Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXIX, págs. 2747-2758 (artículo completo) Eduardo Dvorkin, Marcela Goldschmit, Mario Storti (Eds.) Buenos Aires, Argentina, 15-18 Noviembre 2010

CONTINUIDAD DEL CAMPO DE ROTACIÓN EN MATERIALES FCC. ESTUDIO DE SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE TEXTURAS DE LAMINADO

Andrea L. Fourty, Javier W. Signorelli, Raúl E. Bolmaro

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura –UNR- Instituto de Física Rosario – (IFIR-CONICET), Bv. 27 de febrero 210 bis, Rosario, Argentina, http://www.ifir-conicet.gov.ar

Palabras clave: Continuidad del campo de rotación, fragmentación.

Resumen. Durante la deformación plástica de un policristal los granos se reorientan dependiendo del ensayo al que es sometido el material y de sus características cristalográficas. Usualmente se acepta como ley de reorientación a una combinación entre la rotación macroscópica que impone el ensayo y la rotación de la red debida a la actividad de los distintos sistemas cristalográficos. Esta última se obtiene como la parte antisimétrica de la distorsión plástica. Los modelos clásicos de homogeneización (e.g. modelo de condiciones totalmente impuestas, condiciones relajadas, autoconsistentes) predicen, en diferente grado, una reorientación precoz de los cristales y no tienen en cuenta efectos de vecindad, dando lugar a la formación de texturas muy concentradas para deformaciones intermedias. La incorporación al modelo constitutivo de restricciones en el comportamiento del campo rotacional permite lograr un importante cambio cuantitativo en el nivel de las intensidades de las texturas simuladas e incorporar la influencia de granos vecinos en el comportamiento de los cristales.

En este trabajo se presenta un modelo de grano compuesto que vincula la respuesta local en granos vecinos. Se impone una condición de continuidad en el campo de rotación a nivel cristalino que implica que ambos cristales mantengan su orientación relativa, o, simplemente, *"co-roten"*. En este sentido el requisito de que la rotación de la red en ambos granos debe ser la misma se agrega a las condiciones en velocidad de deformación plástica que los cristales deben verificar en conjunto y al equilibrio en tensión que los granos deben satisfacer en la interface común. La respuesta a nivel agregado se obtiene a través de una homogeneización de condiciones totalmente impuestas. El modelo implementado se aplica a un material FCC deformado por laminado y se emplea para predecir fragmentación de granos, mediante la implementación de un esquema topológico simple.

1 INTRODUCCIÓN

Es bien conocido el hecho de que la textura cristalográfica de una chapa metálica es modificada por los procesos de conformado. La textura final depende tanto de las características del proceso de deformación como de las del material. Es deseable un modelo que, teniendo como dato una descripción de las características estructurales de la chapa (texturas cristalográfica y morfológica iniciales, estructura cristalina, modos de deformación del cristal simple, tensiones de activación de los modos de deformación, etc.) y del ensayo al que el material es sometido, sea capaz de predecir su textura cristalográfica final. Hay muchos modelos desarrollados con este objetivo, que vinculan el comportamiento del cristal simple con el del policristal a través de métodos de homogeneización. Entre los clásicos podemos mencionar modelos de condiciones totalmente impuestas (Full Constraints FC) como el formulado por Taylor (1938), de condiciones relajadas (Honnef and Mecking, 1978) y autoconsistentes como el desarrollado por Lebensohn y Tomé (1993). Estos predicen, en diferente grado, una reorientación precoz de los cristales, dando lugar a la formación de texturas muy concentradas para deformaciones intermedias y no tienen en cuenta la influencia de vecinos cercanos. Es necesario contar con modelos que predigan comportamientos más cercanos a la realidad, lo cual se intenta lograr con el propuesto en el presente trabajo. Se aborda el problema bajo un esquema multi-sitio y se incorpora a las ecuaciones constitutivas, condiciones de continuidad al comportamiento del campo rotacional.

2 MODELO

Los modelos multi-sitio, en general, se caracterizan por la suposición de que cada grano del policristal interactúa con un número limitado de vecinos directos, teniéndose esto en cuenta mediante la incorporación de una tercera escala al esquema clásico "micro-macro". Así, además de la escala microscópica del grano y la escala macroscópica del policristal, se define una escala intermedia, la mesoscópica, que comprende un número limitado de granos. En este sentido, en trabajos anteriores, hemos incorporado una condición sobre las rotaciones de la red a la que llamamos co-rotación (Bolmaro et al., 1997, Bolmaro et al., 2000). La condición de corotación que consiste en igualar la velocidad de rotación de los granos tomándolos de a pares se aplica al problema resuelto autoconsistentemente y de manera incremental, al finalizar cada paso de deformación, cuando se han calculado las tensiones y velocidades de deformación locales que satisfacen las condiciones de convergencia. Este método ha dado resultados satisfactorios reduciendo la intensidad de las texturas simuladas de manera que presentan mejor acuerdo con los resultados experimentales (Bolmaro et al., 2005; Bolmaro et al., 2006); pero tiene como crítica el hecho de que se finaliza el cálculo con un estado tal que los granos ya no cumplen con las condiciones de equilibrio mecánico. El modelo implementado en este trabajo, sostiene la idea de igualar la velocidad de rotación (en este caso, plástica) entre pares de granos; pero manteniendo equilibrio mecánico.

A escala microscópica, el comportamiento de cada grano cristalino se describe por una relación cinemática que expresa que el gradiente de velocidad microscópico resulta de la combinación de todos los procesos de deslizamiento que se activan simultáneamente (Aernoudt et al., 1993):

$$L_{ij} = \dot{\Omega}_{ij} + \sum_{s=1}^{N} b_i^s n_j^s \dot{\gamma}^s$$
⁽¹⁾

donde $\dot{\Omega}_{ij}$ es la velocidad de rotación de la red cristalina, $\dot{\gamma}^s$ es la velocidad de deslizamiento sobre el sistema de deslizamiento *s*, *N* es el número total de sistemas de deslizamiento, b_i^s es la componente *i* del versor en la dirección de deslizamiento y n_i^s es la componente *j* del versor normal al plano de deslizamiento del sistema *s*.

La velocidad de deformación D_{ij} , se obtiene considerando la parte simétrica de la ecuación (1):

$$D_{ij} = \sum_{s=1}^{N} \frac{1}{2} \left(b_i^s n_j^s + b_j^s n_i^s \right) \dot{\gamma}^s$$
(2)

Aquí se ha despreciado la contribución elástica, y se asume que el volumen no cambia (es decir que $D_{11}+D_{22}+D_{33}=0$). Con esta restricción, la ecuación (2) es un conjunto de 5 ecuaciones independientes. Sólo 5 sistemas de deslizamiento independientes (de los *N*) son necesarios para acomodar la deformación. Por lo tanto existirán, en principio, C_5^N combinaciones diferentes de elegir los conjuntos de 5 sistemas activos. Existen diferentes criterios de selección, pero dan lugar a ambigüedades, sobre todo para materiales de baja anisotropía cristalina. En nuestro caso el problema de ambigüedades queda superado por la adopción de una ecuación constitutiva viscoplástica, que permite describir el comportamiento plástico de un cristal simple en términos de una relación potencial entre la velocidad de deformación **D** y la tensión deviatoria **o** aplicada al grano cristalino:

$$\mathbf{D} = \sum_{s=1}^{N} \mathbf{m}^{s} \dot{\mathbf{\gamma}}^{s} = \dot{\mathbf{\gamma}}^{\circ} \sum_{s=1}^{N} \mathbf{m}^{s} \left(\frac{\mathbf{m}^{s} : \boldsymbol{\sigma}}{\tau_{c}^{s}} \right)^{n} \operatorname{sgn}(\mathbf{m}^{s} : \boldsymbol{\sigma})$$
(3)

donde τ_c^s y m^s son la tensión crítica y el factor de Schmid del sistema *s*; $\dot{\gamma}_o$ es la velocidad de deslizamiento de referencia y n = 1/m, siendo *m* la sensibilidad a la velocidad de deformación.

La parte antisimétrica del tensor gradiente de velocidad de deformación de la ecuación (1) define la velocidad de rotación rígida \dot{W}_{ii} :

$$\dot{W}_{ij} = \frac{L_{ij} - L_{ji}}{2}$$
(4)

la cual está relacionada con la velocidad de rotación de la red y con la velocidad de rotación plástica a través de $\dot{W}_{ij} = \dot{\Omega}_{ij} + \dot{\omega}_{ij}$, donde:

$$\dot{\omega}_{ij} = \sum_{s=1}^{N} q_{ij} \dot{\gamma}^{s} = \sum_{s=1}^{N} \frac{1}{2} \left(b_{i}^{s} n_{j}^{s} - b_{j}^{s} n_{i}^{s} \right) \dot{\gamma}^{s}$$
(5)

es la velocidad de rotación plástica debida únicamente al deslizamiento cristalográfico plástico.

A escala macroscópica, la respuesta del policristal se determina a través del esquema de homogeneización que define el comportamiento global como promedios de las magnitudes locales. En este trabajo se utiliza la hipótesis de condiciones totalmente impuestas, FC, que establece que la deformación es homogénea en el policristal. Sus ecuaciones características son:

$$\mathbf{D} = \overline{\mathbf{D}}$$

$$\overline{\mathbf{D}} = \overline{\mathbf{M}} : \overline{\boldsymbol{\sigma}}$$

$$\overline{\mathbf{M}} = \left\langle \mathbf{M}^{-1} \right\rangle^{-1}$$
(6)

donde $\overline{\mathbf{D}}$ es la velocidad de deformación del policristal, $\overline{\mathbf{M}}$ es el módulo secante macroscópico y \mathbf{M} es el módulo secante de cada grano.

A escala mesoscópica, se define la forma en la que los granos vecinos interactúan entre sí. En lugar de tratar a los granos de a uno, como en el esquema clásico de condiciones totalmente impuestas, el modelo propuesto aplica la hipótesis FC de deformación homogénea a los granos tomados de a pares. Esto significa que las velocidades de deformación de ambos granos de un par, sumadas y promediadas con su volumen, deben satisfacer la condición de ser igual a la velocidad de deformación macroscópica:

$$\mathbf{D}_{\text{par}} = \overline{\mathbf{D}} \tag{7}$$

Llamando 1 y 2 a los granos del par cuyos pesos relativos son p_1 y p_2 respectivamente, la velocidad de deformación aplicada al par de granos en conjunto, se obtiene como el promedio de la velocidad de deformación de cada uno de los granos:

$$\mathbf{D}_{par} = p_1 \, \mathbf{D}_1 + p_2 \, \mathbf{D}_2 \tag{8}$$

Figura 1: Esquema de interpretación de magnitudes microscópicas, mesoscópicas y macroscópicas.

La Figura 1 esquematiza las diferentes escalas de cálculo: localmente cada grano está sometido a un estado de deformación y tensión $\mathbf{D}_1, \boldsymbol{\sigma}_1$; $\mathbf{D}_2, \boldsymbol{\sigma}_2$ mientras que a escala mesoscópica el par de granos vecinos soporta un estado $\mathbf{D}_{par}, \boldsymbol{\sigma}_{par}$; el cual a su vez debe respetar las relaciones de homogeneización dadas por la ecuación (6).

Mach et al. (2010), demuestran que una condición de continuidad sobre el gradiente de velocidad plástico se traduce en una restricción sobre el campo de rotación de la red cristalina. Este campo debe ser continuo sobre superficies de discontinuidad material. En el presente modelo tal condición se impone proponiendo 3 ecuaciones adicionales que relacionen las correspondientes tres componentes independientes de la velocidad de rotación por deslizamiento para los dos granos tomados en conjunto.

Dos ecuaciones extras imponen equilibrio de tensiones en la interface, la cual se elige acorde a las condiciones geométricas del ensayo al que es sometido el material. Las componentes de corte s_1 y s_2 , sobre dicha interface, deben ser iguales a ambos lados del borde de grano. En particular, en los procesos de laminado ideal, los granos adquieren una forma achatada y elongada, producto del impedimento de deformar transversalmente. En este caso la interface entre los granos coincide con el plano de laminado, por lo que las componentes de las tensiones de corte que deben equilibrarse son las que actúan sobre esta superficie.

Rescribiendo la ecuación (7), junto con la ecuación (8) y expresando la velocidad de deformación según la relación viscoplástica (3), queda conformado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\overline{\mathbf{D}} = \left\{ \dot{\gamma}^{\circ} \sum_{s=1}^{N} \mathbf{m}_{1}^{s} \frac{\mathbf{m}_{1}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{1}}{\tau_{c1}^{s}} \left| \frac{\mathbf{m}_{1}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{1}}{\tau_{c1}^{s}} \right|^{n-1} \right\} p_{1} + \left\{ \dot{\gamma}^{\circ} \sum_{s=1}^{N} \mathbf{m}_{2}^{s} \frac{\mathbf{m}_{2}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{2}}{\tau_{c2}^{s}} \left| \frac{\mathbf{m}_{2}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{2}}{\tau_{c2}^{s}} \right|^{n-1} \right\} p_{2}$$

$$\dot{\mathbf{\omega}}_{1} = \dot{\gamma}^{\circ} \sum_{s=1}^{N} \mathbf{q}_{1}^{s} \frac{\mathbf{m}_{1}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{1}}{\tau_{c1}^{s}} \left| \frac{\mathbf{m}_{1}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{1}}{\tau_{c1}^{s}} \right|^{n-1} = \dot{\gamma}^{\circ} \sum_{s=1}^{N} \mathbf{q}_{2}^{s} \frac{\mathbf{m}_{2}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{2}}{\tau_{c2}^{s}} \left| \frac{\mathbf{m}_{2}^{s} : \boldsymbol{\sigma}_{2}}{\tau_{c2}^{s}} \right|^{n-1} = \dot{\mathbf{\omega}}_{2}$$

$$\mathbf{\sigma}_{1}^{s1} = \mathbf{\sigma}_{2}^{s1}$$

$$\mathbf{\sigma}_{1}^{s2} = \mathbf{\sigma}_{2}^{s2}$$
(9)

Las ecuaciones están descritas en un sistema de coordenadas solidario a la muestra. Las 10 incógnitas de este problema son las 5 componentes de la tensión deviatoria del grano 1 y las 5 componentes de la tensión deviatoria del grano 2.

El modelo planteado contempla interacción entre dos granos acoplando la rotación cristalina a la respuesta mecánica. Introduce continuidad en las rotaciones, estableciendo que la misorientación cristalográfica entre granos vecinos se mantiene constante durante el proceso de deformación. Los granos que interactúan tienen cierta libertad para deformar ya que, en conjunto y no individualmente, deben satisfacer la condición de FC, lo que implica pérdida de compatibilidad en las

deformaciones. El hecho de que el problema se resuelva en ejes de la muestra, limita la posibilidad de aplicación de este modelo ya que las interfaces sobre las que se aplica el equilibrio de tensiones no pueden estar orientadas libremente sino que deben coincidir con planos de coordenadas del sistema laboratorio.

El problema se resuelve incrementalmente hasta que se alcanza la deformación macroscópica final deseada. En el primer paso se calcula el estado de tensióndeformación para cada grano individualmente, asumiendo hipótesis de FC. Estos resultados son utilizados como valores iniciales para los granos del par en un proceso iterativo de búsqueda de la solución del sistema de ecuaciones (9). Para su resolución se utiliza el método de Newton-Raphson, para lo cual la ecuación se escribe en forma pseudolineal y se halla su jacobiano. En los pasos incrementales de deformación sucesivos, se utiliza como valor inicial al hallado como solución en el paso anterior.

3 RESULTADOS

El modelo propuesto se valida analizando sus predicciones sobre el comportamiento de dos granos cristalinos particulares, que se eligen siguiendo un trabajo publicado por Liu et al. (1998) en el que analizan el efecto de la orientación de granos cristalinos de una chapa de aluminio laminada en frío en la estructura de deformación. Ellos clasifican a los granos en Tipo A y Tipo B según la subestructura de dislocaciones observada a través de microscopía electrónica por transmisión (TEM). Los granos Tipo A presentan paredes densas de dislocaciones y microbandas (DDWs-MBs) sobre planos {111}, mientras que en los Tipo B sus DDWs-MBs están sobre otros planos cristalográficos. Luego de una deformación hasta von Mises = 0.8, los granos han fragmentado, mostrando los granos Tipo B una mayor dispersión entre las orientaciones resultantes.

En la simulación se elige un grano Tipo A y se lo aparea a 5 vecinos pertenecientes a orientaciones ideales de laminado (Cube, Goss, Brass, S y Copper), como se esquematiza en la Figura 2. Los granos son sometidos a un ensayo de laminado hasta von Mises = 0.8. Se considera que todos los granos tienen inicialmente la misma forma esférica. Los granos del par se asumen uno encima del otro, siendo la superficie de separación paralela al plano de laminado. Cada grano deforma por deslizamiento con la misma tensión de corte crítica para los 12 sistemas de deslizamiento {111}<110> típicos de un material FCC. No se considera endurecimiento. La orientación inicial del grano estudiado y la final de sus fragmentos simulados se muestran en la Figura 3 a) y b) respectivamente. La dispersión observada en la Figura 3 b) resulta de la interacción del mismo grano original con diferentes vecinos. A diferencia de lo que ocurre en el clásico esquema de homogeneización FC donde todos los granos inicialmente igual orientados y con las mismas características cristalográficas poseen la misma orientación al final del proceso, con el presente modelo la reorientación del grano depende también de las características del grano con el cual es apareado. Esto se interpreta como un proceso de fragmentación mediante el cual una fracción del grano estudiado (la gue está en contacto con uno de sus vecinos) reorienta de manera diferente a como lo hace la fracción del grano que está en contacto con otro vecino. En el caso analizado se ha puesto al grano en contacto con 5 vecinos por lo que se generan 5 diferentes fragmentos. El mismo procedimiento se aplica a un grano Tipo B (Figura 4 a) y b)). Como medida de la dispersión que han sufrido los granos se calcula la misorientación máxima entre los fragmentos la cual es de 15.85° para el grano Tipo A y de 16.83° para el grano Tipo B.



Figura 2. Esquema de la topología empleada en la simulación de la fragmentación. Un grano cristalino Tipo A se contempla en la textura inicial varias veces, cada vez apareado a un vecino diferente. En este caso los vecinos pertenecen a orientaciones ideales de textura de laminado.



Figura 3: Figura de polos (111) de un grano de aluminio seleccionado como Tipo A (Liu et al. ,1998), a) orientación inicial, b) orientación de los fragmentos generados al deformar el grano original por laminado hasta vM =0.8, apareándolo a 5 vecinos diferentes, c) orientación de los 182 fragmentos generados al deformar por laminado hasta vM =0.8, con refragmentación en pasos intermedios de deformación.



Figura 4: Figura de polos (111) de un grano de aluminio seleccionado como Tipo B (Liu et al. ,1998), a) orientación inicial b) orientación de los fragmentos generados al deformar el grano original por laminado hasta vM =0.8, apareándolo a 5 vecinos diferentes, c) orientación de los 228 fragmentos generados al deformar por laminado hasta vM =0.8, con refragmentación en pasos intermedios de deformación.

Cambiando ligeramente la topología de la textura inicial y realizando, cada determinados pasos de deformación, una evaluación de la misorientación entre fragmentos, puede simularse, un proceso de fragmentación múltiple. En la Figura 5 se muestra un esquema de la estrategia utilizada.





Figura 5: Esquema de la topología empleada en la simulación de la fragmentación múltiple.

En la textura inicial, por ejemplo, se colocan dos granos Gr A, cada uno apareado a un vecino diferente (V1 y V2). Se somete al material a un ensayo de laminado hasta cierta deformación D1 durante el cual los granos reorientan según sus propias características cristalográficas y las de sus vecinos. Los dos granos Gr A se han reorientado de manera diferente ya que cada uno fue obligado a satisfacer la ecuación (9) con un vecino diferente. GrA-1-D1 es la nueva orientación del grano A con vecino 1 luego del proceso de deformación D1. GrA-2-D1 es la nueva orientación del grano A con vecino 2 luego del proceso de deformación D1. Entre estas dos nuevas orientaciones (fragmentos) provenientes del grano A original existe ahora un ángulo de misorientación $\mu_f \neq 0$. Si este ángulo supera cierto valor umbral, se activa la fragmentación como se indica en la Figura 5. Dos nuevas orientaciones entran en juego en la textura, GrA-1-D1 y GrA-2-D1 que, de aquí en más formarán un par cuyas orientaciones evolucionarán con la deformación, vinculadas con la ecuación (9). Luego de otro avance en la deformación, el proceso se repite. Se evalúa el ángulo de misorientación entre fragmentos, aquellos cuya misorientación supere un nuevo valor umbral, serán replicados y apareados entre sí. Al finalizar el proceso de deformación, los granos presentan múltiples fragmentos. La cantidad de fragmentos depende de la orientación original del grano y de la de los vecinos originales.

En la simulación, la refragmentación se realizó a vM=0.01, vM=0.02, vM=0.04, vM=0.08, vM=0.16, vM=0.5 y vM=0.8. Se eligieron como vecinos de los granos estudiados, 10 pares generados a partir de 5 orientaciones ideales de laminado

(Cube-Goss, Cube-Brass, Cube-Copper, Cube-S, Goss-Brass, Goss-Copper, Goss-S, Brass-Copper, Brass-S, Copper-S). Cabe remarcar que con este esquema de cálculo la misorientación entre fragmentos μ_f , depende de los dos vecinos V1 y V2, por lo que se contemplaron todas las posibles opciones de asignar 2 vecinos con las mencionadas 5 orientaciones ideales. Los resultados obtenidos para el grano Tipo A y Tipo B se muestran en la Figura 3 c) y 4 c) respectivamente. La misorientación máxima entre los fragmentos es de 18.72° para el grano Tipo A y de 28.76° para el grano Tipo B, lo que pone de manifiesto que el modelo predice una mayor dispersión en los fragmentos del grano cuya microestructura de DDWs-MBs no se forma sobre planos cristalográficos {111}.

En la Figura 6 se presenta la distribución de frecuencias de la misorientación de los fragmentos generados con respecto a una orientación solidaria con el sistema muestra, para los dos granos estudiados, luego de ser deformado el material hasta von Mises 0.8 en laminado. Se observa que en el grano Tipo B se generan más cantidad de fragmentos (228 vs 182 en el grano Tipo A), y que no sólo la misorientación máxima es mayor, sino que hay más fragmentos alrededor de la orientación media.



Figura 6: Distribución de frecuencias de la misorientación de los fragmentos generados con respecto a una orientación solidaria con el sistema muestra luego de ser deformado el material hasta von Mises 0.8 en laminado a) grano Tipo A; b) grano Tipo B.

Por último, en la Figura 7 se muestra la misorientación promedio entre los fragmentos de ambos granos en función de la deformación. En la misma figura se presentan la mediciones de Liu et al. (1998) del ángulo de misorientación promedio de los bordes de dislocaciones geométricamente necesarias (GNBs) para granos de los dos tipos estudiados. Se observa que para una dada deformación el ángulo de misorientación promedio de las GNBs es mayor para el grano Tipo B que para el grano Tipo A.



Figura 7: Misorientación promedio entre fragmentos los dos tipos de granos estudiados en función de la deformación. Comparación entre resultados simulados y experimentales presentados por Liu et al. (1998).

4 CONCLUSIONES

El modelo propuesto introduce continuidad en las rotaciones plásticas a través ecuaciones que tratan el problema a escala mesoscópica. Para ello se resuelven en forma simultánea diez ecuaciones que vinculan la velocidad de deformación y la velocidad de rotación plástica de dos granos cristalinos y garantizan equilibrio entre las componentes de tensión sobre la interfase común. Con adecuadas estrategias en la elección de los granos interactuantes, el modelo se emplea para simular fragmentación de granos cristalinos durante la deformación. Se obtienen muy buenos resultados, que acuerdan con mediciones locales publicadas por Liu et al. (1998). No obstante, el presente modelo admite mejoras. Se está trabajando en ellas mediante una formulación más amplia y rigurosa que garantice equilibrio de tensiones sobre superficies que no necesariamente coincidan con planos de coordenadas, compatibilidad de deformaciones y continuidad de rotaciones.

REFERENCIAS

Aernoudt, E., Van Houte, P. and Leffers, T., Deformation and textures of metals at large strains. *Mat. Science and Technology*, 6:89-136, 1993.

- Bolmaro, R.E., Lebensohn, R.A., Brokmeier, H.-G., Crystal spin in two-sites self consistent models: from kinematics to kinetics. *Computational Materials Science*, 9:237–250, 1997.
- Bolmaro, R.E., Fourty, A., Roatta, A., Bertinetti, M.A., Turner, P.A., Signorelli, J.W., A new approach to crystal spin calculation during deformation texture development. *Scripta Materialia*, 43:553–559, 2000.

- Bolmaro, R.E., Roatta, A., Fourty, A.L., Signorelli, J.W., Recrystallization textures in fcc materials: a simulation based on micromechanical modeling data. *Scripta Materialia*, 53:147–152, 2005.
- Bolmaro, R.E., Fourty, A., Signorelli, J.W., Brokmeier, H.-G., Development of wire drawing textures in Cu–Fe: the influence of macroscopic and microscopic heterogeneities. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 14:1–19, 2006.
- Honnef, H. and Mecking, H., A method for the determination of the active slip systems and orientation changes during single crystal deformation. *Textures of Materials, Proceedings of ICOTOM V*, 265-275, 1978.
- Lebensohn, R.A. and Tomé, C.N., A self-consistent approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to Zr alloys. *Acta Metall. Mater.*, 41:2611–2624, 1993.
- Liu, Q., Juul Jensen, D. and Hansen, N., Effect of grain orientation on deformation structure in cold-rolled polycrystalline aluminum. *Acta Mater.*, 46:5819-5838, 1998.
- Mach, J.C., Beaudoin, A.J. and Acharya, A., Continuity in the plastic strain rate and its influence on texture evolution. J. Mech. Phys. Solids, 58:105-128, 2010.
- Taylor, G. I., Plastic strain in metals. J. Inst. Metals, 307-324, 1938.