

OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES BIDIMENSIONALES DISCRETOS MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS

Javier L. Mroginski^{a,c}, Guillermo J. Gutierrez^a, Pablo A. Beneyto^a y H. Ariel Di Rado^a

^a*Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste,
Av Las Heras 727, Resistencia, Chaco, Argentina.
javierm@ing.unne.edu.ar, <http://ing.unne.edu.ar/mecap/>*

^c*Consejo Nacional de Investigaciones Científica y Técnicas, CONICET*

Palabras Clave: Optimización topológica, Algoritmo Genético, MEF, Reticulados.

Resumen. La mayor parte de los problemas de la ingeniería que involucran el diseño estructural pueden ser abordados mediante el empleo de las teorías simplificada de la resistencia de materiales o bien, mediante una técnica numérica más difundida, el Método de los Elementos Finitos, conduciendo, en ambos casos, a soluciones determinísticas. Sin embargo la solución determinística del diseño óptimo de una estructura no puede ser obtenida en virtud del carácter heurístico de la misma. En estos casos pueden emplearse técnicas iterativas de búsqueda donde la solución no es única, sino que está encerrada en un intervalo. Específicament el diseño estructural constituye un problema de optimización donde las variables son tan diversas como desconocidas. En este trabajo se plantea el desarrollo de un método de optimización basado en algoritmos genéticos aplicado al diseño de estructuras reticuladas en dos dimensiones con su posible extensión a problemas espaciales. Tanto la función de cruzamiento como la de mutación fueron específicament diseñadas para resolver problemas de optimización en sistemas discretos. Como ejemplo de aplicación se ensayó una viga reticulada con dos condiciones de vinculo, empotrada en un extremo y libre en el extremo opuesto y apoyada en ambos extremos, sometida a fuerzas gravitatorias y a la acción de una carga exterior de magnitud y punto de aplicación invariante. Se ensayaron diferentes funciones objetivo entre las cuales las que mayor sensibilidad muestran en el problema de optimización topológica son las siguientes: 1) descenso mínimo de un nodo, 2) minimización de la energía interna de deformación, 3) minimización del peso de la estructura. Los resultados numéricos indican, en primer lugar, que existe un tamaño mínimo de la población inicial y por debajo de la misma no se consigue la convergencia esperada. Sin embargo, superado ese tamaño mínimo de población no se observa gran dependencia de la solución respecto del tamaño de la población inicial. En segundo lugar, los resultados numéricos muestran que a pesar de una lenta convergencia la topología del elemento estructural obtenido como solución conduce a formas simétricas semejantes a diseños estructurales empleados en la práctica profesional.

1. INTRODUCCION

La mayor parte de los problemas de la ingeniería que involucran el diseño estructural pueden ser abordados mediante el empleo de las teorías simplificada de la resistencia de materiales o bien, mediante el Método de los Elementos Finitos, conduciendo, en ambos casos, a soluciones determinísticas. Sin embargo la solución determinística del diseño óptimo de una estructura no puede ser obtenida en virtud del carácter heurístico de la misma. En estos casos pueden emplearse técnicas iterativas de búsqueda donde la solución no es única (Gomes y Ferreira, 2008), sino que está encerrada en un intervalo. Específicamente el diseño estructural, constituye un problema de optimización donde las variables son tan diversas como desconocidas.

La economía de materiales ha llevado a buscar alternativas de diseño cada vez más económicas, sin dejar de lado la funcionalidad y la seguridad (Corso y Gomes, 2008; Deb y Gulati, 2001). Sin embargo, en la práctica profesional de la ingeniería no es común la búsqueda de la topología óptima de la estructura (aquella que consigue cumplir los requisitos de diseño impuestos con la mínima cantidad de material). Es aquí donde los AG deben ser considerados como una herramienta importante para lograrlo.

Usualmente, la metodología de diseño está íntimamente relacionada con la experiencia del ingeniero estructuralista o con las restricciones propias del proyecto de ingeniería, descartando cualquier análisis de optimización que tienda a mejorar el diseño inicial.

Dentro de los problemas que se enmarcan en el diseño estructural es posible mencionar la optimización de sistemas reticulados tanto de dos dimensiones como de tres dimensiones (Huang y Wang, 2008), diseño de pórticos planos y espaciales, secciones mixtas o compuestas, topología de secciones estructurales, etc.

En este trabajo se plantea el desarrollo de un método de optimización basado en algoritmos genéticos (AG) aplicado al diseño de estructuras reticuladas en dos dimensiones con su posible extensión a problemas espaciales. Tanto la función de cruzamiento como la de mutación fueron específicamente diseñadas para resolver problemas de optimización en sistemas discretos.

Los algoritmos genéticos, por su parte, son métodos adaptativos evolutivos que pueden ser utilizados para resolver problemas de búsqueda y optimización, están basados en el proceso genético de los organismos vivos, y a lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan de acuerdo a principios de selección natural y supervivencia del más fuerte, de esta manera se busca obtener mínimos o máximos de funciones objetivo.

La implementación del método comienza con una población aleatoria, estas estructuras son evaluadas y asociadas a una posibilidad de reproducción, una mejor solución significa mayor probabilidad de cruzamiento, teniendo más posibilidad de atraer compañeros y generar un número más grande de descendientes, de esta manera las características de los individuos mejor adaptados se propagará en forma creciente en sucesivas generaciones.

En este trabajo se plantea como objetivo la optimización topológica de estructuras reticuladas planas por el método de los algoritmos genéticos, buscando minimizar las funciones desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza exterior, energía interna de la estructura, peso propio y una combinación de las primeras a través de una formulación del tipo multiobjetivo (Coello y Christiansen, 2000).

2. DESCRIPCION DEL ALGORITMO

Los AG deben su origen a la teoría de la evolución de Darwin, según la cual de una población de individuos los más aptos tienen mayores probabilidades de supervivencia. En un problema de optimización, los individuos representan las distintas soluciones al problema y su aptitud al

medio se define mediante la función de evaluación (función de costo en otros métodos) que es la función a optimizar.

En Algoritmos Genéticos de codificación real los individuos son codificados como vectores de $numvars$ elementos donde cada elemento representa una variable del problema. En este caso las variables son los ángulos y longitudes de las barras de la estructura reticulada, y están organizados de forma intercalada donde cada par longitud-ángulo representa una barra de la estructura.

El algoritmo desarrollado es de tipo *elitista*, es decir, los individuos con mayor probabilidad de ser elegidos de la población pasan a la generación siguiente sin sufrir modificaciones. Este procedimiento evita que las buenas soluciones puedan perderse a causa del cruzamiento o la mutación (Na y Feng, 2006; Belegundu y Chandrupatla, 1999).

En la tabla 1 se presenta el pseudocódigo elemental del AG implementado en este trabajo. Las características principales del mismo serán desarrolladas a continuación.

```

BEGIN Inicialización de variables
Generación de la población inicial
FOR Bucle sobre generaciones
  Evalúa la función objetivo
  Selección
  IF Generación impar
    Cruzamiento Intercalado
  ELSE
    Cruzamiento Single Point
  END IF
  Corrección
  Mutación
  Corrección
  Nueva Población = Pob.Cruzada + Elit
END FOR
END

```

Tabla 1: Pseudocódigo elemental del AG implementado

2.1. Inicialización

En este punto se definen las variables globales del problema, entre ellas se encuentra el tamaño de la población $PopSize$, el número de generaciones $ngen$, la cantidad de variables $numvars$ y la máxima probabilidad de mutación $probm$, entre otras.

2.2. Generación de la población inicial

La población inicial es generada mediante un algoritmo heurístico especialmente diseñado para cumplir las restricciones del problema (Pan y Wang, 2008). Las restricciones impuestas consisten en limitar el valor del ángulo de las barras al intervalo $-85^\circ \leq \alpha \leq +85^\circ$ y respetar la posición de los nodos 1 y 5, correspondientes a las coordenadas (0, 0) y (4, 0), respectivamente (ver figura 1).

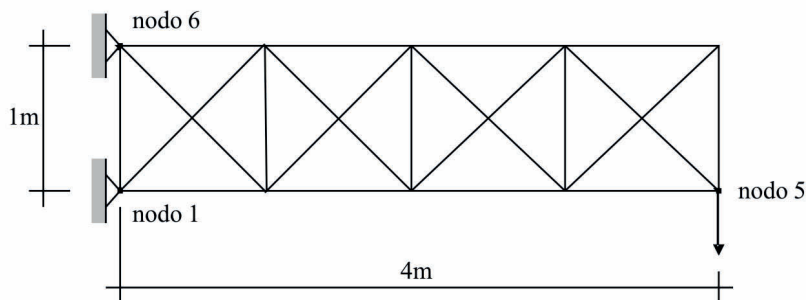


Figura 1: Geometría y restricciones

2.3. Evaluación multiobjetivo

Se evalúa cada individuo según la función objetivo adoptada (Talaslioglu, 2009). Para el presente trabajo se ensayaron las siguientes funciones de evaluación:

- f1** Descenso mínimo de un nodo.
- f2** Minimización de la energía interna de deformación.
- f3** Minimización de la norma euclídeana de la tensión actuante máxima respecto de la tensión de mínima.
- f4** Minimización del peso de la estructura.
- f5** Minimización de la energía de disipación plástica.
- f6** Minimización del número de barras plastificadas

optándose por las funciones f1, f4 y f5 en virtud de que el problema resultaba más sensible a éstas comparando con las restantes funciones.

La evaluación multiobjetivo se llevó a cabo mediante una combinación de las funciones objetivo f1 y f4 a través de una función de interpolación con pesos ω_i ec. (1), mientras que la función f5 es considerada una función de penalización que, como su nombre lo indica, penaliza los individuos según el número de barras plastificadas que posee.

$$Func = \sum_i^{nfunc} \omega_i f_i \quad (1)$$

2.4. Selección

El proceso de selección empleado es del tipo *Remainder Selection Methods* (Belegundu y Chandrupatla, 1999) cuya principal característica es que elige en forma determinística los individuos a reproducirse usando la parte entera de la probabilidad y adoptando los restantes en forma aleatoria.

2.5. Cruzamiento

En este módulo del algoritmo se implementó un procedimiento mixto de cruzamiento, donde la forma para generaciones impares es del tipo *Single Point Crossover* mientras que en generaciones pares se emplea un *Cruzamiento Intercalado*.

Este procedimiento mixto de cruzamiento introdujo importantes mejoras cuando la población se ve copada rápidamente por los mejores individuos y cabe la posibilidad de que la solución encontrada corresponda a máximo/mínimo local.

En el Cruzamiento intercaldado correspondiente a las generaciones pares se cruzan de forma determinística cada par longitud-ángulo de cada individuo. Mientras que en el *Single Point Crossover* de las generaciones impares, se establecen 2 puntos de corte aleatoriamente en los vectores de cada individuo, y luego se combinan las partes de cada individuo con la del otro, obteniéndose dos nuevos individuos.

2.6. Mutación

La finalidad de la mutación es evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales, esto se logra al modificar aleatoriamente parte de los individuos de la población (Belegundu y Chandrupatla, 1999). Para ello se define un porcentaje de probabilidad de mutación que determinará si el individuo analizado sufrirá o no modificación por mutación. Este porcentaje debe ser pequeño, ya que un alto porcentaje transformaría al algoritmo en una búsqueda aleatoria (Zhang et al., 2008). En un primer momento, la población conserva gran parte de los individuos de la población inicial, explorando gran parte del espacio.

A medida que avanza el algoritmo, la población comienza a ser copada por copias de los mejores individuos, limitando la exploración, si el algoritmo ha caído en un óptimo local la mutación ayudará a que salga del mismo. Es por ello que se decidió adoptar una función que varíe la probabilidad de mutación, desde valores del orden del 1 % en las primeras generaciones, hasta el valor máximo a partir de la generación $maxmut$, a partir de la cual se observó que se dificultaba la optimización. A continuación se presenta la función mencionada y su representación gráfica en la figura 2.

$$mut = \left[0,1 + 0,9 \sin \left(\frac{\pi \text{igen}}{2 \text{maxmut}} \right) \right] \text{probmut} \quad (2)$$

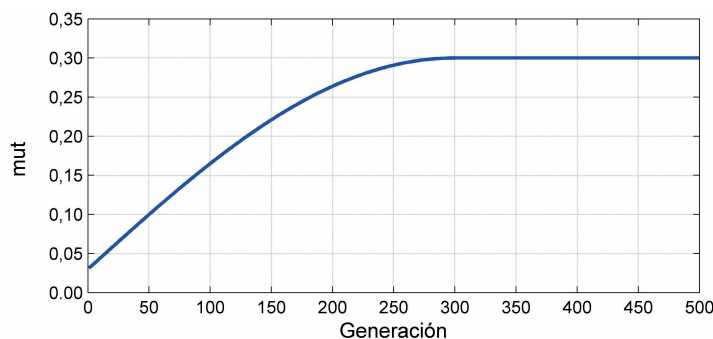


Figura 2: Función variación de la probabilidad de mutación

La mutación es del tipo *Step Mutation*, eligiendo aleatoriamente un elemento del vector del individuo y modificándolo luego según un coeficiente aleatorio que puede variar entre +1.20 y +0.80.

2.7. Corrección

Luego del cruzamiento y de la mutación, algunos individuos pueden no verificar las restricciones del problema impuestas en la sección 2.2, que son longitud de la viga igual a 4.00 m y ubicación del nodo 5 en las coordenadas (4;0). Por lo tanto, luego de cada uno de estos procesos es necesario aplicar a los nuevos individuos un algoritmo corrector.

En las figuras 3a y 3b se observa el resultado de aplicar el algoritmo corrector a un individuo que sufrió un proceso de cruzamiento o mutación que no cumple las restricciones impuestas.

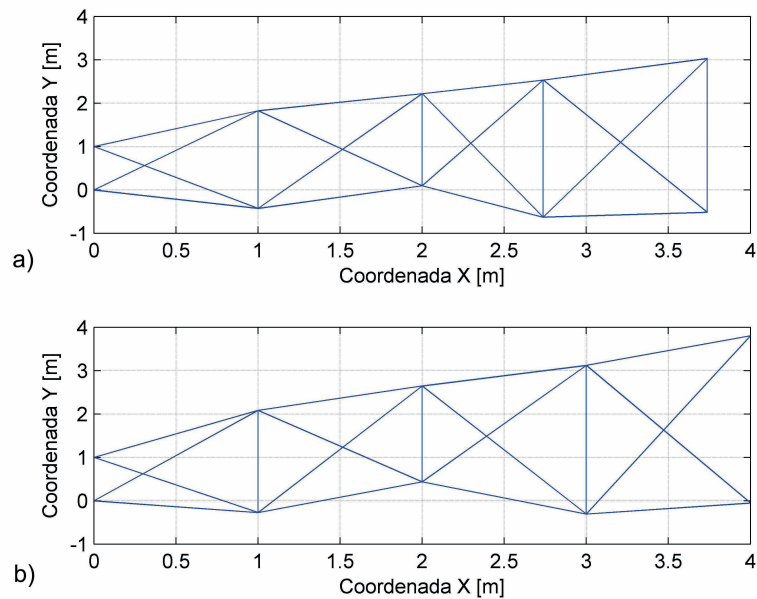


Figura 3: Algoritmo corrector: a) Individuo luego de un proceso de cruzamiento/mutación, b) Individuo modificado luego del algoritmo corrector

3. RESULTADOS

3.1. Viga en voladizo

El primer ejemplo de aplicación del AG propuesto en este trabajo consiste en una viga empotrada en un extremo y libre en el otro, con una carga concentrada sobre la vertical del nodo 5 (ver figura 1).

Módulo de elasticidad	E	21,000,000t/m ²
Sección transversal	S	3,1416cm ²
Peso específico	γ	7,860t/m ³
Carga exterior	P	10t
Tamaño de la población	$Popsiz$	100
Número de variables	$numvars$	16
Número de generaciones	$numgen$	500
Probabilidad de mutación máxima	$probmut$	0,3
Generación con mutación máxima	$maxmut$	300

Tabla 2: Propiedades materiales y variables de control

Las propiedades materiales y variables de control empleadas en este ejemplo se resumen en la tabla 2.

En las figura 5 y 6 se muestran los resultados obtenidos utilizando como función objetivo la minimización del desplazamiento vertical del nodo 6 y la minimización del peso estructural, respectivamente. Así mismo, en la figur 7 se presentan los resultados del algoritmo multiobjetivo.

3.2. Viga simplemente apoyada

El siguiente ejemplo de aplicación consiste en un reticulado plano apoyado en ambos extremos. Por lo tanto, las restricciones para este problema consisten en mantener invariantes las coordenadas de los nodos 1 y 5 (ver figur 1), estando la carga exterior aplicada en el centro de la luz de la viga.

En cuanto a las propiedades materiales y variables de control, la única diferencia respecto del ejemplo 3.1 radica en el valor de la carga exterior que fue incrementada a $P = 20t$ y en el número de variables que, al no estar restringido el nodo 6, convierte a la altura inicial del elemento estructural en una nueva variable, $numvars = 17$.

En las figura 8 y 9 se muestran los resultados obtenidos utilizando como función objetivo la minimización del desplazamiento vertical del nodo 6 y la minimización del peso estructural, respectivamente. Así mismo, en la figur 10 se presentan los resultados del algoritmo multiobjetivo.

Para este ejemplo en particular se muestra en la figur 13 que el conjunto de los mejores individuos (puntos azules en la figur 13) está acotado inferiormente por una superficie donde se ubican las mejores soluciones de la función multiobjetivo ec. (1).

4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Analizando los resultados obtenidos en la sección anterior, y en virtud de tratarse de un problema relativamente pequeño (16 variables para el ejemplo de voladizo y 17 para el ejemplo de la viga) puede afirmarse que la convergencia del algoritmo propuesto debe ser mejorada.

Este inconveniente que muestra el AG puede deberse a que durante las sucesivas generaciones, al tratarse de una arquitectura elitista, las mejoras en la evolución provienen exclusivamente del proceso de mutación y no del mecanismo de selección/cruzamiento dado que probablemente la población está colmada de los mejores individuos. En tal sentido, para comprobar el indicio de que la población puede estar colmada se representa además del mejor individuo de cada generación, el valor promedio de la misma en la figur 4.

Observando la figur 4 se confirma la hipótesis supuesta en el párrafo anterior sobre la colmatación de la población dado que el promedio de la población está muy próximo al mejor individuo. Para mejorar el desempeño del algoritmo se propuso una variante en el pseudocódigo de tabla 1, consistente en renovar parte de la población una vez que se observe un meseta en la convergencia. El nuevo algoritmo se muestra en el tabla 3.

En las figura 11 y 12 se muestran los resultados de la aplicación del nuevo AG con renovación para los ejemplos 3.1 y 3.2, respectivamente.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha desarrollado una método evolutivo en base a algoritmos genéticos para la optimización topológica de estructuras reticuladas bidimensionales. Para tal fin se implementó una técnica de cruzamiento mixta que disminuye, en parte, el riesgo de que la solu-

```

BEGIN Inicialización de variables
Generación de la población inicial
FOR Renovaciones
  FOR Bucle sobre generaciones
    Evalúa la función objetivo
    Selección
    IF Generación impar
      Cruzamiento Intercalado
    ELSE
      Cruzamiento Single Point
    END IF
    Corrección
    Mutación
    Corrección
    Nueva Población = Pob.Cruzada + Elit
  END FOR
END FOR
END

```

Tabla 3: Pseudocódigo del AG implementado con renovación de la población

ción obtenida corresponda a un mínimo local. Además, se introdujo una variante significativa en la arquitectura tradicional de los algoritmos genéticos que corresponde a la renovación de un sector la población cuando se observa una disminución sucesiva en la velocidad de convergencia. Dicho algoritmo fue testado con diversas funciones de evaluación incluyendo un análisis multiobjetivo que incorpora en forma directa a la función de minimización del descenso de un nodo en particular y a la minimización del peso de la estructura, e indirectamente, a través de una función de penalización, a la minimización del número de elementos estructurales plastificados

REFERENCIAS

- Belegundu A. y Chandrupatla T. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. Prentice Hall, 1999.
- Coello C. y Christiansen A. Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms. *Computer and Structures*, 78:647–660, 2000.
- Curso L. y Gomes H. Optimización basada en confiabilidad para la minimización del peso de trelicas. *Mecánica Computacional*, 27:2525–2529, 2008.

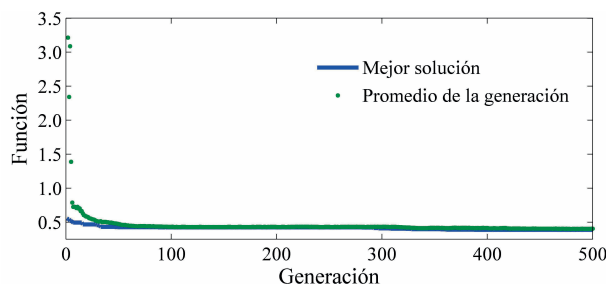


Figura 4: Mejor individuo y promedio de la generación

- Deb K. y Gulati S. Design of truss structure for minimum weight using genetic algorithm. *Finite Element in Analysis and Design*, 37:447–465, 2001.
- Gomes H. y Ferreira F. Simulated annealing for the optimization of trusses. *Mecánica Computacional*, 27:2567–2581, 2008.
- Huang J. y Wang Z. Topology optimization design for discrete structures using genetic algorithm. *Journal of Ship Mechanics*, 25:32–38, 2008.
- Na L. y Feng Y. Optimal design of discrete structure with directed mutation genetic algorithms. In *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, páginas 3663–3667. 2006.
- Pan J. y Wang D. Topology optimization of truss structures with random response constraints pan, j. *Journal of Ship Mechanics*, 12:973–985, 2008.
- Talasilaoglu T. A new genetic algorithm methodology for design optimization of truss structures: Bipopulation-based genetic algorithm with enhanced interval search. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2009:1–28, 2009.
- Zhang Y., Sakamoto M., y Furutani H. Effects of population size and mutation rate on results of genetic algorithm. In *Proceedings - 4th International Conference on Natural Computation, ICNC*, páginas 70–75. 2008.

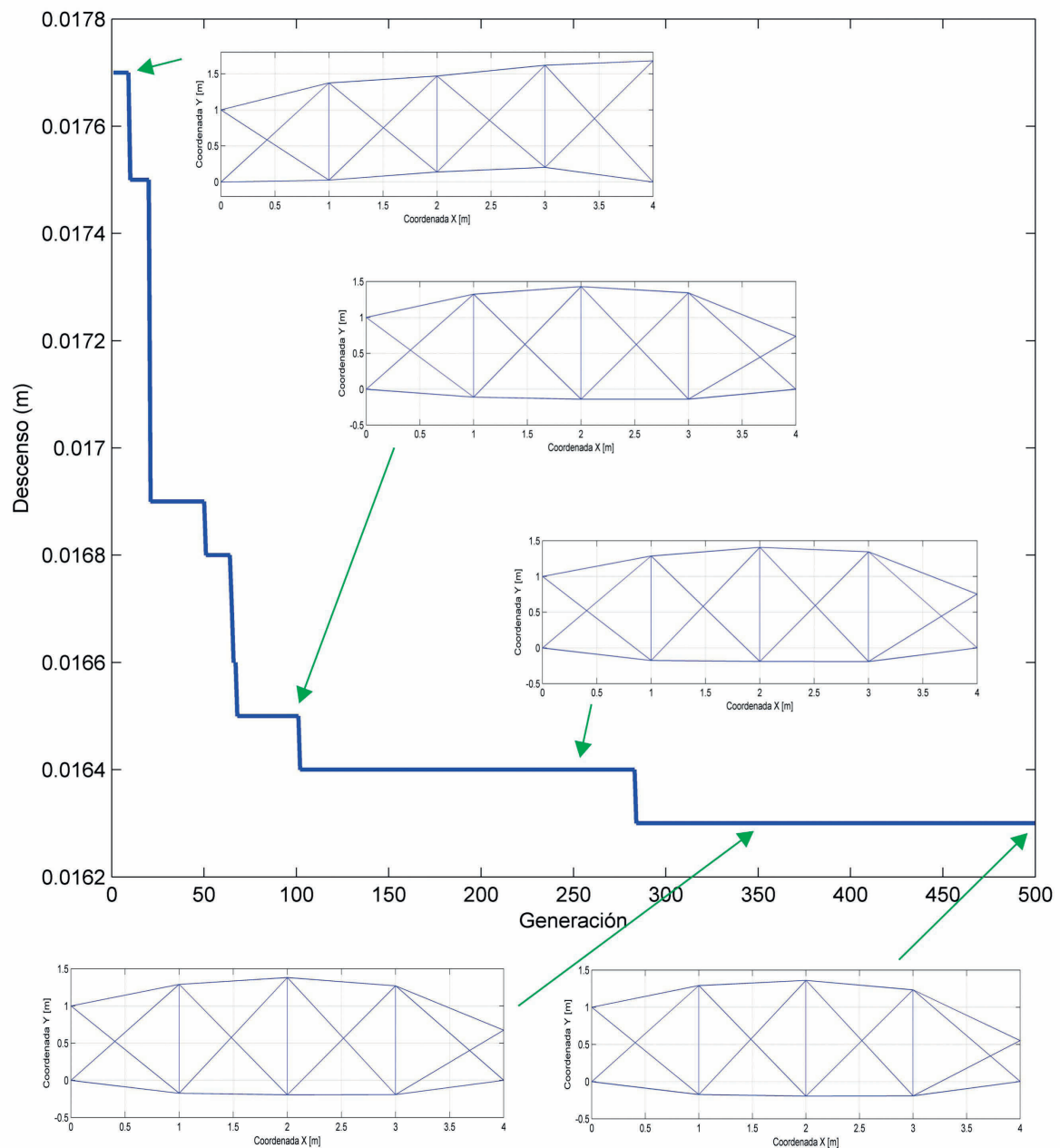


Figura 5: Resultados del ejemplo del voladizo con la función objetivo de desplazamiento

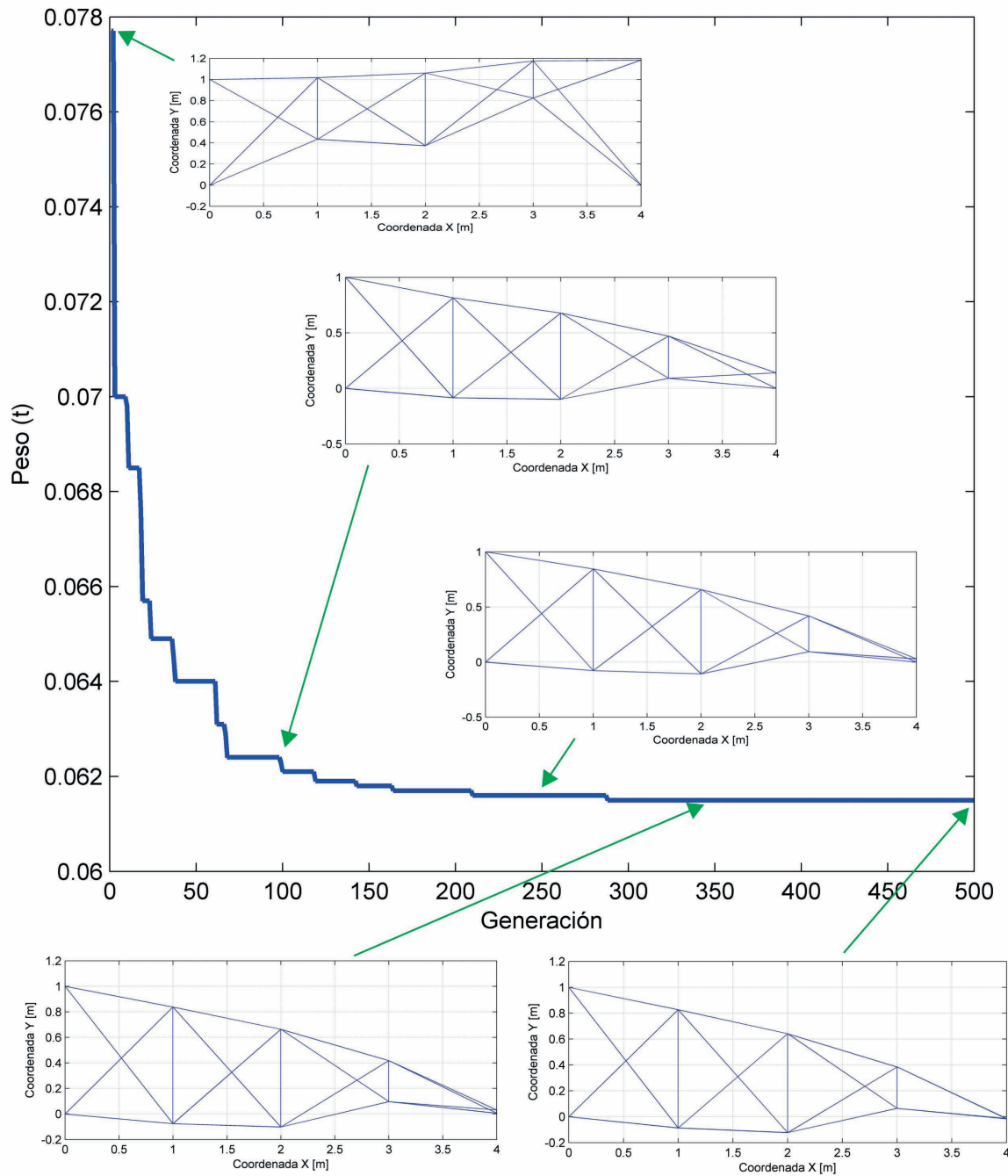


Figura 6: Resultados del ejemplo del voladizo con la función objetivo de peso

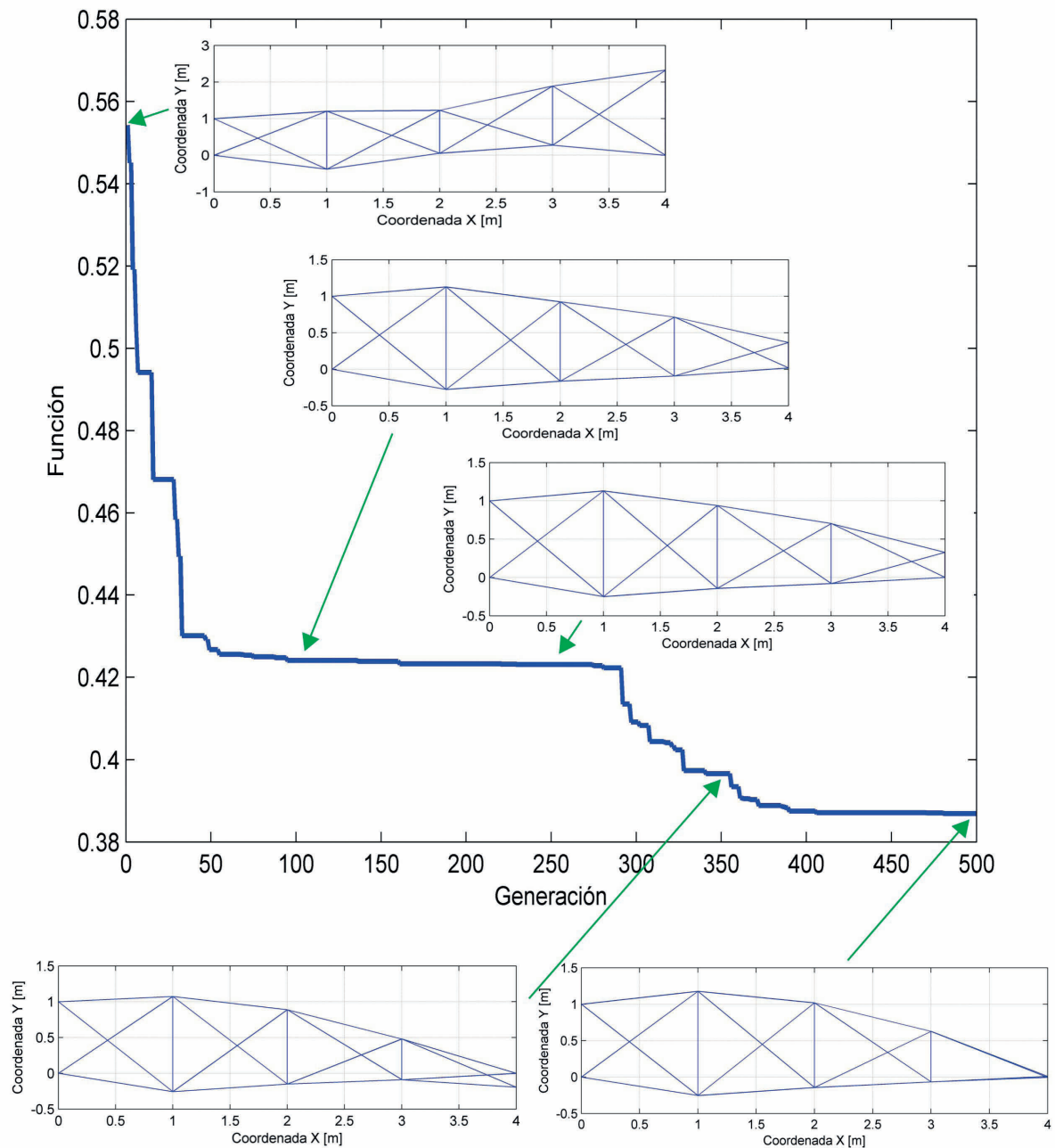


Figura 7: Resultados del ejemplo de la viga multiobjetivo sin renovación de la población

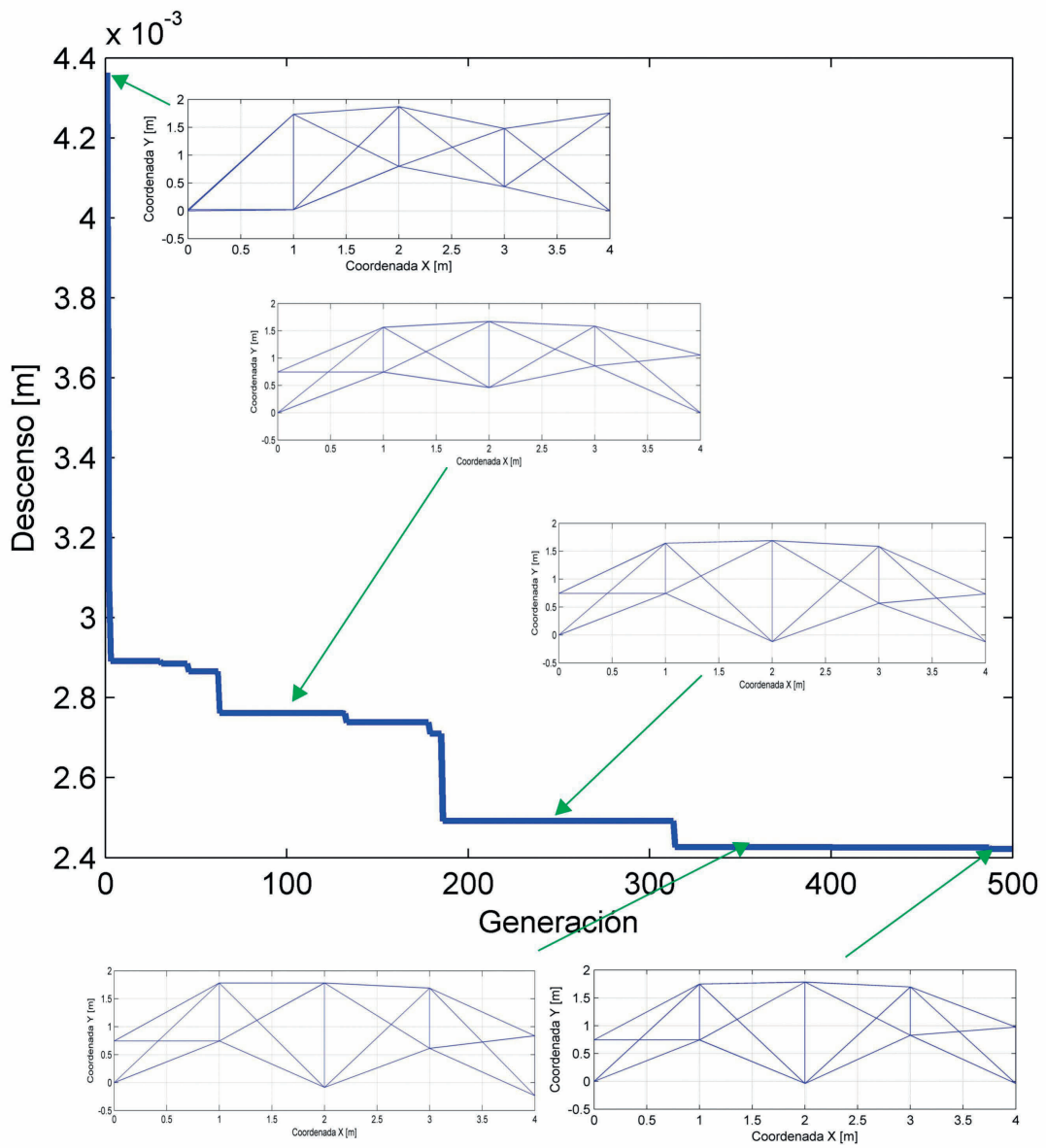


Figura 8: Resultados del ejemplo de la viga con la función objetivo de desplazamiento

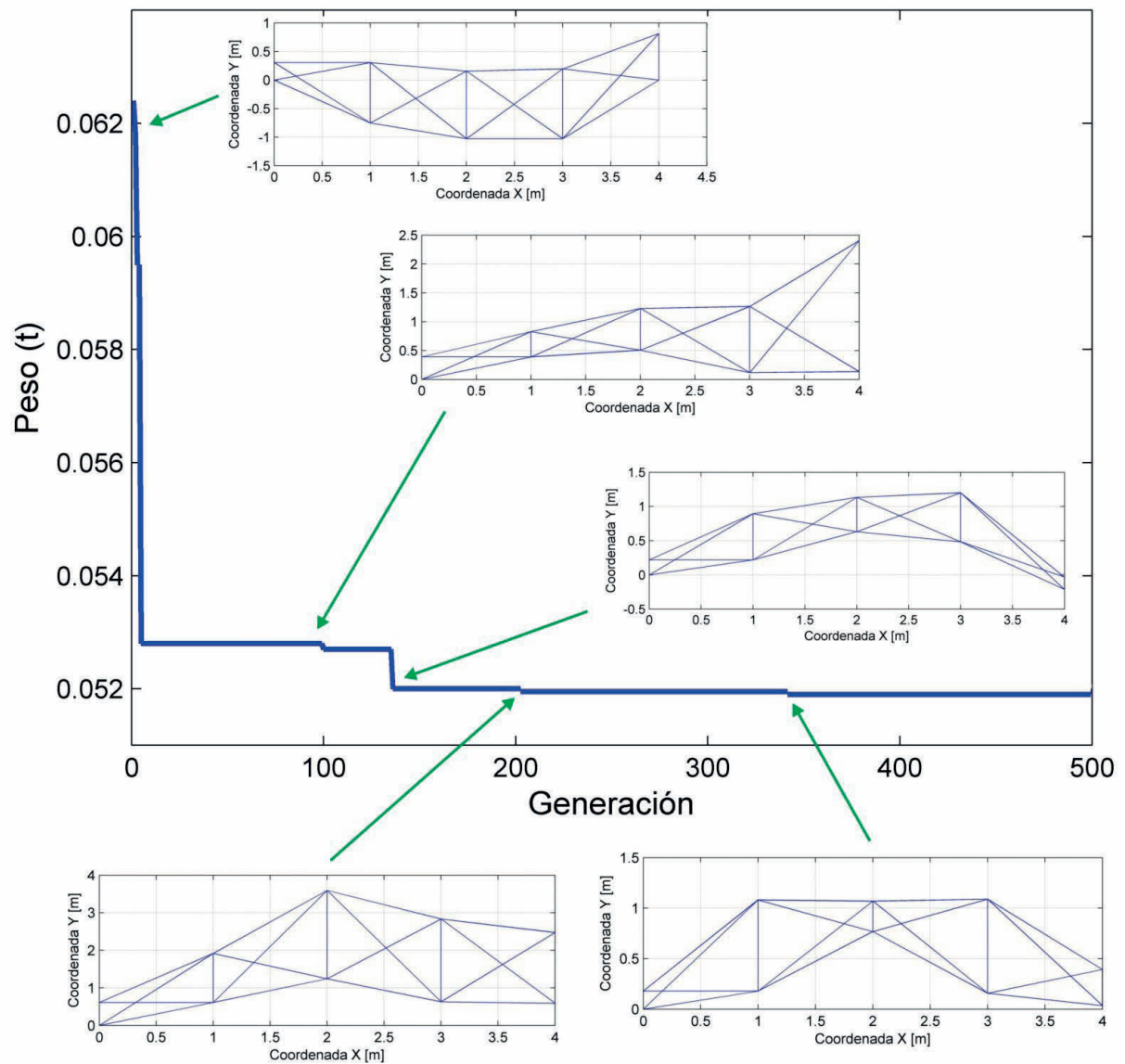


Figura 9: Resultados del ejemplo de la viga con la función objetivo de peso

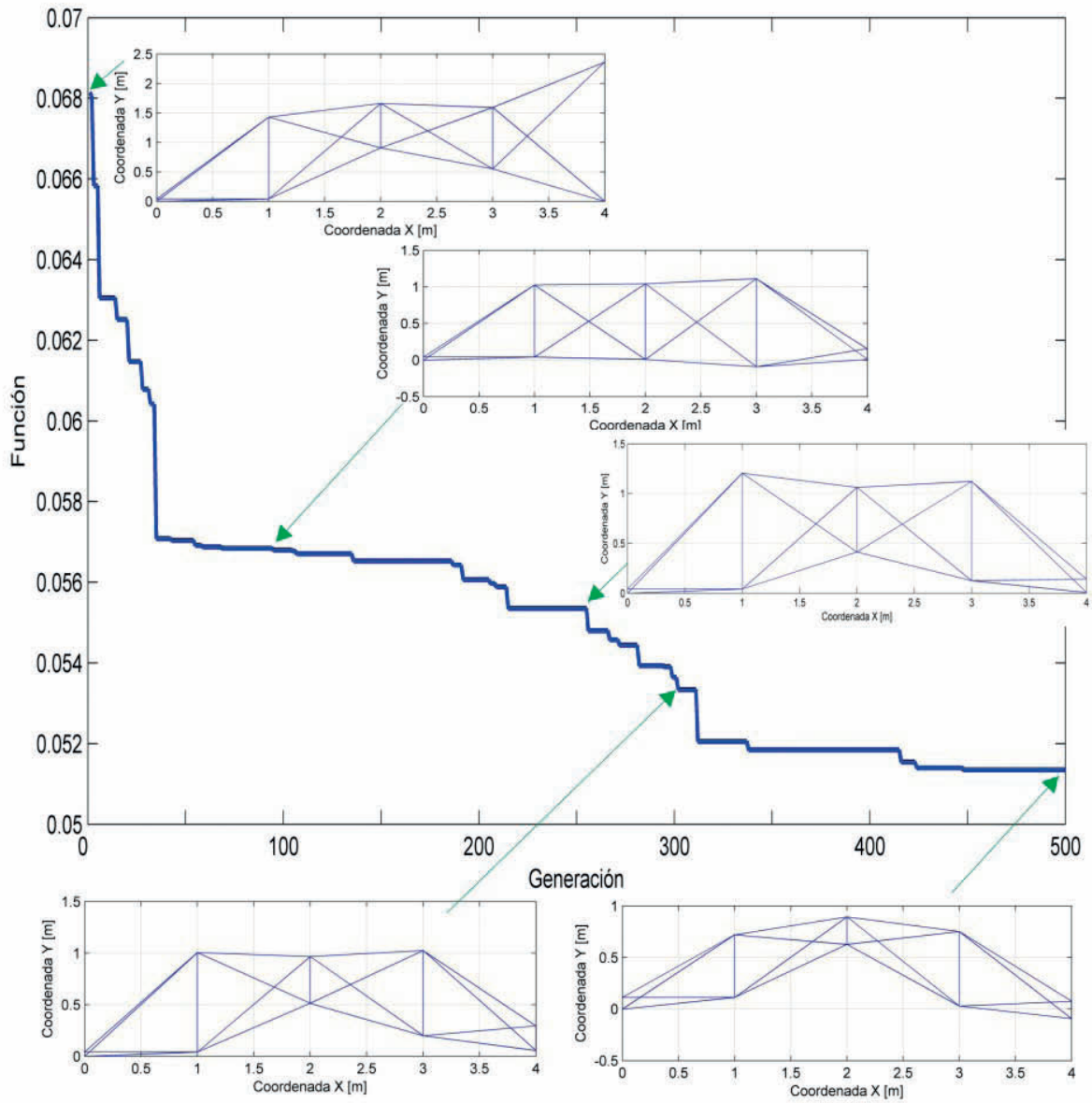


Figura 10: Resultados del ejemplo de la viga multiobjetivo sin renovación de la población

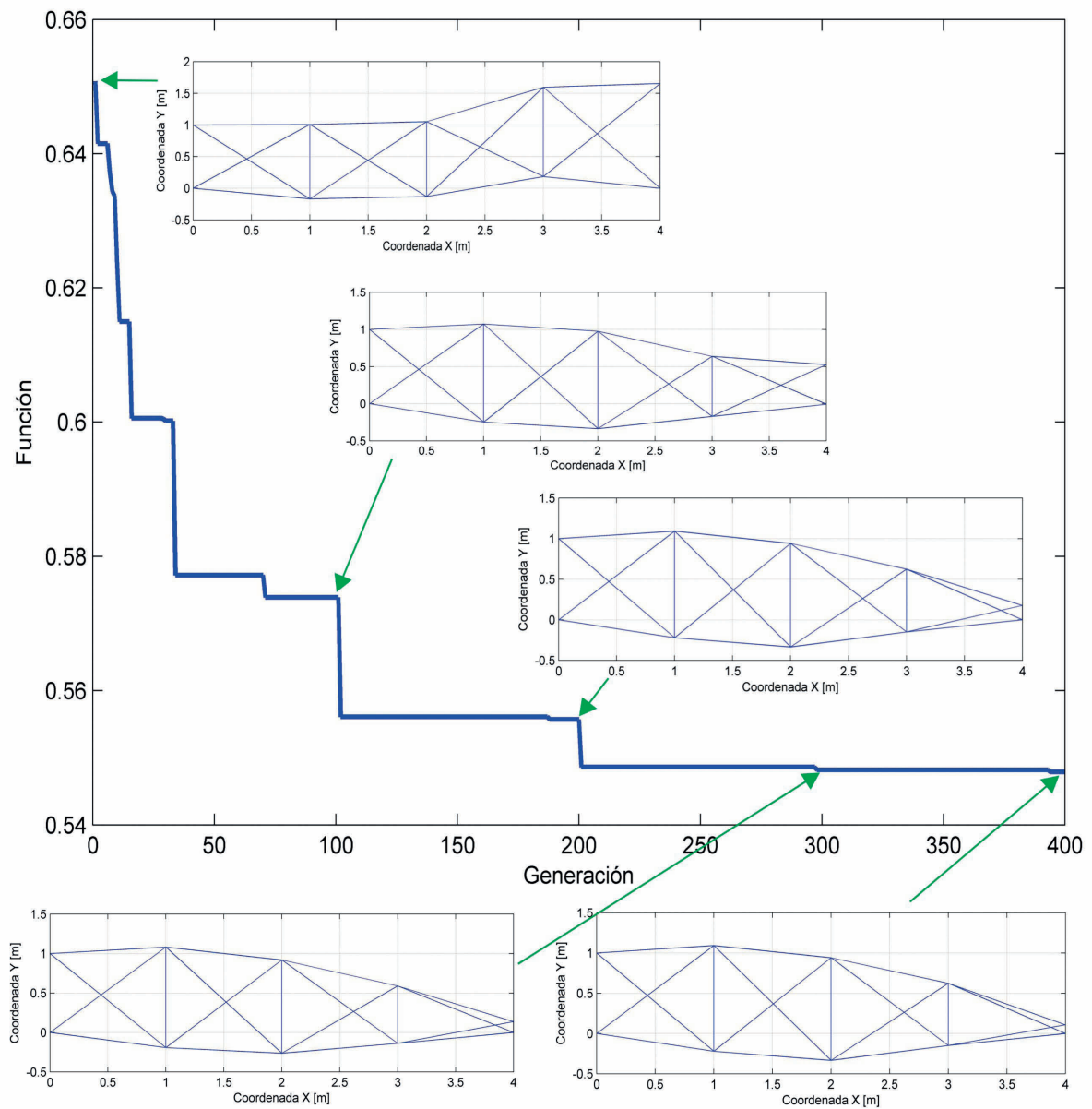


Figura 11: Resultados del ejemplo del voladizo multiobjetivo con renovación de la población

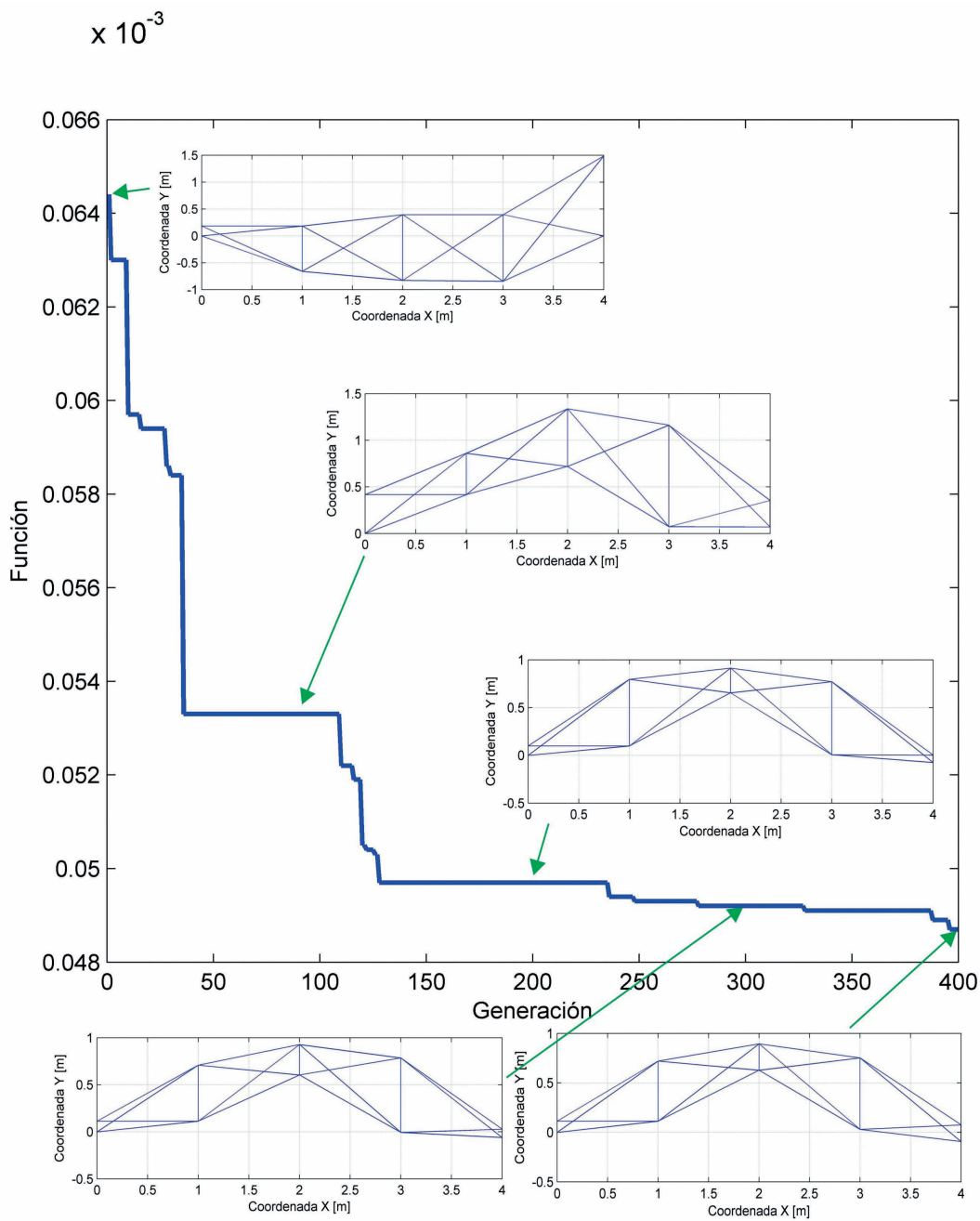


Figura 12: Resultados del ejemplo de la viga multiobjetivo con renovación de la población

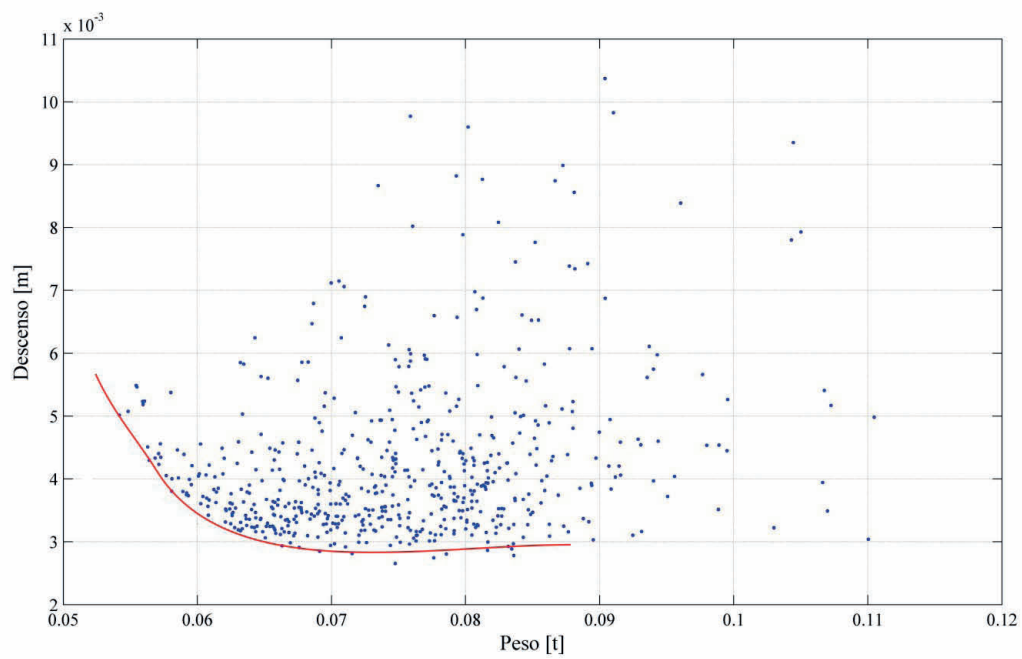


Figura 13: Dominio de la solución multiobjetivo