

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA RADIACIÓN TÉRMICA DE GASES NO GRISES EN UN MEDIO PLANO

**Daniel Rebollo**

*Instituto de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 Oeste, 5400,  
San Juan, Argentina, drebollo@unsj.edu.ar*

**Palabras Claves:** radiación, método de los volúmenes finitos, gases no grises, modelo de banda ancha.

**Resumen.** En este trabajo se ha simulado numéricamente el proceso de transferencia de calor por radiación térmica en una cavidad unidimensional de placas planas, infinitas y paralelas, rellena con un gas no gris que absorbe y emite radiación térmica. El gas no gris ha sido modelado con el Modelo Espectral de Banda Ancha y la ecuación de la transferencia radiante se ha resuelto por el Método de los Volúmenes Finitos.

Existen cinco escalas diferentes del número de onda para calcular la radiación desde un gas no gris. La mayor escala corresponde al modelo de gas gris, en el cual todo el espectro de la frecuencia se considera como un solo intervalo donde las propiedades se suponen constantes, siendo el coeficiente de absorción un valor medio del intervalo. El siguiente nivel en escala corresponde al modelo de suma ponderada de gases grises, en el cual cada componente de una mezcla de gases, como el aire, es modelado como un gas gris y la energía radiante total es la suma ponderada de cada componente. Este modelo conserva las características del modelo de gases grises, pero al considerar los componentes de la mezcla por separado, es posible obtener valores del coeficiente de absorción medio más precisos para cada componente. El tercer nivel de la escala de aproximación, esta formado por los modelos de banda ancha, en los cuales se considera que los contornos de cada banda de absorción no están definidos. Los intervalos del número de onda tienen una variación amplia y se encuentra comprendidos entre valores típicos de 100 a 1000  $\text{cm}^{-1}$ . El segundo nivel de escala más pequeña esta en el orden de 5 a 50  $\text{cm}^{-1}$ . En este nivel se encuentran los modelos conocidos como modelos de banda estrecha. En estos modelos (de banda estrecha y banda ancha) la ley de absorción de Beer ya no es válida debido a que las propiedades radiantes se consideran valores constante promediados en un intervalo finito de número de ondas. Finalmente, el menor nivel en escala decreciente corresponde al modelo línea a línea, donde los cálculos son efectuados en cada línea del espectro.

Se analizan distintas configuraciones térmicas formadas por perfiles de temperatura uniforme, parabólico y tipo capa límite, y diferentes dimensiones de la cavidad. Las superficies de la cavidad son opacas, grises, difusas e isotérmicas. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados, obtenidos con métodos más exactos. El análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

## 1 INTRODUCCIÓN

La transferencia de calor por radiación térmica que involucra gases moleculares es un fenómeno físico al cual el ingeniero debe enfrentarse muy a menudo. En algunos casos el ingeniero busca los efectos beneficiosos de la transferencia de calor radiante e intenta mejorarlos e incrementarlos. Tal es el caso de los generadores de vapor que queman combustibles sólidos para la producción de potencia, el tratamiento de calor industrial, hornos de fundición e industriales, etc. En tales casos es ventajoso que el proceso de transferencia de calor radiante se lleve a cabo sin la correspondiente transferencia de masa o momento que acompañan a la transferencia de calor convectiva turbulenta. Esto evita el calentamiento excesivo de las superficies, las que pueden ser mantenidas a temperaturas bajas sin una pérdida significativa de potencia o caída de presión. En otros casos la transferencia de calor por radiación térmica es un efecto no deseado contra el cual el ingeniero debe estar prevenido para minimizar sus efectos. Tal es el caso de las cámaras de combustión, reactores químicos y centrales nucleares donde la transferencia de calor radiante hacia las paredes es un efecto perjudicial, no deseado, que debe ser previsto por medio de un sistema de enfriamiento con aire, agua o refrigerantes especiales. Aun en otros casos, tales como incendios o accidentes de pérdidas de refrigerante en reactores nucleares, donde el proceso de transferencia de calor por radiación térmica esta fuera de control por parte del ingeniero, el debe conocer los mayores detalles del proceso de transferencia de calor radiante en gases moleculares con el objeto de entender el proceso y predecir su curso.

La radiación de calor desde un gas no debe ser considerada solamente como un simple medio de transferir energía radiante, sino como un medio de transferir información. De las mediciones de la radiación térmica se puede inferir información sobre la localización, extensión, composición y temperatura del volumen de gas molecular radiante. Esta información obtenida se puede usar para controlar procesos, alertas de incendio y contaminación atmosférica, sistemas de monitoreo, etc.

Además de los problemas en las áreas de la tecnología mencionados anteriormente, las cuales están en el campo directo de la ingeniería, existe un gran número de problemas que involucran gases moleculares en la atmósfera planetaria, la cual esta principalmente en el campo de la meteorología, la astronomía y la astrofísica. Finalmente, al analizar la extensión de un incendio, la dispersión de la contaminación y en el diseño de sistemas de calentamiento solar, pilas de enfriamiento y torres de enfriamiento, el ingeniero se enfrenta con la radiación de gases atmosféricos.

Hay un rasgo característico en la física de la radiación de un gas molecular que suma un elemento de complejidad el cual, a menudo, se ignora al tratar la transferencia de calor radiante entre superficies. Esta característica, la cual raramente se puede ignorar al tratar problemas de radiación desde un gas molecular, se conoce como selectividad espectral. La transferencia radiante característica desde una pared a menudo se describe, en forma satisfactoria, por un número simple, su emisividad. Este número simple puede ser usado para describir la emisión, absorción y la reflexión desde una pared aun que la distribución de la energía de los fotones pertenecientes al flujo radiante emitido e incidente difieran en algún grado. Por otro lado, las características de la transferencia radiante de un gas molecular raramente se pueden describir en forma satisfactoria con un valor simple del coeficiente de absorción o emisión. El comportamiento del gas es muy sensible a la distribución de la energía de los fotones o número de onda o longitud de onda pertenecientes a cada proceso de transferencia radiante que ocurre en el gas: transmisión, absorción y emisión. La longitud sobre la cual la radiación es atenuada por una función exponencial inversa puede variar desde

1 mm para números de ondas dentro de una banda con una absorción fuerte, hasta mucho más de 1 km en bandas débilmente absorbentes. Dentro de una misma banda puede haber variaciones del número de onda de uno o dos ordenes de magnitud. Para temperatura ambiente o mayores, el rango espectral de interés comprende al menos varios cientos de números de ondas.

De la descripción anterior, se puede apreciar que cualquier modelo ingenieril que intente retratar un gas molecular como gris, es decir, teniendo un coeficiente de absorción independiente del número de onda del fotón, tendría una utilidad muy limitada e incluso dudosa. La arbitrariedad al asignar un valor al coeficiente de absorción medio es extrema y los errores que se pueden cometer al usar esta aproximación pueden ser muy grandes. La idea de un gas gris ni siquiera es útil para obtener aproximaciones cualitativas al problema real.

Lo anteriormente expuesto justifica cualquier intento de desarrollar modelos ingenieriles que permitan tener en cuenta algunos aspectos fundamentales de las características físicas de la radiación desde gases moleculares. Esto permitiría obtener herramientas de análisis cualitativo y cuantitativo de la radiación térmica, las que pueden ser usadas en una gran variedad de áreas de la ingeniería. Por lo tanto, existe una gran necesidad de disponer de modelos matemáticos y códigos computacionales que puedan resolver los diferentes problemas que se presentan en la radiación térmica. Entre estos se encuentra la modelación de los gases reales como el dióxido del carbono  $\text{CO}_2$ , el vapor de agua  $\text{H}_2\text{O}$  y sus mezclas. Uno de los problemas importantes de la radiación de gas es la descripción de las propiedades radiativas de los gases reales o también llamados de gases no grises.

Los modelos usados al definir las propiedades radiantes de los gases de combustión en cálculos de radiación se pueden agrupar, en orden decreciente de complejidad, en tres grupos: (i) modelos espectrales línea a línea LBL, (ii) modelos espectrales de banda estrecha NBM y de banda ancha WBM y (iii) modelos globales como el Modelo de la Suma Ponderada de Gases Grises WSGGM y el modelo de gas gris GGM. Cada uno de estos modelos tiene sus propios méritos, defectos y áreas de aplicación. Históricamente el concepto más antiguo y más simple para predecir el comportamiento radiante de un gas es el modelo de gas gris GGM. Este asume que el coeficiente de absorción es constante en todo el rango de longitudes de ondas, por lo que se obtienen predicciones muy poco precisas comparadas con las obtenidas utilizando modelos más precisos.

En el modelo línea a línea la ecuación de la transferencia radiante se integra sobre el espectro molecular detallado del gas considerado, lo que requiere una cantidad enorme de cálculo, por lo que solo se usa solo en la determinación de soluciones benchmark. El modelo estadístico de banda estrecha SNBM es muy preciso en la predicción de la transferencia radiante en los gases a altas temperaturas. Este da la transmisividad espectral promediada sobre una banda estrecha de longitudes de ondas. El SNBM es difícil acoplar al método de solución de la ecuación de la transferencia radiante, tal como el método de los volúmenes finitos, donde se necesitan los valores del coeficiente de absorción espectral (monocromático) o su promedio sobre un intervalo de la longitud de onda. Además, la desventaja del modelo SNBM es que requiere un gran número de bandas, y por consiguiente, requiere mucho cálculo. El modelo de banda ancha WBM es una simplificación del modelo SNBM. En lugar de las líneas espectrales usa las bandas, requiere menos esfuerzo de cálculo y es razonablemente preciso. Este da la absorbancia de la banda ancha, mientras la solución de la ecuación de la transferencia radiante por el método de los volúmenes finitos opera con el coeficiente de absorción, espectral o promediado. Por tanto el WBM no puede ser fácilmente incorporado en el FVM. Además, el WBM requiere el conocimiento de la longitud del camino en el modelo así como los parámetros espectrales asociados con la longitud del camino.

Los modelos LBLM, SNBM y WBNM son modelos muy precisos para predecir el comportamiento de los gases reales cuando se los compara con los modelos grises, pero requieren una gran cantidad de cálculo numérico y tiempo de computadora. Esto es un inconveniente debido a que la modelación de las propiedades radiantes del gas real es solo una parte del problema de radiación completo. Este, además, suele ser una parte de un cálculo más complejo que involucra dinámica de fluidos, flujos turbulentos, reacciones químicas y fluidos de varias fases en geometrías tridimensionales complejas.

Teóricamente, los cálculos más precisos de transferencia de calor radiante en gases se obtienen con el modelo línea a línea LBLM. El principal problema es el gran tiempo de computación necesario y la obtención de datos de absorción molecular. Con las computadoras potentes, disponibles aun hoy en día, la tarea de calcular las propiedades radiantes de un gas usando el modelo línea a línea LBLM es una tarea que esta fuera de cualquier consideración a la hora de resolver problemas de ingeniería. Debido a que los cálculos usando el modelo línea a línea LBLM son económicamente prohibitivos de realizar y los resultados obtenidos con el modelo de banda estrecha NBM se comparan muy bien con los resultados obtenidos con el modelo línea a línea LBLM, los modelos de banda estrecha son generalmente usados como estándares de comparación. Los modelos de banda ancha WBM se muestran como los mas aptos para ser usados en la resolución de problemas de ingeniería ya que estos modelos exigen un compromiso aceptable entre calidad de resultados y esfuerzo computacional.

Existen varias versiones del WBM, en este trabajo se utiliza el Modelo Exponencial de Banda Ancha desarrollado por Edwards (1976) el cual se ha transformado en la variante más popular de los WBM debido a su buena precisión para predecir resultados.

A continuación se hará una breve revisión de los trabajos desarrollados con anterioridad en los que se analiza la transferencia radiante en una cavidad rellena con vapor de agua utilizando el EWBM.

En la década de los 80 Buckius (1982) analizó la transferencia de calor radiante en un medio plano absorbente no gris y anisotrópicamente dispersante donde los coeficientes de absorción y dispersión son calculados con el EWBM.

En los 90 Kim (1990) y Kim et al. (1991) aplicaron el Método de las Ordenadas Discretas DOM para resolver la transferencia radiante en un medio no gris, con un perfil de temperatura uniforme, parabólico y tipo capa límite, mediante el EWBM y NBM. Li et al. (1995) presentaron un nuevo procedimiento computacional para calcular los coeficientes de absorción espectrales basados en una combinación de los modelos WBM y NBM, dando el coeficiente de absorción como una función de la longitud de onda, temperatura, presión total y parcial de los gases. Lallemand y Weber (1996) presentaron un método para optimizar el cálculo de las propiedades radiantes espectrales utilizando el EWBM que, debido a su generalidad y los bajos requerimientos computacionales, lo hacen muy atractivo para ser incorporados en problemas de combustión. Lallemand, Sayre y Weber (1996) aplicaron nueve modelos, entre ellos el EWBM, para calcular la emisividad total de mezclas homogénea de dióxido de carbono y vapor de agua en el modelado de la combustión en un código computacional desarrollado para resolver problemas de dinámica de fluidos. Lee, Hollands y Raithby (1996) mostraron como la compleja función de distribución del coeficiente de absorción en un gas isotérmico, en cada una de las bandas de vibración – rotación, puede ser reemplazada por un conjunto de curvas suaves, las cuales pueden ser aproximadas mediante una función en escalón. En cada uno de estos escalones se calcula el intercambio radiante y, finalmente, el intercambio radiante total se obtiene como una sumatoria en todos los escalones. Los resultados fueron comparados con los obtenidos por el Método Línea a Línea LBLM. Kahn, Lawson y Tucker (1997) aplicaron el EWBM al cálculo del coeficiente de

absorción del dióxido de carbón en el rango de 600 a 2400 K dando muy buenos resultados. Marin y Buckius (1998a, 1998b y 1998c) presentaron una función de distribución acumulativa del coeficiente de absorción para un intervalo espectral de banda ancha donde las bandas dominantes son clasificadas en tres categorías dependiendo del número y de las interacciones de las transiciones vibracionales participantes en el intervalo espectral considerado. Cumber, Fairweather y Ledin (1998) aplicaron el EWBM a la solución computacional de problemas de dinámica de fluidos comparando las cantidades espectrales e integradas con datos experimentales y datos obtenidos con NBM. Maruyama y Guo (1999) aplicaron el modelo de emisión de rayos REM junto con el EWBM y el NBM para calcular el intercambio radiante en una caldera de forma compleja obteniendo variaciones en el cálculo del flujo de calor entre un 10% y un 40% cuando compararon resultados obtenidos con el EWBM y el NBM. Pierrot, Soufiani y Taine (1999) estudiaron la precisión de varios modelos de banda estrecha NBM y modelos globales WSGG, SLW aplicados a la transferencia radiante en una cavidad plana con diferentes perfiles de temperatura. Liu (1999), estudio la radiación térmica no gris en tres dimensiones usando el modelo SNB. La ecuación de la transferencia radiante promediada en una banda estrecha fue resuelta por el método de trazado de rayos RTM.

En el inicio del tercer milenio, Goutiere, Liu y Charette (2000) aplicaron varios métodos espectrales al cálculo de cinco configuraciones térmicas en una cavidad bidimensional, concluyendo que el EWBM da buenos resultados y es una muy buena opción para el modelado de gases reales en problemas multidimensionales. Marakis (2001) aplicó el EWBM al cálculo de la disipación radiativa y flujos de calor en las paredes en una serie de configuraciones planas conteniendo gases no homogéneos y no isotérmicos limitados por paredes reflectantes. Coelho (2002), simuló la transferencia radiante tridimensional para gases no grises usando el método de las ordenadas discretas y el método de la transferencia discreta DTM para resolver la ecuación de la transferencia radiante junto con los modelos de distribución-k correlacionado CK, SLW y WSGG para simular las propiedades radiantes de los gases efectuando comparaciones con los resultados publicados por Liu (1999), los cuales fueron usados como benchmark. Ströhle y Coelho (2002) aplicaron el EWBM a la modelación de la transferencia de calor radiante en cavidades rellenas con dióxido de carbono y vapor de agua resolviendo la ecuación de la transferencia radiante mediante formulaciones correlacionadas y no correlacionadas del Método de las Ordenadas Discretas DOM y el Método de Trazado de los Rayos RTM. Hostikka y McGrattan (2006) aplicaron el Método de los Volúmenes Finitos FVM para resolver la ecuación de la transferencia radiante policromática en un medio con poli-dispersión acoplando el EWBM y la teoría de dispersión anisotrópica de Mie a la simulación de incendios. He, Cheng y Buckius (2008) y presentaron un modelo para calcular la distribución acumulativa del coeficiente de absorción mediante el WBM, sus predicciones están en muy buena correspondencia con resultados obtenidos con el Método Línea a Línea LBLM en un rango de temperaturas desde 500 a 2500 K. He y Buckius (2008) presentaron un procedimiento preciso y computacionalmente eficiente para calcular los parámetros del WBM mediante un ajuste en serie de polinomios cuyos coeficientes de ajuste se determinaron con la función de distribución acumulativa y datos obtenidos con un espectroscopio de alta resolución obteniendo errores menores al 7%.

De la revisión de trabajos anteriormente expuesta se puede apreciar que el advenimiento de computadoras de escritorio más rápidas y con mayor capacidad de memoria ha permitido popularizar el EWBM transformándolo en el método estándar para calcular propiedades espectrales de gases en configuraciones térmicas y geométricas sencillas.

El objetivo de este trabajo fue desarrollar un código computacional para resolver la

ecuación de la transferencia radiante, mediante el método de los volúmenes finitos FVM, que tenga en cuenta el comportamiento espectral de los gases no grises mediante la incorporación del modelo exponencial de banda ancha EWBM, de bajo costo computacional y precisión aceptable, en cavidades planas rellenas con vapor de agua.

## 2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

### 2.1 Ecuación de la transferencia radiante espectral

La ecuación espectral de la transferencia radiante, en forma compacta, esta dada por (Brewster, 1992; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992)

$$\frac{dI_v(\vec{r}, \hat{s})}{ds} = -\beta_v(\vec{r})I_v(\vec{r}, \hat{s}) + S_v(\vec{r}, \hat{s}) \quad (1)$$

Esta ecuación indica que el cambio de la intensidad radiante  $I_v(\vec{r}, \hat{s})$  se efectúa a lo largo de la longitud  $ds$  y en una frecuencia  $\nu$  determinada. La ecuación simplemente establece que el cambio de intensidad a lo largo de un camino, o la acumulación de energía, es igual a la diferencia entre la energía ganada y la energía perdida. Aquí el término  $-\beta_v(\vec{r})I_v(\vec{r}, \hat{s})$  tiene en cuenta la atenuación y el término  $S_v(\vec{r}, \hat{s})$  el aumento.

El coeficiente de extinción  $\beta_v(\vec{r})$  se escribe como

$$\beta_v(\vec{r}) = \kappa_v(\vec{r}) + \sigma_v(\vec{r}) \quad (2)$$

En la ecuación (2)  $\kappa_v(\vec{r})$  es el coeficiente de absorción de energía radiante y  $\sigma_v(\vec{r})$  es el coeficiente de dispersión de la energía radiante. La función fuente de energía  $S_v(\vec{r}, \hat{s})$ , esta dado por

$$S_v(\vec{r}, \hat{s}) = \kappa_v(\vec{r})I_{bv}(\vec{r}) + \frac{\sigma_v(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I_v(\vec{r}, \hat{s}')\Phi_v(\hat{s}, \hat{s}')d\Omega' \quad (3)$$

El primer término en esta expresión,  $\kappa_v(\vec{r})I_{bv}(\vec{r})$  representa la emisión del gas, mientras que el segundo término tiene en cuenta la acumulación de energía radiante debido a la dispersión entrante desde todas las direcciones en el dominio,  $I_{bv}(\vec{r})$  representa la función de Plank y  $\Phi_v(\hat{s}, \hat{s}')$  es la función de dispersión.

La intensidad radiante  $I_v(\vec{r}, \hat{s})$  depende de la posición espacial  $\vec{r}$ , de la dirección angular  $\hat{s}$  y de la frecuencia  $\nu$ . Para una cavidad tridimensional la intensidad radiante depende de cinco variables espaciales  $I_v(x, y, z, \theta, \phi, \nu)$ , donde  $x, y, z$  son las coordenadas cartesianas del vector de posición  $\vec{r}$  y  $\theta, \phi$  son el ángulo polar y azimutal, respectivamente, que definen la dirección de la intensidad  $\hat{s}$ .

### 2.2 Ecuación de la transferencia de calor radiante total

La palabra *total* se usa aquí para enfatizar que las propiedades del gas (emisividad y absorptividad) se definen para el rango completo de longitudes de onda en lugar de un valor particular de longitud de onda. Las variables definidas para un valor específico de longitudes de onda se llaman variables monocromáticas o espectrales.

Las ecuaciones (1, 2 y 3) escritas para una frecuencia determinada deben ser integradas a lo largo de todo el espectro de frecuencias, resultando en:

$$\int_0^{\infty} \frac{dI_v(\vec{r}, \hat{s})}{ds} dv = \int_0^{\infty} [-\beta_v(\vec{r})I_v(\vec{r}, \hat{s}) + S_v(\vec{r}, \hat{s})] dv \quad (4)$$

Para simplificar el análisis en este trabajo solo se consideran los fenómenos de absorción y emisión y se desprecian los efectos de dispersión ( $\sigma_v = 0$ ) por lo que la ecuación (4) se reduce a:

$$\int_0^{\infty} \frac{dI_v(\vec{r}, \hat{s})}{ds} dv = \int_0^{\infty} -\kappa_v(\vec{r})I_v(\vec{r}, \hat{s}) dv + \int_0^{\infty} \kappa_v(\vec{r})I_{bv}(\vec{r}) dv \quad (5)$$

En la ecuación (5) las cantidades dentro de las integrales son reemplazadas por valores promedios a lo largo de todo el espectro de frecuencias, resultando en la forma total de la ecuación de la transferencia radiante:

$$\frac{d\bar{I}_v(\vec{r}, \hat{s})}{ds} = \bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_{bv}(\vec{r}) - \bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_v(\vec{r}, \hat{s}) \quad (6)$$

En la ecuación (6) la función de Plank  $I_{bv}(\vec{r})$  tiene una variación muy suave a lo largo del espectro por lo que puede ser escrita en la forma que se conoce como no correlacionada  $\bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_{bv}(\vec{r}) = \bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_{bv}(\vec{r}, \hat{s})$ . La intensidad radiante  $I_v(\vec{r})$  en cambio presenta fuertes correlaciones con el coeficiente de absorción  $\kappa_v(\vec{r})$  por lo que debe ser escrita en forma correlacionada  $\bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_v(\vec{r}) \neq \bar{\kappa}_v(\vec{r})\bar{I}_v(\vec{r}, \hat{s})$ .

Además de las intensidades radiantes y de las ecuaciones escritas anteriormente, cantidades y expresiones adicionales deben ser definidas. La radiación incidente proveniente de todas las direcciones (es decir, integrada sobre los  $4\pi$  radianes) en todo el espectro de frecuencias o longitudes de onda, esta dada por

$$G(\vec{r}) = \int_0^{\infty} G_v(\vec{r}) dv = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} I_v(\vec{r}, \hat{s}) d\Omega dv \quad (7)$$

El flujo de calor radiante en la dirección del vector unitario  $\hat{i}$  esta expresado como

$$q_i(\vec{r}) = \int_0^{\infty} q_{iv}(\vec{r}) dv = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} I_v(\vec{r}, \hat{s}) (\hat{s} \cdot \hat{i}) d\Omega(\vec{r}) dv \quad (8)$$

El termino fuente – sumidero de radiación para un medio no gris absorbente, emisor y dispersante esta dado por

$$\kappa_v(\vec{r}) \int_{4\pi} [I_v(\vec{r}, \hat{s}) - I_{bv}(\vec{r})] d\Omega \quad (9)$$

El primer término bajo la integral en la ecuación (9) es la radiación incidente y el segundo término es la emisión debida a la temperatura del gas, o radiación del cuerpo negro.

Si el coeficiente de absorción  $\kappa_v(\vec{r})$  no depende de la posición  $\vec{r}$ , entonces

$$\kappa_v(\vec{r}) = \kappa_v \quad (10)$$

De esta forma, la ecuación (9) es puede escribir como

$$\kappa_v \left[ \int_{4\pi} I_v(\vec{r}, \hat{s}) d\Omega - \int_{4\pi} I_{bv}(\vec{r}) d\Omega \right] \quad (11)$$

La primera integral entre los corchetes de la ecuación (11) es la radiación incidente dada por la ecuación (7) como  $G_v(\vec{r})$ . En la segunda integral, puesto que el termino  $I_{bv}(\vec{r})$

(representando la radiación del cuerpo negro el cual puede ser expresado, según la ley de Stefan-Boltzmann, como  $\sigma T^4$ ) no depende de las direcciones  $\Omega$ , luego de ser integrada puede ser escrita como

$$\int_{4\pi} I_{bv}(\vec{r})d\Omega = I_{bv}(\vec{r})\int_{4\pi}d\Omega = 4\pi I_{bv}(\vec{r}) \quad (12)$$

Luego de estas transformaciones, el termino fuente – sumidero, ecuación (11), se puede expresar como

$$\kappa_v[G_v(\vec{r}) - 4\pi I_{bv}(\vec{r})] \quad (13)$$

La ecuación (13) con el signo negativo, como se la acostumbra a considerar en la literatura, es la divergencia del flujo de calor radiante espectral, designada por  $\nabla \cdot q_v$ ,

$$\nabla \cdot q_v = \kappa_v[4\pi I_{bv}(\vec{r}) - G_v(\vec{r})] \quad (14)$$

La divergencia del flujo de calor radiante total se obtiene integrando la ecuación (14) en todo el espectro de frecuencia,

$$\nabla \cdot q = \int_0^\infty \nabla \cdot q_v dv = \int_0^\infty \kappa_v[4\pi I_{bv}(\vec{r}) - G_v(\vec{r})]dv \quad (15)$$

### 2.3 Modelo Exponencial de Banda Ancha

A continuación se da una muy breve descripción del EWBM, información más detallada se puede encontrar en Edwards (1976), en Modest (1992) y en Brewster (1992).

El EWBM se basa en que la absorción y la emisión gaseosa infrarroja generalmente está concentrada dentro de múltiples bandas resultantes de cambios en la energía almacenada por las moléculas entre a los diferentes modos vibracionales. Los cambios de energía entre a los modos rotacionales conduce a un gran numero de líneas espectrales dentro de cada banda. El conocimiento de la posición, forma e intensidad de cada una de estas líneas es muy importante en el LBLM pero, en el EWBM, esta información tan detallada no es de utilidad. En el EWBM la intensidad de las líneas se aproxima por una función que decrece exponencialmente. Las propiedades radiantes se obtienen especificando tres parámetros que caracterizan la banda de absorción dada, la intensidad integrada de banda  $\alpha$ , la relación de ancho medio de la línea al espaciado  $\beta$  y el ancho de banda  $\omega$ . Estos parámetros son, en general, función de la temperatura y deben ser determinados experimentalmente. La relación de la intensidad media de la línea al espaciado espectral entre líneas  $S/d$  esta dado por una función exponencial simple, dependiendo si se usa el límite inferior  $\nu_l$ , el límite superior  $\nu_u$  o el centro de la banda  $\nu_c$  para prescribir la posición de la cabeza de la banda:

$$\begin{array}{ccc} \text{límite superior} & \text{límite inferior} & \text{centro de la banda} \\ S/d = (\alpha/\omega)e^{-(\nu_u - \nu)/\omega} ; & S/d = (\alpha/\omega)e^{-(\nu - \nu_l)/\omega} ; & S/d = (\alpha/\omega)e^{-2|\nu_c - \nu|/\omega} \end{array} \quad (16)$$

$$\alpha \equiv \int_0^\infty \kappa_v dv = \int_0^\infty (S/d)_v dv \quad (17)$$

La absorción de una banda esta dada por:

$$A(x, \nu) = \int_{\nu_L}^{\nu_U} (1 - \tau_\nu) d\nu = \int_0^\infty \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{-(S/d)x}{\left[ 1 + (S/d)x/\eta \right]^{1/2}} \right] \right\} d(\nu_0 - \nu) \quad (18)$$

$$\beta = \pi\gamma_0/d \quad ; \quad \eta = \beta p_e \quad ; \quad x = \rho L \quad ; \quad p_e = \left\{ \frac{p}{p_0} [1 + (b-1)f] \right\}^n$$

La cantidad  $\nu_0$  es la constante vibracional que fija la posición de la banda. Los parámetros de la banda  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\omega$  son funciones de la temperatura y la presión y se determinan considerando la mecánica cuántica de las moléculas del gas. El coeficiente  $b$  es la relación entre el ensanchamiento propio y el ensanchamiento exterior y  $n$  es un factor empírico de ajuste obtenido del análisis experimental. La transmitancia de la banda se obtiene usando una absorción de banda adimensional  $A^* = A/\omega$  y un espesor óptico máximo en la cabeza de la banda  $\kappa_H = \alpha x/\omega$  como

$$\tau_\nu = \frac{\kappa_H}{A^*} \frac{dA^*}{d\kappa_H} \quad (19)$$

Esta transmitancia de banda se usa para evaluar el coeficiente de absorción de cada banda en el análisis del modelo de banda ancha.

## 2.4 Discretización de la ecuación de la transferencia radiante

La ecuación de la transferencia radiante (1) se debe integrar tanto en el volumen espacial como en el angular (Chai, 1994; Chui, 1990), es decir:

$$\int_{V_P} \int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \nabla i_P^l) d\omega dV = \int_{V_P} \int_{\omega^l} (-\beta i_P^l + S_P^l) d\omega dV \quad (20)$$

Del teorema de Gauss se obtiene:

$$\int_S \int_{\omega^l} i_S^l (\mathbf{s}^l \cdot d\mathbf{S}) d\omega = \int_{V_P} \int_{\omega^l} (-\beta i_P^l + S_P^l) d\omega dV \quad (21)$$

El lado izquierdo de la ecuación (20) se puede reemplazar por una sumatoria de integrales a lo largo de las caras del volumen de control  $P$ . El lado derecho de la ecuación (20) corresponde a una doble integral de una función escalar, por lo que se puede escribir que:

$$\sum_f \int_f \int_{\omega^l} i_f^l (\mathbf{s}^l \cdot d\mathbf{S}_f) d\omega = (-\beta i_P^l + S_P^l) \omega^l V_P \quad (22)$$

Recordando que el valor de  $i_f^l$  prevalece a lo largo de toda la cara del volumen de control, se puede escribir que:

$$\sum_f i_f^l \int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \mathbf{S}_f) d\omega = (-\beta i_P^l + S_P^l) \omega^l V_P \quad (23)$$

La función fuente  $S_P^l$  se calcula como:

$$S_p^l = \kappa i_{bp} + \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{k=1}^{n_d} i_p^k \bar{\Phi}^{lk} \omega^k \quad (24)$$

En la ecuación (24)  $\bar{\Phi}^{lk}$  es la energía promedio dispersada desde el ángulo de control  $k$  hacia el ángulo de control  $l$ , la cual se calcula como:

$$\bar{\Phi}^{lk} = \frac{\int_{\omega_k} \int_{\omega_l} \Phi(\mathbf{s}^k, \mathbf{s}^l) d\omega^k d\omega^l}{\omega^k \omega^l} \quad (25)$$

Llamando a la integral sobre el ángulo sólido de la ecuación (25) como:

$$\int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \mathbf{S}_f) d\omega = D_f^l A_f \quad (26)$$

En la ecuación (25)  $A_f$  es el valor del área de la cara y  $D_f^l$  es la integral en el ángulo sólido del producto escalar entre la dirección del haz y la normal unitaria exterior a la cara. Finalmente, se obtiene la ecuación discreta de la transferencia radiante:

$$\sum_f i_f^l D_f^l A_f = (-\beta i_p^l + S_p^l) \omega^l V_p \quad (27)$$

Para resolver la vinculación entre los valores de la intensidad radiante en el centro del volumen de control  $i_p^l$  y sus valores en las caras del volumen de control  $i_f^l$  se utiliza el esquema Step, idéntico al esquema UpWind usado en convección. Para la determinación de la intensidad en la cara del volumen de control es necesario analizar el producto escalar entre la dirección del haz y la normal exterior a la cara, el cual está representado por el coeficiente  $D_f^l$ , resultando:

$$i_f^l = \begin{cases} = i_p^l & \text{para } D_f^l \geq 0 \\ = i_N^l & \text{para } D_f^l < 0 \end{cases} \quad (28)$$

Finalmente, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas para cada dirección, que al ser resuelta, proporciona el campo de intensidades de radiación:

$$a_p^l i_p^l + \sum_N a_N^l i_N^l = R_p^l \quad (29)$$

## 2.5 Condición de frontera para una superficie difusa, opaca y gris

En este trabajo solo se consideran superficies radiantes sólidas, grises, opacas, difusas e isotérmicas. La condición de borde para esta situación se puede escribir como (Chai, 1994; Chui, 1990; Kim, 1990). La condición de frontera para una superficie opaca y difusa, dada en la forma de la intensidad de frontera, esta dada por:

$$i_w^l = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (30)$$

El primer término del lado derecho de esta ecuación es la emisión debida a la temperatura de la superficie, la así llamada radiación del cuerpo negro. El segundo término representa la reflexión de la intensidad entrante. La energía radiante que abandona una superficie opaca difusa es precisamente la suma de estos dos efectos. El subíndice  $w$  representa la pared,  $\varepsilon$  es la

emisividad,  $\rho$  la reflectividad,  $i_b$  es la intensidad de radiación del cuerpo negro, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared, y  $H$  es la irradiación hemisférica, es decir, el flujo de calor radiante incidente en la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi} \quad (31)$$

$$H_w = \int_{s^k \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w^k |s^k \cdot \mathbf{n}_w| d\omega^k \quad (32)$$

En la ecuación (32)  $n$  es la normal unitaria a la pared. Esta ecuación muestra que la radiación que abandona la superficie radiante tiene dos componentes, la emisión debida al estado térmico de la superficie y la parte reflejada de la intensidad incidente sobre la superficie.

Nº	$\eta_c[\text{cm}^{-1}]$	$\eta_l[\text{cm}^{-1}]$	$\eta_u[\text{cm}^{-1}]$	$\Delta v$	$A(x, \eta)$	$\tau_\eta$	$1-\tau_\eta$	$\kappa_\eta$
1	0.00	140.00	875.51	735.51	630.79	0.1424	0.8576	20.5189
2	6.30	1242.80	1957.20	714.40	370.53	0.4813	0.5187	7.6965
3	2.70	3380.16	4139.84	759.69	367.99	0.5156	0.4844	6.9729
4	1.87	5194.06	5505.94	311.88	64.98	0.7917	0.2083	2.4592
5	1.38	7094.55	7405.45	310.91	50.62	0.8372	0.1628	1.8707

Tabla 1: Datos de las bandas espectrales correspondientes al vapor de agua calculados con el EWBM.

Perfil de temperatura	$L_x$ [m]	Rebollo	Rebollo (2008)	Kim (1990)			
				CNBM		NCNBM	NCWBM
				EWBM	WSGGM	PL	MBL
Uniforme	0.1	15.244	14.187	14.72	15.58	14.06	15.24
		3.56%	3.62%	0.00%	5.84%	4.48%	3.53%
	0.5	23.943	21.688	25.52	26.53	23.85	23.94
		6.18%	15.02%	0.00%	3.96%	6.54%	6.19%
	1.0	26.982	24.922	29.94	30.95	27.79	26.98
		9.88%	16.76%	0.00%	3.37%	7.18%	9.89%
Parabólico	0.05	10.615	8.938	8.73	9.34	9.48	10.62
		21.59%	2.38%	0.00%	6.99%	8.59%	21.65%
Capa Límite	0.2	260.858	269.676	263.63	263.31	264.66	260.86
		1.05%	2.29%	0.00%	0.12%	0.39%	1.05%

Tabla 2: Flujo de calor neto en las paredes de la cavidad (KW / m<sup>2</sup>) y error relativo correspondiente.

En todos los problemas analizados en este trabajo, se supone que las superficies de la cavidad son opacas, grises y difusas. La rugosidad de la superficie y la deposición de productos de la combustión hacen que esta suposición sea válida en muchas aplicaciones de la ingeniería.

### 3 DETALLES NUMÉRICOS

La ecuación de la transferencia radiante, ecuación (6), se resuelve por el método de los volúmenes finitos, el cual ha sido extensamente usado para resolver problemas de transporte radiante (Raithby y Chui, 1990; Chui y Raithby, 1993; Chai, Lee y Patankar, 1994; Chai,

Parthasarathy, Lee y Patankar, 1995; Kim y Beak, 1997; Gonçalves y Coelho, 1997).

El dominio espacial ha sido discretizado en 100 volúmenes de control para la coordenada espacial  $x$  en la dirección normal a la placa unidimensional, y el dominio angular ha sido discretizado en 90 direcciones polares con independencia azimutal.

Perfil de temperatura	$L_x$ [m]	Rebollo	Rebollo (2008)	Kim, Menart y Lee (1991)				Soufani, Hartmann y Taine (1985)	
				NBM		WBM		NBM	WBM
				EWBM	WSGGM	NG	G	NG	G
Uniforme	0.1	15.244 6.60%	14.187 0.79%	14.3 0.00%	14.0 2.10%	14.4 0.70%	14.1 1.40%	14.2 0.70%	14.3 0.00%
	1.0	26.982 4.32%	24.922 11.62%	28.2 0.00%	27.7 1.77%	27.6 2.13%	26.3 6.74%	28.1 0.35%	27.4 2.84%
Parabólico	0.4	8.678 29.52%	6.212 7.28%	6.7 0.00%	8.0 19.40%	6.6 1.49%	8.1 20.90%	6.8 1.49%	6.5 2.99%
Capa Límite	0.2	260.858 5.96%	269.676 2.78%	277.4 0.00%	278.5 0.40%	277.0 0.14%	281.7 1.55%	277.7 0.11%	276.7 0.25%

Tabla 3: Flujo de calor neto en las paredes de la cavidad ( $KW / m^2$ ) y error relativo correspondiente.

Perfil de temperatura	$L_x$ [m]	Rebollo	Rebollo (2008)	Liu, Gulder, Smallwood y Ju (1998)			
				EWBM	WSGGM	CNBM	NCNBM
Uniforme	0.1	15.244 7.35%	14.187 0.09%	14.2 0.00%	17.6 23.94%	14.1 0.70%	17.6 23.94%
	1.0	26.982 10.95%	24.922 17.75%	30.3 0.00%	34.0 12.21%	29.9 1.32%	34.0 12.21%
Capa Límite	0.2	260.858 3.92%	269.676 0.67%	271.5 0.00%	270.9 0.22%	272.8 0.48%	270.7 0.29%

Tabla 4: Flujo de calor neto en las paredes de la cavidad ( $KW / m^2$ ) y error relativo correspondiente.

En este trabajo se ha utilizado el esquema de interpolación conocido como *step*, análogo al esquema *upwind* utilizado en dinámica de fluidos computacional, donde el valor de la cantidad física en la frontera del volumen de control aguas abajo se toma igual al del centro del volumen de control aguas arriba.

El proceso de cálculo de la intensidad de radiación térmica  $I_p^l$  se repite para cada dirección y cada volumen de control hasta que se satisface la condición de convergencia

$$\frac{\left| (I_p^l)^{n+1} - (I_p^l)^n \right|}{(I_p^l)^n} \leq 10^{-5} \quad (31)$$

Donde  $n$  es el índice de actualización de  $I_p^l$  en el proceso de cálculo.

#### 4 CONFIGURACIONES GEOMÉTRICAS Y TÉRMICAS

Se estudia una cavidad unidimensional compuesta de dos placas planas, infinitas, paralelas y separadas una longitud  $L_x$ , la cavidad está rellena con vapor de agua a la presión atmosférica y las superficies de la cavidad son opacas, grises y difusas.

Para la cavidad unidimensional se han considerado tres configuraciones térmicas diferentes

compuestas de (i) un perfil de temperatura constante,  $T_g = 1000$  K, con emisividades  $\varepsilon_o = \varepsilon_e = 1.0$  y temperaturas  $T_o = T_e = 0$  K, en las paredes, y tres longitudes  $L_x = 0.1, 0.5$  y  $1.0$  m; (ii) dos perfiles de temperatura parabólicos, (iia) perfil utilizado por Kim (1990) con temperaturas en  $T(l = 0) = T(l = 1) = 400$  K y  $T(l = 0.5) = 1111$  K y  $L_x = 0.05$  m, y (iib) el perfil utilizado por Kim, Menart y Lee (1991) con temperaturas en  $T(l = 0) = T(l = 1) = 400$  K y  $T(l = 0.5) = 900$  K y  $L_x = 0.4$  m, en ambos casos con emisividades  $\varepsilon_o = \varepsilon_e = 0.99$  y temperaturas  $T_o = T_e = 0$  K en las paredes; (iii) un perfil tipo capa límite con  $T(l = 0) = 1500$  K y  $T(l = 1) = 300$  K,  $\varepsilon_o = \varepsilon_e = 1.0$  y temperaturas  $T_o = 1500$  y  $T_e = 300$  K y  $L_x = 0.2$  m, donde  $l$  es una coordenada local adimensional,  $l = x/L_x$ .

Perfil de temperatura	$L_x$ [m]	Rebollo	Rebollo (2008)	Liu, Smallwood y Gülder (2000)				
				EWBM	WSGGM	SNBM	SNBCKM <sub>7</sub>	SNBCKM <sub>4</sub>
Uniforme	0.1	15.244 7.35%	14.187 0.09%	14.2 0.00%	14.0 1.41%	14.3 0.70%	14.5 2.11%	14.7 3.52%
	1.0	26.982 10.95%	24.922 17.75%	30.3 0.00%	30.0 0.99%	30.6 0.99%	31.2 2.97%	31.7 4.62%
Capa Límite	0.2	260.858 3.92%	269.676 0.67%	271.5 0.00%	271.3 0.07%	271.3 0.07%	271.5 0.00%	272.4 0.33%

Tabla 5: Flujo de calor neto en las paredes de la cavidad (KW / m<sup>2</sup>) y error relativo correspondiente.

Perfil de temperatura	$L_x$ [m]	Rebollo	Rebollo (2008)	Marakis (2001)						
				SNBM Malkmus		SNBM Goody LMRT		SNBM Goody HLST		EWBM Edwars
				C	NC	C	NC	C	NC	C
Uniforme	0.1	15.244 7.35%	14.187 0.09%	14.2 0.00%	16.7 17.61%	13.7 3.52%	18.2 28.17%	15.1 6.34%	16.8 18.31%	14.6 2.82%
	1.0	26.982 3.98%	24.922 11.31%	28.1 0.00%	31.1 10.68%	28.5 1.42%	34.1 21.35%	29.0 3.20%	31.2 11.03%	27.6 1.78%
Parabólico	0.4	8.678 15.71%	6.212 17.17%	7.5 0.00%	8.6 14.67%	7.6 1.33%	9.7 29.33%	7.7 2.67%	8.5 13.33%	6.9 8.00%
Capa Límite	0.2	260.858 6.20%	269.676 3.03%	278.1 0.00%	277.6 0.18%	276.0 0.76%	275.4 0.97%	277.6 0.18%	277.3 0.29%	272.6 1.98%

Tabla 6: Flujo de calor neto en las paredes de la cavidad (KW / m<sup>2</sup>) y error relativo correspondiente.

Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas. La descripción detallada de las configuraciones estudiadas y reproducidas en este trabajo, se puede encontrar en los trabajos de Kim (1990), Kim, Menart y Lee (1991), Liu (1999), Coelho (2002) y Trivic (2004).

Los parámetros espectrales necesarios para el cálculo fueron obtenidos de Edwars (1976) los cuales son reproducidos por Modest (1992) y Brewster (1992).

## 5 RESULTADOS Y DISCUSIONES

La tabla 1 muestra los parámetros calculados para las cinco bandas espectrales que posee el vapor de agua. En ella se muestran la posición del centro de la banda expresada en función del número de onda  $\eta$ , el límite inferior de la banda  $\eta_l$ , el límite superior de la banda  $\eta_u$ , el ancho de la banda  $\Delta\eta$ , la absortancia de la banda  $A(x, \eta)$  calculada con la ecuación (18), la transmitancia de la banda  $\tau_\eta$  calculada con la ecuación (19) y el coeficiente de absorción de la

banda  $\kappa_{\eta}$ .

En las tablas 2 a 6 se muestran los resultados de los flujos de calor en las paredes de la placa plana, calculados con la ecuación (8) para todas las configuraciones térmicas estudiadas, junto con los publicados por diferentes autores. Además, se han incorporado los resultados obtenidos en un trabajo anterior (Rebollo, 2008) con el Modelo de la Suma Ponderada de Gases Grises WSGGM. También se han incorporado los errores relativos, para lo cual se han elegido los métodos más precisos como referencia, indicados con 0.0%.

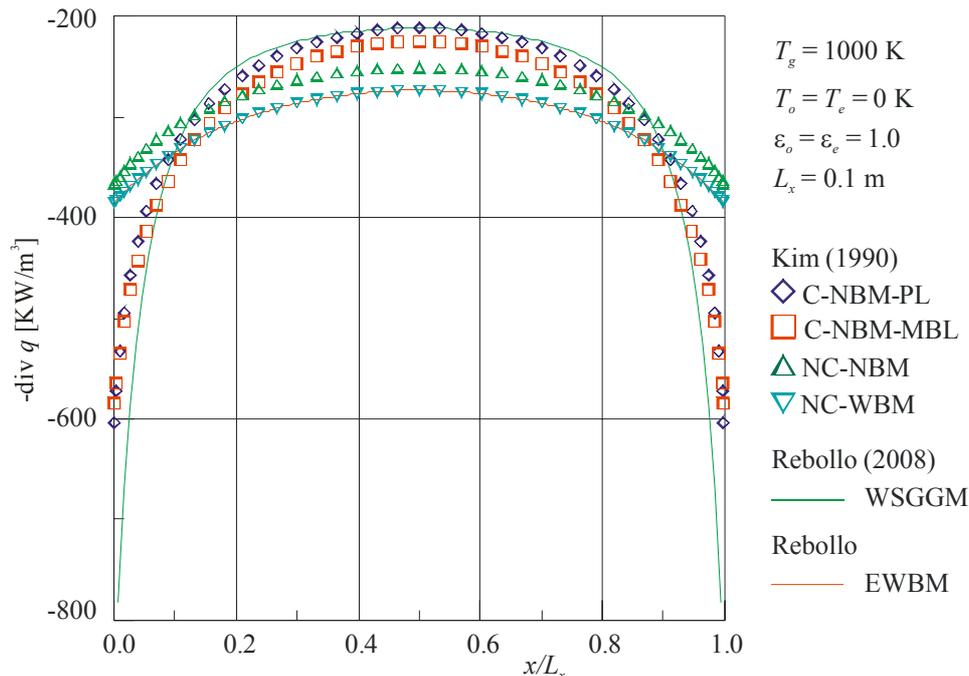


Figura 1: Fuente radiante de calor para el perfil de temperatura uniforme y  $L_x = 0.1$ .

La tabla 2 corresponde a los resultados publicados por Kim (1990) obtenidos con los modelos espectrales de banda estrecha correlacionados CNBM y no correlacionados NCNBM y banda ancha no correlacionados NCWBM. Los resultados más precisos corresponden al modelo de banda estrecha correlacionado CNBM y longitud de camino PL. Comparando los resultados obtenidos en este trabajo con el EWBM con los de Kim, obtenidos con el CNBM, se advierte que para el perfil de temperatura uniforme se obtienen errores del 3.56%, 6.18% y 9.88% para  $L_x = 0.1$ , 0.5 y 1.0 m respectivamente, del 21.59% para el perfil de temperatura parabólico y del 1.05% para el perfil tipo capa límite. Se aprecia, además, que estos resultados coinciden perfectamente con los obtenidos por Kim con una variante no correlacionada del modelo de banda ancha NCWBM utilizando la longitud media de camino MBL. Si se compara con la versión no correlacionada del modelo de banda estrecha NCNBM con longitud de camino media MBL se aprecia errores similares para el perfil de temperatura uniforme, levemente superior para el perfil de capa límite y notablemente superior para el perfil parabólico.

En la Tabla 3 se muestran los resultados publicados por Kim, Menart y Lee (1991), quienes incluyeron resultados publicados Soufani, Hartmann y Taine (1985), obtenidos con el método de las Ordenadas Discretas DOM, combinados con los modelos espectrales de banda estrecha NBM y banda ancha WBM, gris G y no gris NG, respectivamente. Comparando los

resultados con los datos mas precisos de Kim correspondiente al NBM-NG, se observa que para el perfil de temperatura uniforme se obtienen errores del 6.60% y 4.32% para  $L_x = 0.1$  y 1.0 m respectivamente, del 29.52% para el perfil parabólico y del 5.96% para el perfil de capa límite. Si se los compara con los resultados de Kim correspondiente al WBM-G, de similar precisión el EWBM utilizado en este trabajo, se advierten que los errores son similares pero superiores a los mostrados por Soufani, Hartmann y Taine (1985) obtenidos con el WBM-G, fundamentalmente en el perfil de temperatura parabólico.

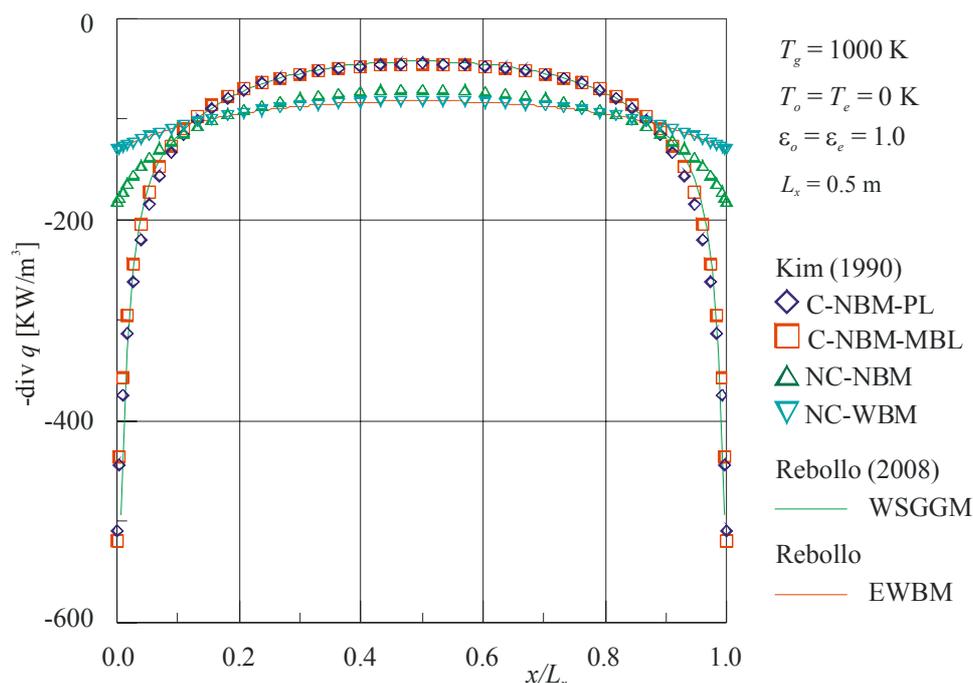


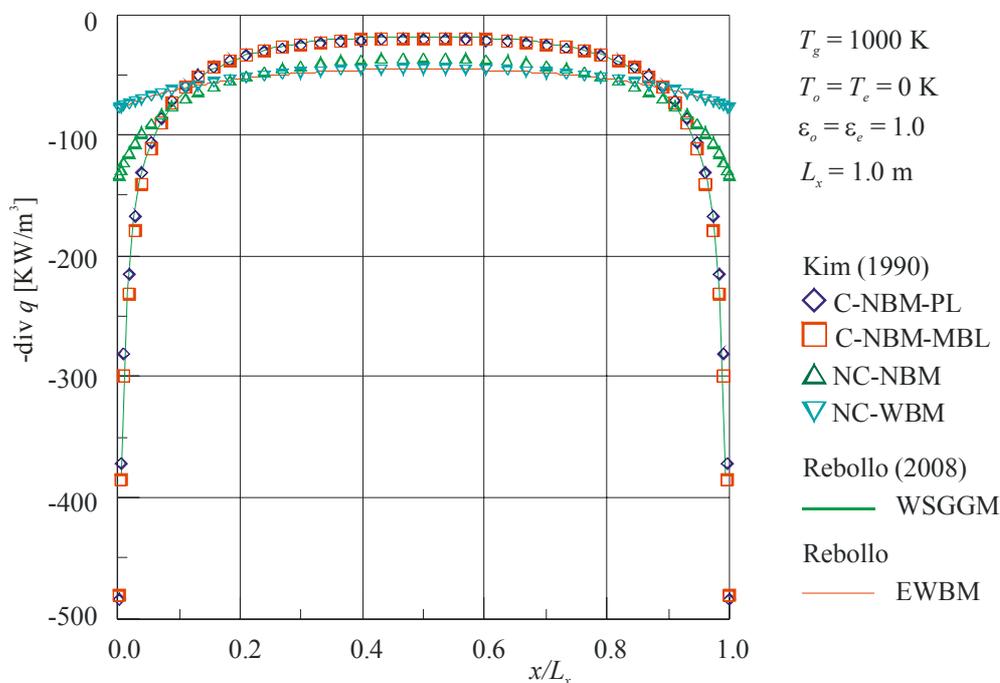
Figura 2: Fuente radiante de calor para el perfil de temperatura uniforme y  $L_x = 0.5$ .

En la Tabla 4 se presentan los resultados obtenidos en este trabajo junto a los publicados por Liu, Gulder, Smallwood y Ju (1998), quienes resolvieron la ecuación de la transferencia radiante, ecuación (6), con dos métodos diferentes, Traceado de los Rayos RTM y Ordenadas Discretas DOM, combinados con el método espectral de banda estrecha correlacionado CNBM y no correlacionado NCBM y dos variantes de este, el NBM-GG y el NBM-GL, donde el coeficiente de absorción  $\bar{\kappa}_v$  medio se calcula en forma global y local respectivamente. Comparando los resultados con los datos mas precisos de Liu correspondiente al CNBM, se observa que para el perfil de temperatura uniforme se obtienen errores del 7.35% y 10.95% para  $L_x = 0.1$  y 1.0 m respectivamente, y del 3.92% para el perfil de capa límite.

En la Tabla 5 se presentan los resultados publicados por Liu, Smallwood y Gulder (2000) obtenidos con dos variantes del método de banda estrecha, el estadístico SNBM y el método estadístico k-correlacionado SNBCKM, con diferentes niveles de cuadraturas aplicadas al Método de las Ordenadas Discretas DOM, indicadas en el subíndice. Comparando con los datos mas precisos de Liu, correspondiente al SNBM, se observa que para el perfil de temperatura uniforme se obtienen errores del 7.35% y 10.95% para  $L_x = 0.1$  y 1.0 m respectivamente, y del 3.92% para el perfil de capa límite, idénticos a los errores dados en la

Tabla 4.

En la Tabla 6 se presentan los resultados publicados por Marakis (2001) obtenidos con tres variantes del método estadístico de banda estrecha SNBM, la de Malkmus, correlacionado C y no correlacionado NC, y la de Goody con sus variantes LMRT y HLST correlacionados C y no correlacionados NC, y el método exponencial de banda ancha correlacionado CEWBM de Edwards. Comparando con los datos más precisos de Marakis, dados por la variante de Malkmus correlacionada, se advierte que para el perfil de temperatura uniforme se obtienen errores del 7.35% y 3.98% para  $L_x = 0.1$  y  $1.0$  m respectivamente, del 15.71% para el perfil de temperatura parabólico y del 6.20% para el perfil tipo capa límite. Si se los compara con los obtenidos por Marakis con el EWBM C, recordando que la versión del EWBM utilizada en este trabajo es no correlacionada NC, se obtienen errores superiores. Si se los compara con las versiones no correlacionadas del SNBM NC, se advierten errores muy inferiores para el perfil de temperatura uniforme, similares para el perfil parabólico y superiores para el perfil de capa límite.

Figura 3: Fuente radiante de calor para el perfil de temperatura uniforme y  $L_x = 1.0$ .

Del análisis de resultados mostrados en las tablas 2 a 6 se puede concluir que se obtienen errores máximos del 7.35 %, 6.18 % y del 11.62 % para el perfil de temperatura constante con  $L_x = 0.1$  ,  $0.5$  y  $1.0$  m respectivamente, del 29.52% para los perfiles parabólicos y del 6.20% para el perfil de capa límite. Los resultados, en general, son buenos teniendo en cuenta que se están comparando con resultados obtenidos por modelos espectrales más precisos que requieren un mayor esfuerzo de cálculo. Además, los diferentes autores muestran errores similares al utilizar modelos de precisión similar a la del EWBM NC utilizado en este trabajo.

En las figuras 1 a 5 se muestran la distribución de la fuente de calor o divergencia  $\nabla \cdot q_{tot}$  calculada con la ecuación (15), y en las figuras 6 a 8 la distribución del flujo de calor  $q_{x,tot}$  calculado con la ecuación (8). Como Kim (1990) publicó sus resultados en forma gráfica y

tabular, estos resultados, obtenidos con los modelos espectrales ya descriptos en los comentarios pertinentes a la tabla 2, se incluyen también en las figuras 1 a 5.

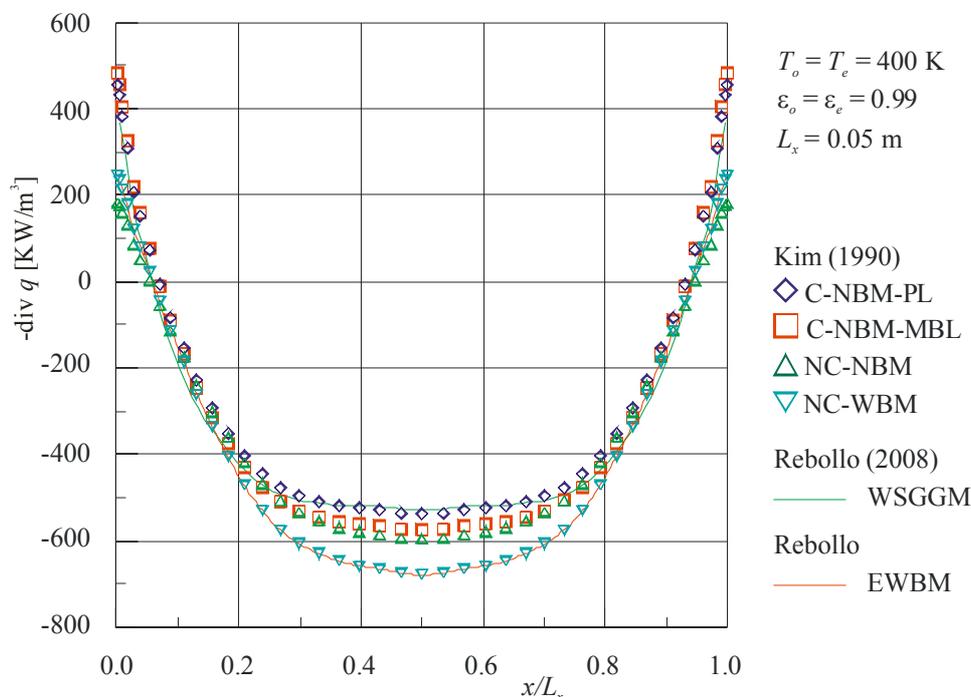


Figura 4: Fuente radiante de calor para el perfil de temperatura parabólico.

En las figuras 1 a 3, correspondientes al perfil de temperatura uniforme, se observa que los resultados obtenidos en este trabajo con el modelo exponencial de banda ancha EWBM, siguen perfectamente los resultados de Kim (1990) obtenidos con el modelo espectral de banda ancha no correlacionado NC-WBM a lo largo de toda la cavidad. Cuando se los comparan con los resultados no correlacionados del modelo de banda estrecha NC-NBM se observa que son menores para  $L_x = 0.1 \text{ m}$  a lo largo de toda la cavidad, figura 1, pero para  $L_x = 0.5$  y  $1.0 \text{ m}$ , figura 2 y 3, solo conservan ese comportamiento en el centro de la cavidad entre las coordenadas 0.2 y 0.8, pero los superan en los extremos de la cavidad junto a las paredes, siendo las diferencias en los extremos superiores a las diferencias en el centro de la cavidad. Si se los compara con los resultados de Kim obtenidos con los modelos C-NBM, PL y MBL, se observan valores inferiores en el centro de la cavidad, entre las coordenadas 0.1 y 0.9, y valores superiores en las cercanías de las paredes, además se advierte que estas diferencias se reducen con el aumento de la separación entre placas  $L_x$ , en el centro y se incrementan en los extremos. Estas diferencias en los extremos son importantes y el modelo de suma ponderada de gases grises WSGGM (Rebollo, 2008) refleja este comportamiento con mejor precisión.

Para el perfil parabólico, la figura 4 muestra que los resultados correspondientes a la fuente de calor obtenidos con el EWBM en este trabajo siguen con bastante precisión los resultados de Kim correspondientes al NC-WBM. Si se los compara con los resultados de Kim obtenidos con el NC-NBM se observa que son inferiores en la región central de la cavidad y levemente superiores en los extremos. Haciendo la comparación con los modelos C-NBM, se observa un comportamiento similar pero con diferencias más acentuadas, además, los resultados correspondientes al WSGGM los siguen con bastante precisión.

La figura 5, correspondiente al perfil tipo capa límite, muestra una vez más, una coincidencia perfecta entre los resultados correspondientes al EWBM de este trabajo y los resultados de Kim obtenidos con el NC-WBM. Comparando con los resultados de Kim obtenidos con el NC-NBM también se aprecia, como en los perfiles anteriores, valores superiores en el extremo izquierdo entre las coordenadas 0.0 y 0.05, inferiores en la zona comprendida entre las coordenadas 0.05 y 0.6 y prácticamente similares entre las coordenadas 0.6 y 1.0. Haciendo la comparación con los modelos C-NBM se puede apreciar que los resultados son levemente superiores en las cercanías de la pared oeste, inferiores hasta la coordenada 0.4 y, a partir de ahí, levemente superiores hasta las cercanías de la pared este. Nuevamente el WSGGM siguen los resultados del C-NBM de Kim con mejor precisión.

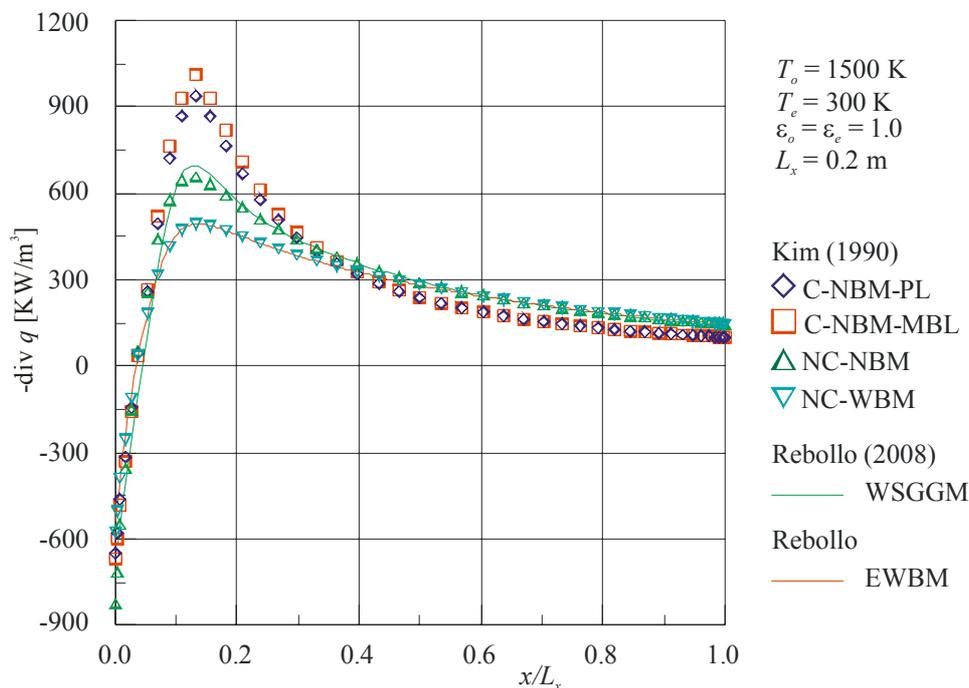


Figura 5: Fuente radiante de calor para el perfil de temperatura tipo capa límite.

En las figuras 1 a 5 también se han incluido los resultados obtenidos con el modelo WSGGM (Rebollo, 2008), se observa una muy buena coincidencia con los modelos NBM, mejor que la conseguida con el EWBM, de mayor precisión, debido a que el ajuste polinomial ha sido optimizado para el rango de temperaturas consideradas en este trabajo.

Representaciones graficas, similares a las mostrados en las figuras 1 a 5, se pueden encontrar en los trabajos de Kim, Menart y Lee (1991), Boutoub Benticha y Sassi (2006) y Liu, Gulder, Smallwood y Ju (1998).

La Figura 6 muestra la distribución del flujo de calor a lo largo de la cavidad para el perfil de temperatura uniforme, para las tres longitudes consideradas en este trabajo, correspondientes al modelo EWBM y los resultados correspondientes al modelo WSGGM estos resultados, obtenidos por el autor, son los únicos disponibles para hacer las comparaciones correspondientes. Se destaca la coincidencia de valores nulos del flujo de calor en la coordenada 0.5 y la simetría polar de la distribución del flujo de calor. Los valores del flujo de calor en las coordenadas 0.0 y 1.0 corresponden a los dados en la Tabla 2. Se observa que los valores correspondientes al EWBM son siempre superiores, en valor

absoluto, a los del WSGGM, para las tres longitudes ensayadas. También se advierte una curvatura en la distribución del flujo de calor, apreciable en el WSGGM y levemente insinuada en el EWBM.

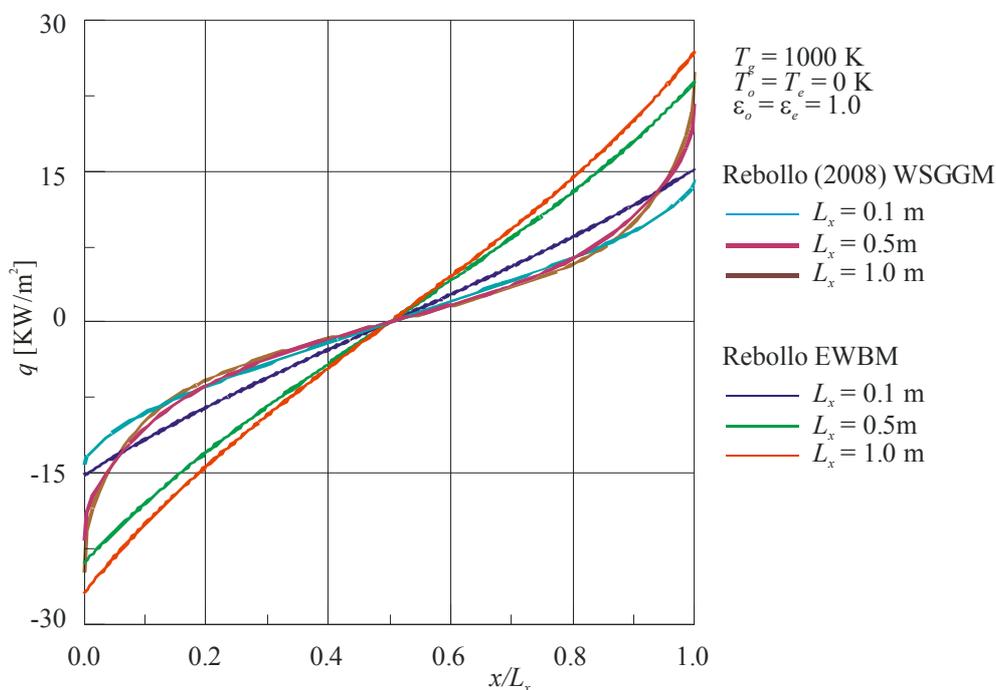


Figura 6: Flujo de calor para el perfil de temperatura uniforme.

La Figura 7 muestra la distribución del flujo de calor a lo largo de la cavidad, para los dos perfiles de temperatura parabólicos. Se observa que los valores correspondientes al modelo EWBM, en valor absoluto, son siempre superiores a los del modelo WSGGM, también se advierte que los valores correspondientes a la cavidad mas pequeña son menores, en valor absoluto, que los correspondientes a la cavidad mayor, ya que el perfil parabólico de la cavidad menor tiene una temperatura máxima menor en el centro de la cavidad. Los valores correspondientes a las coordenadas 0.0 y 0.1 son los dados en las Tabla 1 y 2. Se destaca nuevamente la coincidencia de valores nulos del flujo de calor en la coordenada 0.5 y la simetría polar de la distribución del flujo de calor.

En la Figura 8 se presenta la distribución del flujo de calor a lo largo de la cavidad para el perfil de temperatura tipo capa límite. Allí se observa que los valores correspondientes al modelo EWBM son siempre inferiores a los del WSGGM y que las diferencias son mínimas entre las coordenadas 0.2 y 0.6 y se incrementan al acercarse a las paredes. Los valores del flujo en la coordenada 0.0, correspondientes a la pared oeste, son los indicados en las Tablas 2 a 6.

## 6 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un código computacional para el cálculo de la radiación no gris en cavidades unidimensionales acoplando el método de los volúmenes finitos FVM y el método exponencial de banda ancha EWBM para tener en cuenta las características espectrales de la radiación térmica gaseosa a elevadas temperaturas. Los resultados fueron obtenidos para una composición homogénea de vapor de agua a la presión atmosférica y

diferentes perfiles de temperatura. Se han presentado la formulación matemática del método de los volúmenes finitos y del modelo exponencial de banda ancha en forma detallada. Se ha mostrado una gran cantidad de resultados y se han efectuado las comparaciones correspondientes.

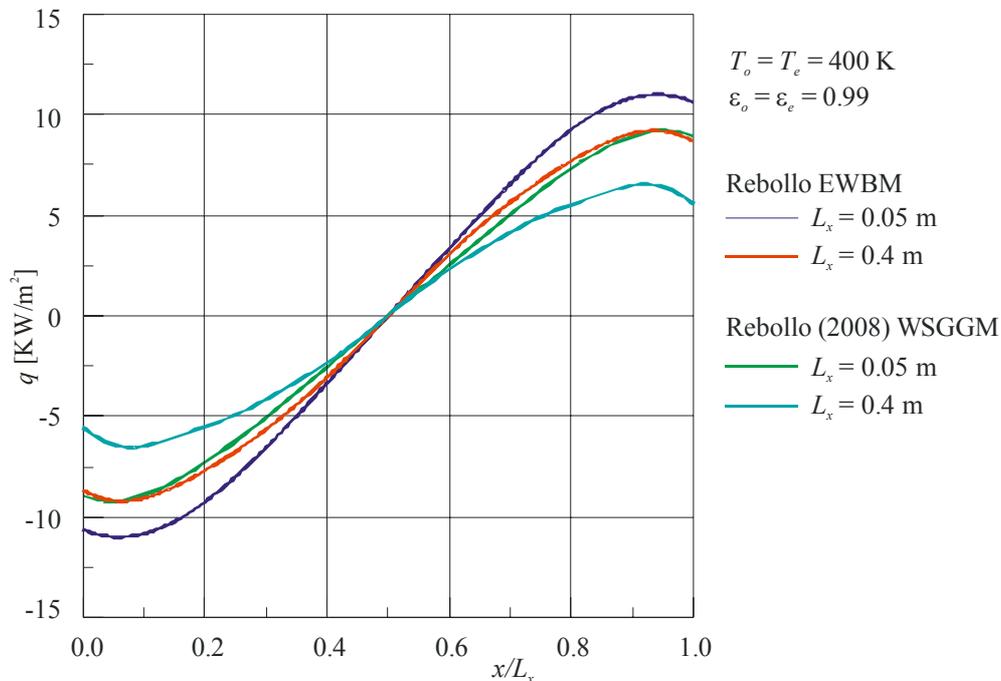


Figura 7: Flujo de calor para el perfil de temperatura parabólico.

La combinación del método de volúmenes finitos y el modelo exponencial de banda ancha se presenta como una buena opción a la hora de resolver problemas de ingeniería que impliquen el transporte radiante. La simplicidad del modelo y su menor esfuerzo computacional lo hacen preferibles a modelos más precisos pero que requieren enormes cantidades de tiempo de cálculo.

Los resultados usando el EWBM no correlacionado resultan bastante aproximados a los obtenidos con el NBM no correlacionado de mayor precisión, pero al compararlos con resultados del NBM correlacionado, las diferencias se tornan apreciables.

En este trabajo se implementó una versión no correlacionada del EWBM con el objeto de reducir sustancialmente el tiempo de cálculo al eliminar el proceso de escalado de los parámetros de la banda. El no escalamiento es una alternativa que se aparta del modelo real y que reduce sustancialmente los tiempos de cálculo dando soluciones muy aproximadas cuando no hay grandes variaciones de los parámetros de la banda. Actualmente, el autor de este trabajo está desarrollando una versión correlacionada del EWBM.

El EWBM se perfila como una buena alternativa a la hora de resolver problemas de radiación térmica gaseosa a elevadas temperaturas, donde se deben tener en cuenta las características espectrales, dar resultados aceptables y se requiere menos esfuerzo de cálculo que los modelos más precisos y, desde el punto de vista de la ingeniería, se pueden resolver problemas simples en tiempos razonables.

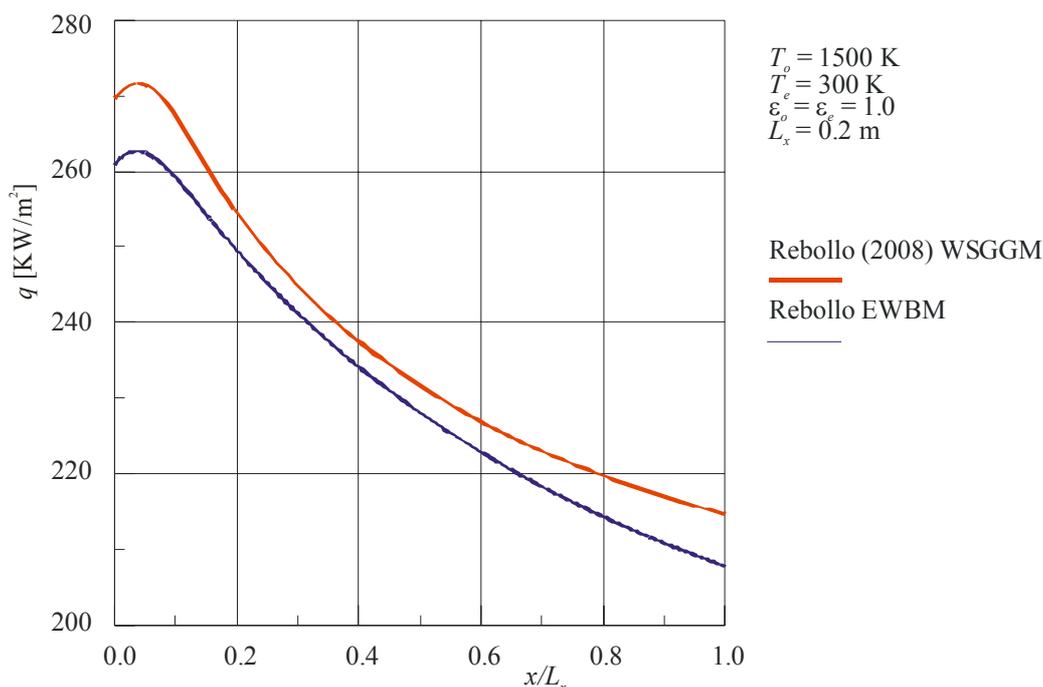


Figura 8: Flujo de calor para el perfil de temperatura tipo capa límite.

## REFERENCIAS

- Boutboub A., Benticha H., Sassi M., Non – gray radiation analysis in participating media with the finite volume method, *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 30:183-192, 2006.
- Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Buckius R. O., The effect of molecular gas absorption on radiative heat transfer with scattering, *Journal of Heat Transfer*, 104:580-586, 1982.
- Coelho P. J., Numerical simulation of radiative heat transfer from non – gray gases in three – dimensional enclosures, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Heat Transfer*, 74:307-328, 2002.
- Cumber P. S., Fairweather M., Ledin H. S., Application of wide band radiation models to non homogeneous combustion systems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41:1573–1584, 1998.
- Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., *Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 8, no. 3, pp. 419-425, 1994.
- Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., *Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries*, Journal of Thermophysics and Heat Mass Transfer, vol. 9, no. 3, pp. 410-415, 1995.
- Chui E. H., Raithby G. D., *Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method*, Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 23, no. 3, pp. 269-288, 1993.
- Edwards D. K., *Molecular gas band radiation*, Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, 115–193, 1976.
- Gonçalves J., Coelho P., Parallelization of the finite volume method, *Second international symposium on radiation transfer*, Turkey, 1997.
- Goutiere V., Liu F., Charette A., An assessment of real-gas modeling in 2D enclosures, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 64:299–326, 2000.

- He J., Buckius R. O., Improved band parameters for a simplified wide band cumulative absorption coefficient distribution model for H<sub>2</sub>O and CO<sub>2</sub>, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51:1467-1474, 2008.
- He J., Cheng W. L., Buckius R. O., Wide band cumulative absorption coefficient distribution model for overlapping absorption in H<sub>2</sub>O and CO<sub>2</sub> mixtures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51:1115-1129, 2008.
- Hostikka S, McGrattan K., Numerical modeling of radiative heat transfer in water sprays, *Fire Safety Journal*, 41:76:86, 2006.
- Khan Y. U., Lawson D. A., Tucker R. J., Simple models of spectral radiative properties of carbon dioxide, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40:3581-3593, 1997.
- Kim M. Y., Beak S. W., Analysis of radiative transfer in cylindrical enclosures using the finite volume method, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 11:246-252, 1997.
- Kim T. K., Menart J. A., Lee H. S., Nongray radiative gas analyses using the S–N discrete ordinates method, *Journal of Heat Transfer*, 113:946–952, 1991.
- Kim T. K., *Radiation and combined mode heat transfer analysis in absorbing, emitting, and Mie-anisotropic scattering media using the s-n discrete ordinates method*, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1990.
- Lallemant N., Sayre A., Weber R., Evaluation of emissivity correlations for H<sub>2</sub>O-CO<sub>2</sub>-N<sub>2</sub>/air mixtures and coupling with solution methods of the radiative transfer equation, *Progress in Energy and Combustion Science*, 22: 543-574, 1996.
- Lallemant N., Weber R., A computationally efficient procedure for calculating gas radiative properties using the exponential wide band model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39:3273-3286, 1996.
- Lee P. Y. C., Hollands K. G. T., Raithby G. D., Reordering the absorption coefficient within the wide band for predicting gaseous radiant exchange, *Journal of Heat Transfer*, 118:394-400, 1996.
- Li W., Tong T. W., Dobranich D., Gritzos L. A., A combined narrow- and wide-band model for computing the spectral absorption coefficient of CO<sub>2</sub>, CO, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> and NO, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 54:961-970, 1995.
- Liu F., Gülder Ö. L., Smallwood G. J., Ju Y., Non-grey gas radiative transfer analyses using the statistical narrow-band model, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41:2227–2236, 1998.
- Liu F., Numerical Solutions of three - dimensional non – grey gas radiative transfer using the statistical Narrow – band model, *Journal of Heat Transfer*, 121:200-2003, 1999.
- Liu F., Smallwood G. J., Gülder Ö. L., Application of the statistical narrow-band correlated-*k* method to low-resolution spectral intensity and radiative heat transfer calculations – effects of the quadrature scheme, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43:3119–3135, 2000.
- Marakis J. G., Application of narrow and wide band models for radiative transfer in planar media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44:131-142, 2001.
- Marin O., Buckius R.O., A model of the cumulative distribution function for wide band radiative properties, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 59:671-685, 1998
- Marin O., Buckius R.O., A simplified wide band model of the cumulative distribution function of water vapor, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41:2877-2892, 1998.
- Marin O., Buckius R.O., A simplified wide band model of the cumulative distribution function of carbon dioxide, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41:3881-3897, 1998.
- Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.

- Murayana S., Guo Z., Radiative heat transfer in arbitrary configurations with non-gray absorbing, emitting and anisotropic scattering media, *J. Heat Transfer*, 121:722-726, 1999.
- Pierrot L., Soufiani A., Taine J., Accuracy of narrow-band and global models for radiative transfer in H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub> and H<sub>2</sub>O-CO<sub>2</sub> mixtures at high temperature, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 62:523-548, 1999.
- Raithby G. D., Chui E. H., A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media, *Journal of Heat Transfer*, 112:415-423, 1990.
- Rebollo D., Simulación Numérica de la Radiación Térmica de Gases No Grises en Cavidades Multidimensionales, *XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF 2008*, San Luis, Argentina, 2008.
- Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.
- Ströle J., Coehlo P. J., On the application of the exponential wide band model to the calculation of radiative heat transfer in one- and two-dimensional enclosures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:2129-2139, 2002.
- Trivic, D. N. Modeling of 3-D non-gray Gases Radiation by coupling the Finite Volume Method with Weighted Sum of Gray Gases Model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47:1367-1382, 2004.