

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE UN VEHÍCULO DE COMPETICIÓN

Esteban A. Rodríguez Capovilla^{a,b}, José M. Risso^b y Alberto Cardona^b

^a Grupo Tecnológico Automotor, UTN Facultad Regional Santa Fe, Lavaise 610, 3000 Santa Fe,
Argentina, esteban_hto_1@yahoo.com.ar, <http://www.frsf.utn.edu.ar>

^b CIMEC – INTEC / UNL – CONICET, Parque Tecnológico Litoral Centro, 3000 Santa Fe,
Argentina, <http://www.cimec.org.ar>

Palabras claves: Análisis de mecanismos, dinámica vehicular, elementos finitos.

Resumen. Este trabajo describe la simulación computacional del comportamiento dinámico de un vehículo de competición diseñado para participar en una categoría de la provincia de Santa Fe.

El análisis se realizó utilizando el módulo Mecano del software Samcef, por lo que se describen en detalle los diversos mecanismos que componen el vehículo y el tipo de juntas cinemáticas utilizadas para construirlo, con especial énfasis en el modelo de neumático utilizado.

A partir de la determinación de las maniobras de diseño y la simulación computacional de esas maniobras a través del programa de elementos finitos, se evalúa la estabilidad del vehículo, se ajustan los parámetros de su sistema de suspensión, y se determinan los esfuerzos a los que están sometidos sus componentes.

1 INTRODUCCIÓN

El automovilismo deportivo ha adoptado en forma creciente la captura de datos mediante sensores y sistemas de telemetría, para comparar reglajes y obtener la puesta a punto más adecuada (González Luna, 2001). De este modo, se ha pasado de las impresiones subjetivas del piloto a mediciones objetivas, obtenidas a través de múltiples sensores, para ponderar la importancia e influencia de cada reglaje. Pero este sistema no deja de ser un perfeccionamiento del anterior, pues lo que hace es aportar datos ponderables que se añaden a las sensaciones que el piloto puede explicar.

El paso siguiente en esta evolución es la modelización del vehículo, para obtener en una primera fase resultados reproducibles sin la influencia variable del piloto. A continuación se podrán simular otras pruebas, con un menor costo y en plazos menores. Las pruebas en pista se convertirían de este modo en verificaciones de los resultados previstos por los modelos computacionales, enriquecidos por la información que el piloto pueda seguir aportando para el mejor conocimiento del modelo.

La modelización de vehículos está siendo utilizada principalmente en las grandes compañías de automóviles, para obtener coches que sean seguros, fáciles y agradables de conducir. Las suspensiones y demás elementos se comprueban matemáticamente en forma previa a la experimentación. De esta manera, los elementos involucrados en la modelización se comportan más eficientemente desde el comienzo de las pruebas con prototipos, acortando los períodos de desarrollo de nuevos modelos.

Sin embargo, estas dos aplicaciones de la modelización de vehículos no podrán separarse de los experimentos con prototipos físicos hasta que los modelos sean lo suficientemente precisos, fiables y representativos de los sistemas reales.

A la modelización se le presentan algunas dificultades y limitaciones:

- La modelización ha de ser tal que el comportamiento del sistema se acerque suficientemente al de la realidad. Dependiendo de la precisión requerida y del sistema analizado, esto puede llevar a una modelización de complejidad excesiva, que puede ralentizar el cálculo computacional del modelo.
- La fase de definición, desarrollo y evaluación del modelo puede resultar demasiado larga y sus resultados pueden no representar completamente la realidad. Es decir, se ha de analizar cada caso cuidadosamente y evaluar si el costo de creación de un modelo es admisible, tanto a nivel económico como de tiempo.

Sin embargo, los resultados obtenidos conllevan las siguientes ventajas:

- El modelo contribuye a localizar de manera más sencilla posibles errores o aspectos delicados en el diseño. La modelización es un buen complemento para llevar a cabo una fase de diseño más fiable, al mismo tiempo que puede hacer disminuir los costos de prototipos y ensayos.
- El modelo puede ir siendo actualizado y contribuir a la optimización de sus elementos y al análisis de nuevas configuraciones de los mismos, con un esfuerzo suplementario relativamente reducido.

A pesar de que en la actualidad el automóvil es un objeto de uso cotidiano, posee una diversidad muy grande de elementos y una complejidad considerable. Lo componen una multitud de elementos de distinto tipo funcionando conjuntamente: elementos térmicos (motor), hidráulicos (sistema de frenado), mecánicos (suspensiones), etc.

En este caso concreto nos centramos en la modelización de un vehículo del tipo automóvil de turismo (más precisamente un Fiat 600), preparado para competiciones sobre asfalto. El presente proyecto se centra en los componentes mecánicos que afectan a la dinámica del

vehículo, y simplifica otros sistemas, tales como el de frenado (prescindiendo de su carácter hidráulico) y el de transmisión de potencia (aplicando un torque a los palieres y obviando la modelación del conjunto motor/caja/diferencial).

2 HERRAMIENTAS EMPLEADAS

Por un lado se han utilizado los instrumentos de medida del Grupo Tecnológico Automotor (GTA) para la determinación de la geometría del coche (metro, calibre y medidor de ángulos). Para la determinación de las masas e inercias, datos necesarios para la modelización dinámica, se ha modelado en un CAD 3D cada una de las piezas más significativas y luego aplicado el material correspondiente para así obtener los datos necesarios.

Por otro lado, se han utilizado diferentes aplicaciones informáticas. Se ha utilizado el software CAD SolidWorks para realizar los gráficos de los sólidos del coche. Desde este programa se ha exportado un modelo unifilar de las geometrías para transformar los archivos gráficos a un formato adecuado para realizar la simulación.

El programa que se ha utilizado para la modelización y simulación del vehículo ha sido SAMCEF Field v7.3. SAMCEF Field (SAMTECH, [Samcef Users Manual](#)), un software para la simulación por medio del método de elementos finitos, que permite realizar análisis dinámicos, cinemáticos, y también estáticos. Se trata de una herramienta de simulación de sistemas mecánicos y piezas tridimensionales, capaz de simular un amplio rango de mecanismos de lazo abierto y cerrado, utilizando elementos rígidos y elásticos conectados a través de una variedad de juntas cinemáticas.

3 BASES DEL ANÁLISIS DE MECANISMOS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Las ecuaciones que describen el movimiento de un mecanismo (Risso, 2009) pueden ser escritas de modo general como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}^{\text{int}} = \mathbf{f}^{\text{ext}} \quad (1)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masa del sistema, $\ddot{\mathbf{u}}$ su aceleración, \mathbf{f}^{int} la sumatoria de fuerzas internas del mecanismo (fuerzas elásticas debidas a la deformación de componentes, restricciones cinemáticas, amortiguamientos y fuerzas internas de fricción), y \mathbf{f}^{ext} las fuerzas externas actuantes.

Para realizar un análisis dinámico del mecanismo se utiliza el esquema de Newmark, donde los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en el tiempo t_{n+1} se calculan en función de sus valores en el tiempo t_n , mediante una expansión de Taylor de segundo orden:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + h\dot{\mathbf{u}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{\mathbf{u}}_n + \beta h^2\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + (1 - \gamma)h\ddot{\mathbf{u}}_n + \gamma h\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \end{aligned} \quad (2)$$

donde β y γ son parámetros del método (su discusión excede el marco de este trabajo).

El esquema implícito requiere la resolución del sistema de ecuaciones del movimiento (1) en el tiempo t_{n+1} . Reemplazando el valor de la aceleración $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ por su expresión en términos de (2) resulta el sistema de ecuaciones:

$$\frac{\mathbf{M}}{\beta h^2} \mathbf{u}_{n+1} + \mathbf{f}_{n+1}^{\text{int}} = \mathbf{f}_{n+1}^{\text{ext}} + \frac{\mathbf{M}}{\beta h^2} \left(\mathbf{u}_n + h\dot{\mathbf{u}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{\mathbf{u}}_n \right) \quad (3)$$

donde todo el término derecho es conocido a partir de los resultados en el tiempo t_n . Este sistema es no lineal, debido a la dependencia de las fuerzas internas respecto del desplazamiento y la velocidad. Para resolverlo se utiliza un esquema de Newton-Raphson, que a partir de una estimación inicial del desplazamiento y las fuerzas internas realiza una

serie de iteraciones para lograr una aproximación mejorada:

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\mathbf{u}_{n+1} &= {}^i\mathbf{u}_{n+1} + {}^i\Delta\mathbf{u} \\ {}^{i+1}\mathbf{f}_{n+1}^{\text{int}} &= {}^i\mathbf{f}_{n+1}^{\text{int}} + {}^i\Delta\mathbf{f}_{n+1}^{\text{int}} = {}^i\mathbf{f}_{n+1}^{\text{int}} + \left(\mathbf{K}^T + \mathbf{C} \frac{\partial {}^i\dot{\mathbf{u}}_{n+1}}{\partial {}^i\mathbf{u}_{n+1}} \right) {}^i\Delta\mathbf{u} \end{aligned} \quad (4)$$

donde ${}^i\mathbf{u}_{n+1}$ e ${}^{i+1}\mathbf{u}_{n+1}$ representan los valores de las variables en las iteraciones correspondientes, \mathbf{K}^T es la matriz de rigidez tangente y \mathbf{C} la matriz de amortiguamiento del sistema. La corrección de desplazamientos en cada iteración se obtiene resolviendo un sistema lineal:

$$\left(\frac{\mathbf{M}}{\beta h^2} + \frac{\mathbf{C}\gamma}{\beta h} + \mathbf{K}^T \right) {}^i\Delta\mathbf{u} = {}^i\mathbf{R}_{n+1} \quad (5)$$

donde ${}^i\mathbf{R}_{n+1}$ es el residuo (o desequilibrio de fuerzas) en la iteración i , calculado a partir de la expresión (3). El proceso iterativo continúa hasta satisfacer la ecuación de equilibrio dinámico del sistema (obtener un residuo suficientemente pequeño).

4 MODELIZACIÓN DEL VEHÍCULO

4.1 Introducción

Para llevar a cabo la modelización mecánica del vehículo se utilizó el programa SAMCEF Field. En las Figuras 1, 2 y 3 se muestra el aspecto externo del vehículo real, del modelo CAD intermedio y del modelo final de cálculo respectivamente:



Figura 1: Vehículo Real



Figura 2: Modelo CAD

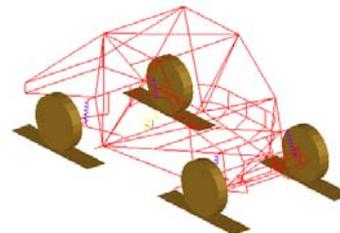


Figura 3: Modelo de Cálculo

4.2 Modelado de mecanismos

Para modelar el sistema, se utilizan elementos estructurales conectados a través de juntas cinemáticas. Los elementos estructurales (vigas, placas, elementos de volumen) son similares a los utilizados en los programas tradicionales de elementos finitos, y pueden ser modelados como flexibles o rígidos. Las juntas cinemáticas, que establecen restricciones al desplazamiento relativo entre componentes, son el elemento distintivo de los programas para análisis de mecanismos, y según su variedad y sofisticación posibilitan el análisis de mecanismos de diversa complejidad.

El programa utilizado permite definir tanto juntas rígidas como flexibles. Dentro de las juntas elementales se encuentran las juntas esféricas, prismáticas, cilíndricas, cardánicas, hinges (bisagras), tornillos y sliders (seguidores). También pueden utilizarse elementos más complejos, que modelan sistemas leva/seguidor, engranajes y cremalleras, ruedas neumáticas o ferroviarias, actuadores, cojinetes hidrodinámicos, etc. Adicionalmente, pueden definirse elementos de resorte lineal o no lineal, amortiguadores, bushings (uniones elásticas con

rigidez y amortiguamiento configurable en traslación y rotación), etc., por lo que es posible representar mecanismos de elevada complejidad.

La **Figura 4** muestra una representación esquemática de los principales tipos de juntas cinemáticas y elementos estructurales disponibles (**SAMTECH, Samcef Users Manual**).

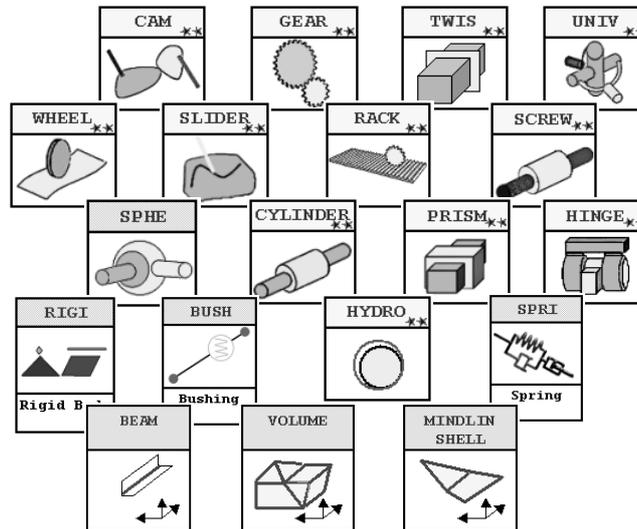


Figura 4: Algunos tipos de elementos disponibles para el modelado de mecanismos

Los elementos utilizados para modelar el mecanismo y la ubicación de ellos se puede observar en la **Figura 5** donde se han quitado las ruedas para una mejor visualización de las juntas.

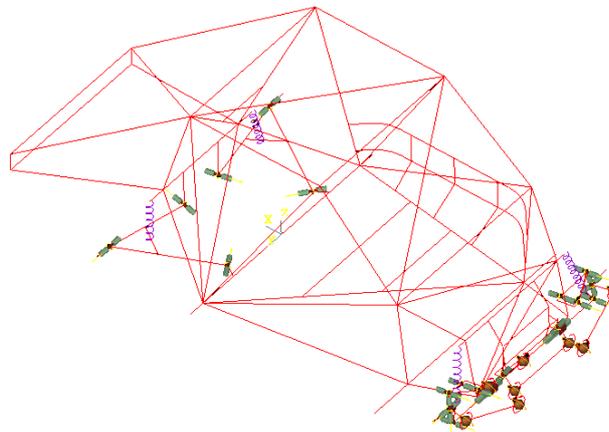


Figura 5: Elementos utilizados para el modelado del mecanismo

4.3 Modelización de la armadura de seguridad

La armadura de seguridad fue modelada por un esquema de líneas (**Figura 7**) realizado a partir del diseño en 3D construido el software CAD (**Figura 6**). Se la modeló con elementos de viga elástica a las cuales se les asignó las propiedades geométricas correspondientes a cada sección y el material (acero).

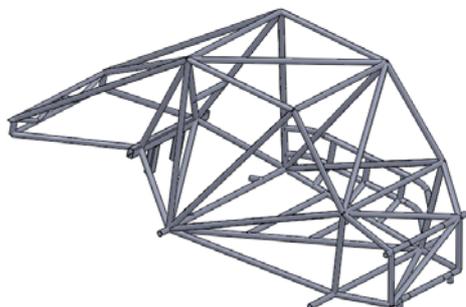


Figura 6: Modelo CAD

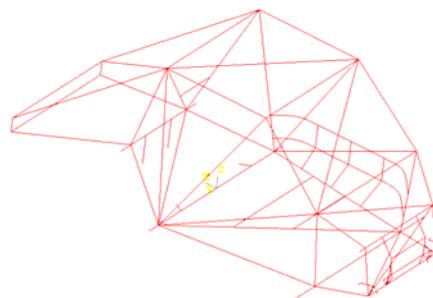


Figura 7: Modelo de cálculo

4.4 Modelización de la suspensión delantera

La suspensión delantera es del tipo de paralelogramo semi-flexible conformado por una parrilla en la parte superior y un paquete de elásticos en la parte inferior. Ambos elementos, al igual que el amortiguador, van unidos a la jaula mediante bujes tipo silent-block.

La parrilla fue modelada mediante elementos de viga elástica (Figura 9) a las cual se les asignó las propiedades correspondientes a cada sección, el paquete de las ballestas fue simulado con una viga de sección variable por tramos simulando de dicha manera una viga de resistencia equivalente realizado a partir del diseño en 3D realizado el software CAD (Figura 8). El cuerpo del perno maestro fue modelado mediante elementos de viga rígidos.

Las propiedades físicas (masa e inercias) de los portamasas y las ruedas, fueron cargadas en el modelo utilizando elementos de masa concentrada (lumped mass).

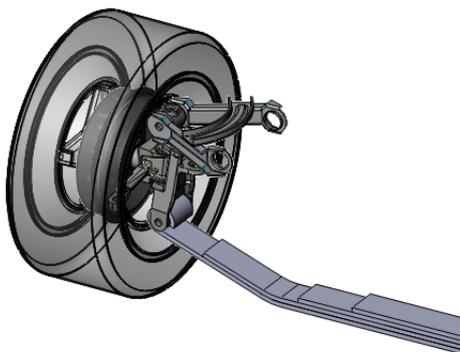


Figura 8: Modelo CAD

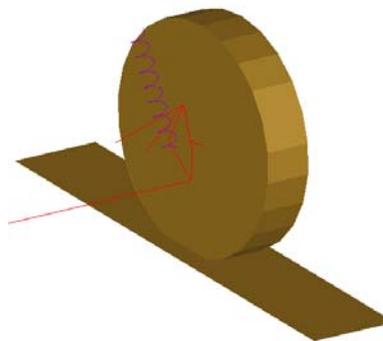


Figura 9: Modelo de cálculo

El amortiguador fue representado mediante un elemento de resorte amortiguador que une a los puntos de anclaje del mismo en el cuerpo del perno maestro y en la armadura de seguridad representado con un valor de la constante de amortiguamiento invariable según los valores observados en la bibliografía (GILLESPIE, 1992) (MILLIKEN, W.; MILLIKEN, D., 1995) de $8e3 \text{ N/(m.s)}$ y un valor de la constante elástica nulo.

4.5 Modelización de la suspensión trasera

La suspensión trasera es del tipo de brazos semi-arrastrados. La parrilla fue modelada mediante elementos de viga elástica (Figura 11) a las cuales se les asignó las propiedades correspondientes a cada sección y el material realizado a partir del diseño en 3D realizado el software CAD (Figura 10).

La masa y los momentos de inercia de los portamasas y las ruedas, fueron cargadas mediante elementos de masa concentrada.

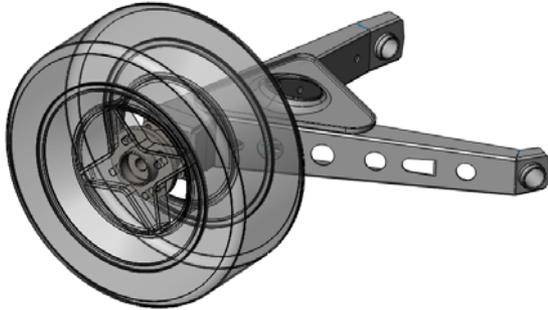


Figura 10: Modelo CAD

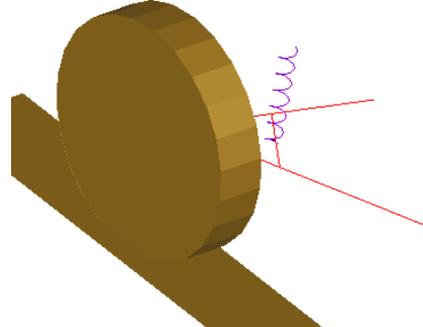


Figura 11: Modelo de cálculo

El espiral y el amortiguador fueron reemplazados por un elemento de resorte amortiguador, que une los puntos de anclaje de la parrilla y la armadura de seguridad. El valor de la constante elástica atribuida es un valor constante de 140.1 N/mm al igual que el de la constante de amortiguamiento cuyo valor introducido es de $10e3$ N/(m.s).

4.6 Modelización del sistema de dirección

La dirección está formada por la barra de dirección sobre la que se monta el volante, la caja de dirección, los brazos pivot, la barra central y los brazos laterales.

Los brazos de dirección y la barra central están unidos tanto a los portamasas como a los brazos pivot mediante rótulas.

De la dirección se han modelado tanto sus brazos como los brazos pivot, definiendo los movimientos en la salida de la caja de dirección, con lo que se evita la simulación de la caja, el árbol y el volante.

Tanto los brazos de dirección como los brazos pivot y la barra central fueron reemplazados por elementos de viga elástica (Figura 13) a las cuales se les asignó las propiedades correspondientes a cada sección y el material realizado a partir del diseño en 3D realizado el software CAD (Figura 12).

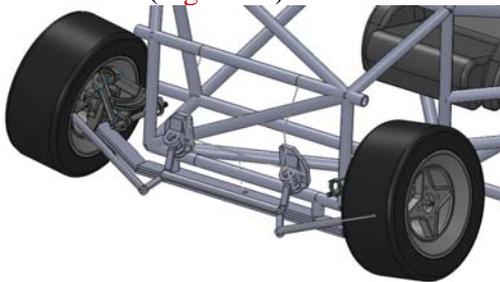


Figura 12: Modelo CAD

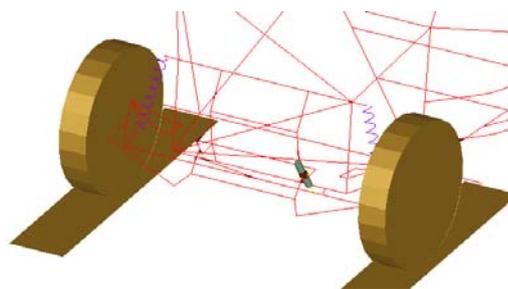


Figura 13: Modelo de cálculo

La posición del brazo de salida de la caja de dirección, y por tanto el giro de la dirección, se controlan mediante un elemento tipo hinge, que permite un grado de libertad guiado (el giro alrededor de su eje).

4.7 Modelización de las masas

Las masas pertenecientes a la carrocería, piloto, tanque de combustible, motor, caja de

velocidades, sistema de refrigeración, etc. fueron modeladas mediante masas concentradas en distintos puntos, tal como lo muestra la **Figura 14**.

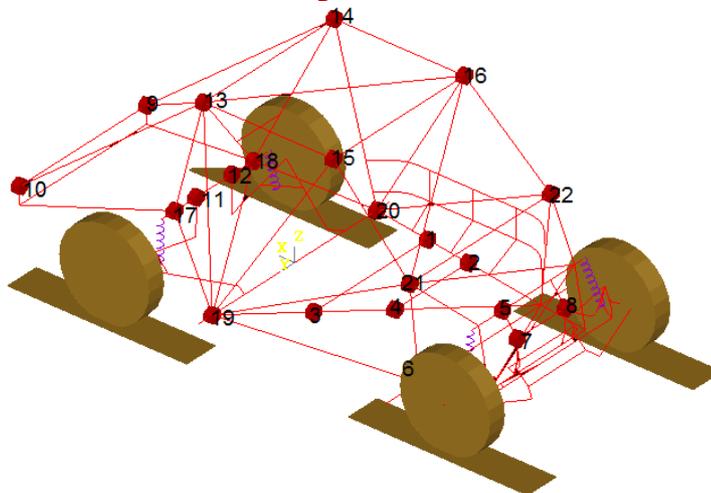


Figura 14: Masas aplicadas

El listado de las masas aplicadas se puede observar en la **Tabla 1**.

Masa Número	Descripción	Valor [kg]
1	Piloto	20
2	Piloto	20
3	Piloto	20
4	Piloto	20
5	Tanque Combustible	30
6	Batería	15
7	Radiador	5
8	Radiador	5
9	Motor	60
10	Motor	60
11	Motor y Caja	40
12	Motor y Caja	40
13	Techo	2
14	Techo	2
15	Techo	2
16	Techo	2
17	Carrocería	60
18	Carrocería	60
19	Carrocería	60
20	Carrocería	60
21	Carrocería	60
22	Carrocería	60

Tabla 1: Masas Aplicadas

4.8 Tracción y frenado

La potencia producida por el motor de este vehículo se transmite por un diferencial incorporado a la caja de donde, mediante dos semiejes, se transmite el giro a las ruedas.

El frenado se realiza mediante frenos de disco acoplados a las masas de cada rueda.

Con la finalidad de simplificar el modelo, no se ha representado el sistema de transmisión ni de freno, y los momentos de tracción y frenado se han aplicado a los ejes conectados a las ruedas, que se unen a los portamasas y parrillas mediante elementos tipo hinge.

4.9 Modelado del neumático

Debido a la falta de datos experimentales que permitan utilizar modelos más complejos (PACEJKA, H., 1966), los neumáticos se han representado con elementos tipo Wheel de comportamiento lineal. Este tipo de modelo de rueda utiliza una rigidez radial (variación del radio en función de la carga aplicada) constante, y dos funciones lineales para representar la variación de las fuerzas de contacto longitudinales y transversales en función de las velocidades de deslizamiento correspondientes:

$$Fr = k (r - r_0) \quad (6)$$

$$Fx = c V_{sx} \quad (7)$$

$$Fy = c V_{cy} \quad (8)$$

5 MANIOBRA ANALIZADA

Con el objetivo de obtener resultados que sean de interés se debe considerar las condiciones bajo las cuales interesa analizar la respuesta dinámica del vehículo, así como los parámetros que resultan útiles para ello. Este es un paso de tanta importancia como la definición misma del modelo computacional.

La maniobra seleccionada para la evaluación inicial del modelo es el doble cambio de carril (Lane Change), ejecutado de acuerdo a los lineamientos de la norma ISO 3888 (Norma ISO 3888, 2002). Esta norma define un trazado (Figura 15) compuesto de 5 secciones correspondientes a un doble cambio entre dos manos distanciadas 3.5 m.

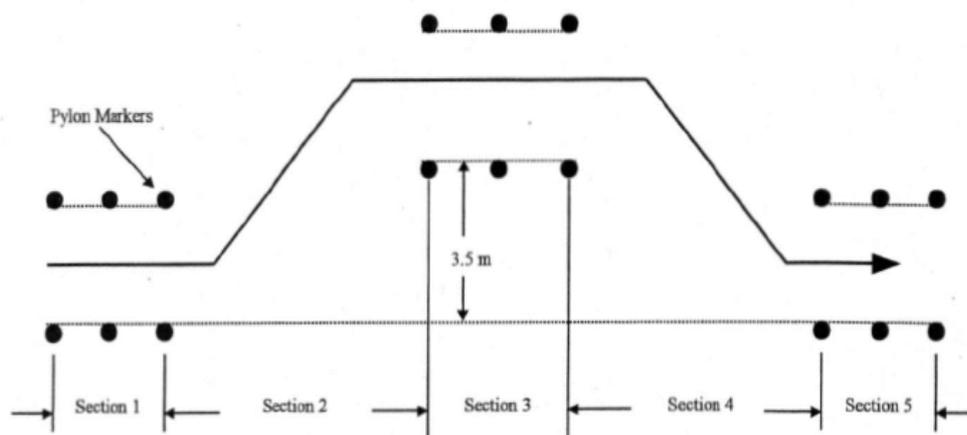


Figura 15: Trazado del ensayo de doble cambio de carril según ISO 3888

La longitud de la primer sección (avance rectilíneo) es de 15 m, seguida de una sección de 30 m de largo destinada al primer cambio de mano, una tercer sección de 25 m de longitud que representa el avance por la segunda mano, otra sección de 25 m de distancia para el

segundo cambio de mano, y una última sección de 15 m, alineada con el primer tramo del trazado.

El vehículo debe realizar un recorrido compatible con la posición de los límites del trazado. Esta maniobra se efectúa para evaluar varios parámetros, entre ellos se pueden enunciar la trayectoria de las ruedas, la fuerza radial y lateral de contacto en las ruedas, entre otras, suponiendo siempre que el mismo es operado por un conductor ideal que la realice en forma óptima.

6 RESULTADOS

A la hora de realizar una simulación dinámica es necesario definir una serie de parámetros que permitan controlar el modelo. En base a esto se han introducido parámetros que sirven para definir mecánicamente el vehículo, tales como distancias y propiedades de los elementos y parámetros de torque y ángulo de giro que describen la maniobra. De esta manera es más sencillo modificar las maniobras sin necesidad de tocar el modelo.

En la definición de las simulaciones se ha dejado un tiempo para que las suspensiones se estabilicen. Es decir que la cremallera no se mueve en ese intervalo de tiempo, y no se aplican entradas de frenado ni aceleración, manteniéndose constante la velocidad del coche. De esta forma, se consigue iniciar las maniobras con el vehículo en situación aproximadamente estacionaria.

Se presentan a continuación los resultados más representativos de las simulaciones, por medio de gráficas bidimensionales. No se ha considerado lógico mostrar todas las variables sino aquéllas que caracterizan de algún modo el comportamiento del vehículo en la maniobra o muestran algún aspecto reseñable del mismo.

La **Figura 16** muestra la trayectoria del punto central del vehículo, que respeta los límites del trazado definido por la norma. En ella se ve la influencia del derrape de los neumáticos, principalmente por la falta de diferencial, ya que ante la misma entrada de volante a izquierda y derecha simulando el doble cambio de carril, el vehículo no lo ha realizado por mismo sitio (asimetría).

La **Figura 17** representa la fuerza radial de contacto entre los neumáticos traseros y el piso. Puede apreciarse que a lo largo de todo el trazado los neumáticos continúan apoyados y con una aceptable transferencia de carga al piso.

En la **Figura 18** se muestra la carga lateral absorbida por cada neumático trasero.

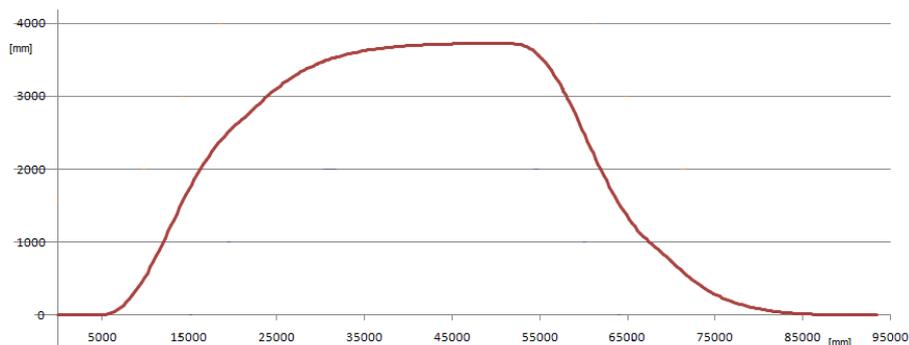


Figura 16: Trayectoria de las ruedas en el ensayo de doble cambio de carril

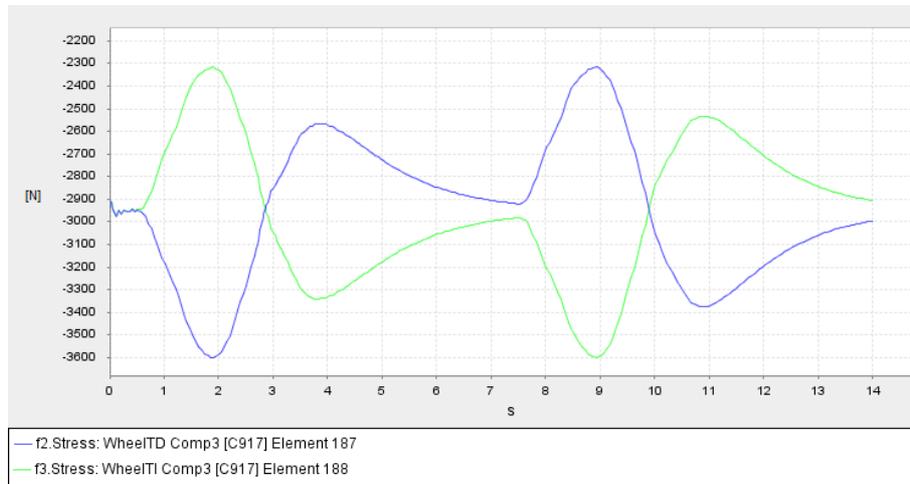


Figura 17: Fuerza radial de contacto en las ruedas

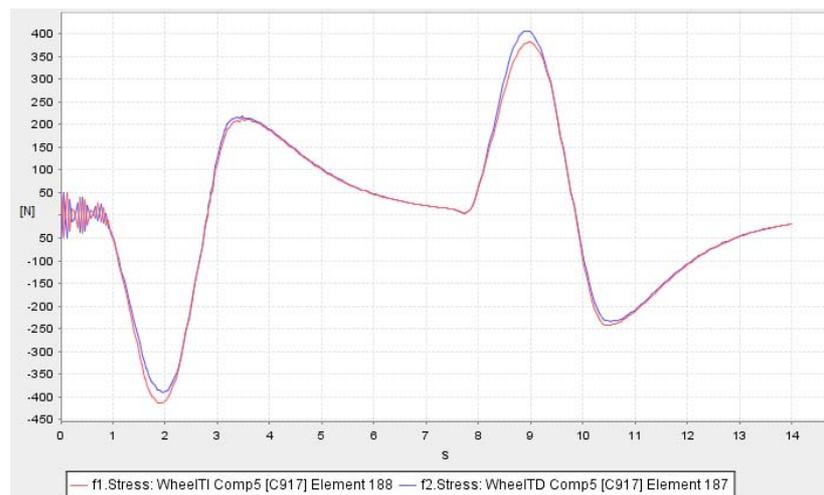


Figura 18: Fuerza lateral en las ruedas traseras

7 CONCLUSIONES

En cuanto al comportamiento del vehículo, los resultados obtenidos en la maniobra de cambio de carril muestran que aún cuando los parámetros principales del sistema de suspensión (rigidez de resortes y dureza de amortiguadores) hayan sido definidos priorizando la suavidad de marcha en diferentes tramos de un circuito, el comportamiento dinámico del vehículo es muy aceptable.

Por falta de tiempo para el desarrollo completo del modelo, no ha sido posible completar todos los aspectos que se habían previsto tratar al comienzo del proyecto. Además, ciertas circunstancias han impedido que pudiera concluir la construcción del vehículo para validar los resultados obtenidos lo que ha hecho inútil un cambio de muelles y amortiguadores cualquier comparación de los datos del modelo con los del coche real.

Los cambios geométricos o de reglajes son fácilmente modificables en el modelo porque está preparado para ello. También es sencillo modificar las tablas que rigen el comportamiento de muelles y amortiguadores. Sin embargo, la obtención de estas tablas

requiere más tiempo del que en este proyecto se dispone, ya que habría que realizar los ensayos de muelles y amortiguadores y tratar los datos para que resulten adecuados para Samcef.

8 FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

Debido a las limitaciones de tiempo no se han podido determinar todos los aspectos que componen la modelización del Fiat 600. Por tanto, hay aspectos del proyecto que podrían tratarse en más profundidad y que se presentan a continuación:

- Medida más precisa de las masas e inercias de todos los elementos que no han sido considerados.
- Verificación del centro de gravedad del chasis.
- Ensayo de los nuevos muelles y amortiguadores y tratamiento de los datos obtenidos para su incorporación al modelo de Samcef.
- Obtención de los parámetros que caracterizan el comportamiento de los neumáticos que lleva el coche.
- Instalación en el vehículo de los sensores necesarios para validar contra el modelo de cálculo.
- Realización de ensayos del motor para obtener su curva de par y rpm de manera tal que simulando la marcha en la que se encuentra, se podría obtener el par en el eje de tracción.

REFERENCIAS

- Javier González Luna, Proyecto de fin de carrera, MODELIZACIÓN Y SIMULACIÓN DINÁMICA DEL VEHÍCULO TIPO KARTCROSS DEL LABORATORIO DE AUTOMOCIÓN DE LA ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS DE SAN SEBASTIÁN, Universidad de Navarra, 2001.
- SAMTECH, Samcef Users Manual. <http://www.samtech.com>. 2010
- José María Riso, CADIR 2009, SIMULACION COMPUTACIONAL DE LA DINAMICA DE MECANISMOS EN MAQUINAS AGRICOLAS, Lugar: Rosario, 2009.
- GILLESPIE, T. Fundamentals of vehicle dynamics. SAE International. 1992.
- MILLIKEN, W.; MILLIKEN, D. Race car vehicle dynamics. SAE International. 1995
- PACEJKA, H. The wheel shimmy phenomenon: A theoretical and experimental investigation with particular reference to the nonlinear problem (Analysis of shimmy in pneumatic tires due to lateral flexibility for stationary and nonstationary conditions), PhD Thesis, Delft University of Technology. 1966
- Norma ISO 3888, Passenger cars -- Test track for a severe lane-change manoeuvre, 2002.