

PREDICCIÓN DEL COEFICIENTE DE MEZCLA TRANSVERSAL EN CAUCES NATURALES

Leticia Tarrab* y Juan F. Weber†

* Centro de Investigaciones de la Región Semiárida (CIRSA)
Instituto Nacional del Agua (INA)
Av. Ambrosio Olmos 1142 – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina
e-mail: ltarrab@efn.uncor.edu

† Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional –
Maestro Torres esq. Cruz Roja – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina
e-mail: jweber@civil.frc.utn.edu.ar

Palabras clave: difusión lateral, distribución lateral de velocidades, flujo en cauces naturales

Resumen. *En este trabajo se presenta una metodología empírica para la predicción del coeficiente de difusión transversal y su aplicación en la estimación de la distribución lateral de velocidades en cuatro casos de ríos argentinos: Río Alto Paraná en Pto Libertad y en Eldorado (provincia de Misiones), Río La Suela (provincia de Córdoba), y Río Colorado en Buta Ranquil (provincia de Neuquen). Se aplicó el modelo propuesto por Shiono y Knight en 1988, el cual predice la distribución lateral de velocidades, promediadas en la vertical, para cauces a régimen permanente y uniforme. Este modelo surge de la aplicación de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación de Navier-Stokes) en la dirección de flujo. El modelo de turbulencia empleado es el de Boussinesq en el cual se asume que el coeficiente l de la viscosidad adimensional de torbellino (λ) es el mismo que el coeficiente adimensional de difusión transversal (ϵ_y), siendo este último estudiado por varios investigadores. Los resultados muestran que se encontró una única función para el cálculo de λ en ríos de diferentes características hidráulicas. Esta función se aplica a cada subtramo de la sección transversal y depende de la profundidad máxima de flujo en dicha sección (tirante), ancho superficial y profundidad relativa en cada tramo de la geometría analizada.*

1 INTRODUCCION

La estimación del coeficiente de mezcla transversal fue objeto de numerosos estudios a lo largo del tiempo. Procesos tales como el transporte de sedimentos y dispersión de contaminantes están íntimamente relacionados con este parámetro, que representa uno de los más complicados de cuantificar en el caso de cauces naturales.

El esparcimiento lateral en el campo lejano está caracterizado por el coeficiente de difusión lateral ε_y . A pesar de que este parámetro cumple un papel muy importante en la modelación física y matemática de la dispersión en ríos¹, hasta el presente no existe un método general que permita predecirlo en función de las características y parámetros básicos del río.

La magnitud del coeficiente de difusión en una dirección puede ser obtenida a través del conocimiento de la distribución espacial de velocidades en la misma dirección, y la tasa de intercambio entre dichas velocidades²

Por otro lado, si se conoce dicho coeficiente, es posible además estimar la magnitud y la distribución lateral de las velocidades en los cauces naturales, siendo posible predecir el caudal asociado a una profundidad de flujo determinada por una simple integración de dichas velocidades en el área de flujo.

2 METODOLOGÍA

Se estimó el coeficiente de difusión lateral en cauces naturales mediante la aplicación de un modelo analítico que predice la distribución lateral de velocidades promediadas en la vertical. La implementación del mismo se efectuó siguiendo los lineamientos generales establecidos en trabajos previos³. El código utilizado fue escrito en GNU Octave⁴ y el ingreso de los datos se efectuó a través de un archivo de texto que incluyó en cada caso los datos relativos a: topografía, rugosidad, turbulencia, condiciones de borde externas. La calibración del modelo analítico se efectuó a través de un conjunto de aforos de cada río que cubrieran el rango experimental⁵ y que en lo posible fuese aforos realizados en régimen estacionario.

Finalmente, se compararon los perfiles laterales de velocidades predichos por el modelo con los datos medidos en campo, con el fin de determinar una función empírica para el cálculo de los parámetros del modelo.

3 DATOS EXPERIMENTALES

Se consideraron los datos de campo correspondientes a los ríos Alto Paraná (Provincia de Misiones), La Suela (Provincia de Córdoba) y Colorado (Provincia de Neuquén). Los mismos constan de variables topográficas de la sección de aforos en estudio y de valores del aforo propiamente dicho (caudales y velocidades en puntos del perfil transversal asociados a una profundidad de flujo).

Como ejemplo se seleccionaron dos casos por cada estación de aforos, uno para aguas bajas y otro para aguas altas, a los fines de mostrar en este trabajo los perfiles laterales de velocidad estimados con el modelo analítico (Tabla 1).

Tabla 1 : Ejemplos de dos casos seleccionados para cada una de las estaciones de aforo consideradas

	Altura (m)	Caudal (m ³ /s)	Velocidad Media (m/s)	Ancho Superficial (m)	Área (m ²)	Perímetro Mojado (m)	Radio Hidráulico (m)
Puerto Libertad	35.26	4709	1.41	176.7	3342.2	203.4	16.4
	56.16	23051	2.51	375.4	9199.5	411.6	22.3
Eldorado	36.18	4792	0.94	300.8	5097.5	321.8	15.8
	51.89	25669	2.39	420.0	10747.3	445.7	24.1
La Suela	1.35	21	0.90	21.9	23.6	22.7	1.0
	2.15	83	1.64	27.8	51.0	29.5	1.7
Buta Ranquil	1.90	90	1.24	62.5	72.6	63.4	1.1
	3.20	331	2.13	64.6	155.3	66.7	2.3

3.1 Río Alto Paraná

El río Paraná se forma en territorio brasileño con la unión de los ríos Paranaíba y Grande y tras recorrer aproximadamente 4000 km confluye con el río Uruguay formando el río de La Plata. Se distinguen dos sectores principales: Alto Paraná y Paraná. El Río Alto Paraná sirve de apoyo al límite internacional desde el punto tripartito en que recibe al río Iguazú hasta su propia confluencia con el río Paraguay. Involucra a dos provincias argentinas: Misiones y Corrientes. El mismo, desarrolla una cuenca de 933000 km² hasta el sitio de Posadas, que se localiza a 1597 km de su desembocadura en el Estuario del Plata. El tramo del Alto Paraná se encuentra muy encajonado, las profundidades de flujo en las secciones de estudio oscilan entre los 20 y 60 m, mientras que el ancho del río en el nivel de aguas medias varía entre 200 y 2000 m. Las pendientes de las aguas medias varían entre 0.045 y 0.10 m/km y las velocidades medias superficiales de las mismas entre 4.2 y 6 km/h⁶. El caudal medio anual medido en Posadas, para una serie de 98 años del período 1901-1998 es de 12313 m³/s, siendo el derrame medio anual de 388553 hm³, con un caudal máximo diario de 53227 m³/s que corresponde al año 1904-1905 y un caudal mínimo diario de 3906 m³/s registrado en el año 1944-1945⁷. Las estaciones de aforos estudiadas se encuentran ubicadas en Puerto Libertad y en Eldorado (Figura 1). Los dos perfiles de aforo considerados fueron relevados con sondas ecógrafas y relacionados altimétricamente con los cerros de las escalas hidrométricas. Se realizaron 102 aforos en Puerto Libertad y 106 en Eldorado, de los cuales se seleccionaron aquellos aforos estacionarios resultando un total 21 y 39 aforos respectivamente para la calibración del modelo. Las velocidades en cada vertical se midieron a 0.2, 0.6 y 0.8 de profundidad, mientras que en las cercanías de las márgenes se midió a 0.6 de profundidad.

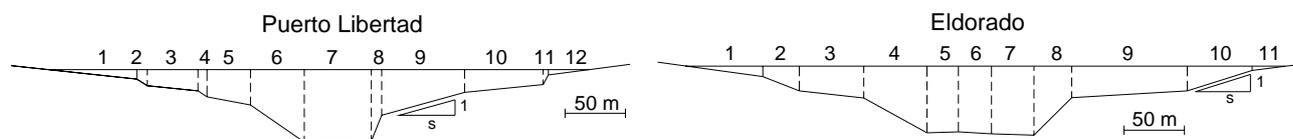


Figura 1. Geometría de las secciones de aforos del río Alto Paraná

3.2 Río La Suela

La cuenca del Río La Suela fue seleccionada dentro del programa de investigación en Argentina de cuencas piloto representativas y experimentales como parte del decenio hidrológico internacional⁸. Este tipo de cuencas se toman como representativas de una región donde se suponen características hidrológicas similares. La cuenca del Río La Suela, con un área de 132 km², se encuentra ubicada entre los 64°35' y 64°46' de longitud Oeste; y 31°31' y 31°39' de latitud Sur. El cierre de la cuenca es la estación de aforos La Suela, ubicada a 896 m.s.n.m.

El río La Suela, tiene una longitud total en su curso principal de 31 km. Su comportamiento responde a un régimen torrencial, siendo caudal medio en el período 1971 y 1986 de 1.56 m³/s, mientras que la crecida máxima en el año 1975 alcanzó un pico de 500 m³/s. El cauce en la sección de aforos es de lecho arenoso con carencia de vegetación. La margen derecha está formada por un talud rocoso, y la margen izquierda por una extensa planicie de inundación, por lo que la misma presenta mayor rugosidad superficial. La pendiente media del fondo en la sección de aforos para el año 1982 es de 0.3%.

Respecto a los datos de aforos, esta estación cuenta con más de 1000 mediciones tanto para aguas bajas como para crecientes entre los años 1971 y 1984. Para profundidades menores a 1.2 m las mediciones se efectuaron por vadeo con un velocímetro Siap y las correspondientes a tirantes superiores mediante un teleférico operado desde la orilla, con un molinete Ott Kempten. Las velocidades en las verticales se midieron a 0.2 y 0.8 de profundidad y a 0.6 para profundidades bajas. Las crecidas se aforaron en forma continua hasta el paso total de la onda.

Este tipo de ríos (régimen torrencial) se caracteriza por la inestacionariedad del flujo, por lo cual, la variación media del nivel en los aforos seleccionados fue 10 cm, mientras que en los aforos de aguas altas superaba los 50 cm.

Se utilizó la sección topográfica relevada en el año 1982 y se seleccionaron aquellos valores de velocidad correspondientes a los aforos del período 1980-1983, en el cual se alcanzó cierto equilibrio morfológico en la geometría transversal. Otra condición para la selección de los mismos fue que la profundidad máxima superara los 0.5 m, de modo de reducir la incertidumbre asociada al procedimiento de medición, ya que para niveles de agua tan bajos pequeñas variaciones en el nivel de fondo influyen las velocidades del flujo. Además como se demostró en trabajos previos⁹ para profundidades menores a los 0.5 m, el valor del n de Manning es muy elevado careciendo de sentido físico. En la Figura 2 se muestra el perfil transversal, con la subdivisión de tramos adoptada para la aplicación de los

modelos.

En total se utilizaron 32 aforos, de los cuales se eligieron 10 para la calibración de los perfiles laterales de velocidad.

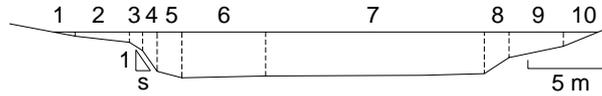


Figura 2. Geometría de la sección de aforos del río La Suela

3.3 Río Colorado

El río Colorado, perteneciente al grupo de los sistemas patagónicos de vertiente atlántica, está formado por la confluencia de los ríos Grande y Barrancas a 835 metros sobre el nivel del mar. Desde sus orígenes en la Cordillera de los Andes, hasta su desembocadura en el Océano Atlántico, presenta una extensión de 1200 kilómetros con dirección NO-SE, de los cuales 920 corresponden al Colorado propiamente dicho. Sus aguas son compartidas por las Provincias de Mendoza, Neuquén, La Pampa, Río Negro y Buenos Aires, que lo convierten en una cuenca hídrica interprovincial. El área de la cuenca imbrífera aguas arriba de la estación de aforos de Buta Ranquil (esta estación se encuentra a unos 25 km de la confluencia de los ríos Grande y Barrancas) es de aproximadamente 15300 km².

El caudal medio anual medido en Buta Ranquil, para una serie de 58 años del período 1940-1997 es de 147 m³/s, siendo el derrame medio anual de 4624 hm³, con un caudal máximo diario de 1053 m³/s ocurridos en el año rico 1982-1983 y un caudal mínimo diario de 130 m³/s registrados en el año 1968. La estación de aforos Buta Ranquil está ubicada a 850 m.s.n.m en los 37° 06' de latitud sur y 69° 44' de longitud oeste. El cauce en esa sección se encuentra encajonado por taludes rocosos de roca basáltica casi verticales lo cual le confiere una gran estabilidad a la sección a lo largo del tiempo. La geometría de la sección con la subdivisión de tramos adoptada para la modelación se muestra en la Figura 3.

Para la calibración del modelo se utilizaron datos provistos por EVARSA correspondientes al período Enero-Julio del 2003. Los mismos correspondían 10 aforos en donde se midieron velocidades transversales, relevamientos de fondo y pendiente de las aguas.

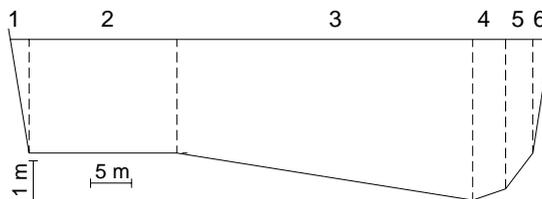


Figura 3. Geometría de la sección de aforos del río Colorado

4 MODELO ANALÍTICO DE SHIONO Y KNIGHT

La integración de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del flujo (ecuación de Navier – Stokes) en combinación con la ecuación de continuidad, para un flujo permanente y uniforme asumiendo como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino o de Boussinesq, da lugar a la ecuación diferencial del denominado método de la distribución lateral (LDM):

$$\rho g S_0 Y - \frac{f}{8} \rho V^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} + \frac{d}{dy} \left[\rho \lambda \sqrt{\frac{f}{8}} Y^2 V \frac{\partial V}{\partial y} \right] = 0 \quad (1)$$

en la cual:

ρ : densidad del fluido, g : aceleración de la gravedad, S_0 : pendiente longitudinal del lecho, Y : profundidad de flujo, y : coordenada horizontal medida transversal a la corriente, s : talud lateral, f : coeficiente de fricción de Darcy y λ : viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq.

La solución de la ecuación diferencial del LDM puede hacerse en forma numérica o analítica. El primer procedimiento fue propuesto por primera vez por Wark et al.¹⁰. En el segundo caso, el desarrollo original es debido a Shiono y Knight¹¹ en donde obtienen las siguientes soluciones analíticas de la ecuación:

Para fondo plano (horizontal) ($s \rightarrow \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_1 e^{\eta y} + b_1 e^{-\eta y} + \frac{8gS_0 Y}{f}} \quad (2)$$

Para fondo lineal (inclinado) ($0 < s < \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_2 Y^\psi + b_2 Y^{-\psi-1} + \omega Y} \quad (3)$$

en estas ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sqrt{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y} \quad (4)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda} \sqrt{8f}} - \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}} \quad (6)$$

En las ecuaciones (2) y (3), los coeficientes a_i y b_i se obtienen al plantear las condiciones de contorno (Figura 4) que corresponden a la de no deslizamiento en los contornos rígidos (punto p), continuidad de la función velocidad y del gradiente de velocidades en cada cambio de pendiente transversal del fondo (puntos n y o), y condición de simetría en el punto m,

llegando de ese modo a un sistema lineal de ecuaciones que permite calcular los valores de estos coeficientes.

A partir de la ecuación (1), o de las ecuaciones (2) y (3), es posible ver que para un tramo determinado de la sección transversal, el modelo analítico a analizar tiene dos parámetros, uno que pondera la fricción con el contorno fijo (parámetro f) y otro que considera la difusión de momentum (parámetro λ). Estrictamente hablando, el modelo tiene $2n$ parámetros, siendo n el número de tramos rectos en que es posible discretizar la sección transversal. De hecho, se deberán definir, por cada tramo recto, un par de valores λ y f .

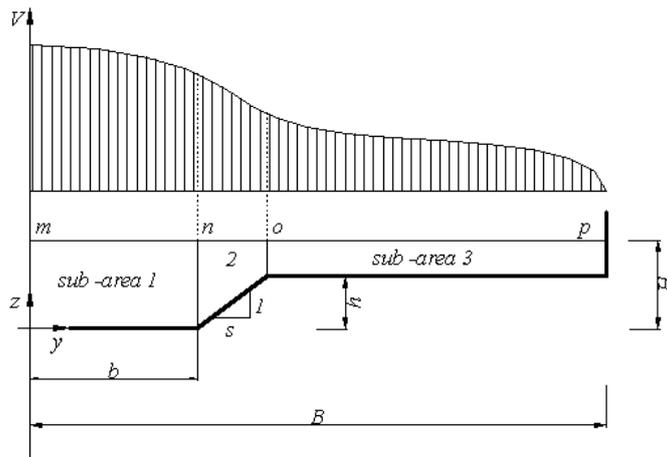


Figura 4. Sección transversal típica de un canal de sección compuesta

5 ESTIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO

5.1 Coeficiente de rugosidad

Para la implementación del modelo analítico se calculó el valor del coeficiente de fricción f en función del valor de n según la siguiente relación (7):

$$f = \frac{n^2}{R^{\frac{1}{3}}} 8g \quad (7)$$

Se consideró que en las márgenes, la rugosidad adquiere un valor elevado debido a las bajas profundidades relativas del flujo y al incremento de rugosidad por la presencia de vegetación, por lo cual, se asumió que el n de Manning tomaba valores altos en dichos tramos e igual a un valor de 0.06 para todos los casos.

Los valores de n en el cauce principal se adoptaron según una función potencial inversa de la profundidad local de flujo en cada tramo (8):

$$n = aY^{-b} \quad (8)$$

en donde los parámetros a y b dependen de la estación de aforos considerada (Tabla 2)

Tabla 2 Parámetros de la función del coeficiente de rugosidad en las estaciones de aforos consideradas

Estación	a	b
Puerto Libertad	5.60	1.33
Eldorado	415	2.50
La Suela	0.03	0
Buta Ranquil (tramo 2)*	0.05	0.49
Buta Ranquil (tramo 3)*	0.03	0.24

*Los tramos hacen referencia a la subdivisión de la sección mostrada en la Figura 3

5.2 Coeficiente adimensional de viscosidad de torbellino

El gradiente de velocidades en la dirección transversal al flujo da origen a esfuerzos de corte turbulentos y de acuerdo a la teoría formulada por Boussinesq, la tensión de corte en un plano vertical es:

$$\overline{\tau}_{yx} = \varepsilon_{yx} \frac{\partial V}{\partial y} \quad (9)$$

donde ε_{yx} es la viscosidad de torbellino de Boussinesq, que se puede expresar como:

$$\varepsilon_{yx} = \lambda YV_* \quad (10)$$

siendo λ la viscosidad adimensional de torbellino considerada igual al coeficiente de difusión lateral ε_y .

Las primeras investigaciones^{11, 12, 13} realizadas sobre el coeficiente λ , indican que los valores típicos están comprendidos en un rango de 0.07 (estudios experimentales) a 0.5 (cauces naturales). En general, los mayores valores se encuentran en las regiones adyacentes a la interfaz del canal principal-planicie, en donde se generan los torbellinos turbulentos.

Abril¹⁴ estudió la variación de λ en cauces de sección compuesta y encontró la siguiente relación para el cálculo de λ del

$$\lambda = \lambda_{mc} (-0.2 + 1.2D_r)^{-1.44} \quad (11)$$

donde D_r es la profundidad relativa definida como profundidad del tramo (Y) sobre profundidad máxima en la sección (H) y λ_{mc} es el valor de λ en canal principal, siendo un parámetro variable que depende del tipo de sección.

En este trabajo se encontró a través de la calibración del modelo analítico, una formulación empírica para el cálculo de la viscosidad adimensional de torbellino (12) de la misma forma que la que presentó Abril¹⁴:

$$\lambda = \lambda_{mc} Dr^{-2.2} \quad (12)$$

Además, se propuso una función empírica para el cálculo del valor λ en el cauce principal λ_{mc} (13), la cual es una función potencial de la relación ancho-profundidad del flujo en la sección de aforos, coincidiendo con los estudios realizados por Weibel y Schatzmann¹⁵.

$$\lambda_{mc} = 0.015 \left(\frac{B}{H} \right)^{1.058} \quad (13)$$

Por lo que si se reemplaza (13) en (12):

$$\lambda = 0.015 \left(\frac{B}{H} \right)^{1.058} D r^{-2.2} \quad (14)$$

Obtenemos una función general para el cálculo de λ en todos los subtramos de la sección transversal.

El valor de λ en las tramos extremos ubicados en las márgenes, se asumió en cada caso igual al del mismo parámetro en su tramo contiguo, ya que en estos subtramos el valor de λ tomaba valores significativamente altos a causa de las bajas profundidades de flujo.

Los valores calculados con (14) para cada caso de aplicación descrito en la Tabla 1 se muestran en la Figura 5, en donde se destaca que los valores de λ en el cauce principal no varían significativamente con la profundidad del flujo, aumentando levemente al incrementarse la relación ancho-profundidad.

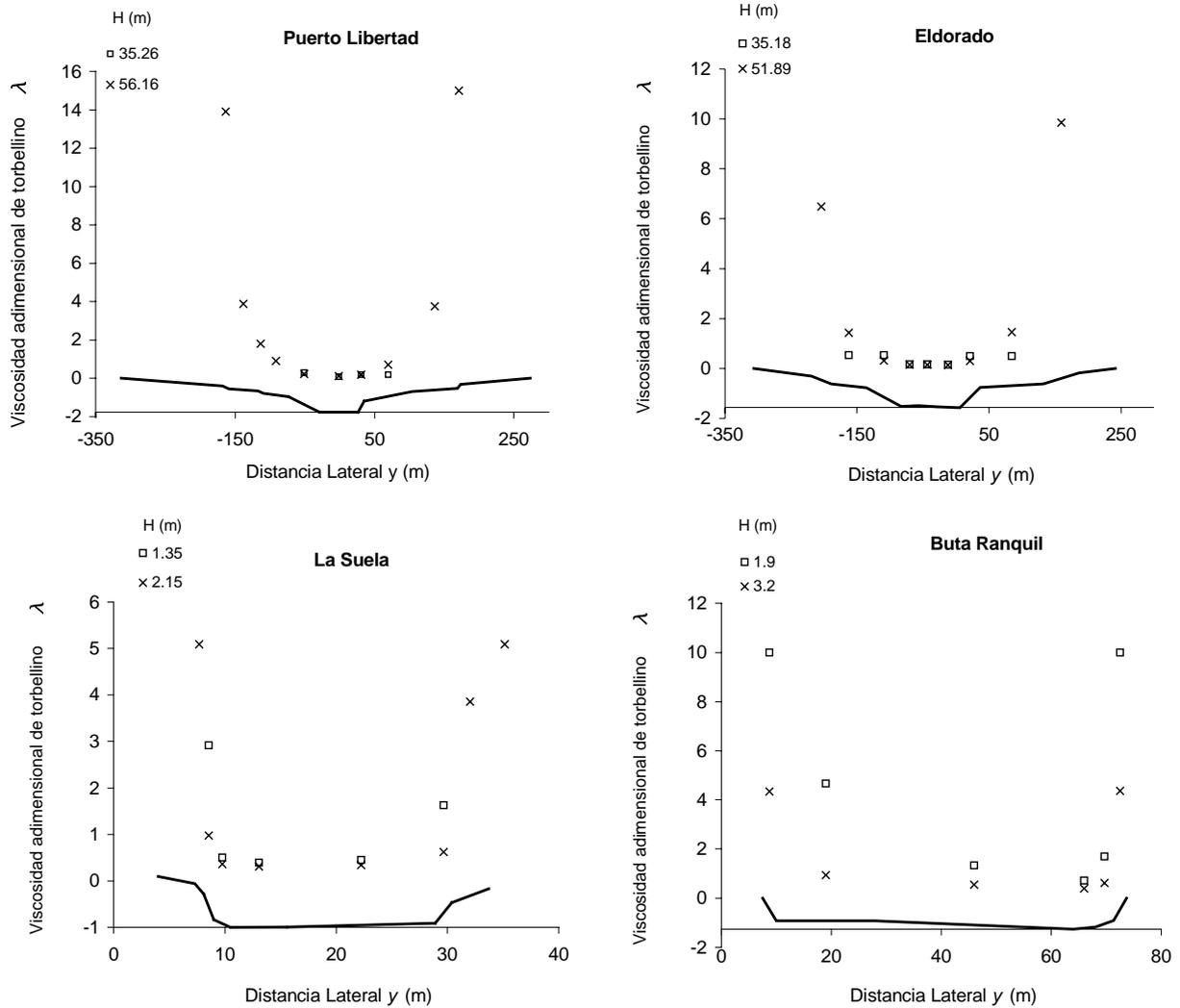


Figura 5. Viscosidades adimensionales de torbellino estimadas en las estaciones de aforo consideradas

6 RESULTADOS

En las siguientes figuras (Figura 6 a Figura 9) se muestran los perfiles laterales de velocidad estimados por el modelo analítico de Shiono y Knight¹¹ y su comparación con los valores medidos en campo en cada estación de aforo. En cada una de ellas, se muestran los resultados para los casos de aguas bajas y aguas altas. Se destaca de la comparación visual de las estimaciones, que el ajuste del modelo es bueno en cada estación de aforos para los dos estados de las aguas.

Por otra parte, para cada subtramo de la sección transversal, la velocidad calculada fue adecuada, lo cual sugiere que la formulación empleada para la estimación del coeficiente de difusión lateral es acertada. Se destacan algunas diferencias para los casos de aguas altas, los

cuales serían atribuibles a la inestacionariedad del flujo que se presenta en las crecientes.

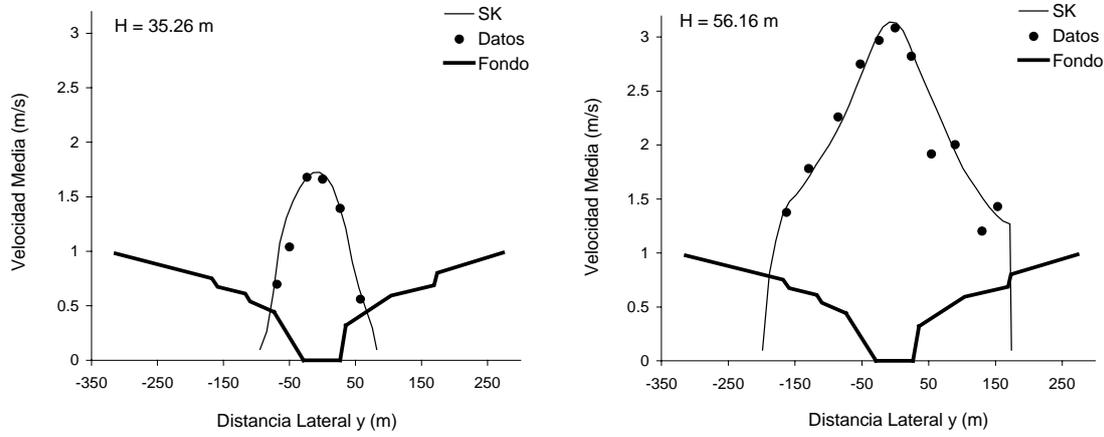


Figura 6. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y estimados en Puerto Libertad

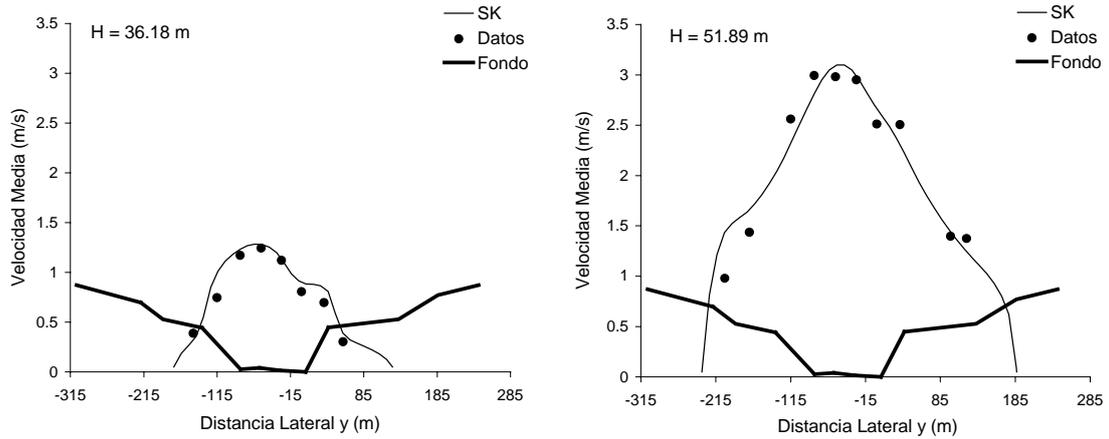


Figura 7. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y estimados en Eldorado

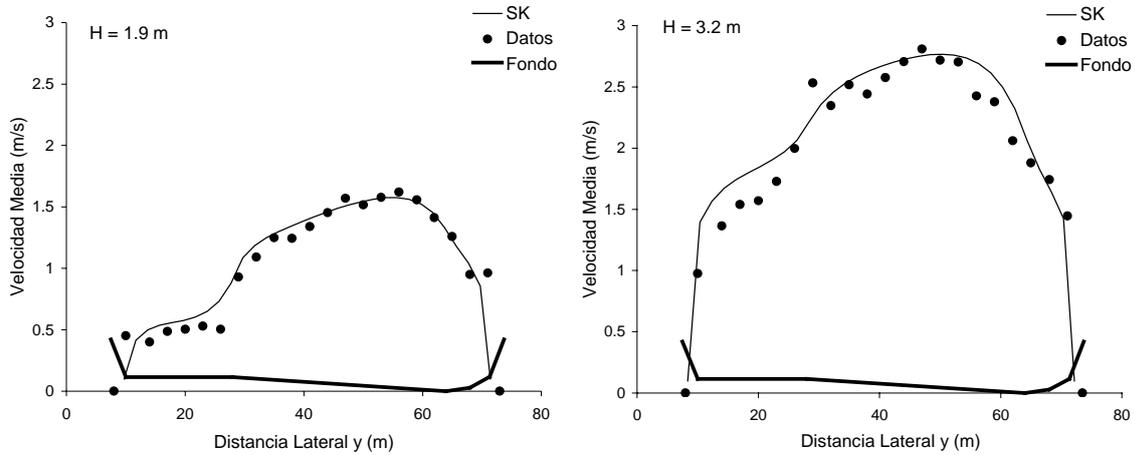


Figura 8. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y estimados en Buta Ranquil

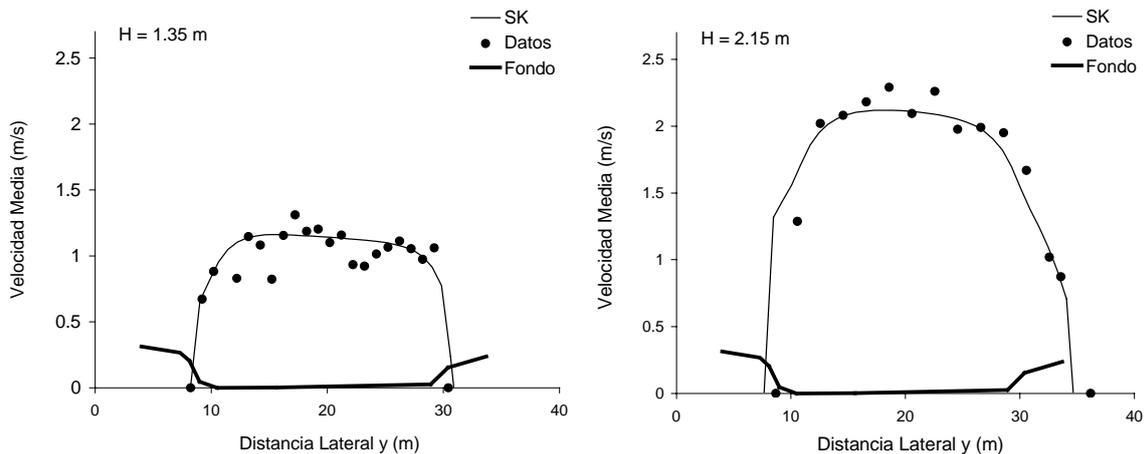


Figura 9. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y estimados en La Suela

7 CONCLUSIONES

La formulación empírica para el cálculo del coeficiente de difusión transversal ajustó satisfactoriamente todos los casos estudiados, considerando que el mismo varía en los subtramos de la sección transversal y con la profundidad de flujo.

Esta aproximación propuesta se basa en que el valor de λ aumenta para bajas profundidades relativas de flujo en los tramos que no corresponden al cauce principal y que en el cauce principal, el coeficiente λ aumenta proporcionalmente a la relación ancho-profundidad del cauce (B/H). Esto último implica que un alto coeficiente λ en el cauce principal transfiere cantidad de *momentum* a las planicies disminuyendo las velocidades en el mismo y aumentándolas en los demás tramos.

8 REFERENCIAS

- [1] H.B. Fischer, E.G. List, R.C.Y. Koh, J. Imberger and N. H. Brooks, *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic Press, USA, (1979).
- [2] J.B. Boxall and I. Guymer, "Analysis and prediction of transverse mixing coefficients in natural channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, **129(2)**, 129-139 (2003).
- [3] J. F. Weber, Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – Mención en Recursos Hídricos - Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba. (2003)
- [4] J. W. Eaton, *GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations*, University of Texas, (1997).
- [5] L. Tarrab, *Estimación de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales: Ríos Argentinos*. Trabajo Final de grado de la carrera de Ingeniería Civil. Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba. (2004)
- [6] Ministerio de Obras y Servicios Públicos de la República Argentina (MOP), *Estudio hidrológico y sedimentológico del río Alto Paraná: tramo Iguazú-Posadas*. Comisión Nacional de la Cuenca del Plata (CONCAP), Dirección Nacional de Construcciones Portuarias y Vías Navegables (DNCPyVN) y Empresa Nacional de Agua y Energía Eléctrica (AyEE). (1973)
- [7] SRNDS, Subsecretaría de Recursos Hídricos, *Estadística Hidrológica 1997*, (1997).
- [8] E. Bustamante, "Research on representative basins in Argentina". *Proceedings of the Helsinki Symposium*, IAHS-AISH, **130**, 317-327 (1980)
- [9] G.H. Caamaño Nelli, "La Curva de Descarga para Cursos no Aforados", *Anales del XII Congreso Nacional del Agua*, Mendoza, (1985).
- [10] J. B. Wark, P. G. Samuels and D. A. Ervine, "A practical method of estimating velocity and discharge in compound channels", *Proceedings of the International Conference on River Flood Hydraulics*, UK, 163-172 (1990)
- [11] K. Shiono and D. Knight, "Two-dimensional analytical solution for a compound channel". *Proceedings of 3rd International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, July (Ed. Y. Iwasa, N. Tamai y A. Wada), 503-510, (1988)
- [12] K. Shiono and D.W. Knight, "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel", *Journal of Fluid Mechanics*, **222**, 617-646 (1991).
- [13] C. S James and J. B. Wark, "Conveyance estimation for meandering channels", HR Wallingford Ltd. Report SR 329, 151-159 (1992).
- [14] J.B. Abril, "Simulación refinada del flujo en ríos naturales mediante un modelo de momentum promediado verticalmente basado en elementos finitos". XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica, 429-439 (2000).
- [15] G. Weibel and M. Schatzmann, "Transverse mixing in open channel flow", *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(4), 423-435 (1984).