

ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DOS BLOCOS NO COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR DE PRISMAS DE ALVENARIA ESTRUTURAL

DOMÍCIO M. SILVA JR^a; ROGÉRIO O. RODRIGUES^b; JEFFERSON S.
CAMACHO^b

^a *Mestre em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Campus de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Civil, Al. Bahia, nº 550, Ilha Solteira/SP, 15385-000, Brasil. domiciosilva@sabesp.com.br, <http://www.dec.feis.unesp.br>*

^b *Professor Adjunto, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Campus de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Civil, Al. Bahia, nº 550, Ilha Solteira/SP, 15385-000, Brasil, <http://www.dec.feis.unesp.br>*

Palavras chave: Alvenaria estrutural; Método dos Elementos Finitos; Comportamento estrutural não-linear.

RESUMO: A resistência à compressão dos blocos é o fator que mais contribui para a resistência final da alvenaria, porém, o aumento dela não conduz a um aumento proporcional na resistência final da alvenaria, uma vez que, desta maneira a diferença de resistência entre o bloco e a argamassa ficaria ainda maior. Assim, este trabalho teve por objetivo estudar numericamente esse comportamento em prismas de alvenaria estrutural. Para isso, foi utilizado o programa computacional *FEISdec - Finite Element for Idealization of Structures: development and execution by computer, software* institucional para análise estática e dinâmica de estruturas, em desenvolvimento pelo Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista (DEC/FEIS/UNESP), e tem sido utilizado como plataforma de pesquisa para aplicação de resultados científicos advindos de trabalhos de Iniciação Científica e do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. A discretização estrutural foi feita por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando o elemento finito prismático regular linear. Para consideração da não-linearidade dos materiais foi utilizado o Critério de Mohr-Coulomb associado a um redutor de rigidez, com processo incremental de forças, em que, após cada incremento, reduziu-se parcialmente o módulo de elasticidade dos materiais, até a sua ruptura. Posteriormente, foi feita uma análise comparativa com resultados experimentais, obtidos em ensaios realizados no Núcleo de Estudo e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE), DEC/FEIS/UNESP para comparação e discussão dos resultados obtidos numericamente.

1 INTRODUÇÃO

Antigamente, para análise estrutural, o modelo elástico-linear era aceito e utilizado universalmente, devido à simplicidade de seu equacionamento, porém ele não representa fielmente o comportamento real da estrutura. Então, após o surgimento e aprimoramento dos computadores, os pesquisadores têm buscado modelos que possam melhor representar os sistemas estruturais, bem como os materiais que os compõem. Assim, a utilização de modelos não-lineares tem sido alvo de muitas pesquisas, porém essa consideração leva a um equacionamento matemático bastante complexo, mas que, com a utilização de computadores e métodos numéricos apropriados, tornam a utilização desses modelos plenamente viáveis.

No caso de estruturas em alvenaria, conforme [Silva \(2007\)](#), a resistência do bloco é o fator que mais contribui para sua resistência final. Porém, quando se aumenta muito o valor da resistência do bloco, não é verdadeiro dizer que ocorrerá um aumento proporcional da resistência da alvenaria, vez que, com isso, se aumentaria também a diferença entre a resistência do bloco e da argamassa.

Para reafirmar esse conceito, segundo Mohamad (1998) apud [Silva \(2007\)](#), o EUROCODE 6 estabelece uma relação para determinação da resistência à compressão da alvenaria, conforme [equação \(1\)](#).

$$f_k = K \cdot f_b^{0,75} \cdot f_a^{0,25} \quad (1)$$

sendo:

f_k = resistência à compressão da alvenaria;

f_b = resistência média à compressão do bloco;

f_a = resistência média à compressão da argamassa;

K = coeficiente que depende de f_b :

$$K = 0,4 \cdot \alpha$$

➤ para $f_b > 15 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \alpha = (15/f_b)^{0,33} \leq 1,5$

➤ para $f_b \leq 15 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \alpha = 1$

Analisando-se a [equação \(1\)](#), verifica-se que o expoente utilizado na resistência do bloco é muito maior que o utilizado na resistência da argamassa, mostrando mais uma vez que o bloco é o maior responsável pela resistência final da alvenaria.

2 MECANISMOS DE RUPTURA DA ALVENARIA ESTRUTURAL

[Peleteiro \(2002\)](#), afirma que a fissuração é a causa mais freqüente da ruptura da alvenaria, então impedi-la torna-se uma preocupação constante. Ela é produzida por deformações excessivas induzidas por esforços elevados de tração. A deformação pode ser causada por forças aplicadas ou por restrição à variação volumétrica do material.

Segundo Lourenço e Rots (1997a) apud [Peleteiro \(2002\)](#), um modelo preciso para análise de estruturas em alvenaria deve contemplar os mecanismos básicos de ruptura que caracterizam o material, conforme ilustra a [Figura 1](#).

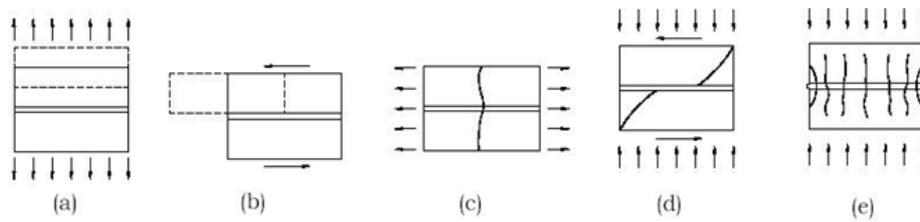


Figura 1: Mecanismos de ruptura (Peleteiro (2002))

Os mecanismos mostrados na [Figura 1](#), são:

- ocorrência de fissuração nas juntas;
- escorregamento ao longo de uma junta horizontal ou vertical, com valores baixos de tensão normal;
- fissuração das unidades de alvenaria na direção da tração;
- fissura diagonal à tração nas unidades, com valores de tensão normal suficientes para desenvolver atrito nas juntas;
- fendilhamento das unidades à tração, como resultado da dilatação da argamassa, com valores altos de tensão normal de compressão.

O mecanismo de ruptura dos componentes (unidade e argamassa) submetidos a esforços de tração e compressão é basicamente o mesmo, ou seja, surgimento de fissuras a nível micro do material até sua ruptura.

[Camacho \(1995\)](#) faz uma suposição que, quando a alvenaria é submetida a tensões de compressão, a argamassa, por possuir um módulo de deformação menor, apresenta uma deformação transversal maior. Como ela se encontra confinada entre as unidades, essa deformação transversal fica restrita, introduzindo assim um estado triaxial tensão, conforme [Figura 2](#).

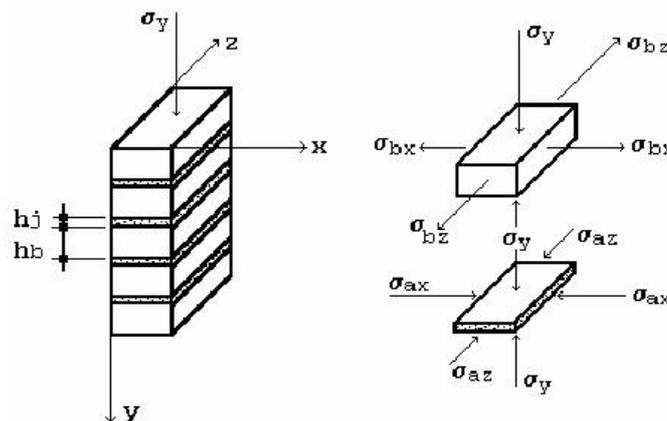


Figura 2: Estado triaxial de tensão na alvenaria

Assim, Hilsdorf (1969) apud [Camacho \(1995\)](#), estabeleceu uma relação para a resistência da alvenaria à compressão considerando que:

- ✓ as unidades são maciças e existe perfeita aderência entre suas faces e a argamassa;
- ✓ a distribuição de tensões verticais e transversais é uniforme;
- ✓ a alvenaria se comporta segundo um critério de ruptura semelhante ao de Mohr-Coulomb.

3 MODELOS FÍSICOS NÃO-LINEARES

3.1 Critério de Morh-Coulomb

Segundo [Faglione \(2006\)](#), o Critério de Mohr-Coulomb é uma generalização da equação de ruptura proposta por Coulomb, definida pela [equação \(2\)](#):

$$\tau = c - \sigma \tan \phi \quad (2)$$

sendo:

τ → tensão de cisalhamento;

σ → tensão normal;

c → coesão;

ϕ → ângulo de atrito interno do material.

Graficamente, é representado por uma reta tangente ao maior círculo de tensões principais, conforme [Figura 3](#). Quando o par de tensões $(-\sigma, |\tau|)$ atuantes em um ponto qualquer do material estiver sobre tal reta ocorrerá à ruptura do material.

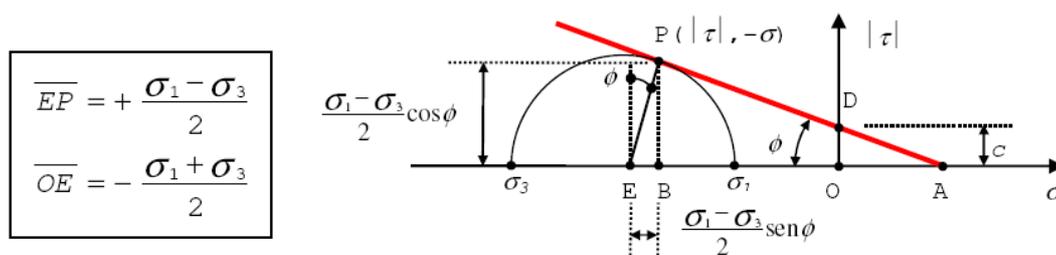


Figura 3- Representação gráfica do Critério de Mohr-Coulomb

Utilizando a [Figura 3](#) e considerando $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a [equação \(2\)](#) pode ser escrita em função das tensões principais, conforme [equação \(3\)](#):

$$\frac{\sigma_1 (1 + \sin \phi)}{2c \cos \phi} - \frac{\sigma_3 (1 - \sin \phi)}{2c \cos \phi} = 1 \quad (3)$$

O critério ainda pode ser escrito em função dos invariantes (I_1, J_2, θ) , dessa forma, utilizando-se das relações de σ_1 e σ_3 contidas em [\(4\)](#), que escreve as tensões principais em função dos invariantes I_1 e J_2 , e substituindo-se em [\(3\)](#), tem-se o critério em função de (I_1, J_2, θ) , como mostra a equação [\(5\)](#).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{I_1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{J_2} \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 120^\circ) \\ \cos(\theta + 120^\circ) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{3} \sin \phi + \sqrt{J_2} \sin(\theta + 60^\circ) + \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{J_2} \sin \phi \cos(\theta + 60^\circ) - c \cos \phi &= 0 \\ f(I_1, J_2, \theta) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

No espaço das tensões principais, o critério é representado por uma pirâmide hexagonal irregular, conforme [Figura 4](#), cujo contorno define a superfície de ruptura.

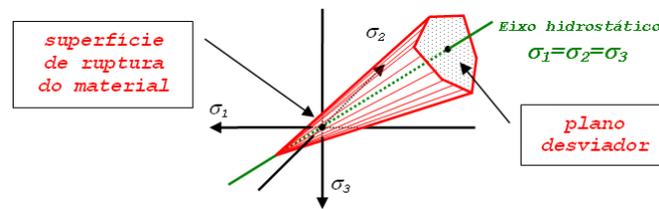


Figura 4- Representação da superfície de ruptura

Com os valores de resistência à tração e à compressão e das tensões atuantes nos elementos, pode-se verificar se a equação [\(5\)](#) é satisfeita. Caso isto ocorra, haverá a ruptura do material.

3.2 Redutores de rigidez do prisma

Para desenvolver o equacionamento para redução da rigidez dos componentes do prisma, estudou-se primeiro o comportamento do módulo de elasticidade do concreto, que como se sabe, é um material isotrópico, mas, sob certos níveis de tensão, apresenta um comportamento não-linear, por isso é importante considerar a alteração do módulo de elasticidade em função do aumento das tensões, porém considerado instantaneamente linear.

Na formulação do MEF, a equação básica de equilíbrio estático ($K \cdot D = F$) considera o sistema linear, por isso no desenvolvimento da matriz de rigidez do elemento prismático, considerou-se o comportamento linear do material. Então, para contornar esse problema, na simulação numérica foi utilizado o processo incremental de forças, sendo que, após cada incremento, o módulo de elasticidade foi corrigido em função da menor deformação principal de cada elemento, conforme a [equação \(6\)](#), função dos respectivos deslocamentos nodais.

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (6)$$

3.2.1 Módulo de elasticidade do concreto na compressão

A [Norma Brasileira NBR-6118:2003](#), mostra a relação $\sigma \times \varepsilon$ para o concreto, dada pela [equação \(7\)](#), para uma deformação de até 2‰. A partir daí, a tensão passa ser constante e igual ao valor do f_{ck} .

$$\sigma_c = f_{ck} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2\text{‰}} \right)^2 \right] \quad (7)$$

Reescrevendo-se a [equação \(7\)](#), tem-se [\(8\)](#):

$$\sigma_c = (-250.000 \cdot \varepsilon^2 + 1000 \cdot \varepsilon) \cdot f_{ck} \quad (8)$$

Dividindo-se [\(8\)](#) por pela deformação (ε), tem-se a equação [\(9\)](#), que relaciona o módulo de elasticidade instantâneo (E_{inst}) com a deformação de cada um dos elementos.

$$E_{inst} = -250.000 \cdot f_{ck} \cdot \varepsilon + 1000 \cdot f_{ck} \quad (9)$$

3.2.2 Módulo de elasticidade do prisma

Analisando-se a equação (9), percebe-se que ela contempla, na segunda parcela, o valor inicial do módulo de elasticidade e , um redutor, dado pela primeira.

Segundo [Capuzzo Neto \(2000\)](#), uma relação estabelecida por Hilsdorf (1969) apresenta o módulo de deformação da argamassa definido pela [equação \(10\)](#), função de sua resistência à compressão.

$$E_a = 1000 \cdot f_{ca} \quad (10)$$

Assim, percebe-se que a segunda parcela de (9) pode ser considerada uma constante válida para os materiais em estudo.

Posto isto, e como o concreto utilizado na confecção do bloco difere muito do concreto convencional, optou-se pela adoção de redutores de rigidez diferenciados para os materiais que compõem o prisma, apresentados nas equações (11) e (12), respectivamente para o bloco e para a argamassa.

$$E_{inst,b} = -5.10^{12} \cdot 0,85 \cdot f_{cb} \cdot \varepsilon^3 + 1000 \cdot f_{cb} \quad (11)$$

$$E_{inst,a} = -2.10^{11} \cdot 0,85 \cdot f_{ca} \cdot \varepsilon^3 + 1000 \cdot f_{ca} \quad (12)$$

Cabe ressaltar que tais redutores foram obtidos ajustando-se os resultados numéricos com os resultados experimentais, no intuito de validá-los.

4 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

O fluxograma referente ao esquema geral de cálculo dado pela [Figura 5](#), mostra que em cada bloco contém o nome de uma sub-rotina específica, que utiliza conceitos do MEF para análise estrutural.

O procedimento incremental adotado consiste na subdivisão do carregamento em um número conhecido de incrementos, aplicados de forma acumulativa. À medida que a força vai sendo aumentada, efetua-se o cálculo dos deslocamentos, com conseqüente cálculo das deformações e das tensões em cada elemento, para posterior aplicação do critério de ruptura e correção do módulo de elasticidade instantâneo do material. Caso seja verificada a ruptura do elemento, é feita uma redução total do módulo de elasticidade, de forma individual, para posterior armazenamento dos deslocamentos nodais.

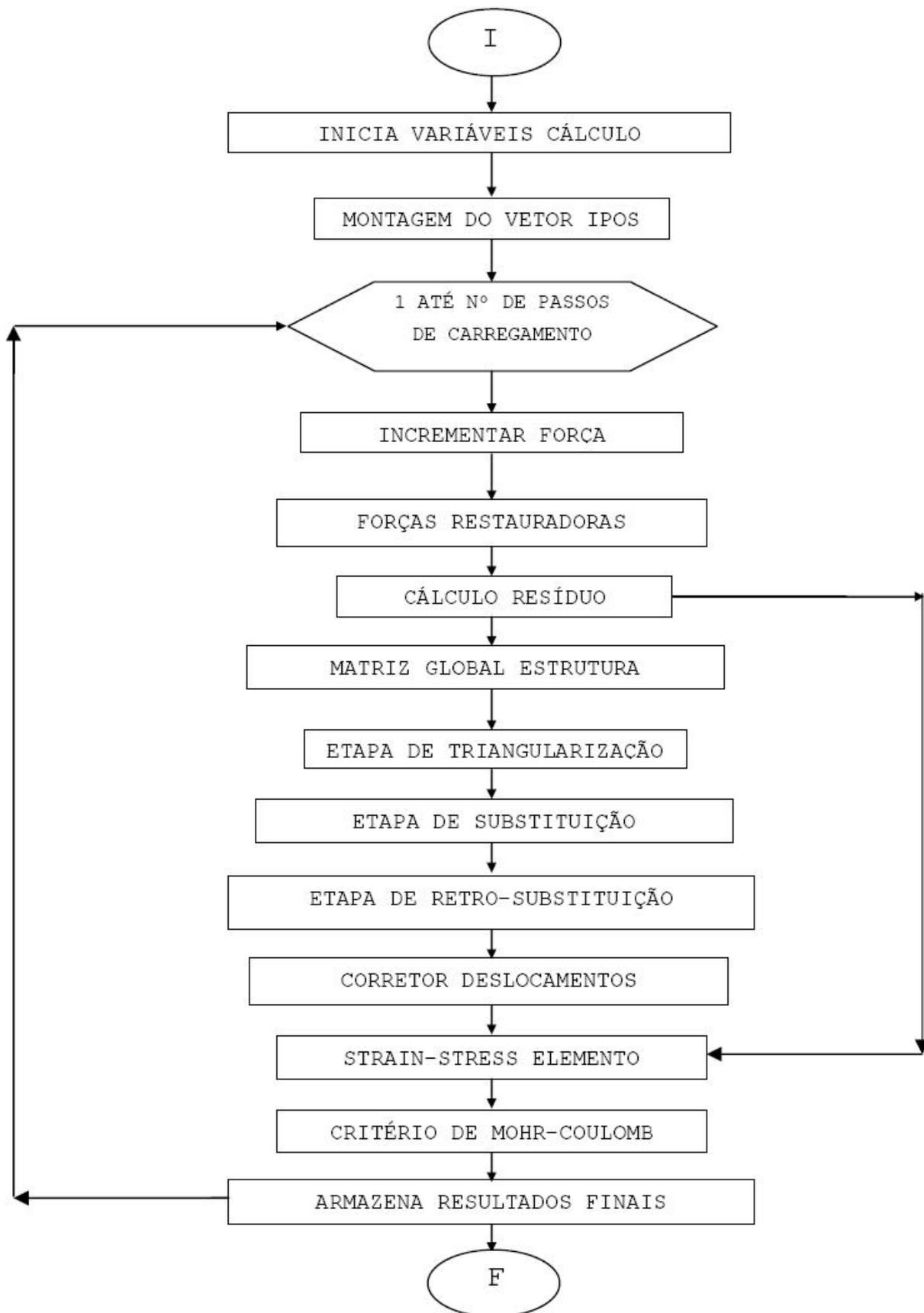


Figura 5- Fluxograma geral de cálculo

5 RESULTADOS

5.1 Resultados obtidos por [Silva \(2007\)](#)

Silva ensaiou diversas formas geométricas diferentes, como blocos isolados, prismas formados por dois e três blocos, $\frac{1}{4}$ de parede, $\frac{1}{2}$ parede e parede inteira.

Os resultados mostrados na [Figura 6](#) são dos prismas de três blocos (PR3).

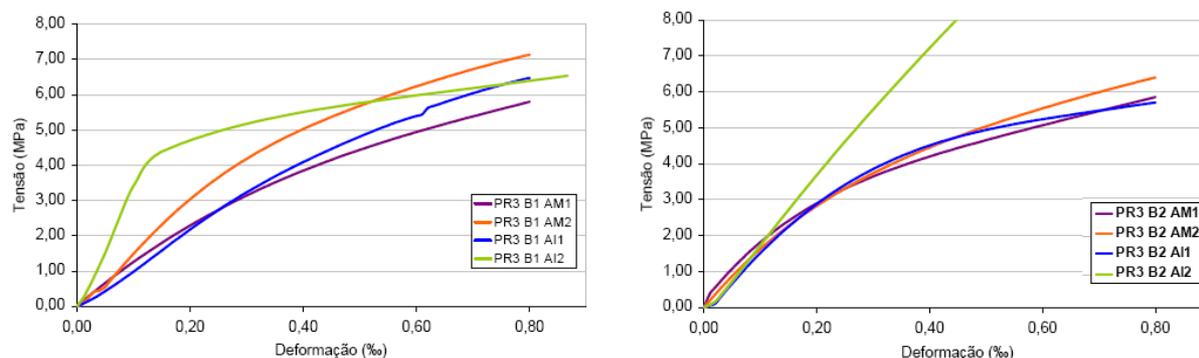


Figura 6- Gráfico $\sigma_x \epsilon$ dos prismas de três blocos (SILVA (2007))

LEGENDA:

B1 = Bloco 1 ($f_b = 16,3\text{MPa}$ - referente à área líquida)

B2 = Bloco 2 ($f_b = 30,8\text{MPa}$ - referente à área líquida)

AM1 = Argamassa mista 1 ($f_a = 5,0\text{MPa}$)

AM2 = Argamassa mista 2 ($f_a = 10,8\text{MPa}$)

AI1 = Argamassa industrializada 1 ($f_a = 7,5\text{MPa}$)

AI2 = Argamassa industrializada 2 + 20% de cimento em massa ($f_a = 22,3\text{MPa}$)

A ruptura para as diferentes séries se deu de formas distintas. Na série PR3 B1 AI1, ocorreu o esfacelamento da argamassa com cargas baixas, cerca de 20% da carga de ruptura. Na série PR3 B1 AM1, o esfacelamento ocorreu com cargas altas, próximo ao instante da ruptura. Na série PR3 B1 AI2, notou-se um comportamento diferente dos demais, pois a argamassa era mais resistente que o bloco. Na série PR3 B1 AM2 observou-se de forma notória o trabalho conjunto dos componentes, fato este que se justifica pela proximidade de suas resistências à compressão.

Na série PR3 B2 AI1 ocorreu esfacelamento lento da argamassa, justificando o comportamento da curva com o acréscimo de carga. Nas séries PR3 B2 AM1 e PR3 B2 AM2 a ruptura variou entre o esfacelamento da argamassa e ruptura brusca dos prismas. Na série PR3 B2 AI2 observou-se um comportamento quase elástico-linear, não havendo esfacelamento da argamassa, demonstrando que ela resistiu às tensões aplicadas nos prismas, no entanto, devido à grande diferença entre sua resistência e a do bloco, mais uma vez o bloco foi o fator dominante no comportamento dos prismas.

5.2 Resultados obtidos numericamente

Agora, serão apresentados os resultados obtidos com a utilização do *software* FEISdec, *software* institucional iniciado por [Rodrigues \(1997\)](#) e ainda em desenvolvimento pelo DEC/FEIS/UNESP, comparando-os com os resultados obtidos experimentalmente por [Logullo \(2006\)](#). Ressalta-se que a força aplicada pela prensa nos ensaios, foi aplicada

diretamente nos nós superiores do último bloco de forma proporcional a área de influência, conforme [Figura 7](#).

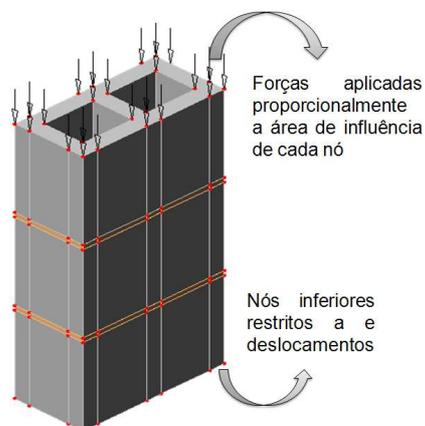


Figura 7- Esquema de discretização dos prismas

a) Exemplo 1

Características dos materiais:

- **Blocos:**

$$f_{cb} = 15,39 \text{ MPa}$$

$$f_{tb} = 1,54 \text{ MPa}$$

$$E_{inic,b} = 1000 \cdot f_{cb}$$

- **Argamassa:**

$$f_{ca} = 6,77 \text{ MPa}$$

$$f_{ta} = 0,677 \text{ MPa}$$

$$E_{inic,a} = 1000 \cdot f_{ca}$$

A [Figura 8](#) mostra a relação entre forças e deslocamentos obtidos nos ensaios realizados por [Logullo \(2006\)](#) e os resultados numéricos. Já a [Figura 9](#) mostra o relatório dos elementos rompidos no incremento nº 38.

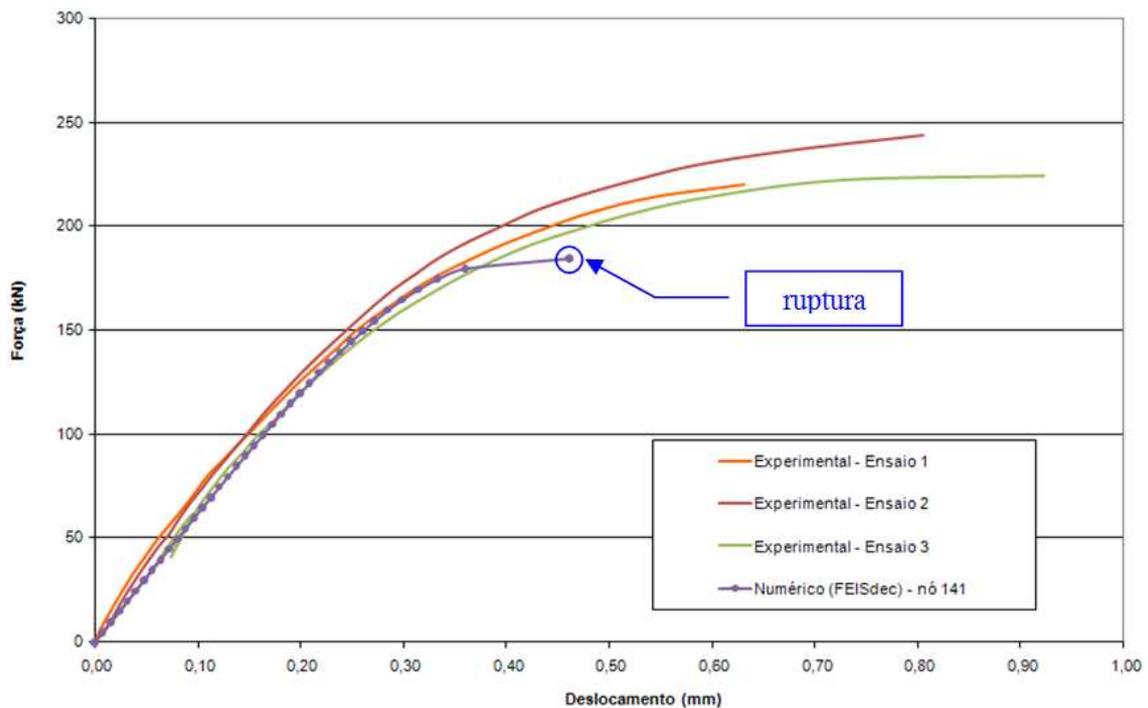


Figura 8- Gráfico força x deslocamento dos resultados experimentais (LOGULLO (2006) e numérico (FEISdec)

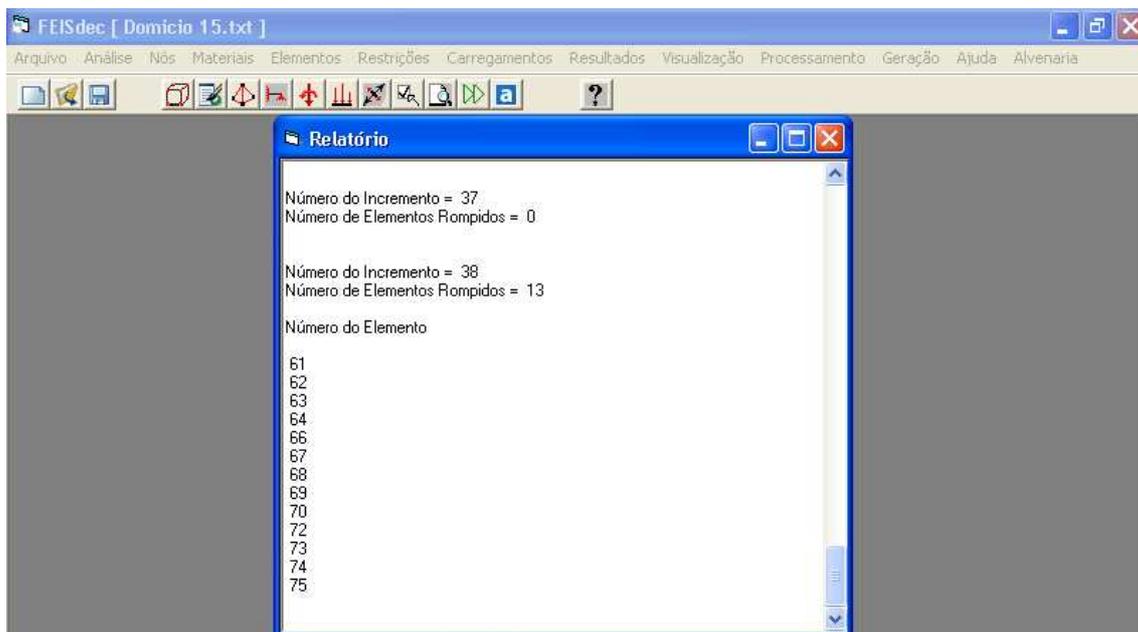


Figura 9- Elementos onde ocorreram ruptura no incremento nº 38

b) Exemplo 2

Características dos materiais:

- **Blocos:**

$$f_{cb} = 22,09 \text{ MPa}$$

$$f_{tb} = 2,21 \text{ MPa}$$

$$E_{inic,b} = 1000 \cdot f_{cb}$$

- **Argamassa:**

$$f_{ca} = 6,77 \text{ MPa}$$

$$f_{ta} = 0,677 \text{ MPa}$$

$$E_{inic,a} = 1000 \cdot f_{ca}$$

A [Figura 10](#) mostra a relação entre forças e deslocamentos obtidos nos ensaios realizados por Logullo (2006) e os resultados numéricos. Já a [Figura 11](#) mostra o relatório dos elementos rompidos no incremento nº 36.

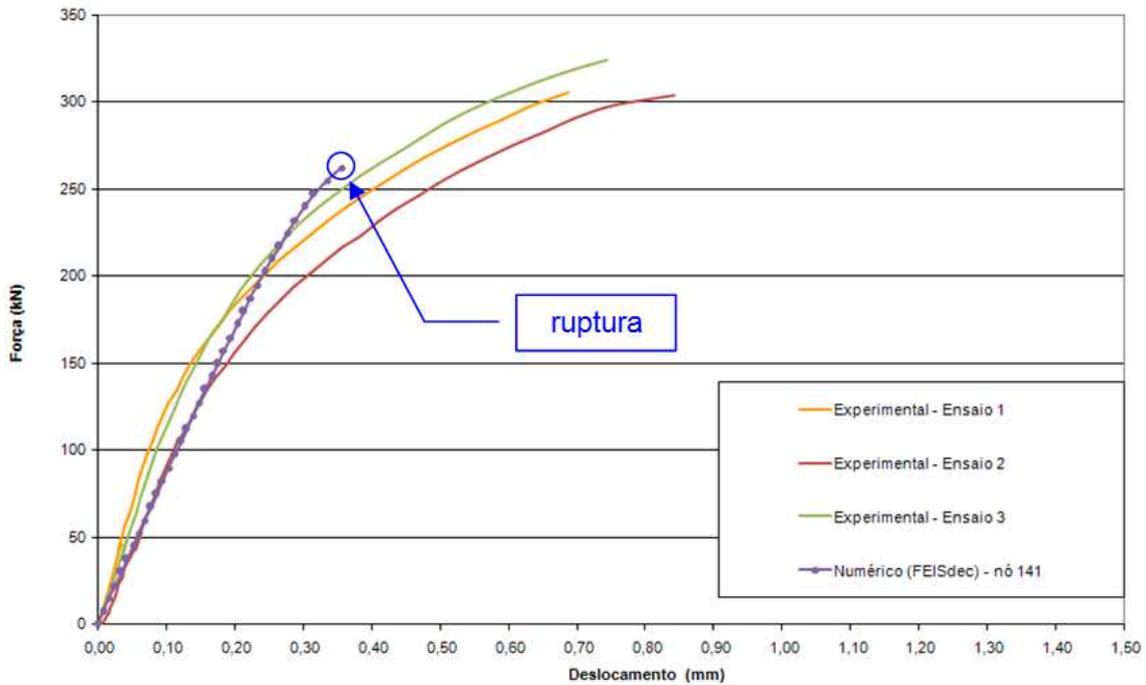


Figura 10- Gráfico força x deslocamento dos resultados experimentais ([LOGULLO \(2006\)](#)) e numérico (FEISdec)

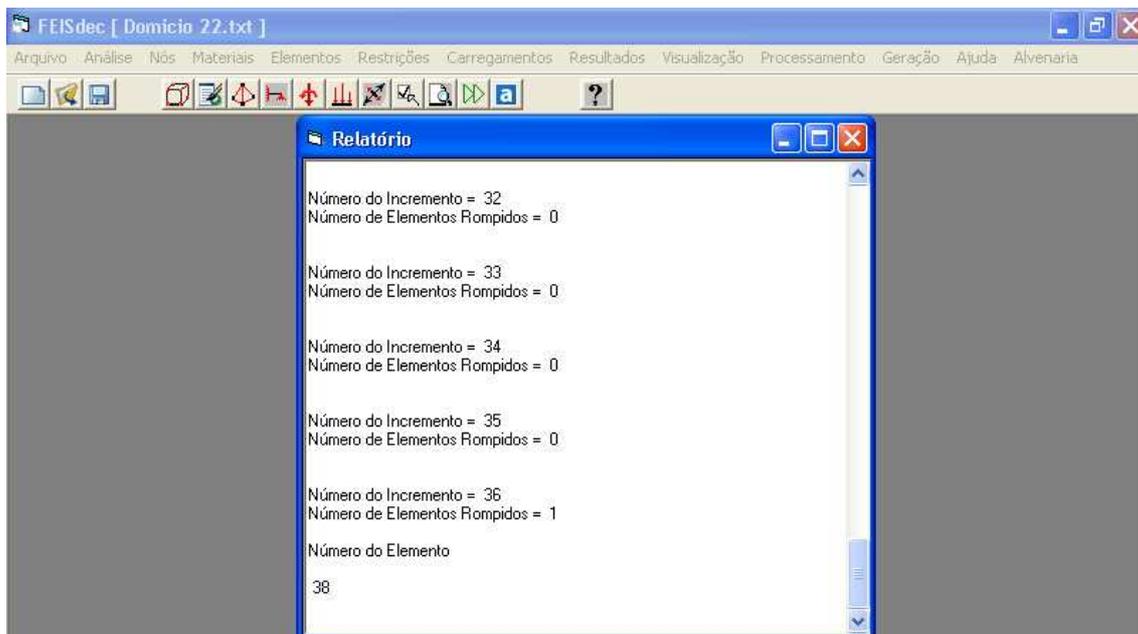


Figura 11- Elementos onde ocorreram ruptura no incremento nº 36

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Discussão dos resultados

Analisando-se as curvas força x deslocamento do [Exemplo 1](#), conclui-se que a argamassa trabalhou conjuntamente com os blocos, uma vez que as resistências à compressão dos materiais não estavam tão distantes, pois a curva numérica praticamente coincide com as curvas experimentais, obtidas por [Logullo \(2006\)](#), até o ponto onde ocorre a plastificação e posterior ruptura dos elementos.

No [Exemplo 2](#), como a resistência dos blocos foi aumentada na ordem de 40% do valor inicial, e a resistência da argamassa não foi alterada, concluiu-se que a resistência do bloco foi fundamental para o comportamento do prisma, fazendo com que a curva numérica apresentasse um comportamento quase elástico-linear até o momento em que os elementos começaram a se romper. Esse comportamento também foi observado experimentalmente por [Silva \(2007\)](#), conforme Figura 6, pois nas séries em que a diferença entre as resistências da argamassa e do bloco era significativa e não houve esfacelamento da argamassa, o comportamento foi bem parecido ao encontrado numericamente no [Exemplo 2](#).

Na série PR3 B1 AI2, observou-se um comportamento distinto dos demais, pois a argamassa era mais resistente que o bloco, e mesmo assim, a resistência final do prisma não foi superior, por exemplo, a série PR3 B1 AM2, onde a argamassa era menos resistente que o bloco, comprovando a relação mostrada pela [equação \(1\)](#).

6.2 Outros resultados importantes

Com relação à ruptura dos prismas, a adoção do Critério de Mohr-Coulomb foi capaz de prever a localização dos elementos que romperam inicialmente. Vale lembrar que os elementos listados nas [Figuras 9](#) e [11](#), representam todos os elementos do bloco superior do prisma, e a parede interior que divide os septos do segundo bloco do prisma, respectivamente.

Quanto à força numérica de ruptura encontrada, observou-se que o valor sempre foi inferior aos resultados obtidos experimentalmente, uma vez que o Critério de Mohr-Coulomb não contempla o principal mecanismo de ruptura da alvenaria, que conforme descrito por [Peleteiro \(2002\)](#), é dado pela micro-fissuração dos materiais componentes.

6.3 Conclusão

Foi possível demonstrar numericamente que o fator predominante na resistência final e no comportamento da alvenaria é a resistência à compressão dos blocos.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas, *NBR-6118 - Projeto de estruturas de concreto - procedimento: NBR-6118, Rio de Janeiro, 2003.*
- Camacho, J.F., *Contribuição ao estudo de modelos físicos reduzidos de alvenaria estrutural cerâmica. São Paulo, Tese (Doutorado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 174p., 1995*
- Capuzzo Neto, V., *Estudo teórico e experimental da interação de paredes de alvenaria estrutural submetidas a ações verticais. São Carlos, Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 111p. 2000.*
- Faglione, A.F., *Análise não-linear física de vigas de concreto armado utilizando elemento*

- finito prismático regular linear associado ao de barra unidimensional. *Ilha Solteira, Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 122p. 2006.*
- Logullo, B.G., *Influência do graute e da taxa de armadura no comportamento da alvenaria estrutural de blocos de concreto. Ilha Solteira, Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 196p. 2006.*
- Peleteiro, S.C., *Contribuições à modelagem numérica de alvenaria estrutural., São Carlos, Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 143p. 2002.*
- Rodrigues, R.O., *Análise dinâmica bidimensional não linear física e geométrica de treliças de aço e pórticos de concreto armado. São Carlos. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997.*
- Silva, A.F., *Avaliação da resistência à compressão da alvenaria estrutural. Ilha Solteira, Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 108p. 2007.*