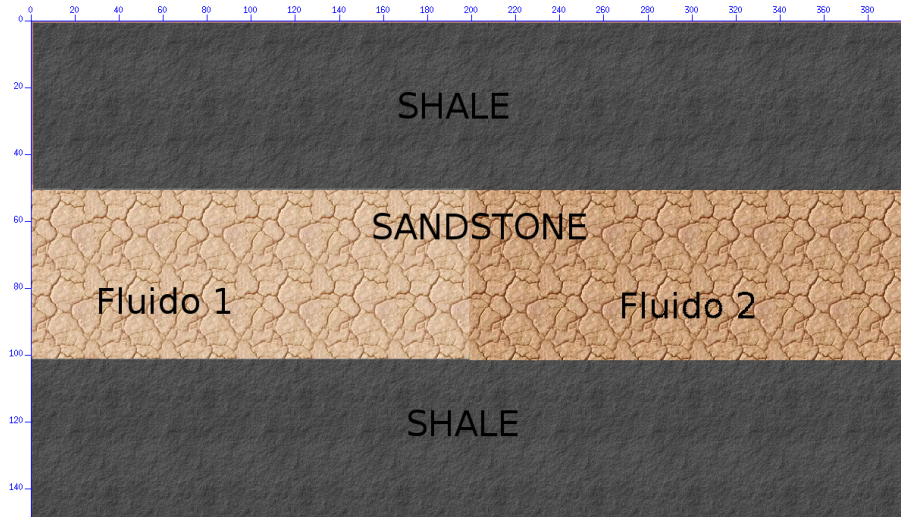


Figura 2: Modelo de reservorio donde las capas de shale se consideran rocas sellantes, la roca sandstone son las rocas almacenadoras y es saturada por dos combinaciones de fluidos, agua-gas y petróleo-gas.

	Sandstone	Shale	Agua	Petróleo	Gas
$\mu$ [GPa]	1.855	1.70	-	-	-
$K_m$ [GPa]	1.70	1.60	-	-	-
$K_s$ [GPa]	35.0	11.2	-	-	-
$K_f$ [GPa]	-	-	2.4	1.855	0.022
$\rho_m$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2650	2650	-	-	-
$\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	-	-	1000	880	100
$\kappa$ [m <sup>2</sup> ]	$10 \times 10^{-13}$	$10 \times 10^{-13}$	-	-	-
$\eta$ [Pa.s]	-	-	$1 \times 10^{-3}$	0.18	$1.5 \times 10^{-5}$
$\phi$	0.30	0.11	-	-	-
$T$	2.0	3.0	-	-	-

Tabla 1: Propiedades Físicas de las capas del modelo, Valores para Sandstone, Shale, Agua, Gas y Petróleo tomados de [Ozdenvar y McMechan \(1997\)](#)

## 5. CAMPO DE ONDA

La propagación de ondas sobre el modelo de tres capas es mostrada en la siguientes capturas que permiten evidenciar la existencia de una segunda onda P-lenta.

La fuente está ubicada en  $(x, z) = (200m, 2m)$ , se uso un tamaño de celda de  $0,98m$ , una frecuencia de  $35Hz$  y un delta de tiempo de  $1,00 \times 10^{-4}s$ .

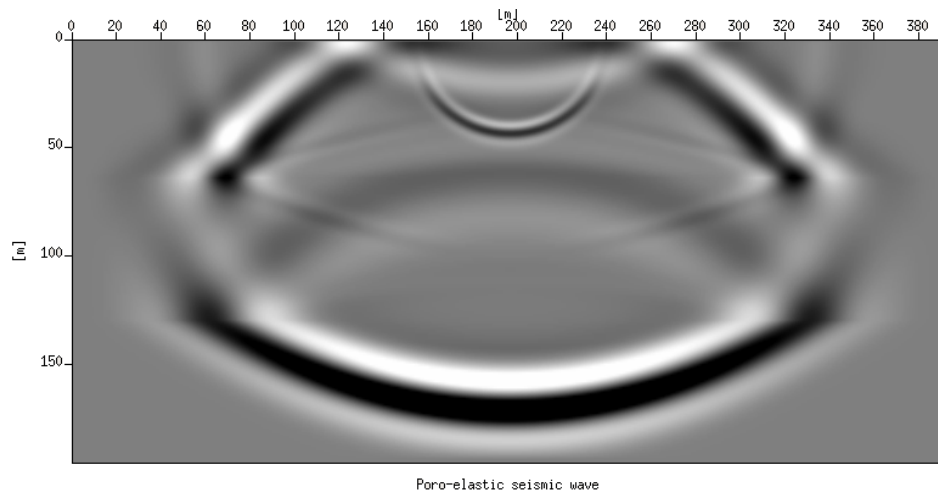


Figura 3: Modelo de tres capas saturado por Agua.

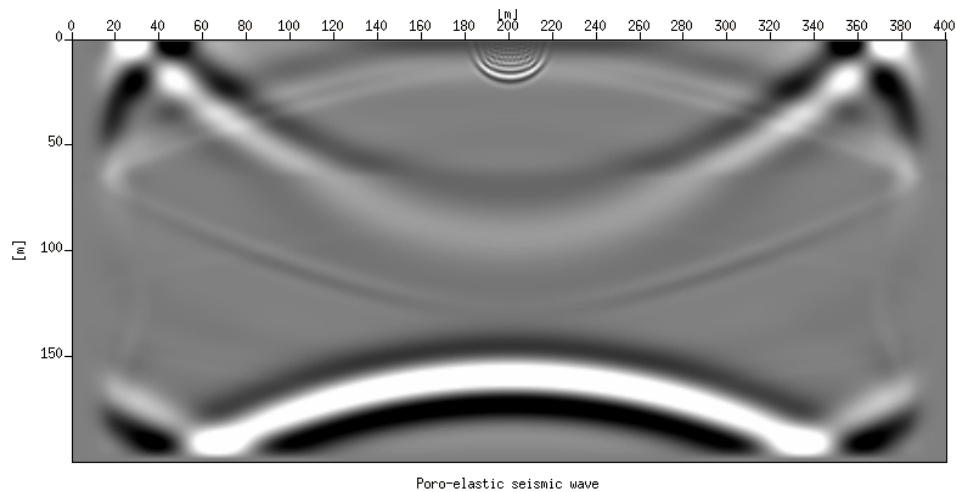


Figura 4: Modelo de tres capas saturado por Gas.

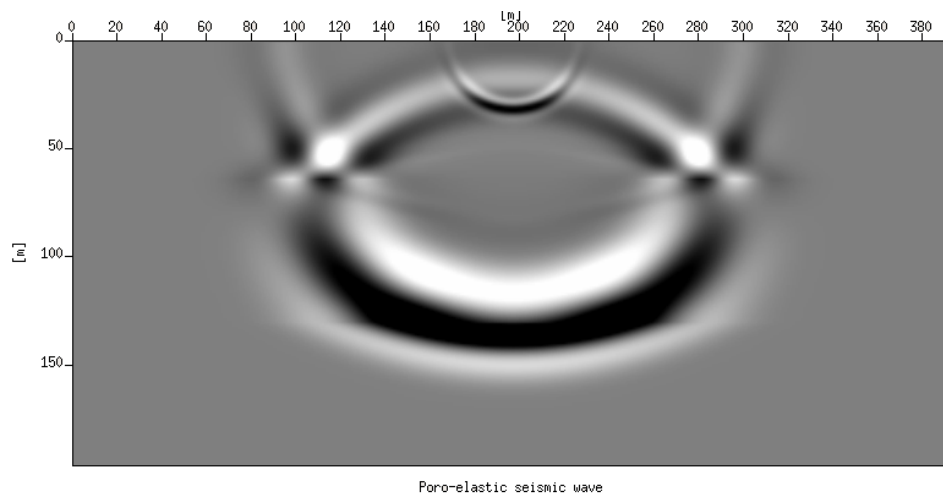


Figura 5: Modelo de tres capas saturado por Petróleo.

## 6. CONCLUSIONES

Se planteo un esquema de diferencias finitas dominio temporales para solucionar el sistema de ecuaciones para un medio poroso en el caso 2D obteniendo la propagación de ondas en un modelo de tres capas que simula un reservorio de hidrocarburos. Se logro evidenciar la existencia de una onda P-lenta partiendo de las ecuaciones de movimiento que son consistente con el sistema físico estudiado. En los frentes de onda se evidencia variaciones según el fluido contenido en las rocas. Mediante trazas sísmicas se demostró que las propiedades de los fluidos como viscosidad, modulo de compresibilidad del fluido y densidad de fluido generan variaciones de la energía incidente, el ejercicio mostró que el gas es el fluido que presenta mayor absorción de energía, mientras que el agua y el petróleo no evidencian mayor diferencia entre ellos como lo evidencia la Fig. 6



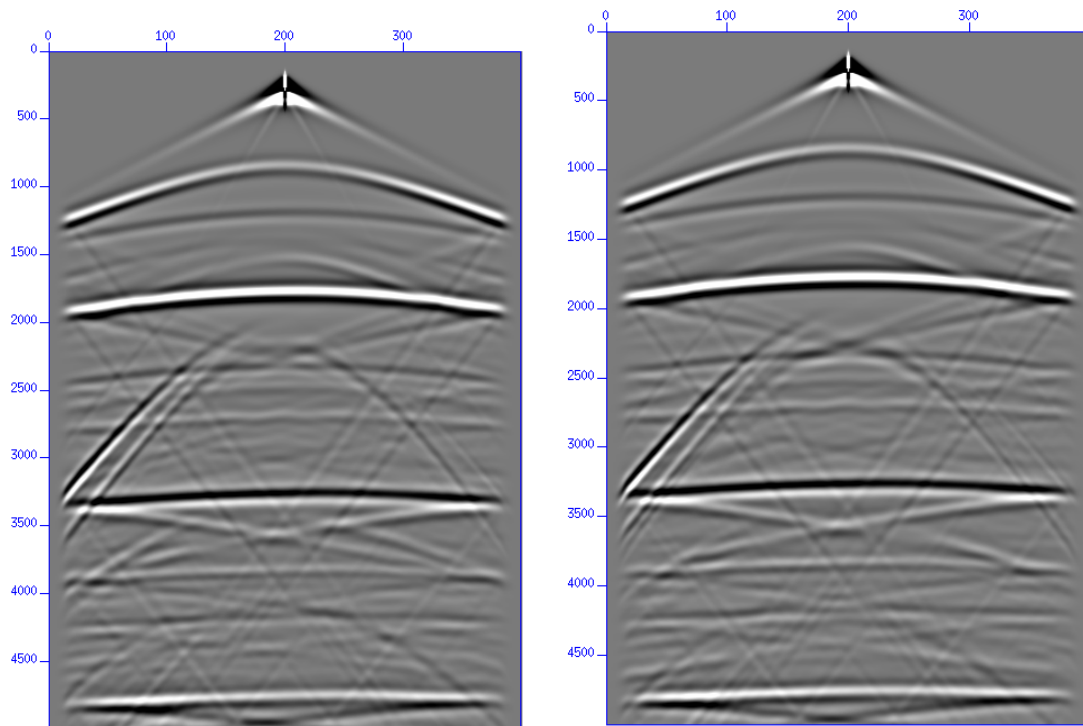


Figura 6: Trazas sísmicas para modelo de tres capas. Shale-Sandstone Saturada por Agua- Gas (izquierda)-Shale y Shale-Sandstone Saturada por Petróleo-Gas (derecha)-Shale.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al grupo PetroSísmica en convenio con el Instituto Colombiano de Petróleo y la Universidad Industrial de Santander por su respaldo y apoyo para la participación en este evento. A la Asociación Argentina de Mecánica Computacional por su aceptación para participar en el XVIII Congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones.

## REFERENCIAS

- Biot M. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of applied physics*, 33:1482–1498, 1962.
- Cabrera-Zambrano F. Análise dos mecanismos de atenuação e dispersão de ondas em meios porosos saturados e insaturados. 2009.
- Carcione J. *Wield Fields in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic and Porous Media*, volumen 3I. PERGAMON, 2001.
- Ozdenvar T. y McMechan A. Algorithms for staggered-grid computations for poroelastics, elastic, acoustic, and scalar wave equations. *Geophysical Prospecting*, 45:403–42, 1997.
- Virieux, J P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method *Geophysics*, 51:889-901, 1986.