

## ANÁLISIS NUMERICO DE LAS TENSIONES PRODUCIDAS POR EL SECADO DEL HORMIGON

Mario Guilleron<sup>\*</sup>, Corina Regue<sup>\*</sup>, Martín Guilleron<sup>\*</sup>,  
Pablo Sanchez<sup>\*\*†</sup>, Victorio Sonzogni<sup>\*\*†</sup>

<sup>\*</sup> GIMNI

Grupo de Investigación en Métodos Numéricos en Ingeniería  
Universidad Tecnológica Nacional, F.R Santa Fe.  
Lavaise 610, 3000 Santa Fe.  
mguilleron@latinmail.com , cfregue@frsf.utn.edu.ar ,  
mguilleron@hotmail.com

<sup>†</sup> CIMEC-INTEC

Guemes 3450 3000 Santa Fe  
psanchez@intec.unl.edu.ar , sonzogni@intec.unl.edu.ar

**Palabras claves:** retracción por secado, hormigón, fisuración.

**Resumen.** *En este trabajo se realiza un estudio numérico del estado de tensiones asociado al proceso de secado del hormigón. La motivación del mismo es el de prever la fisuración temprana observada en piezas premoldeadas de hormigón de pequeño espesor. Para ello se realiza un estudio sistemático de los fenómenos que producen este problema.. En primer lugar se realiza el planteo teórico del problema de difusión del agua entre los poros del hormigón que se produce durante el secado. Este estudio conduce a un problema en derivadas parciales transitorio no lineal, el cual se resuelve discretizando espacialmente por elementos finitos y temporalmente con un esquema implícito, con un software propio especialmente desarrollado para tal propósito. La información obtenida del problema de difusión se traduce a una retracción volumétrica para cada instante considerado, a partir de relaciones empíricas entre humedad y deformación. Una última etapa del procedimiento corresponde al análisis estático lineal del cual se obtiene el estado tensional correspondiente. En función de ello se dispone de un criterio para evaluar la posibilidad de fisuración en piezas de hormigón para edades tempranas. Se muestran ejemplos de aplicación..*

## 1 INTRODUCCION

Se muestra en este trabajo resultados parciales del estudio numérico de la deformación experimentada por el hormigón durante el secado y de las tensiones producidas por este efecto. Al secarse el hormigón luego de colado, se produce una retracción debido a la pérdida de agua que experimenta. La pérdida se produce por la superficie en contacto con aire más seco que la mezcla y depende de varios factores: climáticos, etarios, dimensionales y materiales<sup>1</sup>.

El problema ha sido abordado en la siguiente forma:

1) En primer lugar se estudia el proceso de secado. De este análisis se obtendrá un mapa de contenidos de humedad, para un instante determinado (o bien un trazado de historia de humedades para un punto específico de la pieza).

2) Con los resultados de humedad se utilizarán fórmulas empíricas que correlacionan la humedad con la retracción. Como resultado de esta etapa se obtendrá un mapa de las deformaciones específicas por retracción.

3) Las deformaciones por retracción se utilizarán en un análisis tensional, que permitirá conocer la distribución de tensiones. Este análisis se efectuará considerando comportamiento elástico lineal. Con las tensiones elásticas se espera detectar las zonas pasibles de fisuración.

El comportamiento del hormigón a edades tempranas no puede estudiarse simplemente como elástico lineal. Intervienen comportamientos más complejos incluyendo plasticidad, viscoplasticidad, deformaciones, térmicas, microfisuración, etc. Este trabajo se interpreta como una primera aproximación al problema.

A continuación se efectúa en un primer lugar el planteo teórico del proceso de difusión del agua entre los poros del hormigón que se produce durante el secado. Este planteo conduce a un problema transitorio, en derivadas parciales espaciales y temporales, común a otros problemas de campo escalar, tales como problemas de propagación del calor; problemas de flujos potenciales; etc. Luego se describe brevemente el modelado numérico realizado por el método de los elementos finitos. Se ha desarrollado software propio específico para este problema. Inicialmente para dominios en dos dimensiones y para problemas transitorios lineales. Se extiende luego el estudio al problema de secado no lineal. Se muestran algunos resultados obtenidos.

## 2 PROBLEMA DE SECADO DEL HORMIGÓN

El agua que inicialmente llena todos los poros de la masa del hormigón, se va perdiendo por evaporación desde la superficie. La formulación teórica de este fenómeno corresponde a la de problemas de difusión, en la que hay un transporte de masa a lo largo del medio considerado. Las hipótesis usuales son que la velocidad de transporte de sustancias a través de una sección unitaria es proporcional al gradiente de la concentración de esa sustancia. En este caso la variable que mide la concentración de agua es el contenido de agua  $w$  (en  $\text{kg}/\text{m}^3$ , por

ejemplo) y el flujo de humedad  $q$  que pasa por unidad de área, en la unidad de tiempo, es (ley de difusión de Fick):

$$\bar{q} = -D_w \text{grad } w = -D_w \left( \frac{\partial w}{\partial x} \bar{e}_1 + \frac{\partial w}{\partial y} \bar{e}_2 + \frac{\partial w}{\partial z} \bar{e}_3 \right) = -D_w \nabla w \quad (1)$$

siendo  $\bar{e}_1$ ,  $\bar{e}_2$  y  $\bar{e}_3$  los versores unitarios en dirección de los ejes coordenados (x,y,z). El coeficiente  $D_w$  es un coeficiente de difusión y el signo negativo indica que el flujo se da en el sentido opuesto al gradiente, es decir desde allí donde el contenido de agua es mayor hacia donde el mismo es menor.

En realidad puede argumentarse que el movimiento de las moléculas de agua entre los poros del hormigón, durante el secado, es motorizado por la presión de vapor y por tanto depende de la humedad relativa de poros  $h$ . La humedad relativa toma valores entre  $h=1$  (saturado) y  $h=0$  (seco). De esta forma el flujo de humedad puede escribirse:

$$\bar{q} = -D_h \text{grad } h = -D_h \left( \frac{\partial h}{\partial x} \bar{e}_1 + \frac{\partial h}{\partial y} \bar{e}_2 + \frac{\partial h}{\partial z} \bar{e}_3 \right) = -D_h \nabla h \quad (2)$$

donde  $D_h$  es la permeabilidad o difusividad de humedad relativa. El flujo de humedad será expresado entonces de esta segunda forma, que resulta más conveniente<sup>2</sup>.

La relación entre  $w$  y  $h$ , para una temperatura constante y un determinado grado de hidratación de la mezcla puede ser expresada por las isotermas de adsorción o desorción.

El agua adsorbida en los poros, o liberada, durante el secado puede relacionarse con el tenor de humedad relativa y depende de la conformación de estos poros que está influenciada por diversos factores, entre ellos: la relación agua/cemento; el tipo de cemento; el tiempo de curado; la temperatura y método de curado; los ingredientes eventualmente agregados a la mezcla; las relaciones de agregado grueso/cemento; etc. También es importante la edad del hormigón cuando comienza el secado.

En la figura 1 se muestran curvas obtenidas por Hundt y Kantelberg<sup>3</sup> para diferentes relaciones agua/cemento.

Xi, Bazant y Jennings<sup>2</sup> proponen un modelo para estas curvas en morteros de cemento Portland:

$$w = \frac{VCkh}{(1 - kh)[1 + (C - 1)kh]} \quad (3)$$

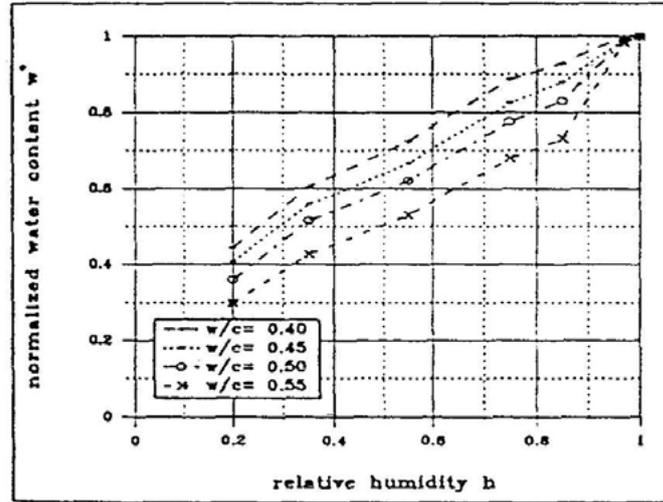


Figura 1. Isothermas de "desorción" para pastas de cemento endurecidas con diferentes relaciones agua/cemento <sup>3</sup>

donde  $V$  es un coeficiente que mide la capacidad monocapa de adsorción y depende de la relación agua cemento ( $w/c$ ), de la edad ( $t$ ) y del tipo de cemento;  $C$  depende de la temperatura de curado ( $T$ );  $k$  un coeficiente que tiene en cuenta el número de capas adsorbidas y depende también de  $t$ ,  $w/c$  y el tipo de cemento.

En algunos casos se utiliza una aproximación a esta curva en la región de interés práctico. Así una curva que acompaña el secado desde  $h=1$  hasta  $h=0.5$  aproximadamente es <sup>7</sup>

$$h(w) = 1 - 0.5 \left( \frac{w - w_0}{w_0 - w_{eq}} \right)^2 \quad (4)$$

donde  $w_0$  es el contenido de agua correspondiente al estado saturado y  $w_{eq}$  el que corresponde a  $h=0.5$ .

La conservación de masa permite decir que en un volumen unitario la pérdida o ganancia de agua estará asociada al balance de los flujos entrantes y salientes. Así se puede escribir:

$$q_x - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) + q_y - \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) + q_z - \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (5)$$

$$-\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (6)$$

El primer miembro representa el balance de flujos entrantes y salientes y el segundo el cambio del agua acumulada, con el tiempo, para el elemento diferencial. En el primer miembro habría que agregar un término *fuerza*, de generación o consumo de agua libre. Esto puede corresponder a un *auto secado* del hormigón, pero siguiendo otros trabajos de la literatura<sup>4,5</sup> no se considerará en esta formulación.

Teniendo en cuenta la ecuación (2):

$$-\frac{\partial}{\partial x}(-D_h \frac{\partial h}{\partial x}) + -\frac{\partial}{\partial y}(-D_h \frac{\partial h}{\partial y}) + -\frac{\partial}{\partial z}(-D_h \frac{\partial h}{\partial z}) = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (7)$$

o bien

$$-\nabla \cdot (-D_h \nabla h) = \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial h} \quad (8)$$

$$\kappa \nabla \cdot (D_h \nabla h) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (9)$$

donde

$$\kappa = \left( \frac{\partial w}{\partial h} \right)^{-1} \quad (10)$$

## 2.1 Capacidad hídrica y difusividad

La ecuación diferencial indicada posee dos parámetros: la capacidad hídrica  $\kappa$  y la difusividad  $D_h$ . Ambos son funciones de la humedad  $h$ , varían fuertemente con ella y hacen que el problema sea no lineal.

La capacidad hídrica es la pendiente de la curva  $w-h$ . Si se utiliza la ecuación de Xi, Bazant y Jennings para esta curva, la derivada es:

$$\kappa = \frac{\partial w}{\partial h} = \frac{VCk + wk[1 + (C-1)kh] - wk(1-kh)(C-1)}{(1-kh)[1 + (C-1)kh]} \quad (11)$$

El segundo parámetro de la ecuación es la difusividad. Esta depende de los diversos mecanismos de difusión que a su vez están influenciados por la estructura de poros. Hay tres mecanismos de difusión: molecular; de Knudsen y superficial. La difusión molecular es la que se produce en los macroporos y en este caso la resistencia al paso de agua está dada por la adsorción de moléculas sobre las paredes, en caso de baja humedad relativa; o por la

condensación/evaporación en los meniscos capilares, cuando la humedad es elevada. La difusión de Knudsen se da en los microporos y la principal fuente de resistencia al paso del agua es la colisión entre moléculas y con las paredes. Finalmente la difusión superficial es la que se produce entre moléculas adsorbidas que sin despegarse de las paredes van “saltando” unas sobre otras.

Xi et al.<sup>6</sup> proporcionan una expresión empírica para la difusividad que engloba todos los mecanismos indicados (figura 2):

$$D_h = \alpha_h + \beta_h \left[ 1 - 2^{-10^{\gamma_h(h-1)}} \right] \quad (12)$$

Los coeficientes  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$  y  $\gamma_h$  son calibrados empíricamente y resultan ser función principalmente de la relación agua/cemento y no dependen mucho de los otros factores señalados (edad, temperatura, etc.).

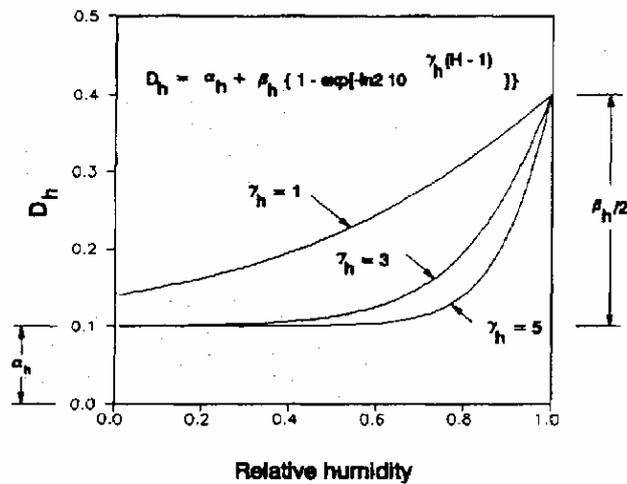


Figura 2. Variación de la difusividad con la humedad

Para una determinada mezcla de hormigón, la relación entre el coeficiente de difusión  $D_w$  y el contenido de agua  $w$ , determinada experimentalmente, por A. Alvaredo<sup>5</sup> es:

$$D_w(w^*) = 0.24 \exp(4.9w^*) \quad (13)$$

donde  $w^*$  es el contenido de humedad referido al valor de saturación.

Una aproximación que se realiza en el presente trabajo, siguiendo lo realizado por otros autores<sup>5,7,8,9</sup> es que si bien  $K$  varía con la humedad, para el rango de humedades en estudio

puede tomarse aproximadamente constante. Esta hipótesis, que simplifica el tratamiento numérico ha mostrado conducir a resultados aceptables.

En ese caso puede escribirse:

$$\nabla \cdot (D \nabla h) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (14)$$

con  $D = \kappa D_h$  coeficiente de difusión, función de  $h$ .

El problema queda entonces formulado como:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot (D \nabla h) = \frac{\partial h}{\partial t} & \text{en } \Omega \quad \forall t \\ h|_{\Gamma_1} = \bar{h} & \text{en } \Gamma_1 \quad \forall t \\ -D_h \frac{\partial h}{\partial n}|_{\Gamma_2} = \bar{q}_n & \text{en } \Gamma_2 \quad \forall t \\ h|_{t=0} = h_0 & \text{en } \Omega \quad t = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

La primera ecuación de (15) es la ecuación diferencial válida en todo el dominio  $\Omega$ . La segunda es una condición de borde en la parte del contorno  $\Gamma_1$  donde hay humedades conocidas  $\bar{h}$ . La tercera es una condición de flujo normal a la superficie en la parte del contorno  $\Gamma_2$ , donde  $\bar{q}_n$  es el valor conocido del flujo.

Generalmente la humedad en el contorno  $\Gamma_1$  no es conocida, sino en su lugar la humedad ambiente  $h_a$ . En estos casos la condición de contorno se expresa como una de tipo convectivo:

$$-D_h \frac{\partial h}{\partial n}|_{\Gamma_1} = H_F (h_\Gamma - h_a) \quad \text{en } \Gamma_1 \quad \forall t \quad (16)$$

donde  $H_F$  es el coeficiente de transferencia hídrica de superficie, o coeficiente de película.  $h_\Gamma$  es la humedad relativa en la superficie y  $h_a$  la humedad relativa del ambiente. Sin embargo los resultados indicados más abajo no se obtuvieron con la implementación de la condición (16) sino con las ecuaciones como figuran en (15).

La cuarta ecuación de (15) es la condición inicial, necesaria para integrar en el tiempo la ecuación diferencial.

Combinando la expresión (13) con la relación  $w^*-h$  dada en figura 1, para la isoterma correspondiente a una relación agua cemento 0.55, se obtiene la relación  $D-h$  de la figura 3.

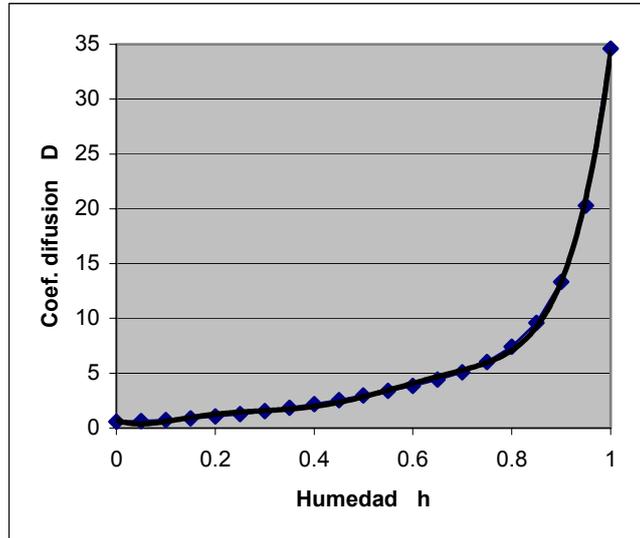


Figura 3. Relación  $D-h$  entre el coeficiente de difusión y la humedad relativa, para una mezcla particular

En este caso particular, en que se ha supuesto capacidad hídrica constante, la función de la figura 3 resulta exponencial.

### 3 SOLUCIÓN NUMÉRICA

El problema de secado, planteado en la ecuación (15) es transitorio y no lineal, debido a la fuerte dependencia del coeficiente  $D$  con la solución  $h$ . Para su resolución se procedió en forma gradual, idealizando al problema en primer lugar como estacionario y lineal, y posteriormente como transitorio lineal, para finalmente llegar a la solución transitoria no lineal.

#### 3.1 Solución numérica del problema estacionario lineal

Como se ha indicado la primera aproximación al problema fue resolver el caso estacionario lineal. En ese caso el problema de secado del hormigón es (ec. 15):

$$\begin{cases} D \nabla^2 h = 0 & \text{en } \Omega \\ h|_{\Gamma_1} = \bar{h} & \text{en } \Gamma_1 \\ -D_h \frac{\partial h}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = \bar{q}_n & \text{en } \Gamma_2 \end{cases} \quad (17)$$

Discretizando el dominio mediante el método de elementos finitos, de la manera usual, la humedad  $h(x,y)$  en un punto interior del elemento se puede escribir:

$$h(x,y) = \mathbf{N} \hat{\mathbf{h}}^e \quad (18)$$

donde,  $\mathbf{N}(x,y)$  es un vector con las funciones de forma, y  $\hat{\mathbf{h}}^e$  un vector con los valores nodales de la humedad.

Reemplazando esta aproximación en la ecuación diferencial y aplicando el método de Galerkin se llega a escribir la ecuación discretizada, en forma matricial,

$$\mathbf{K}^e \hat{\mathbf{h}}^e = \mathbf{F}^e \quad (19)$$

donde

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} (D \nabla \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{N}) d\Omega \quad (20)$$

es la matriz elemental y

$$\mathbf{F}^e = -k \int_{\Gamma_2^e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (21)$$

un vector elemental que contiene los eventuales términos fuentes en el dominio y la contribución sobre el contorno. Ensamblando las matrices elementales se obtiene la ecuación discreta del dominio completo:

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{h}} = \mathbf{F} \quad (22)$$

### 3.2 Solución numérica del problema transitorio lineal

En ese caso el problema de secado del hormigón es (ec. 15):

$$\begin{cases} D \nabla^2 h = \frac{\partial h}{\partial t} & \text{en } \Omega \quad \forall t \\ h|_{\Gamma_1} = \bar{h} & \text{en } \Gamma_1 \quad \forall t \\ -D_h \frac{\partial h}{\partial n}|_{\Gamma_2} = \bar{q}_n & \text{en } \Gamma_2 \quad \forall t \\ h|_{t=0} = h_0 & \text{en } \Omega \quad t = 0 \end{cases} \quad (23)$$

La discretización espacial se realiza de igual manera que para el problema estacionario. Para la discretización en el tiempo, se utiliza un esquema implícito para el cálculo de las derivadas temporales. Es decir se aproxima:

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial t} \cong \frac{\hat{h}_{n+1} - \hat{h}_n}{\Delta t} \quad (24)$$

donde  $\hat{h}_n$  es el valor de  $\hat{h}$  en el paso temporal n.

Incorporando esta aproximación en la ecuación el problema se escribe, en forma matricial,

$$\left( \mathbf{K} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} \right) \mathbf{h}_{n+1}^{\wedge} = \mathbf{F} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} \mathbf{h}_n^{\wedge} \quad (25)$$

donde  $\mathbf{K}$  y  $\mathbf{F}$  están definidas como en el caso estacionario, y  $\mathbf{M}$  resulta de ensamblar las matrices elementales:

$$\mathbf{M}^e = \int_{\Omega^e} (\mathbf{N}^T \mathbf{N}) d\Omega \quad (26)$$

### 3.3 Solución numérica del problema transitorio no lineal

Finalmente, el problema a resolver es (ec. 15):

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (D(h) \nabla h) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{en } \Omega \quad \forall t \\ h|_{\Gamma_1} = \bar{h} \quad \text{en } \Gamma_1 \quad \forall t \\ -D_h \frac{\partial h}{\partial n}|_{\Gamma_2} = \bar{q}_n \quad \text{en } \Gamma_2 \quad \forall t \\ h|_{t=0} = h_0 \quad \text{en } \Omega \quad t = 0 \end{array} \right. \quad (27)$$

Las discretizaciones espaciales y temporales se realizan de la manera indicada. La diferencia estriba ahora en que la matriz  $\mathbf{K}$  depende de la incógnita  $h$ . La matriz elemental tiene la forma:

$$\mathbf{K}^e(h) = \int_{\Omega^e} (D(h) \nabla \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{N}) d\Omega^e \quad (28)$$

por lo que el problema queda ahora planteado:

$$\left( \mathbf{K}(\hat{\mathbf{h}}_{n+1}) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} \right) \hat{\mathbf{h}}_{n+1} = \mathbf{F} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} \hat{\mathbf{h}}_n \quad (29)$$

Para el paso  $n+1$  esta ecuación se resuelve (conocida la respuesta en el paso  $n$ ) iterativamente, por el método de Newton-Raphson.

### 3.4 Solución numérica del problema elástico

Una vez que el contenido de humedad, para un tiempo determinado, es conocido, puede evaluarse los cambios de volumen (retracción) debido a la pérdida de agua. Experimentos hechos por diversos autores muestran que la retracción puede verse como aproximadamente lineal en función de la humedad, para un rango de humedades  $0.4 \leq h \leq 1$ .

De esta manera se puede usar la expresión aproximada:

$$\Delta \varepsilon_s = \alpha_{sh} \Delta h \quad (30)$$

donde  $\Delta \varepsilon_s$  es el cambio en la deformación específica debido al secado;  $\Delta h$  es el cambio de humedad relativa; y  $\alpha_{sh}$ , un coeficiente de retracción.

Determinando el coeficiente de retracción como

$$\alpha_{sh} = \frac{\Delta l|_{t \rightarrow \infty}}{l \Delta h} \quad (31)$$

a partir de resultados experimentales, en referencia 5 se obtuvieron los siguientes valores indicado en Tabla I.

Tabla I . Coeficientes de retracción para valores de humedad ambiente <sup>5</sup>

$h_a$	$\alpha_{sh}$
0.45	$2.8 \times 10^{-3}$
0.50	$2.7 \times 10^{-3}$
0.75	$3.5 \times 10^{-3}$

A partir del mapa de valores de humedad se estimarán los valores de retracción con la ec. (30) y los coeficientes de Tabla I.

El problema de elasticidad se resuelve por el procedimiento habitual de elementos finitos. Con elementos triangulares de interpolación lineal. Se impone el estado de deformación inicial correspondiente a la retracción.

## 4 EJEMPLOS

### 4.1 Secado de una probeta cilíndrica de hormigón

En este ejemplo se estudió un caso presentado en referencia 5. El mismo consiste en un cilindro de 74 mm de diámetro, con un hormigón con las siguientes características: relación agua/cemento: 0.55; contenido de cemento: 400 kg/m<sup>3</sup>; contenido de grava: 1180 kg/m<sup>3</sup>; contenido de arena: 500 kg/m<sup>3</sup>; relación agregado/cemento: 4.2; tamaño máximo del agregado: 32 mm; cantidad total de agregado por unidad de vol. de hormigón: 0.63; densidad saturada: 2.38 kg/dm<sup>3</sup>; densidad seca: 2.19 kg/dm<sup>3</sup>. El cilindro está sellado en sus extremos y se deja secar a una humedad ambiente  $h=0.44$ . El problema ha sido estudiado en dos dimensiones, representando una sección genérica del cilindro.

En la figura 4 se muestran los resultados de referencia 5 y en la figura 5 los resultados obtenidos con el código desarrollado en el presente trabajo. Se puede ver una buena concordancia. En la figura 6 se ha trazado la variación de humedad en el tiempo, para distintos puntos de la probeta. Finalmente, en la figura 7 se muestra un mapa de humedades a las dos semanas de iniciado el secado.

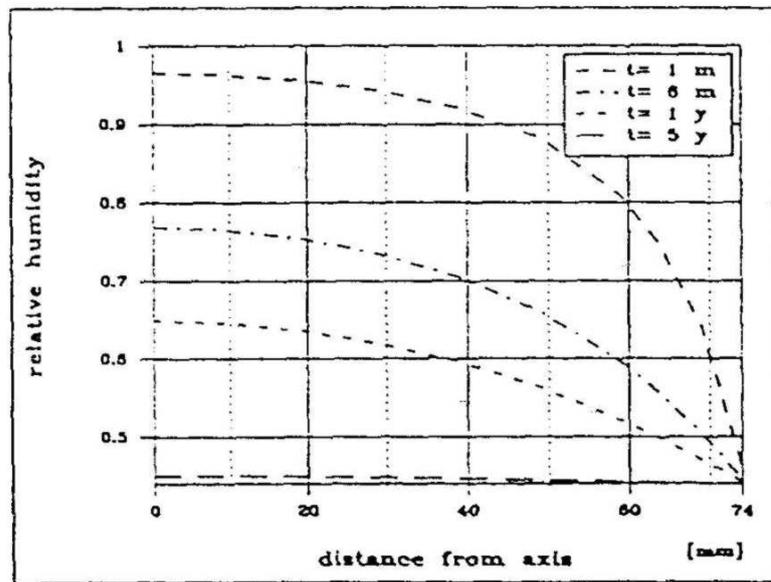


Figura 4. Curvas de variación de la humedad relativa con el radio del cilindro para un distintos tiempos de secado<sup>5</sup>.

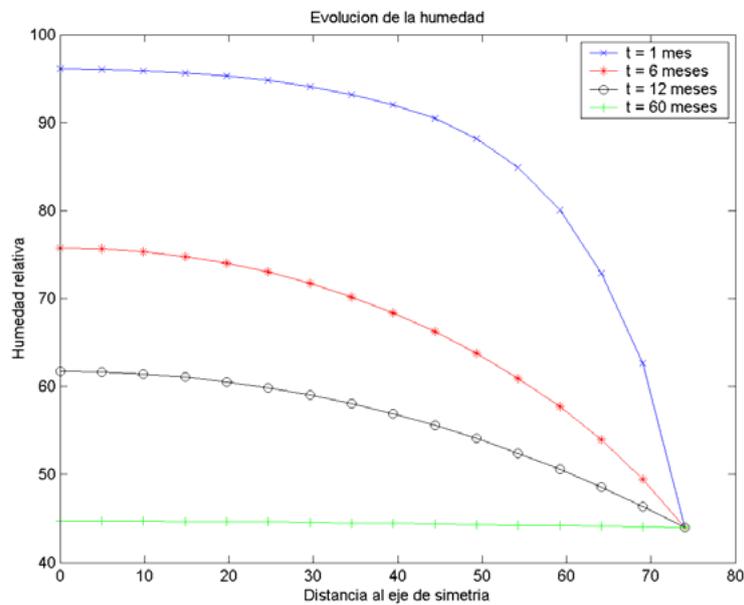


Figura 5. Resultados numéricos no lineales: variación de la humedad relativa con el radio del cilindro para un tiempo de secado de un mes.

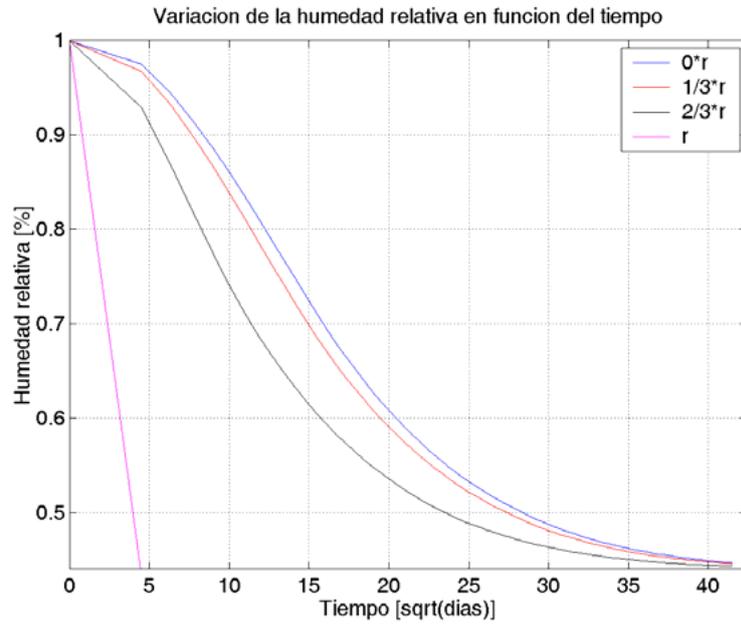


Figura 6. Resultados numéricos no lineales: variación de la humedad relativa en el tiempo, para puntos situados a distintas distancias del eje.

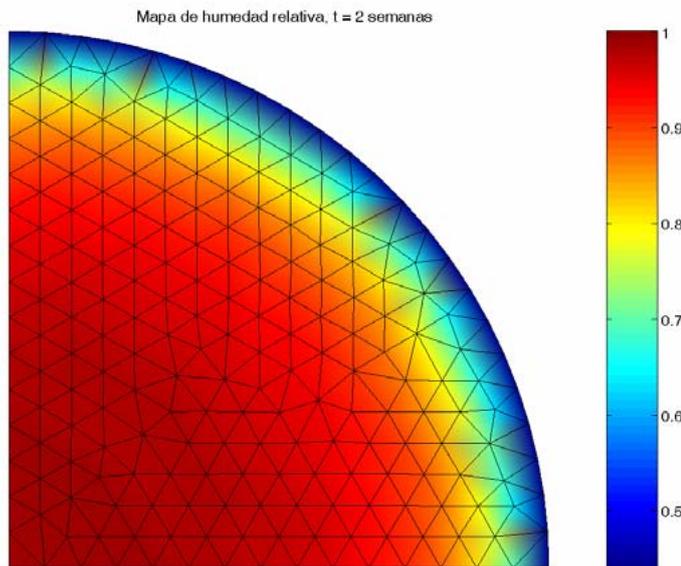


Figura 7. Resultados numéricos no lineales: mapa de distribución de humedad para un tiempo de secado de dos semanas.

## 4.2 Tensiones por deformación inicial

El siguiente problema analizado se refiere a la verificación del programa de análisis de tensiones debido a la retracción. Se consideró inicialmente un caso sencillo de una pieza bidimensional sujeta en todo su contorno y que sufre un secado hasta alcanzar un valor estacionario. El material corresponde al de referencia 4, con relación agua cemento = 0.45 y se encuentra inicialmente 100% de humedad relativa, imponiéndose una humedad relativa de 60% en todo el contorno exterior. Se dejó secar durante 500 días.

Las tensiones por coacción pueden ser calculadas sencillamente en forma analítica. En la figura 8 se muestra el mapa de humedades a los 10 y 250 días, y en la figura 9 el mapa de tensiones principales de tracción a los 10 días. Cabe indicar que al final del análisis (500 días) la humedad es prácticamente la humedad ambiente en toda la pieza y la tensión de tracción homogénea es  $16 \text{ N/mm}^2$  que corresponde al valor teórico calculado.

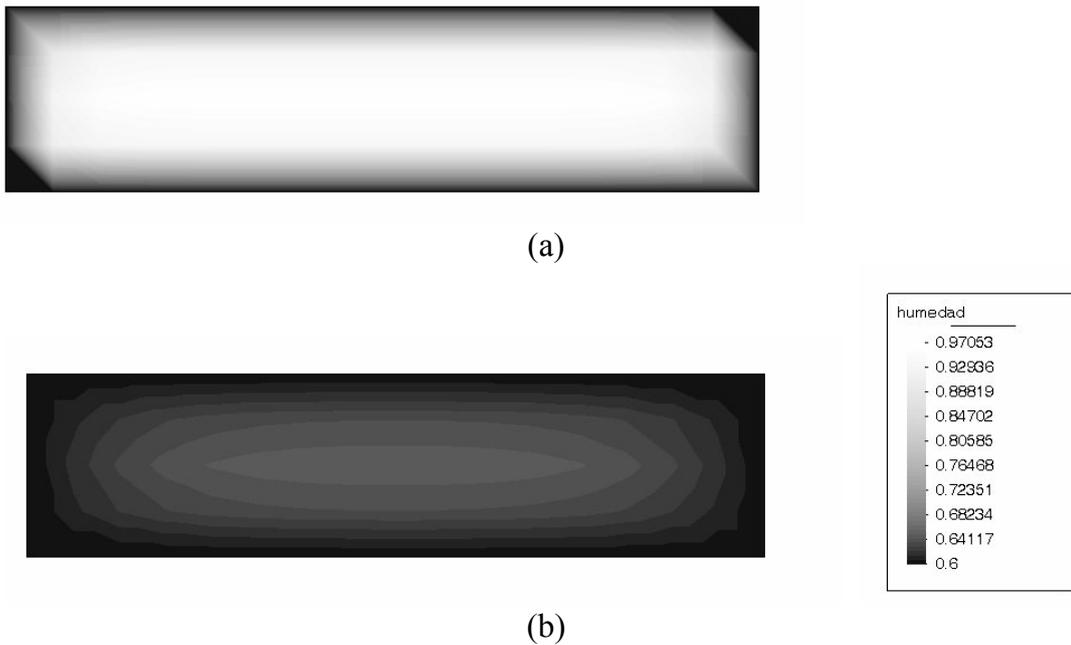


Figura 8. Pieza bidimensional coaccionada: mapa de humedades a los 10 días (a) y a los 250 días (b).

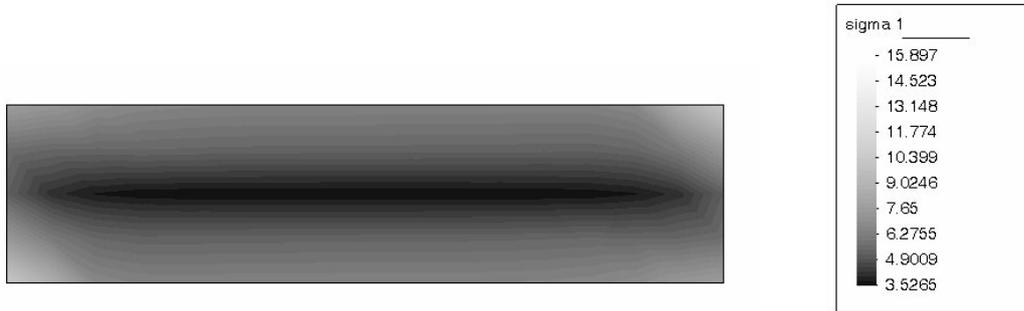


Figura 9. Pieza bidimensional coaccionada: tensiones principales

### 4.3 Fisuración de probetas anulares

Se estudió el caso de probetas anulares. Estas son moldeadas alrededor de un núcleo de acero que restringe la contracción provocando el desarrollo de tensiones de tracción y posterior fisuración (figura 10). Esta probetas han sido ensayadas en el La Facultad de Ingeniería de Olavarría (U.N.Centro) <sup>10,11</sup>. La relación agua/cemento es 0.45 y se encuentra inicialmente 100% de humedad relativa, imponiéndose una humedad relativa de 50%. El análisis se realizó para un tiempo de 120 días. El módulo de elasticidad es variable con la edad del hormigón.

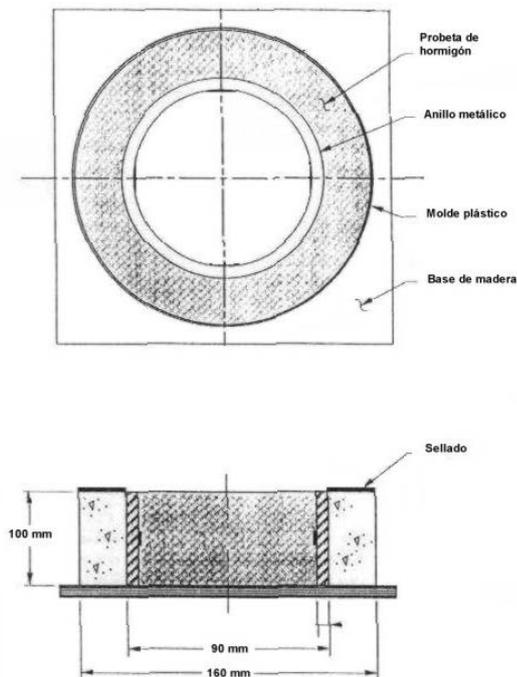


Figura 10. Probetas anulares de hormigón

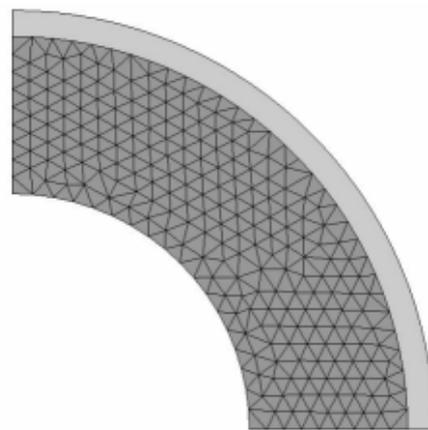


Figura 11. Probetas anulares de hormigón: deformada a los 120 días

En la figura 11 se muestra la deformada calculada a los 120 días y en la figura 12 los mapas de humedades a los 3 y 60 días. Las figuras 13 y 14 muestran los mapas de tensiones principales a los 3 y 120 días. Finalmente en la figura 15 se ha graficado la pérdida de peso de las probetas, contrastándola con resultados experimentales obtenidos por M.F. Carrasco <sup>11</sup>. Se observa una buena concordancia entre los resultados numéricos y experimentales.

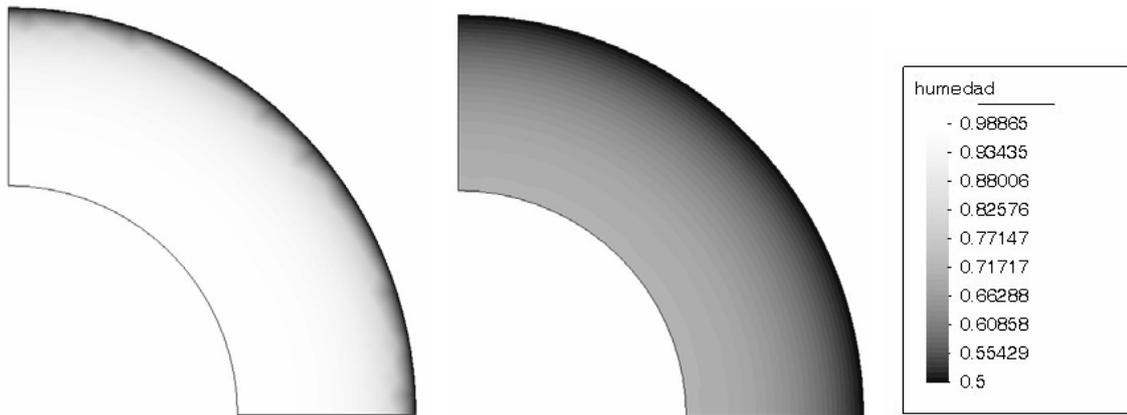


Figura 12. Probetas anulares de hormigón: mapa de humedad a los 3 días (izq.) y a los 60 días (der.)



Figura 13. Probetas anulares de hormigón: mapa de tensiones de tracción a los 3 días (izq.) y a los 120 días (der.)

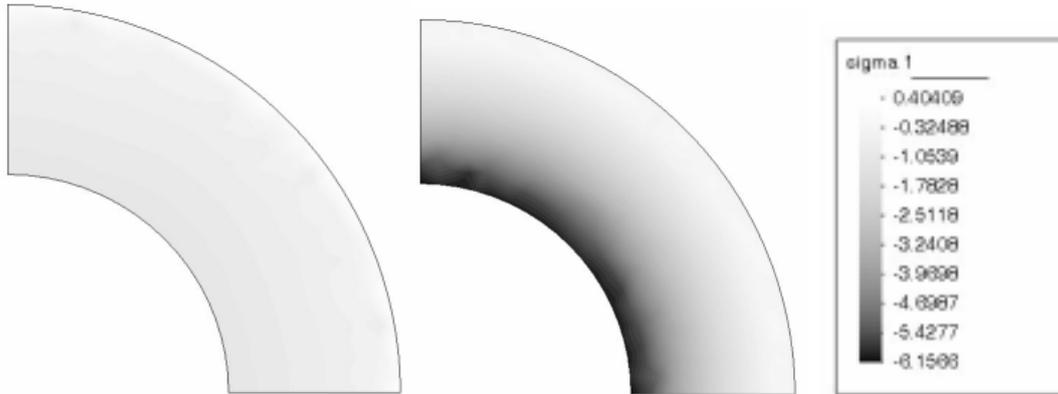


Figura 14. Probetas anulares de hormigón: mapa de tensiones de compresión a los 3 días (izq.) y a los 120 días (der.)

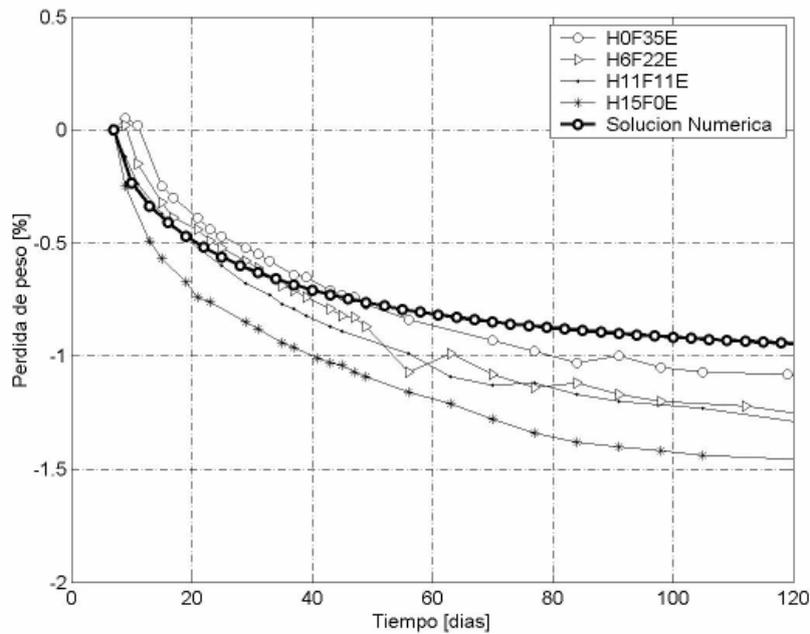


Figura 15. Probetas anulares de hormigón: Pérdida de peso por secado: resultados numéricos del presente trabajo y resultados experimentales <sup>11</sup>.

## 5 CONCLUSIONES

En esta comunicación se muestran algunos resultados de un trabajo en curso de realización tendiente a estudiar el problema de fisuración temprana de piezas de hormigón. Se ha presentado, en primer lugar, la formulación matemática del problema de secado. Esta

corresponde al molde teórico de los problemas de difusión. Este problema se ha resuelto numéricamente por el método de elementos finitos, en dos dimensiones. Se comparan resultados obtenidos en este análisis con algunos publicados en la literatura y con estudios experimentales. Los resultados permiten observar una buena concordancia con resultados de estudios publicados en la literatura y con los resultados experimentales disponibles hasta el momento. En una segunda etapa se realizó el análisis paso-a-paso de tensiones debidas a retracción. Como paso siguiente en este estudio se extenderá la formulación realizada al caso 3D.

## 6 REFERENCIAS

- [1] Sonzogni V., Sanchez P., Guilleron M., Regue C., Guilleron M., “Fisuración de piezas premoldeadas de hormigón”, Anales de la Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, B.Aires, 15-17 setiembre 2004.
- [2] Xi, Y., Bazant, Z.P. and Jennings, H.M., “Moisture diffusion in cementitious materials – adsorption isotherms”, *Advanced Cemented Based Materials*, No. 1, pp. 248-257 (1994).
- [3] Hundt, J. und Kantelberg, H., “Sorptionsuntersuchungen am Zementstein, Zementmörtel und Beton” (1978).
- [4] Bazant, Z.P. and Baweja S., “Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures”, *Materials and Structures*, V. 28, pp. 357-365 (1995).
- [5] Alvaredo, A.M., “Drying shrinkage and crack formation”, *Building Material Reports*, No.5, Aedificatio Publishers, December 1994.(1994).
- [6] Xi, Y., Bazant, Z.P. and Jennings, H.M., “Moisture diffusion in cementitious materials – moisture capacity and diffusivity”, *Advanced Cemented Based Materials*, No. 1, pp. 258-266 (1994).
- [7] Torrenti, J.M., Granger, L., Diruy, M. and Genin, P., “Modeling concrete shrinkage under variable ambient conditions”, *ACI Materials Journal*, Vol. 96 (1999).
- [8] Granger, L. “Comportement différe du béton dans les encientes de centrales nucléaires: analyse et modélisation, ENPC thesis, Paris, 1994.
- [9] Roncero, J. Gettu, R. Y Carol, I. “Effect of superplasticizers on the shrinkage weight loss of cement mortars subjected to drying”, *Creep Shrinkage of Concrete Structures*, CONCREEP 6, pp. 101-107, Editado por F.-J. Ulm, Z.P. Bazant and F.H. Wittman.
- [10] Carrasco, M.F., Bonavetti, V.L., Irassar, E.F., “Retracción por secado en morteros de cemento con filler calcáreo y escoria granulada de alto horno”, *Revista de Materiales de Construcción*, Vol. 53, Nro. 271, 2003, Inst. Ciencias de la Construcción E. Torroja, Madrid España.
- [11] Irassar, E.F., Bonavetti, V.L., Carrasco, M.F., “Contracción por secado de hormigones elaborados con cementos binarios y ternarios”, *Actas de la 15ª Reunión Técnica de la AATH*, Santa Fe, 21-24 octubre 2003.