

## DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE DISEÑO DE PLATEAS DE FUNDACIÓN, MEDIANTE LAS DEFORMACIONES VOLUMÉTRICAS

Claudio J. Orbanich \* ; Néstor F. Ortega\*\* y José L. Figueroa\*\*\*

\*\* Departamento de Ingeniería  
Universidad Nacional del Sur  
Av. Alem 1253  
8000 Bahía Blanca, Argentina  
e-mail: nfortega@criba.edu.ar

\* Becario de la Comisión de Investigación Científica (CIC) de la Pcia. de Buenos Aires

\*\*\* Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras  
Universidad Nacional del Sur - CONICET

**Palabras clave:** Optimización, Hormigón Armado, Plateas de fundación elásticas

**Resumen:** *En este trabajo se muestra la optimización del comportamiento mecánico de plateas de fundación elástica, con vigas de borde, mediante la definición de una serie de parámetros, relacionados con la geometría de los elementos estudiados, teniendo en cuenta el Coeficiente de Reacción del Terreno y un factor de asentamiento de los borde.*

*Estos análisis se basan en el Método de las Diferencias Finitas, desarrollando algoritmos iterativos que permitieron, para cada caso estudiado, hallar un rango de espesores para la platea de fundación, empleando en este proceso de optimización como función objetivo, al parámetro que se conoce como Desplazamiento Volumétrico. Estos Desplazamientos Volumétricos, tienen en cuenta los desplazamientos de la platea, en cada punto de la malla adoptada multiplicado por el volumen de influencia afectado.*

*Una vez obtenidos los valores de espesores correspondientes a los Desplazamientos Volumétricos extremos, para determinados Coeficientes de Reacción del Terreno, se obtiene un gráfico donde se presenta la variación de este coeficiente en función del Espesor de la Platea, que permite relacionar ambas variables, con lo que se facilita el diseño de la platea.*

## 1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia, el hombre se ha involucrado continuamente en distintos procesos de optimización. Estos procesos han dado un paso gigantesco con el advenimiento de las técnicas computacionales de análisis. Como consecuencia de esto, actualmente es posible resolver problemas de optimización sumamente complejos.

En anteriores trabajos el Método de los Desplazamientos Volumétricos han sido empleados para optimizar, desde el punto de vista mecánico, otros tipos de estructuras: Láminas<sup>(1)(2)</sup> y estructuras móviles de barras<sup>(3)</sup>.

En este trabajo se optimizan los Desplazamientos Volumétricos de una platea con vigas de borde, en el que se desarrolla un método numérico-computacional, que permite la rápida obtención de los resultados, con el fin de establecer parámetros que faciliten el diseño de la platea. Con relación al método numérico - computacional (aquí empleado, ya se han realizado distintas aplicaciones del mismo, en fundaciones.<sup>(4-8)</sup>

## 2 CONCEPTOS TEÓRICOS

La ecuación que rige el comportamiento mecánico de plateas de fundación<sup>(9)</sup>, que se encuentran apoyadas sobre una subrasante elástica cuya respuesta posee una variación lineal es la siguiente:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} \times [q - k \times (w + w_0)] \quad (1)$$

donde:

$w$ : función de asentamientos (desplazamientos verticales de la platea)

$w_0$ : asentamiento inicial de los bordes de la platea

$q(x,y)$ : carga distribuida aplicada

$k$ : Coeficiente de Reacción del Terreno

$D$ : rigidez a la flexión de la placa

Como base del procedimiento de resolución, se ha tomado una expresión desarrollada en Diferencias Finitas<sup>(10)(11)</sup>, empleando una malla cuadrada de lados. Desarrollando la Ecuación (1) se llega a la Ecuación (2), con la que se pueden hallar los valores  $w_i$  de la función  $w(x,y)$ , en los nudos de la malla, tal que:

$$c_i \times w_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n c_j \times w_j = \frac{1 \times s^4}{D} \times [q - k \times (w + w_0)] \quad (2)$$

siendo  $s$  el lado de malla adoptado.

Para la resolución de la Ecuación (2), se ha propuesto la definición de dos factores adimensionales que permiten generalizar los resultados para los fines prácticos buscados. Para la definición del primer factor, se adopta un valor uniforme de asentamiento en los bordes, definiéndose  $w_0 = \alpha \cdot q/k$ , donde  $\alpha$  es el factor de asentamiento final en el borde.

Para la definición del segundo factor adimensional se tiene en cuenta que  $N = k \cdot s^4/D$  llamándolo Factor de Reacción Relativa de Soporte de la Subrasante. En base a estas definiciones y operando matemáticamente, la Ecuación (2) se transforma en:

$$(c_i + N) \times w_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n c_j \times w_j = \frac{q \times s^4}{D} - \frac{k \times s^4 \times \alpha \times q}{D \times k} = \frac{q}{D} \times s^4 (1 - \alpha) \quad (3)$$

$$(c_i + N) \times w_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n c_j \times w_j = N \times q / k \times (1 - \alpha) \quad (4)$$

Esta ecuación diferencial se resuelve por el Método de las Diferencias Finitas, donde se obtienen como resultados los valores de los desplazamientos en cada punto  $w_i$ . Naturalmente, la interpretación de esta expresión se simplifica cuando  $q$  y  $k$  son constantes, tal como se van a considerar en la aplicación del método que se mostrará más adelante.

Como es de suponer, en la determinación de los valores  $w_i$  deben considerarse las condiciones de borde de la platea.

Una vez hallados los valores de  $w_i$ , se pueden determinar los Desplazamientos Volumétricos, que son definidos como la sumatoria del Desplazamiento  $w_i$  en cada punto, multiplicado por el volumen de influencia de la platea de fundación correspondiente al mismo, tal que<sup>(2)(3)</sup>:

$$D_v = \sum s^2 \times e_i \times w_i \quad (5)$$

donde:

$s$ : paso de la malla cuadrada

$e_i$ : espesor de la platea, en el punto  $i$ -ésimo

$w_i$ : Desplazamiento de la platea, en el punto  $i$ -ésimo

En este trabajo se presenta la optimización de la función objetivo<sup>(12)(13)</sup>, siendo en este caso dicha función el Desplazamiento Volumétrico.

Para cada valor del Coeficiente de Reacción del Terreno se varia el espesor de la platea, dentro de un determinado intervalo, se halla para cada valor del espesor, el respectivo Desplazamiento Volumétrico, luego en ambiente Matlab<sup>(14)</sup> y utilizando la función específica de optimización, se obtiene el valor del espesor máximo que se le puede dar a una platea, correspondiente a la mayor Deformación Volumétrica.

Con los valores de los espesores máximos, hallados como se explicó anteriormente, correspondiente a cada Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ), se realiza un gráfico que

servirá como guía para el diseño de platea de Fundación, que poseen las características aquí presentadas (Figura 3 y 4).

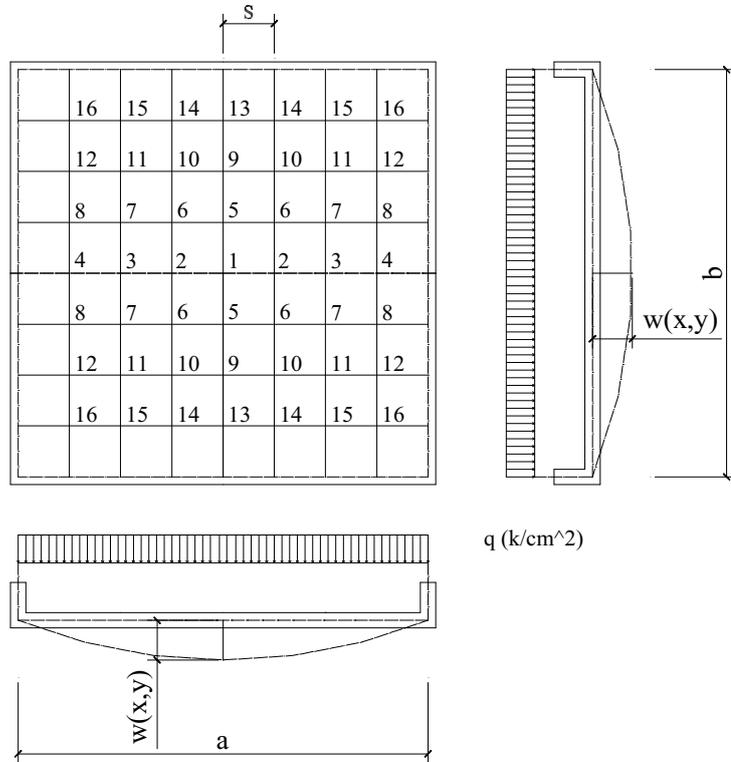


Figura 1 Esquema de la platea de fundación

### 3 RESULTADOS OBTENIDOS

#### 3.1 Platea de Fundación con Espesor Constante

En esta investigación se analizaron plateas de espesores constantes en toda su superficie, estudiándose distintos casos, en los que se analizarán espesores que van desde 0.20 m hasta un valor de 0.95 m, Para cada espesor, mediante el Método de las Diferencias Finitas, se halló el valor del desplazamiento  $w_i$  en cada punto, teniendo en cuenta una carga uniformemente distribuida sobre la platea de  $9.8 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup> y un parámetro característico del material del terreno ( $\mu$ ) de 0.3. El Coeficiente de Reacción del Terreno varía desde un valor mínimo hasta un valor máximo para cada valor del espesor de la platea.

Para cada valor del Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ) se varió el espesor de la platea, en un determinado intervalo, hallándose para cada uno de estos valores del espesor, el correspondiente Desplazamiento Volumétrico. Optimizando la Función Objetivo se obtiene el valor del espesor máximo que se le podría dar a una platea, en función del Coeficiente de Reacción del Terreno.

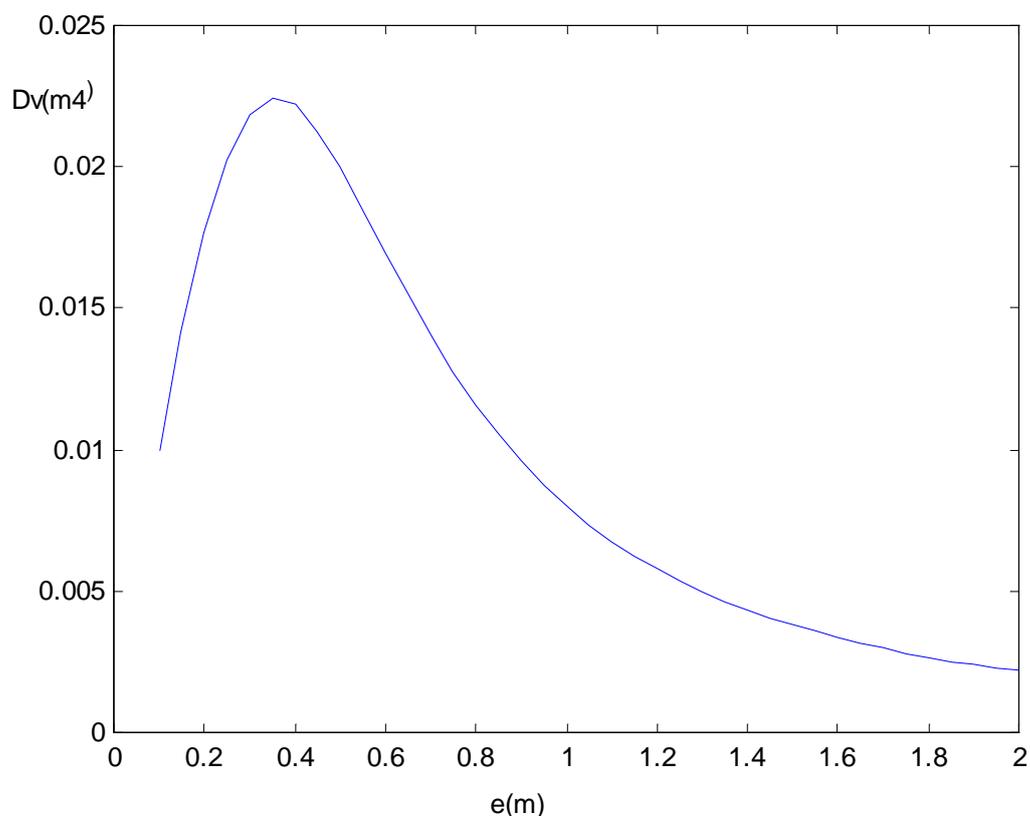


Figura 2 Optimización del Desplazamiento Volumétrico para una placa de 6 x 6 m, con un Coeficiente de Reacción del Terreno de  $1.5 \times 10^7 N/m^3$

En la Figura 2 se puede observar un ejemplo, donde el Coeficiente de Reacción del Terreno es de  $1.5 \times 10^7 N/m^3$ , aquí existe un máximo del Desplazamiento Volumétrico en 0.35m tal que para valores de espesor menores a 0.35 m, las Deformaciones Volumétricos serán inferiores, tomando como límite inferior del espesor a diseñar, el que corresponde con un valor admisible de desplazamiento vertical máximo (por ej. Luz / 500). Como es de imaginarse, no conviene adoptar espesores que estén a la derecha del máximo Desplazamiento Volumétrico, de la Figura 1, aunque los Desplazamientos Verticales sean admisibles, desde el punto de vista mecánico, no son convenientes por razones económicas.

Estos Desplazamientos Verticales admisibles se los fija, con el fin que no se generen problemas de incompatibilidad, en las condiciones de borde adoptadas para la estructura que soporta estas fundaciones y además, si la fundación posee desplazamientos importante, se generarán fisuras, que facilitan el posible ingreso de sustancias nocivas para las armaduras de fundación, afectando a la vida útil de la misma.

Repitiendo este procedimiento para un cierto rango de valores del Coeficiente de Reacción del Terreno, se pueden obtener los posibles valores máximos del espesor de la placa, desde el punto de vista de los Desplazamientos Volumétricos.

En la Figura 3 se puede observar como varían los espesores máximos, para cada valor del Coeficiente de Reacción del Terreno.

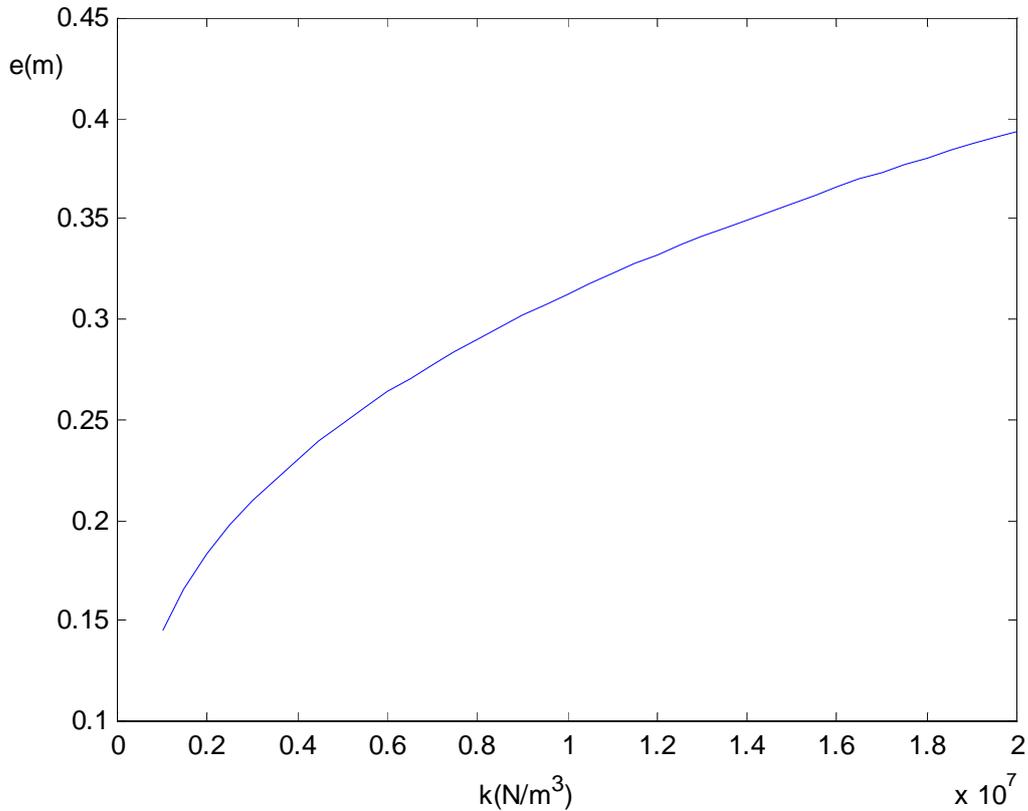


Figura 3 Espesores máximos posibles de las placas de espesor constante, para cada Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ )

La Figura 3 resulta muy práctica, debido a que si se conoce el Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ), se puede determinar el espesor máximo posible de la placa; con esto obtener un rango de diseño entre este espesor máximo y otro espesor mínimo, que está dado por aquel valor de espesor que corresponda con los desplazamientos verticales admisibles.

De acuerdo al trabajo realizado, se observó que dependiendo del valor que tiene el Coeficiente de Reacción del Terreno, el Desplazamiento Volumétrico se comporta de dos maneras diferentes, para las cuales se desea hallar el rango de variación del espesor de la placa de fundación. Cuando el Coeficiente de Reacción del Terreno toma valores pequeños, se observa que a medida que disminuye el espesor de la placa, el Desplazamiento Volumétrico crece hasta un determinado valor, por lo que no se detecta un punto de cambio de pendiente; mientras que a partir de un valor del Coeficiente de Reacción del Terreno, la función Desplazamiento Volumétrico posee extremos, por lo que se puede hallar un rango de espesores posibles a emplear en el diseño, que estará entre un máximo, que es aquel que hace máximos los Desplazamientos Volumétricos y un valor mínimo, que está limitado por los Desplazamientos Máximos Admisibles. A los efectos de este trabajo se tomó un rango del Coeficiente de Reacción del Terreno, variando entre  $10^6 \text{ N/m}^3$  y  $2 \times 10^7 \text{ N/m}^3$ .

### 3.2 Platea de fundación con espesor variable en forma parabólica

En este punto se desarrolla otra aplicación del método propuesto. Aquí se propone una platea de fundación, con vigas de borde, tal que el espesor de la platea varía en forma parabólica, con lo que tendría un mejor aprovechamiento del material, con respecto a la del espesor constante, que se desarrolló en 3.1. Cabe acotar que el uso de espesores variables en forma parabólica no son de uso frecuente, al menos en las obras normales, por razones constructivas.

No obstante, en algún caso particular de plateas de grandes dimensiones y/o solicitadas a cargas muy importantes, podría llegar a justificar su uso, debido a su mayor eficiencia.

En este caso, se analizó una platea de fundación con un espesor variable ( $e(i,j)$ ) en forma parabólica, de manera que el espesor en el punto  $i$ ésimo está dado por:

$$e(i, j) = 2 \times f \times \left( \frac{4 - x(i)^2}{a^2} + \frac{4 - y(i)^2}{b^2} \right) + c \quad (6)$$

donde:

$x$ : abscisa

$y$ : ordenada

$f$ : es la flecha de la parábola en el centro de la platea

$a$ : lado de la platea sobre la abscisa  $x$

$b$ : lado de la platea sobre la ordenada  $y$

$c$ : es el espesor en los bordes.

Si ahora hacemos variar  $f$  desde 0 hasta 0.95 m, el espesor ( $e$ ) de la platea variará punto a punto. Aplicando el Método de las Diferencias Finitas, para cada valor del espesor de la platea, se halló el valor del desplazamiento  $w_i$  en cada punto, empleando los mismos datos que para el caso anterior, donde la platea posee un espesor constante.

Para cada valor del Coeficiente de Reacción del Terreno se varió el espesor de la platea, dentro de un determinado intervalo, para cada valor de este espesor se determina el Desplazamiento Volumétrico, obteniéndose el valor del espesor máximo posible que se puede dar a una platea, para un cierto valor del Coeficiente de Reacción del Terreno.

Repetiendo este procedimiento para un cierto rango de valores del Coeficiente de Reacción del Terreno, se puede obtener el valor máximo a darle al espesor de la platea, considerando la variación del Desplazamiento Volumétrico.

En la Figura 4 se puede observar como varían los espesores máximos optimizados, en función del Coeficiente de Reacción del Terreno empleado en el análisis.

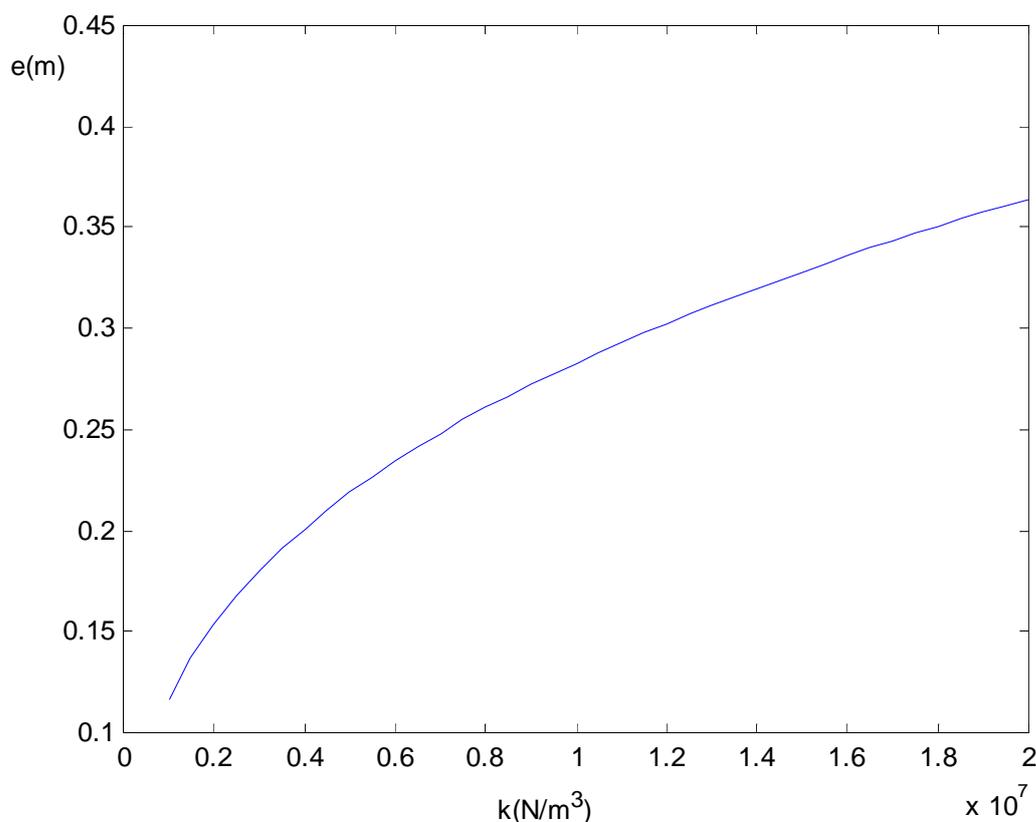


Figura 4 Espesores máximos posibles de las plateas de espesor variable en forma parabólica, para cada Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ )

### 3.3 Comparación entre plateas de espesor constante y variables en forma parabólica

Se observa que los espesores máximos de la platea que poseen espesores variables en forma parabólica, representados en la Figura 4 son menores en aproximadamente un 10 % a los que se obtuvieron con espesor constante, correspondientes a los de la Figura 3.

También se puede apreciar que existe una diferencia de aproximadamente un 8 %, entre los valores de los Desplazamientos Volumétricos de la platea variable en forma parabólica, con respecto a los valores de la platea de espesor constante (Por ejemplo, en la Figura 2).

En función de lo comentado anteriormente se puede decir que si bien se haría un mejor aprovechamiento del material empleando espesores variables, esto no es significativo desde el punto de vista mecánico, produciéndose un encarecimiento de la mano de obra y de las dificultades constructivas que tiene realizar una platea de fundación con espesor variable.

#### 4 CONCLUSIONES

En función de los resultados obtenidos en este trabajo, se puede concluir que la técnica de optimización aquí presentada posee utilidad práctica, para determinar el rango de espesores de plateas de fundación, que se pueden emplear en el diseño de este tipo de fundaciones, en función del tipo de terreno sobre el que está ubicada.

Se determinó que, dependiendo del valor que tiene el Coeficiente de Reacción del Terreno, el Desplazamiento Volumétrico posee una variación de dos maneras marcadamente diferentes, para las cuales se desea hallar el rango de variación del espesor de la platea de fundación. Cuando el Coeficiente de Reacción del Terreno toma valores pequeños, se observa que a medida que disminuye el espesor de la platea, el Desplazamiento Volumétrico crece hasta un determinado valor, por lo que no se detecta un punto de cambio de pendiente, es decir un extremo, mientras que, a partir de un cierto valor del Coeficiente de Reacción del Terreno, la función Desplazamiento Volumétrico toma valores extremos por lo que, en este caso se puede hallar un rango de espesores posibles a emplear en el diseño, que estará entre un máximo, que es aquel que hace máximos los Desplazamientos Volumétricos y un valor mínimo, que esta limitado por las Deformaciones Máximas Admisibles según normas o condiciones operativas.

#### 5 REFERENCIA

- [1] S.I. Robles, N.F. Ortega, "Optimization of shell shape by minimizing Displacements", Bulletin of the I.A.S.S., volume 42, Nr. 137, 139-147, (2001).
- [2] N.F. Ortega, S.I. Robles, "The Design of Hiperbolic Paraboloids on the Basis of Their Mechanical Behavior"; Journal of Thin - Walled Structures, *Elsevier*, Nr. 41, 769-784, (2003).
- [3] N.F. Ortega, S.I. Robles, "Optimización del Comportamiento Mecánico de una Estructura Móvil de Grandes Dimensiones" *ENIEF 2003*, 15 pp CD. Bahía Blanca, (2003).
- [4] J.C. Paloto, R.D. Santos, "Estudio de plateas de fundación mediante métodos numéricos", *X ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, Argentina, 415–420, (1997).
- [5] J.C. Paloto, R.D. Santos.: "Distribución de las reacciones en plateas de fundación bajo carga variable", *MECOM '99*, AMCA, 107, Mendoza, Argentina, (1999).
- [6] J.C. Paloto, R.D. Santos, "Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo", *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, pág. 147 y en C.D. trabajo N° 1.10.3, (2000).
- [7] J.C. Paloto, R.D. Santos, C. Orbanich; "Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación", *XII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, Argentina, 306-312, (2001).
- [8] J.C. Paloto, R.D. Santos, P. Domínguez, "Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación". *Congreso de Ingeniería 2000*, Buenos Aires, en C.D. Rom, Trabajo N° 49, (2002).

- [9] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, *Theory of Plate and Shells*, Mc Graw Hill, Kogakusha, Japón, (1959).
- [10] S. Tanvir Wati, “A Simple Finite Element for Beams on Elastic Foundations ”, *Strain*, volume 31 N° 4, Nov., 135–142, (1995).
- [11] A. Gusman; C. Luisoni; G. Ventura: *Curso de Elasticidad Aplicada*, Cuaderno II; Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Universidad Nacional, Tucumán, (1961).
- [12] P.R.Abdy y M.A.H. Dempester, *Introduction to Optimization Methods*, Chapman and Hall, (1974).
- [13] R.Fletcher, *Practical Methods of Optimization*, vol. 1, Jhon Wiley, New York, (1980).
- [14] Matlab 4.0 and Simulink (TM) Version 1.2c, for Microsoft Windows, The MathWorks, Inc., (1998).