

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE RED DE VÓRTICES NO-LINEAL E INESTACIONARIO PARA ESTUDIAR LA AERODINÁMICA DE LAS ALAS BATIENTES

Bruno Roccia, Sergio Preidikman, Luis Ceballos y Julio Massa

*Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Río Cuarto
Campus Universitario, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina.
Tel./Fax.: 0358-4676246 broccia@ing.unrc.edu.ar, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

Palabras clave: Aerodinámica de alas batientes, MAVs, Inspiración en la Biología.

Resumen. En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica que permite estudiar el comportamiento aerodinámico no-lineal e inestacionario de micro-vehículos aéreos no-tripulados (MAVs) de alas batientes inspirados en la biología. El problema es atacado mediante la introducción de un modelo aerodinámico que predice el campo de movimiento del fluido alrededor de las alas, y permite captar fenómenos altamente no lineales e inestacionarios inherentes a los mecanismos de vuelo que utilizan los insectos, producto del complejo movimiento que experimentan sus alas a lo largo de un ciclo de batimiento. El modelo aerodinámico implementado es una versión ampliada y modificada del método conocido como *unsteady vortex-lattice method* (UVLM), una generalización del *vortex-lattice method*, ampliamente utilizado para el cálculo de flujos incompresibles y estacionarios. Esta técnica de la dinámica de fluidos tiene en cuenta las no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas, flujos dominados por vorticidad, y comportamiento no-estacionario. La cinemática empleada como señal de entrada al UVLM es la que desarrolló Dickinson para mover un robot a escala de una mosca doméstica (Robofly). Las no-linealidades inherentes a la cinemática utilizada permiten analizar movimientos del ala que incluyen grandes ángulos y grandes desplazamientos producto del movimiento del eje longitudinal de cada ala y del movimiento de torsión que lo acompaña. Para obtener la evolución temporal de los coeficientes aerodinámicos de sustentación y resistencia inducida se utiliza la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli. Este esfuerzo es parte de un proyecto de mayor envergadura cuyo objetivo final es desarrollar y evaluar tecnologías de avanzada y conceptos de la sinergia que permitan lograr micro-vehículos aéreos (MAVs) no-tripulados de alas batientes inspirados en la biología altamente eficientes.

1 INTRODUCCIÓN

Durante millones de años de evolución, la naturaleza ha desarrollado mecanismos de locomoción altamente efectivos, dotando a organismos biológicos de ‘patas’ para poder desplazarse por tierra, de ‘alas batientes’ para surcar los cielos, o de ‘aletas’ para desplazarse en medios acuáticos. Actualmente, biólogos e ingenieros trabajan en conjunto con el objetivo común de tratar de explicar la física subyacente en los mecanismos empleados por pájaros e insectos para mantenerse en vuelo, propulsarse, navegar, y realizar maniobras extremadamente complejas. Sin embargo, en muchos casos se ha tratado de realizar una imitación biológica completa de un insecto, ave, o pez, obteniéndose resultados poco alentadores.

En este punto, es crucial hacer una distinción entre lo que se entiende por imitación biológica (biomimética) e inspiración en la biología. La biomimética o copia de un organismo vivo es muy difícil de lograr con la tecnología que existe actualmente, por otro lado, la inspiración en la biología, es un buen punto de partida para dar un primer paso hacia el diseño y posterior construcción de robots que tengan un desempeño igual o superior a las entidades biológicas existentes en la naturaleza (Michelson y Naqvi, 2003).

En los últimos años, la comunidad científica se ha concentrado específicamente en el estudio de insectos voladores y aves pequeñas, estableciendo de esta manera las bases para inspirar el desarrollo de micro-vehículos aéreos (MAVs) (Raney y Slominski, 2004). Este renovado interés por esta clase especial de vehículos está motivado por las potenciales aplicaciones que serían capaces de proporcionar, tales como: intervención en misiones de rescate y vigilancia (Mueller y Delaurier, 2001), exploración de ambientes hostiles (incluyendo en el futuro atmósferas no terráqueas), e inspección de edificios colapsados, entre otras, (ver Figura 1).



Figura 1: Aplicaciones posibles de MAVs; (a) Inspección de ambientes peligrosos para la salud humana; (b) Inspección de edificios colapsados; (c) Exploración de atmósferas no terráqueas.

Existen cuatro conceptos diferentes de diseños relacionados a MAVs:

1. Ultralivianos (lighter-than-air);
2. Rotores (rotary wings);
3. Alas fijas (fixed wings); y
4. Alas batientes (flapping wings).

Los ‘ultralivianos’ constituyen probablemente el camino más fácil para construir un robot volador. En este tipo de vehículo, la fuerza de sustentación se obtiene llenando con helio una especie de esfera confeccionada con material ultraliviano, y el empuje se consigue a partir de dos o tres motores de corriente continua (ver Figura 2a). Son vehículos silenciosos y, además, pueden evadir ciertas clases de obstáculos. Por otro lado, para diseñarlos, no hace falta un conocimiento acabado de aerodinámica. Sin embargo, tienen poca maniobrabilidad y durabilidad, y su tamaño es relativamente grande; el diámetro de la esfera del ultraliviano mas pequeño construido hasta el momento es de alrededor de 20 pulgadas.

En el año 2001, un equipo de científicos perteneciente a la Universidad de Stanford, USA (Zufferey, 2008) desarrolló un MAV utilizando el concepto de ‘rotor’. Sin embargo, los

experimentos realizados para medir las fuerzas de sustentación desarrolladas por un modelo a escala revelaron que una versión más ligera de tal vehículo nunca despegaría con su propia fuente de poder a bordo. Años más tardes se propuso un diseño revolucionario respecto de los rotores. Este nuevo diseño utiliza dos rotores girando en direcciones opuestas (ver Figura 2b). Este concepto se aplicó exitosamente a la construcción de MAVs y se obtuvieron resultados satisfactorios respecto a la capacidad de maniobra en espacios reducidos, además de poder realizar *hover*. Sin embargo, en general, los rotores producen demasiada contaminación acústica, son pesados, tienen poca autonomía, y son costosos de construir.

Las aplicaciones potenciales de MAVs de ‘alas fijas’ están considerablemente limitadas debido a que no poseen la agilidad y versatilidad de vuelo necesarias para realizar misiones en ambientes cerrados (Figura 2c). Para realizar este tipo de operaciones, que requieren una marcada capacidad de maniobra (súper-maniobrabilidad), los nuevos diseños propuestos se basan en ‘alas batientes’ que modifican la cinemática en cada aleteo con el fin de adaptarse a las distintas condiciones de vuelo; éste es el ‘sello’ que caracteriza a las criaturas voladoras más ágiles que existen en la naturaleza (ver Figura 2d).

Para lograr MAVs con las características citadas anteriormente, primero debe descifrarse el ‘lenguaje del vuelo natural’ y entenderse cómo las alas batientes pueden generar las fuerzas necesarias para propulsar y mantener en el aire a un insecto. Como se ha demostrado en numerosas investigaciones, para la producción de la fuerza sustentadora, los insectos se sirven de mecanismos inherentemente inestacionarios y no-lineales que no pueden ser captados por las teorías aerodinámicas clásicas basadas en hipótesis de linealidad y estacionariedad.

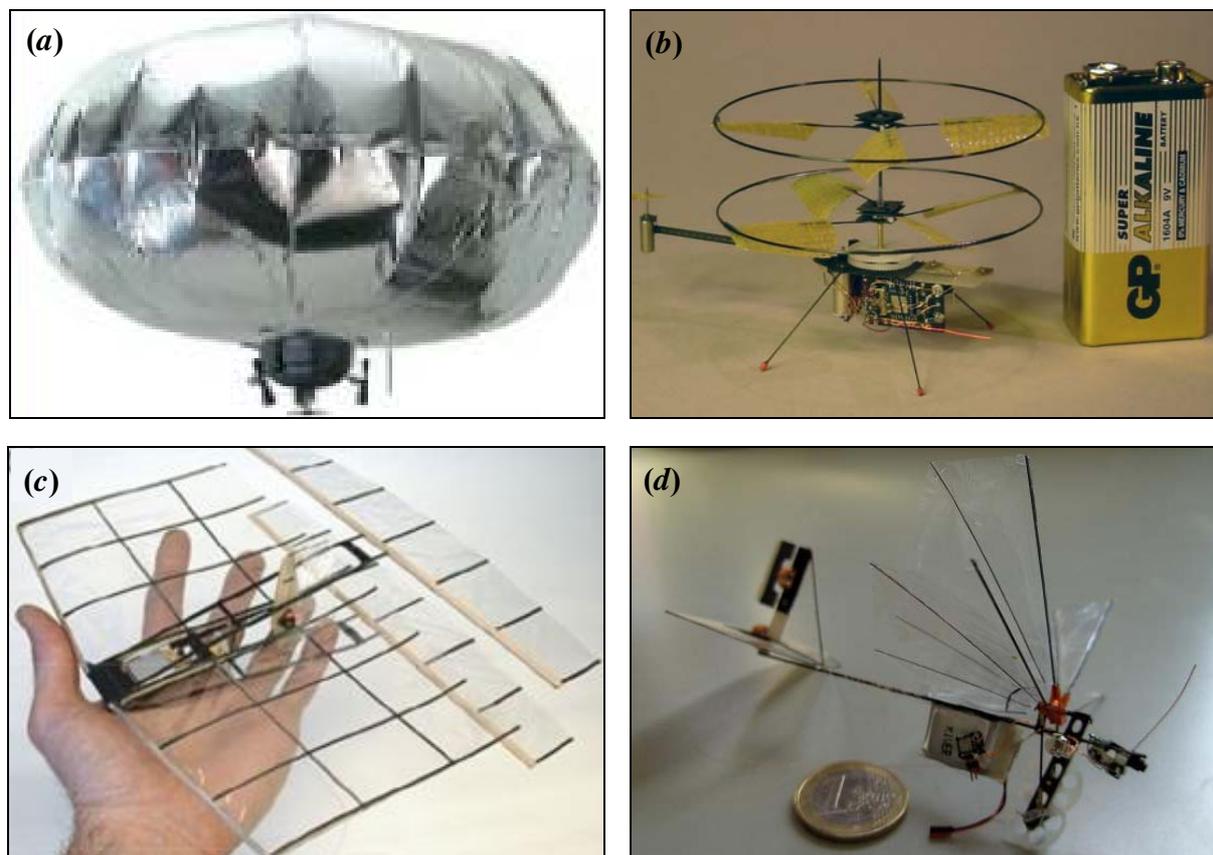


Figura 2: Conceptos de diseños relacionados a MAVs; (a) Ultraliviano (Knowles, 2005); (b) Rotor, Picoflyer, controlado remotamente (<http://www.proxflyer.com>); (c) MAV basado en alas fijas (14-gram biplane) (Zufferey, 2008); (d) MAV basado en alas batientes, DelFly (<http://www.delfly.nl>).

Con el objetivo de tratar de entender la compleja física que caracteriza al vuelo natural, en este trabajo se presenta la implementación numérica de un modelo aerodinámico basado en el método de red de vórtices no-estacionario y no-lineal (UVLM). El modelo está preparado para aceptar diferentes patrones que describen un ciclo completo de batimiento. En este esfuerzo se utilizó la cinemática desarrollada por Dickinson para mover un robot a escala de una mosca doméstica (Robofly). Dickinson ha utilizado este robot en numerosas oportunidades para obtener mediciones experimentales, tanto de las fuerzas de sustentación como de las fuerzas de empuje correspondientes a diferentes configuraciones de vuelo (Dickinson et al., 1999). Estas mediciones experimentales establecen un estándar y se utilizan habitualmente para validar resultados provenientes de simulaciones numéricas (Ansari, et al., 2006; Sane y Dickinson, 2001).

Si bien el número de Reynolds que caracteriza el flujo real en los insectos es relativamente bajo, puede considerarse que tiene un valor lo suficiente alto como para asumir que los efectos viscosos están confinados, únicamente, a las capas límites que envuelven al sólido inmerso en el fluido y a las estelas que se desprenden desde los bordes filosos de las alas. Este hecho permite utilizar un modelo basado en el método de red de vórtices inestacionario y no lineal.

2 EL VUELO CON ALAS BATIENTES

Una de las claves para lograr agilidad en el vuelo con alas batientes reside en la habilidad para variar la cinemática de cada aleteo. Para entender integralmente el vuelo animal, para llevar a cabo el modelado aerodinámico, y para captar correctamente los mecanismos aerodinámicos, resulta crucial poder realizar un análisis detallado de la cinemática.

2.1 Aspectos generales de la cinemática del ‘vuelo natural’

El ciclo de batimiento puede ser dividido en cuatro fases (Dickinson et al., 1999; Singh et al., 2004): *i*) una primera etapa de traslación donde el ala realiza un movimiento descendente desde la parte dorsal hacia el vientre del insecto, llamada *downstroke*; *ii*) hacia el final del *downstroke* el ala gira rápidamente alrededor de su eje longitudinal e invierte su dirección de movimiento, esta fase se llama *supination*; *iii*) una segunda etapa de traslación donde el ala realiza un movimiento ascendente desde el vientre hacia la parte dorsal del insecto, llamada *upstroke*; y *iv*) hacia el final del *upstroke* el ala vuelve a girar alrededor de su eje longitudinal e invierte nuevamente la dirección de su movimiento, esta fase se llama *pronation*. Las fases *ii*) y *iv*) pueden ser clasificadas como la porción rotacional del ciclo de batimiento (*reversal stroke*). Al terminar la última fase rotacional (*pronation*) el ciclo de batimiento comienza nuevamente. Cada medio ciclo de batimiento (*downstroke/upstroke*) se denomina *half-stroke*. En la Figura 3 se presenta un esquema que muestra las cuatro fases mencionadas anteriormente; el punto “WIP” indica la inserción del ala en el tórax; y “mc” indica la posición del centro de masa del cuerpo del insecto.

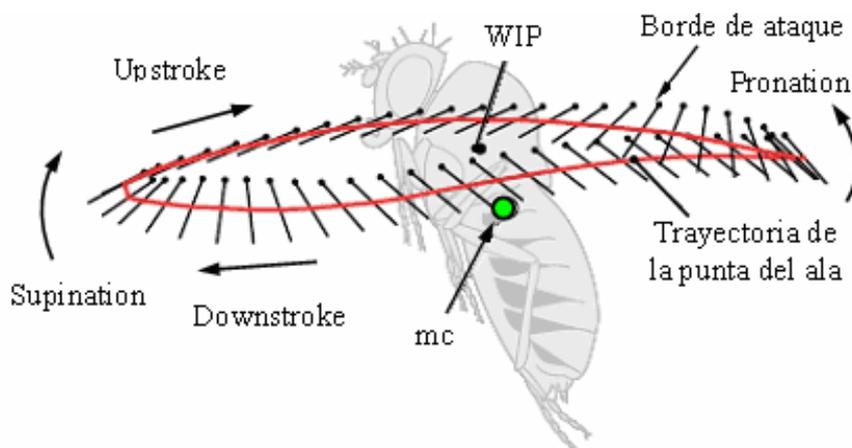


Figura 3: Fases de un ciclo de batimiento; (Lehmann y Pick, 2007).

2.2 Mecanismos aerodinámicos no-convencionales

Cuando se estudian experimentalmente en túnel de viento las alas de insectos en el rango de velocidades de flujo correspondientes al vuelo natural de estas criaturas, las fuerzas medidas en estos experimentos son sustancialmente más grandes que aquellas predichas por las teorías aerodinámicas convencionales. Esta deficiencia, en las predicciones de la aerodinámica clásica respecto de los valores experimentales, incentivó a los investigadores hacia la búsqueda de mecanismos aerodinámicos no-convencionales que puedan explicar el incremento en la producción de sustentación y empuje presentes en vuelos con alas batientes.

Hasta la fecha se han identificado tres mecanismos principales relacionados al batimiento de las alas: (i) el retraso de la pérdida dinámica (*delayed stall*); (ii) la sustentación rotacional (*rotational lift*); y (iii) la captura de la estela (*wake capture*) (Sane y Dickinson, 2001; Sane, 2003; Azuma et al., 2001).

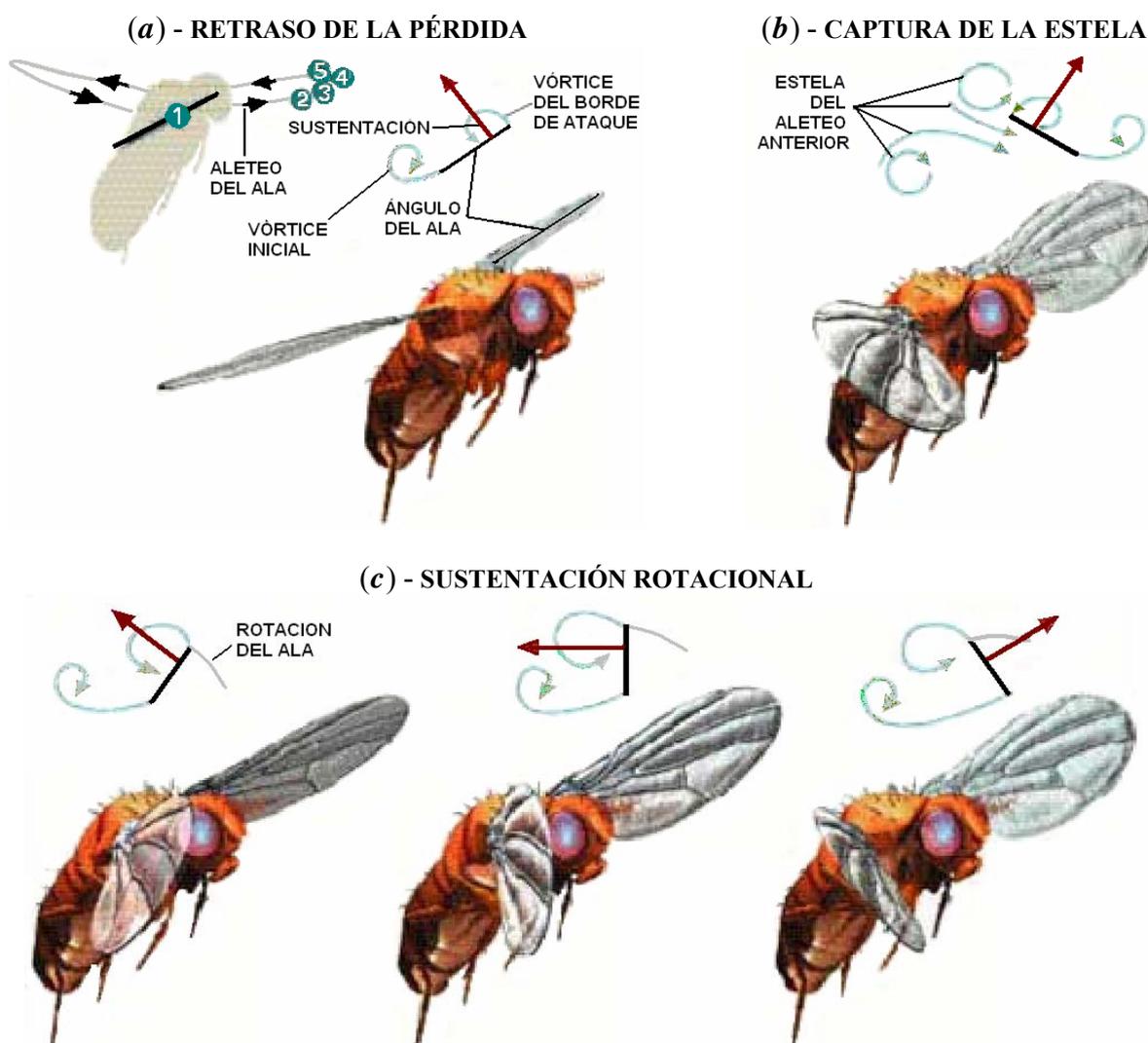


Figura 4: Mecanismos aerodinámicos no convencionales; (a) Retraso de la pérdida dinámica; (b) Captura de la estela; (c) Sustentación rotacional (Dickinson, 2001).

El *retraso de la pérdida dinámica* aparece cuando el ala comienza a moverse; en ese instante se genera un vórtice detrás del borde de fuga y otro asimétrico cerca de la posición original del ala. Dichos vórtices producen una fuerza aerodinámica neta perpendicular a la superficie del ala, lo cual implica un incremento importante en la sustentación (ver Figura 4a).

La *captura de la estela* ocurre durante un pequeño intervalo de tiempo al final de cada half-stroke, donde el ala se ve beneficiada por el vórtice emitido en el ciclo previo. Con el ala convenientemente orientada, el aire en movimiento, producto de la vorticidad presente en la estela, contribuye efectivamente a la sustentación (ver Figura 4b).

La *sustentación rotacional* está relacionada con el aumento de la sustentación total debido al incremento de circulación producido por la rotación del ala alrededor de su eje longitudinal. Los investigadores notaron que durante el downstroke el ala gira alrededor de un eje determinado, de manera que su borde de ataque se mueve efectivamente hacia abajo (pronation); y, durante el upstroke, el ala es girada en el sentido contrario (supination) (Weis-Fogh y Jensen, 1956). La circulación rotacional puede calcularse mediante la teoría de perfiles delgados, estos resultados han sido confirmados por numerosos experimentos (Dickinson et al., 1999; Sane y Dickinson, 2001) (ver Figura 4c).

La interacción de tres mecanismos aerodinámicos mencionados anteriormente, podría explicar las elevadas fuerzas de sustentación que desarrolla una mosca doméstica (*drosophila melanogaster*) debido al batimiento de sus alas durante un ciclo de aleteo. Si bien esto ha sido corroborado en numerosos experimentos, la promesa de una teoría más general sobre la aerodinámica de insectos que incorpore mecanismos aerodinámicos traslacionales y rotacionales sería un punto fundamental para intentar develar definitivamente la generación de fuerzas de sustentación y empuje en diferentes variedades de insectos (Dickinson et al., 1999).

3 EL MODELO CINEMÁTICO

Para poder cotejar los resultados de las simulaciones realizadas en este trabajo con mediciones experimentales, se adoptó como caso de estudio, la cinemática y la geometría de las alas del Robofly, desarrollado por Dickinson en la Universidad de Berkeley, USA (Dickinson et al., 1999; Sane y Dickinson, 2001).

Dickinson llevó a cabo numerosos experimentos sumergiendo dicho robot en un tanque con aceite mineral (densidad $\rho_{aceite} = 880 \text{ Kg/m}^3$). El movimiento y orientación de las alas en cada instante de tiempo fue logrado montando un conjunto de tres servomotores por cada ala, y alimentando los mismos con las señales mostradas en la Sección 4.5. Este robot consta de dos alas rígidas construidas de Plexiglás con un espesor de 3.1 mm, una envergadura de 20 cm, y cuerda máxima de 10 cm (ver Figura 5b).

La viscosidad del fluido, la envergadura del ala, y la frecuencia de batimiento ($n_f = 0.168 \text{ Hz}$) fueron ajustadas con el fin de obtener el número de Reynolds característico del vuelo de insectos tales como la mosca doméstica ($Re = 136$). En la Figura 5a se muestra un esquema del mecanismo.

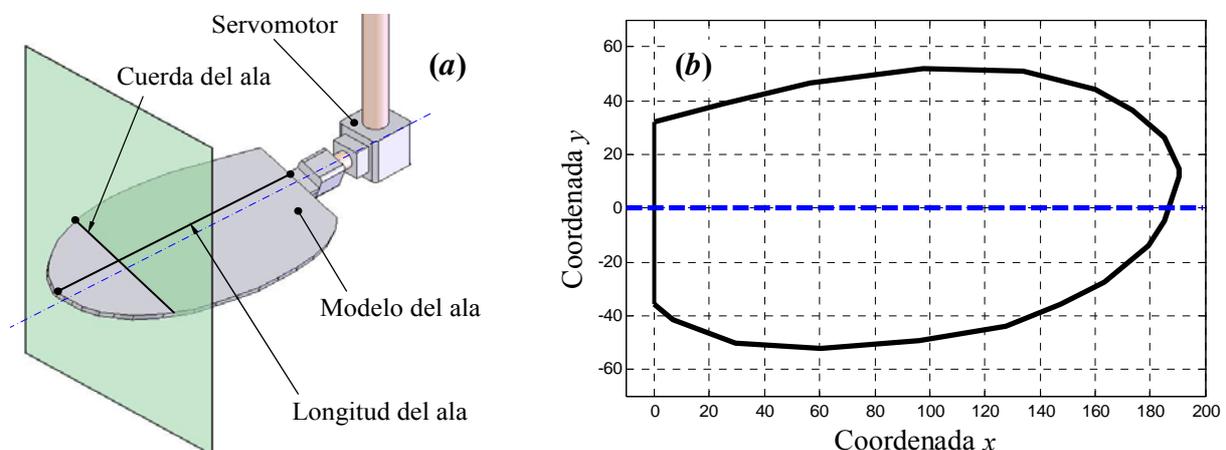


Figura 5: (a) Esquema indicando las diferentes partes del Robofly; (b) Geometría del ala del Robofly.

3.1 Cinemática del robofly

Para describir la cinemática del ‘robofly’, se utilizan dos sistemas de referencia: (i) un sistema de referencia $\mathbf{N} = \{\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3\}$ fijo al plano de aleteo, y (ii) un sistema de referencia $\mathbf{B} = \{\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3\}$ fijo al ala. En este análisis, el plano de aleteo está fijo en el espacio, por lo tanto, el marco de referencia \mathbf{N} definido sobre el plano de batimiento puede ser considerado inercial o newtoniano. Los vectores $\hat{\mathbf{n}}_i$ y $\hat{\mathbf{b}}_i$ para $i = 1, 2, 3$ cumplen con las siguientes condiciones (Shuster, 1993),

$$[\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3] = \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}_3) = +1 \quad [\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3] = \hat{\mathbf{b}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{b}}_2 \times \hat{\mathbf{b}}_3) = +1 \quad (1)$$

En ausencia de deformaciones elásticas, la orientación del ala en cada instante de tiempo se puede obtener especificando la evolución temporal de tres ángulos: (i) el ángulo que orienta el ala respecto del plano de batimiento, ‘stroke position’, $\phi(t)$ (ver Figura 6a); (ii) el ángulo de desviación respecto del plano de batimiento, ‘stroke deviation’, $\theta(t)$ (ver Figura 6b); y (iii) el ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala, $\psi(t)$ (ver Figura 6c).

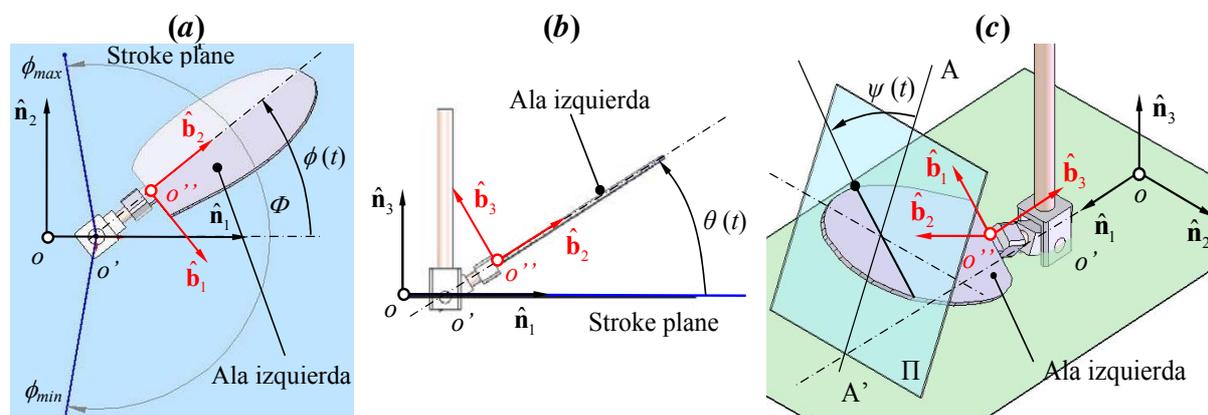


Figura 6: (a) Definición del ángulo de posición, $\phi(t)$; (b) Definición del ángulo de desviación, $\theta(t)$; (c) Definición del ángulo de rotación, $\psi(t)$.

3.2 Transformación de coordenadas

Para llevar a cabo la transformación del sistema fijo al ala \mathbf{B} , al sistema inercial \mathbf{N} , primero se realiza una secuencia de rotaciones (3–2) mediante los ángulos δ , y ζ , que tienen un valor constante igual a 90° . Luego se utiliza una secuencia de ángulos de Euler (1–3–2) mediante los ángulos $\phi(t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ definidos en la Figura 6 (Roccia et al., 2008).

Cada una de estas rotaciones tiene asociado un tensor de rotación de segundo orden, \mathbf{R} , dado por la siguiente expresión,

$$\mathbf{R} = \mathbf{L}(\varphi, \boldsymbol{\eta}) = \cos \varphi (\mathbf{I} - \boldsymbol{\eta} \otimes \boldsymbol{\eta}) - \sin \varphi (\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\eta} \otimes \boldsymbol{\eta} \quad (2)$$

donde φ es el ángulo de rotación, $\boldsymbol{\eta}$ es un vector unitario alrededor del cual ocurre la rotación, \mathbf{I} es el tensor identidad de segundo orden, $\boldsymbol{\varepsilon}$ es el tensor alternante o de Levi-Civita, y el símbolo \otimes indica producto tensorial (Shuster, 1993).

En el resto del trabajo se utilizará la función $\mathbf{L}(\varphi, \boldsymbol{\eta})$ para indicar una rotación mediante un ángulo φ alrededor de un vector unitario arbitrario $\boldsymbol{\eta}$. En nuestro caso, la sucesión de rotaciones necesarias para orientar el ala respecto de un marco inercial se esquematiza en la Figura 7.

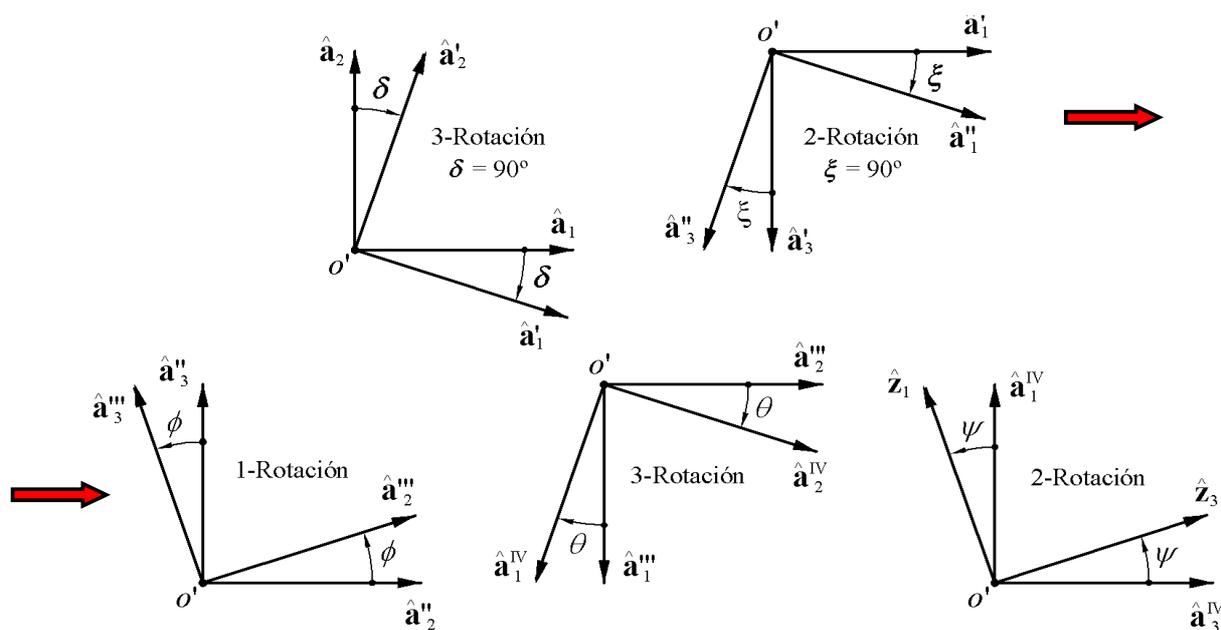


Figura 7: Secuencia de rotaciones utilizadas.

Utilizando la Expresión (2), se puede escribir cada una de las rotaciones plasmadas en la Figura 7 de la siguiente manera,

$$\mathbf{L}(\varphi = -90^\circ, \boldsymbol{\eta} = \hat{\mathbf{a}}_3) = -(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{a}}_3) + \hat{\mathbf{a}}_3 \otimes \hat{\mathbf{a}}_3,$$

$$\mathbf{L}(\varphi = -90^\circ, \boldsymbol{\eta} = \hat{\mathbf{a}}'_2) = -(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{a}}'_2) + \hat{\mathbf{a}}'_2 \otimes \hat{\mathbf{a}}'_2,$$

$$\mathbf{L}(\varphi = \phi(t), \boldsymbol{\eta} = \hat{\mathbf{a}}''_1) = \cos \phi(t) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{a}}''_2 \otimes \hat{\mathbf{a}}''_2) - \sin \phi(t) (\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{a}}''_2) + \hat{\mathbf{a}}''_2 \otimes \hat{\mathbf{a}}''_2, \quad (3)$$

$$\mathbf{L}(\varphi = -\theta(t), \boldsymbol{\eta} = \hat{\mathbf{a}}'''_3) = \cos(-\theta(t)) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{a}}'''_3 \otimes \hat{\mathbf{a}}'''_3) - \sin(-\theta(t)) (\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{a}}'''_3) + \hat{\mathbf{a}}'''_3 \otimes \hat{\mathbf{a}}'''_3, \quad y$$

$$\mathbf{L}(\varphi = \psi(t), \boldsymbol{\eta} = \hat{\mathbf{a}}''''_2) = \cos \psi(t) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{a}}''''_2 \otimes \hat{\mathbf{a}}''''_2) - \sin \psi(t) (\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{a}}''''_2) + \hat{\mathbf{a}}''''_2 \otimes \hat{\mathbf{a}}''''_2,$$

Luego, el tensor de rotación, \mathbf{T} , que orienta el ala respecto del marco de referencia inercial, \mathbf{N} , se obtiene componiendo las rotaciones expresadas en (3), esto es,

$$\mathbf{T} = \mathbf{L}(\psi(t), \hat{\mathbf{a}}''''_2) \mathbf{L}(-\theta(t), \hat{\mathbf{a}}'''_3) \mathbf{L}(\phi(t), \hat{\mathbf{a}}''_1) \mathbf{L}(-90^\circ, \hat{\mathbf{a}}'_2) \mathbf{L}(-90^\circ, \hat{\mathbf{a}}_3) \quad (4)$$

3.3 Velocidades

En este esfuerzo, la velocidad de puntos materiales contenidos en el ala se expresa en términos del sistema fijo al ala, \mathbf{B} . Por razones de espacio se omite la deducción de las mismas, el lector puede derivar dichas fórmulas siguiendo el procedimiento utilizado por [Roccia et al. \(2007\)](#).

El vector posición de un punto material contenido en el ala (ver Figura 8) está dado por,

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b + \mathbf{r} \quad (5)$$

donde \mathbf{R}_a es el vector posición del origen del marco de referencia \mathbf{A} respecto del marco de referencia inercial \mathbf{N} , \mathbf{R}_b es el vector posición del origen del marco de referencia fijo al ala

izquierda **B** respecto del marco de referencia **A** y \mathbf{r} es el vector posición de una partícula material del ala medido respecto del sistema de referencia **B**.

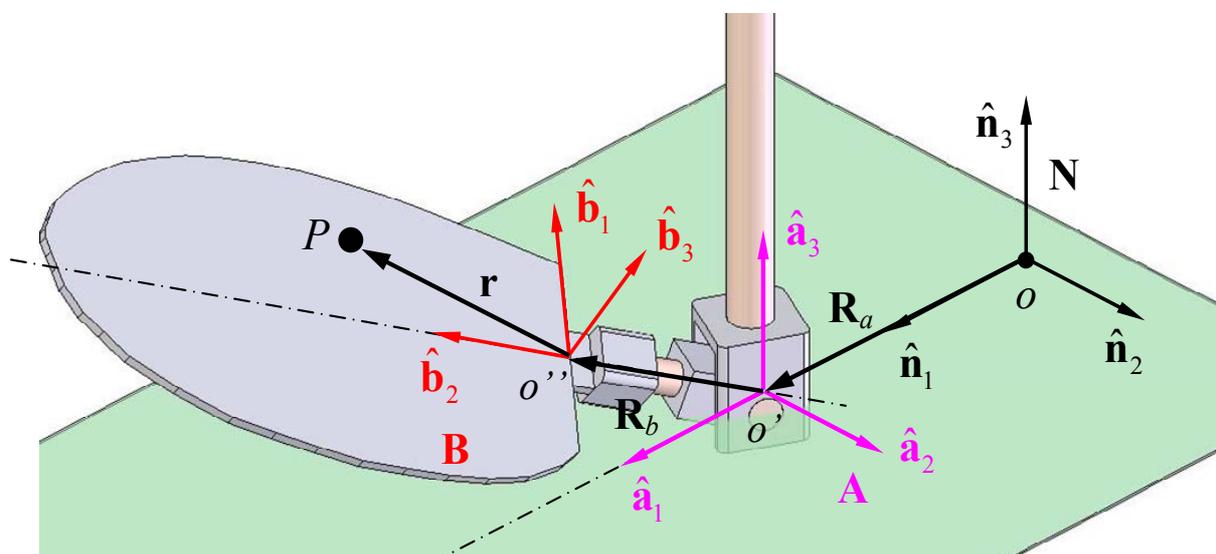


Figura 8: Vector posición de un punto genérico 'P' contenido en el ala.

La velocidad respecto del marco **N** de un punto genérico P sobre el ala resulta en términos del marco de referencia **N** es,

$$\{\mathbf{V}_P^N\}_N = \frac{d}{dt}\{\mathbf{R}_P\} = \{^N\boldsymbol{\omega}^B\}_N \times \{\mathbf{r}\}_N \quad (6)$$

donde $\{^N\boldsymbol{\omega}^B\}_N$ es la velocidad angular del marco de referencia fijo al ala, **B**, respecto del marco de referencia inercial, **N**, resueltos en términos del marco **N** (Kane, 1968; Baruh, 1999).

4 EL MODELO AERODINÁMICO

El modelo aerodinámico implementado en este esfuerzo es una versión ampliada y modificada del método general de red de vórtices no-lineal e inestacionario (unsteady vortex lattice method o UVLM). Este modelo permite considerar no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas, y flujos dominados por vorticidad en los que el fenómeno conocido como *vortex bursting* no ocurre. Además, permite tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas y estimar, en el dominio del tiempo, la distribución de vorticidad asociada a la sábana vorticiosa adherida a los sólidos, y la distribución de vorticidad y la forma de las estelas emitidas desde los bordes filosos del cuerpo inmerso en el fluido. Si bien, el número de Reynolds que caracteriza el flujo real en los insectos es relativamente bajo, puede considerarse que tiene un valor lo suficiente alto como para asumir que los efectos viscosos están confinados, únicamente, a las capas límite que envuelven las alas y a las estelas vorticosas que se desprenden desde los bordes filosos. Este hecho permite utilizar el UVLM para predecir las cargas aerodinámicas que actúan sobre las alas batientes.

Como resultado del movimiento relativo entre el ala y el aire en reposo, se generan gradientes de velocidad que dan origen a vorticidad concentrada en una delgada región adherida a

la superficie del ala (capa límite). Esta sabana vorticosa se separa desde el borde de fuga y la puntera del ala y es 'convectada' hacia el seno del fluido para formar la estela.

Como se mencionó anteriormente, en el modelo utilizado se restringe toda la vorticidad del flujo a la capa límite adherida al sólido (las alas) y a las estelas; fuera de estas regiones el flujo se considera irrotacional. Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres. Sus posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas, esto es, no se produce a través de éstas ningún salto de presiones. El flujo asociado con la vorticidad en la estela cercana al ala afecta el flujo alrededor del ala y por lo tanto las cargas actuantes sobre ella.

Debido a que la vorticidad presente en las estelas en un instante dado fue generada y convectada desde el ala en un tiempo anterior, las cargas aerodinámicas dependen de la historia del movimiento; las estelas contienen la 'historia'. El campo de velocidades asociado con la vorticidad existente en un punto del espacio decae al alejarse de dicho punto; en consecuencia, a medida que la vorticidad en la estela va siendo transportada corriente abajo, su influencia decrece y por lo tanto se dice que 'el historiador' va perdiendo memoria.

Los dos tipos de sábanas vorticosas (libre y adherida) están unidas en los bordes filosos de cada ala, donde se impone la condición de Kutta para flujos inestacionarios. A medida que el ala se mueve durante un ciclo de batimiento, el ángulo de ataque efectivo puede alcanzar valores altos produciendo una separación adicional del flujo desde el borde de ataque, en el futuro se incorporará este fenómeno al modelo que se está desarrollando.

En las secciones siguientes se presentan algunos aspectos importantes de la formulación matemática e implementación del modelo empleado en la herramienta computacional. Para más detalles acerca del UVLM pueden consultarse los trabajos de [Konstadinopoulos et al. \(1981\)](#) o [Preidikman \(1998\)](#).

4.1 Formulación matemática

Se denota mediante $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ a la velocidad absoluta de una partícula de fluido que ocupa, en el tiempo t , la posición \mathbf{R} en el dominio fluido, $p(\mathbf{R}, t)$ es la presión del fluido en ese punto \mathbf{R} , y ρ es la densidad, considerada constante, del fluido. Si el número de Reynolds es lo suficientemente alto y la densidad es constante, las ecuaciones de Navier-Stokes se reducen a las ecuaciones de Euler,

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad \text{donde} \quad \nabla \doteq \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (7)$$

Esta ecuación es complementada con la ecuación de continuidad para flujos incompresibles,

$$\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = 0 \quad (8)$$

El campo de velocidades $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ está relacionado cinemáticamente con el campo de vorticidad a través de la siguiente expresión,

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}, t) = \nabla \times \mathbf{V}(\mathbf{R}, t) \quad (9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) representan un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que pueden ser 'invertidas' a los efectos de expresar el campo de velocidades en términos del campo de vorticidad ([Batchelor, 1967](#)),

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V(\mathbf{R}_0, t)} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}_0, t) \times (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)}{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0\|_2^2} dV(\mathbf{R}_0, t) \quad (10)$$

donde $V(\mathbf{R}_0, t)$ es una región del dominio fluido, \mathbf{R}_0 es el vector posición que define esta región del dominio fluido, y $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}_0, t)$ es el vector vorticidad en el punto \mathbf{R}_0 .

El integrando en la Ec. (10) es cero cuando $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}_0, t)$ es nulo, por lo tanto, la región donde el flujo es irrotacional no contribuye al campo de velocidades $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ y este puede ser determinado tanto en la región viscosa como en la no viscosa considerando únicamente la distribución de vorticidad en la región viscosa.

A efectos de simplificar el cálculo de $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$, se reemplazan las sábanas vorticosas por arreglos o redes de líneas vorticosas. La justificación para flujos tridimensionales está lejos de ser rigurosa; alcanza con decir que numerosas comparaciones con las pocas soluciones exactas que existen, observaciones experimentales, y soluciones numéricas de las ecuaciones de Navier-Stokes, han demostrado que esta simplificación conduce a buenos resultados cuando las líneas de separación son conocidas y el fenómeno de *vortex bursting* no ocurre en las proximidades del sólido inmerso en el fluido. Más aún, es posible demostrar que el campo de velocidades asociado a una distribución de dobletes de intensidad constante distribuidos sobre un panel plano es exactamente igual al asociado a un *loop* de segmentos vorticosos con circulación constante ubicados alrededor de los bordes de dicho panel.

En el método de red de vórtices inestacionario se reemplazan las sábanas adheridas continuas por una red de paneles rectangulares formados por segmentos vorticosos rectilíneos y cortos, ω_i , conectados entre si en los llamados *odos aerodinámicos*. El modelo se completa mediante una discretización similar de las estelas (ver Figura 9).

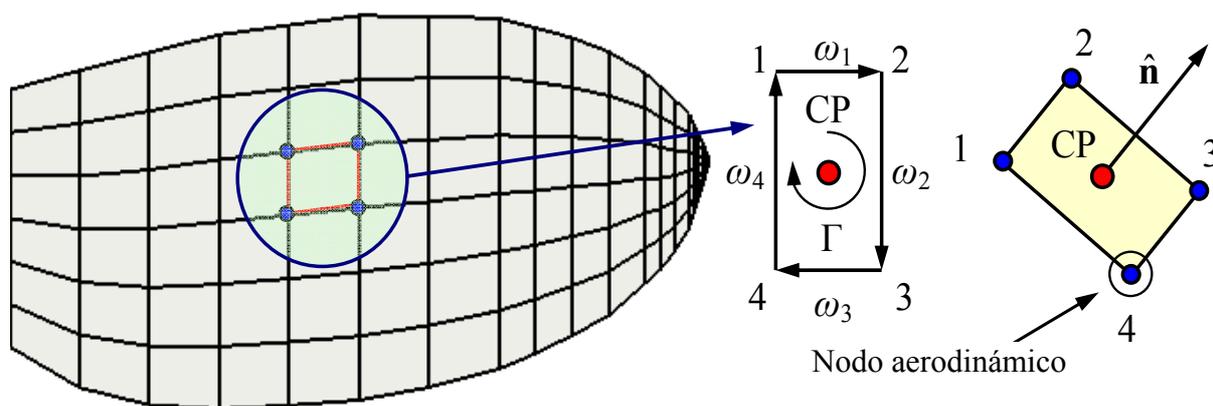


Figura 9: Discretización de la sábana vortica adherida al ala.

La ecuación que gobierna la evolución de las sábanas vorticosas esta mal condicionada y sufre de una inestabilidad del tipo de Kelvin–Helmholtz (Majda y Bertozzi, 2002). Estudios anteriores (Caflich y Orellana 1989; Krasny, 1986; Moore, 1979; Shelley, 1992) han determinado que: *i*) la solución de esta ecuación puede desarrollar singularidades en tiempo finito; aun en el caso en que las condiciones iniciales sean suaves, y *ii*) el intento de computar numéricamente esta solución mediante el uso de una aproximación basada en segmentos vorticosos amplifica los errores de discretización de forma tal que eventualmente la hacen “explotar”. La velocidad en un punto P que ocupa una posición espacial \mathbf{R} , asociada a un segmento vortico,

rectilíneo, de longitud finita, y con circulación espacial constante, Γ , (ver Figura 10) esta dada por la ley de Biot-Savart, esto es,

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \times \mathbf{r}_1}{\|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \times \mathbf{r}_1\|_2^2} [\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)] \quad (11)$$

donde $\boldsymbol{\omega}$ es el vector vorticidad, \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 son las distancias al extremo inicial y al extremo final del elemento vorticoso, y los $\hat{\mathbf{e}}_1$ y $\hat{\mathbf{e}}_2$ son vectores unitarios asociados a los vectores \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , respectivamente.

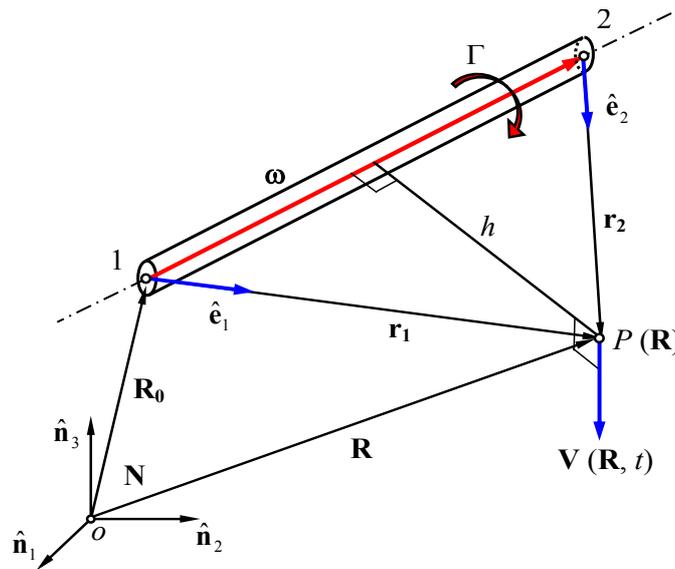


Figura 10: Ley de Biot-Savart.

Cuando el punto P pertenece al segmento vorticoso, la ecuación (11) presenta una singularidad. Esta característica es no deseable desde el punto de vista numérico. El modo más común de sortear este problema consiste en reemplazar el núcleo singular de Cauchy $\mathbf{K}(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$ de la ecuación (10), por un núcleo “suavizado”. Alternativas para suavizar el núcleo de Cauchy incluyen: “vortex-blob regularization”, “vortex-patch regularization”, “viscous regularization”, entre otras (Majda y Bertozzi, 2002). En este trabajo se sigue una técnica de regularización ad hoc de la integral de Biot-Savart, originalmente introducida por Chorin. En esta técnica, el núcleo singular, $\mathbf{K}(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$, es reemplazado por un núcleo suavizado, $\mathbf{K}_\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0; \delta)$, de manera tal que cuando el parámetro δ (comúnmente conocido como radio de “cut-off”) tiende a cero se recupera la solución correspondiente a un flujo no viscoso gobernado por las ecuaciones de Euler. Con esta regularización, la expresión para el campo de velocidades asociado a un segmento vorticoso rectilíneo, (11), toma la siguiente forma:

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \times \mathbf{r}_1}{\|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \times \mathbf{r}_1\|_2^2 + (\delta \|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t)\|)^2} [\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R}, t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)] \quad (12)$$

El valor del radio de cut-off, desconocido a priori, se determina a partir de comparaciones entre simulaciones realizadas mediante el uso de la Ecuación (12) y soluciones conocidas que fueron obtenidas mediante el uso de otras técnicas.

4.2 Condiciones de borde

Las condiciones de borde que se imponen en este problema son dos, *i*) la condición en el infinito, y *ii*) la condición de no penetración. La condición en el infinito requiere que las perturbaciones debidas al cuerpo moviéndose a través del fluido que estaba inicialmente en reposo se anulen lejos del sólido en movimiento. Esto es equivalente a decir que las velocidades asociadas a la vorticidad de las sábanas libres y adheridas tienden a cero lejos del insecto, matemáticamente,

$$\lim_{\mathbf{R} \rightarrow \infty} \|\mathbf{V}_B(\mathbf{R}, t) + \mathbf{V}_W(\mathbf{R}, t)\| \rightarrow 0 \quad (13)$$

donde $\mathbf{V}_B(\mathbf{R}, t)$ es la velocidad asociada a la sábana vorticiosa adherida a las alas del insecto, y $\mathbf{V}_W(\mathbf{R}, t)$ es la velocidad asociada a la sábana vorticiosa libre (estela).

La condición de no penetración es aplicada sobre toda la frontera del sólido inmerso en el fluido, esto es, sobre la superficie de las alas. Su posición, velocidad, y aceleración son conocidas en todo instante. Esta condición de borde, también llamada de impermeabilidad, requiere que la componente normal de la velocidad relativa a la superficie del cuerpo de todas las partículas del fluido adyacentes a la superficie del sólido sea igual cero,

$$(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_W - \mathbf{V}_p) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad (14)$$

donde \mathbf{V}_∞ es la velocidad de la corriente libre (en caso de que exista), \mathbf{V}_p es la del sólido (alas) expuesta en la Ec. (6), y $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector unitario normal a la superficie del cuerpo.

Debido a que las sábanas vorticosas continuas son reemplazadas por un conjunto discreto de vórtices, la condición de no penetración dada por la Ec. (14), puede ser satisfecha solo en un número finito de puntos. Estos son llamados puntos de control (CP) de la malla adherida y están situados en el centroide de área de cada panel (ver Figura 9).

Por otro lado se requiere que los flujos provenientes de las caras superior e inferior de la superficie sustentadora a lo largo de la punta del ala y del borde de fuga tengan la misma presión, de manera que el campo de presiones adyacente a esos bordes sea continuo; esta condición se conoce con el nombre de ‘condición de Kutta’. Para imponer esta condición se apela a la teoría de Kelvin-Helmholtz, la que estipula que en un flujo donde los efectos viscosos son despreciables y la presión es continua, la circulación alrededor de un circuito cerrado de partículas de fluido no cambia con el tiempo; esto es conocido como condición de conservación temporal de la circulación,

$$\frac{D}{Dt} \Gamma(t) = 0 \quad (15)$$

donde D/Dt es la derivada material y Γ es la circulación alrededor de un lazo cerrado arbitrario.

Para imponer la condición de Kutta, se asume que los efectos viscosos se van haciendo despreciables tan pronto como el fluido abandona los bordes de la superficie sustentadora; consecuentemente, los segmentos vorticosos son ‘convectados’ desde la punta del ala y desde el borde de fuga hacia el seno del fluido con la velocidad local de las partículas de fluido. La vorticidad, así convectada, forma el modelo numérico de la estela.

4.3 Cálculo de las cargas aerodinámicas

Para determinar las cargas aerodinámicas sobre la superficie sustentadora, primero se debe hallar el salto de presión en el CP de cada elemento, luego multiplicarlo por el área del mismo y proyectarlo en la dirección del vector normal a dicho elemento. La versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli se usa para calcular la distribución de la presión sobre la superficie de las alas. Finalmente, se suman las fuerzas actuantes en todos los elementos.

Para flujos inestacionarios, la ecuación de Bernoulli toma la siguiente forma,

$$H(t) = \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{R}, t) + \frac{1}{2} \nabla \Phi(\mathbf{R}, t) \cdot \nabla \Phi(\mathbf{R}, t) + \frac{p(\mathbf{R}, t)}{\rho} \quad (16)$$

donde $\Phi(\mathbf{R}, t)$ es la función potencial de velocidad, $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \nabla \Phi(\mathbf{R}, t)$, y $H(t)$ la energía total.

A continuación se introducen las siguientes cantidades adimensionales,

$$L_c = \sqrt{\frac{A}{NE}}, \quad V_c = \frac{1}{Nsc NE} \left(\sum_{j=1}^{Nsc} \sum_{i=1}^{NE} v_{ij} \right), \quad T_c = \frac{L_c}{V_c}, \quad \rho_c = \rho_{aceite} \quad (17)$$

donde A es el área de todos los paneles que conforman la sábana adherida, NE es el número de paneles, v_{ij} es el módulo de la velocidad en el punto de control ' i ' para el instante de tiempo ' j ', Nsc es el número de pasos de tiempo, ρ_{aceite} es la densidad del aceite mineral utilizado en el experimento de Dickinson, y L_c , V_c , ρ_c , y T_c , son la longitud característica, la velocidad característica, la densidad característica y el tiempo característico, respectivamente.

Utilizando las magnitudes definidas en la Ec. (17) es posible adimensionalizar la Ec. (16) y determinar el salto de presión, Δp , a través de cada uno de los elementos que conforman la red de vórtices,

$$\Delta p = \mathbf{V}_U^2 - \mathbf{V}_L^2 + 2 \left(\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_L} \right) \quad (18)$$

donde \mathbf{V}_U y \mathbf{V}_L son respectivamente las velocidades de las partículas de fluido ubicadas inmediatamente por encima y por debajo del punto de control del elemento considerado.

El último término de la expresión (18) puede escribirse como:

$$\left(\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_L} \right) = \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} G(t) - \Delta \mathbf{V} \cdot (\mathbf{V}_p) \quad (19)$$

donde $G(t)$ es la circulación alrededor del elemento considerado, y $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$ es una 'especie' de derivada sustancial, ya que no sigue una partícula de fluido sino un punto material del ala, en este caso un punto de control, $\Delta \mathbf{V}$ es la diferencia de velocidad entre un punto ubicado en la parte superior e inferior de la superficie sustentadora en el elemento considerado, y \mathbf{V}_p fue definido con anterioridad en el contexto de la Ec. (6) (Preidikman, 1998).

En este trabajo, la derivada sustancial, $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$, se calcula utilizando una aproximación por diferencias finitas hacia atrás de primer orden,

$$\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} G(t) \cong \frac{G(t) - G(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (20)$$

por lo tanto, el término inestacionario se determina utilizando la información de la circulación en el paso anterior y el instante de tiempo actual.

4.4 Señales de entrada

En este trabajo, para la evolución temporal de los ángulos ϕ y ψ se adoptó la cinemática utilizada por Dickinson, mientras que, con el objeto de simplificar el análisis, el ángulo θ se asume idénticamente igual a cero durante todo el ciclo de batimiento.

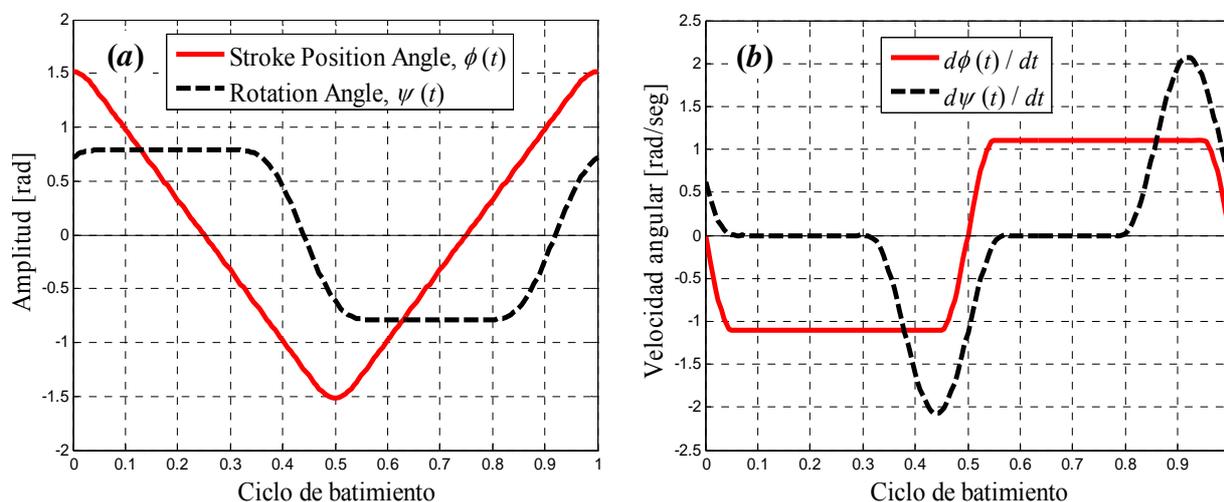


Figura 11: (a) Evolución temporal de los ángulos $\phi(t)$ y $\psi(t)$ durante un ciclo de batimiento; (b) Derivada respecto del tiempo de los ángulos $\phi(t)$ y $\psi(t)$.

Como se puede observar en la Figura 11a (curva en línea continua de color rojo), la forma triangular de la función que describe la posición del ala dentro del plano de aleteo, implica que el ala se mueve con una velocidad constante en cada 'half stroke', por otro lado, la forma trapezoidal del ángulo de rotación (curva en línea a trazos de color negro en la Figura 11a) causa que el ala mantenga un ángulo de rotación constante durante cada 'half stroke' y rote con una velocidad constante en cada 'reversal stroke' según se observa en la Figura 11b.

5 SIMULACIONES NUMÉRICAS

En esta sección se presentan gráficos que muestran la evolución temporal de las partículas vorticosas que se desprenden desde el borde de fuga y de la puntera del ala, como así también, gráficos del coeficiente aerodinámico de sustentación, C_L , en función del tiempo.

Los resultados graficados fueron obtenidos con la herramienta computacional desarrollada por los autores de este trabajo. El código está escrito con Fortran 90 compilado para ser ejecutado en un sistema operativo Windows[®]. Para obtener mayor velocidad de ejecución se han utilizado opciones de optimización automáticas específicas para procesadores Intel[®] disponibles en el compilador de Fortran empleado, además, se ha incorporado una técnica de reflexión en el modelo aerodinámico, que permite sacar ventaja de la simetría del problema al reducir a la mitad la cantidad de incógnitas (Katz y Plotkin, 2005).

El caso presentado en este esfuerzo se ejecutó para cuatro ciclos de batimiento completos. El tiempo de ejecución de este caso fue de 66 horas, en una computadora de escritorio con una memoria RAM DDR3 de 4 Gb y un procesador con una velocidad de reloj de 2.8 GHz, con tecnología de 4 núcleos, un bus frontal de 1333 MHz y memoria cache L2 de 12 Mb.

El modelo aerodinámico utilizado ha sido validado por Ceballos et al., (2008); allí se realizaron comparaciones entre resultados obtenidos con el modelo numérico y resultados disponibles en la literatura para geometrías simples y con soluciones clásicas de la teoría de perfiles delgados.

5.1 Evolución temporal de la estela

La evolución temporal de la estela se obtiene evaluando la velocidad local de las partículas de fluido que se encuentran en la ubicación de las ‘singularidades’ (segmentos vorticosos finitos). Esta velocidad es la suma vectorial de la velocidad asociada a todos los vórtices existentes (adheridos y libres) y la velocidad de la corriente libre. Esta velocidad multiplicada por el paso de tiempo elegido, Δt , da lugar a un vector desplazamiento que permite actualizar la posición de cada uno de los vórtices libres. Debido a que la estela se encuentra libre de fuerzas; la intensidad de los vórtices libres permanece constante.

En la Figura 12 se presenta la evolución temporal de la estela para diferentes instantes de tiempo. En color rojo se muestran partículas de fluido desprendidas desde la puntera del ala, en color azul aquellas desprendidas desde el borde de fuga y T_f es el período de un ciclo de batimiento. Como se puede apreciar, a medida que el tiempo transcurre, las partículas de fluido son impulsadas hacia abajo evidenciando la existencia de sustentación. Se observa, además, que el método implementado capta con gran detalle las interacciones aerodinámicas estelas/estelas y alas/estelas. Estas figuras son meramente cualitativas y son el producto de un primer análisis que tiene como objetivo futuro un estudio completo y cuantitativo de los mecanismos de vuelo asociados al complejo movimiento de las alas de un insecto inmerso en un medio fluido.

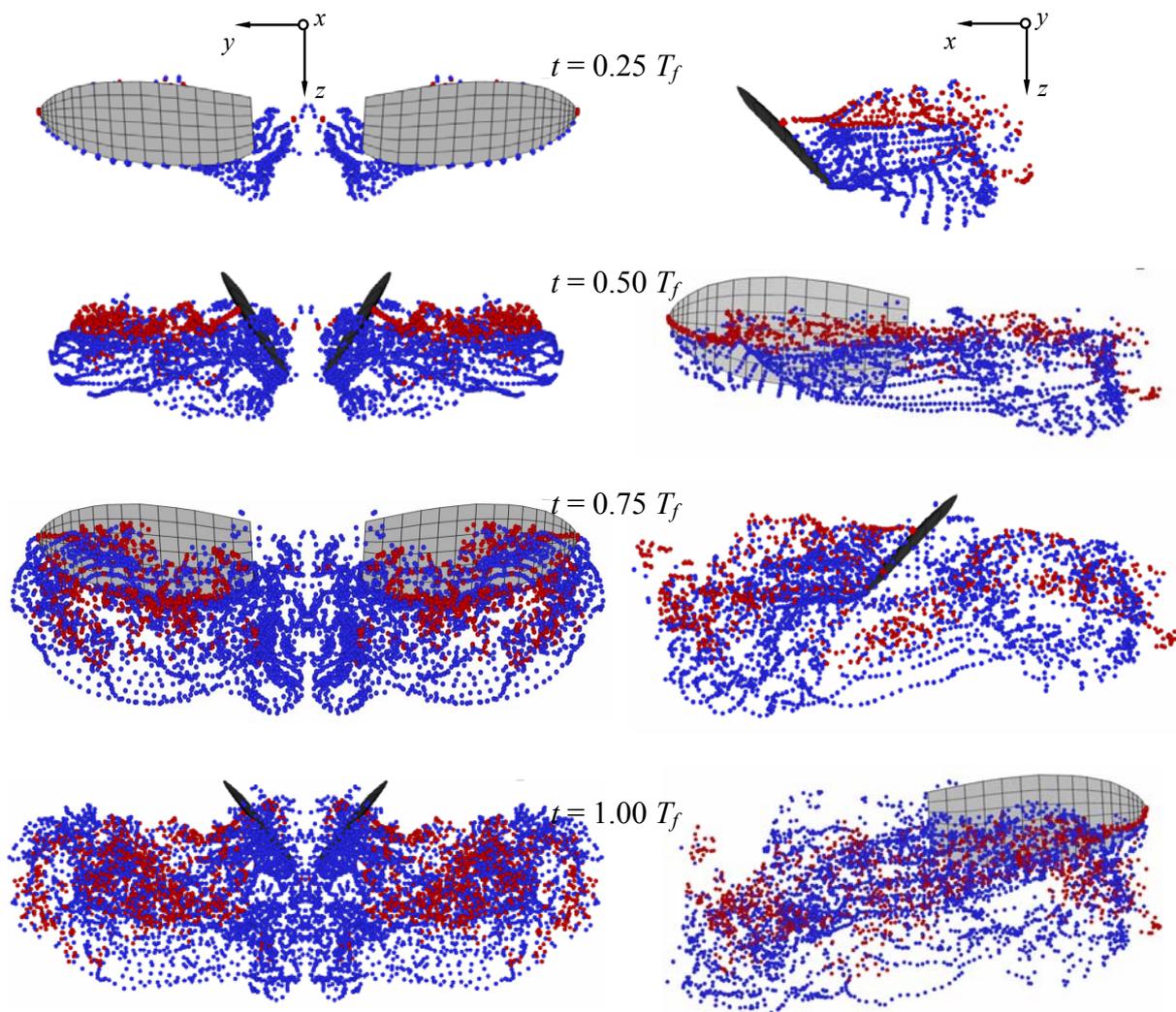


Figura 12: Proyección frontal (plano y - z) y lateral (plano x - z) de la evolución temporal de la estela.

5.2 Coeficientes aerodinámicos

En la Figura 13a se presenta la curva del coeficiente de sustentación (C_L) en función del tiempo. La herramienta desarrollada computa la carga adimensional normal al ala, N_i , en cada punto de control y en cada instante de tiempo, luego, el coeficiente de sustentación C_L se obtiene sumando la contribución de todas las N_i y proyectando la carga resultante en la dirección del vector unitario \hat{n}_3 (ver Figura 8).

En la Figura 13a se puede observar la existencia de un aumento en la sustentación al comienzo de cada half stroke. Este aumento se produce justo en el momento en el que el ala rota sobre su eje longitudinal e invierte su dirección de movimiento (pronation/supination). Este comportamiento está asociado a los mecanismos aerodinámicos no convencionales que dependen de la fase rotacional del ciclo de batimiento, tales como la sustentación rotacional y la captura de la estela. Por otro lado puede observarse que el ángulo de rotación toma valores relativamente grandes durante el downstroke/upstroke, esta es una característica intrínseca del vuelo con alas batientes, y desde el punto de vista de la aerodinámica clásica dicho vehículo volador sufriría el fenómeno de pérdida. Notar que la sustentación es positiva durante esta etapa, lo cual evidencia definitivamente un comportamiento aerodinámico no-estacionario.

Por otro lado, en la Figura 13b se muestra la curva de sustentación obtenida experimentalmente por Dickinson para la misma cinemática empleada para confeccionar la Figura 11a. Por motivos inherentes al proceso de adimensionalización no es posible realizar una comparación directa entre el C_L obtenido numéricamente y la fuerza L obtenida experimentalmente; no obstante se aprecia un alto grado de similitud entre ambas gráficas.

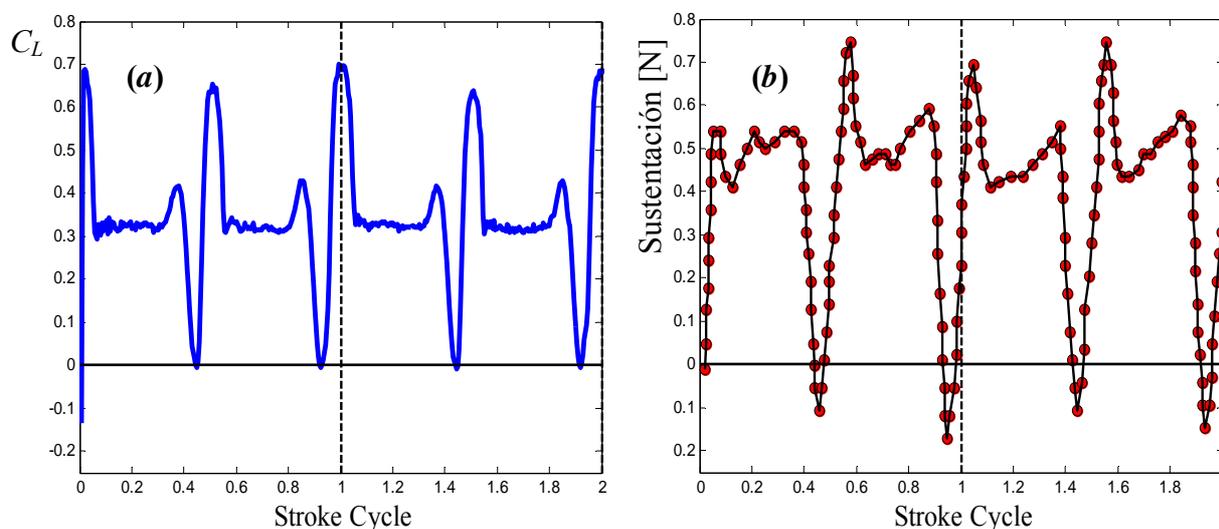


Figura 13: (a) Coeficiente de sustentación; (b) Fuerza de sustentación en Newtons [N] obtenida experimentalmente por Dickinson (2001).

6 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo, se presentó una herramienta computacional (en desarrollo) muy versátil, basada en una ampliación y modificación del método de red de vórtices inestacionario y no-lineal en su versión tridimensional. El código elaborado es flexible y permite el ingreso de diferentes patrones cinemáticos posibilitando, de esta manera, un estudio integral de la aerodinámica asociada a las alas batientes.

El modelo aerodinámico empleado permitió captar de manera satisfactoria la distribución

de vorticidad asociada a la sábana vorticosa adherida al ala, la distribución de vorticidad y forma de las estelas, y la interacción aerodinámica entre las estelas que se desprenden de las alas durante los ciclos de batimiento y entre las estelas y las alas.

Se utilizó exitosamente la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli para obtener la evolución temporal del coeficiente de sustentación, C_L . Si bien no se ha realizado una validación completa comparando cuantitativamente los resultados numéricos contra mediciones experimentales, los resultados presentados en la Sección 5.2 son más que alentadores.

Actualmente se está trabajando para incorporar al modelo aerodinámico el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque, y agregar un modelo de capa límite para captar los efectos viscosos y determinar de esta manera la importancia de los mismos.

Si bien el carácter de este trabajo es fundamentalmente cualitativo, permite demostrar que el modelo utilizado constituye un buen punto de partida para llegar a comprender de forma definitiva los mecanismos de vuelo utilizados por los insectos, como así también para combinar esta formulación con modelos de la dinámica estructural que permitan estudiar la aeroelasticidad del vuelo de insectos y aves pequeñas, y la aeroservoelasticidad de microvehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología.

REFERENCIAS

- Ansari, S.A., Żbikowski, R. and Knowles, K., Non-linear unsteady aerodynamics model for insect-like flapping wings in the hover. Part 2: implementation and validation. *Aerospace Engineering*, 220:169-186, 2006.
- Azuma, A., Okamoto, M. and Yasuda, K., Aerodynamics characteristics of wings at low Reynolds number. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:341-398, 2001.
- Baruh, H., *Analytical Dynamics*. McGraw Hill, 1999.
- Batchelor, G.K., *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1967.
- Caflich, R. and Orellana, O., "Singular Solutions and Ill-posedness of the Evolution of Vortex Sheets," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 20:417-430, 1989.
- Ceballos, L., Preidikman, S. y Massa, J., Herramienta computacional para simular el comportamiento aerodinámico de vehículos aéreos no tripulados con una configuración de alas unidas. *Mecánica Computacional*, 27:3169-3188, 2008.
- Dickinson, M., Solving the mystery of insect flight. *Scientific American*, 284(6):48-57, 2001.
- Dickinson, M.H., Lehmann, F.O. and Sane, S.P., Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science*, 284:1954-1960, 1999.
- Kane, T.R., *Dynamics*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968.
- Katz, J. and Plotkin, A., *Low-speed Aerodynamics*. 2nd Edition, Cambridge Aerospace Series, Cambridge, UK, 2005.
- Knowles, K., Micro air vehicles design studies, Department of Aerospace, Power and Sensors, Cranfield University, Defence Academy of the UK Shrivenham, England, 2005.
- Konstadinopoulos, P., Mook, D.T. and Nayfeh, A.H., A numerical method for general unsteady aerodynamics. AIAA-81-1877. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 19-21, Albuquerque, New Mexico, 1981.

- Krasny, R., "A study of singularity formation in a vortex sheet by the point-vortex approximation," *Journal of Fluid Mechanics*, 167:65–93, 1986.
- Lehmann, F.O. and Pick, S., The aerodynamic benefit of wing–wing interaction depends on stroke trajectory in flapping insect wings, *Journal of Experimental Biology*, 210:1362-1377, 2007.
- Majda, A. J. and Bertozzi, A. L., *Vorticity and incompressible flow*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002.
- Michelson, R.C. and Naqvi, M.A., Beyond biologically-inspired insect flight, *Low RE Aerodynamics on Aircraft Including applications in Emerging UAV Technology RTO-AVT von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture*, 2003.
- Moore, D. W., "The rolling up of a semi-infinite vortex sheet," *Proceedings of the Royal Society. Series A*, 345:417–430, 1975.
- Mueller, T.J. and Delaurier, J.D., An overview of micro air vehicle aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:1-10, 2001.
- Preidikman, S., Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems. *Ph.D. Dissertation*, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- Raney, D.L. and Slominski, E.C., Mechanization and control concepts for biologically inspired micro air vehicles. *Journal of Aircraft*, 41:1257-1265, 2004.
- Roccia, B.A., Preidikman, S. y Massa, J., Desarrollo de un Código Computacional para Simular y Analizar la Cinemática de Alas Batientes. *Mecánica Computacional*, 26:3224-3245, 2007.
- Roccia, B.A., Preidikman, S., y Massa, J., De la biología a los insectos robots: Desarrollo de un código computacional interactivo para estudiar la cinemática de alas batientes. *Mecánica Computacional*, 27:3041-3058, 2008.
- Sane, S., The aerodynamics of insect flight. *The Journal of Experimental Biology*, 206:4191-4208, 2003.
- Sane, S.P. and Dickinson M., The control of flight fore by a flapping wing: Lift and drag production. *The Journal of Experimental Biology*, 204:2607-2626, 2001.
- Shelley, M. J., "A study of singularity formation in vortex sheet motion by a spectrally accurate vortex method," *Journal of Fluid Mechanics*, 244:493–526, 1992.
- Shuster, M.D., A survey of attitude representations, *The Journal of the Astronautical Sciences*, 41(4):439-517, 1993.
- Singh, B., Ramasamy, M., Chopra, I. and Leishman, J.G., Experimental studies on insect-based flapping wings for micro hovering air vehicles. *Alfred Gessow Rotorcraft Center, Department of Aerospace Engineering, University of Maryland at College Park, MD 20742*, 2004.
- Weis-Fogh, T. and Jensen M., Biology and physics of locust flight: I. Basics principles in insects flight. A critical review. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 239:415-458, 1956.
- Zufferey, J.C., *Bio-inspired flying robots: Experimental synthesis of autonomous indoor flyers*. Taylor & Francis Group, CRC Press, 2008.