# UN MODELO CUASI-2D DE FLUJO EN CAUCES DE SECCION COMPUESTA

Juan F. Weber<sup>1,2</sup>, Ángel N. Menéndez<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional – Maestro Torres esq. Cruz Roja – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina

<sup>2</sup> Departamento de Hidráulica, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba – Av. Vélez Sarsfield 1601 – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina

<sup>3</sup> Laboratorio de Hidráulica – Instituto Nacional del Agua - AU Ezeiza-Cañuelas, Tramo J. Newbery Km 1,620 (1804) - Ezeiza, Pcia. Buenos Aires, Argentina

<sup>4</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires – Av. Paseo Colón 850 – C.P. C1063ACV – Ciudad de Buenos Aires

Palabras clave: hidrodinámica, flujo a superficie libre, Lateral Distribution Method.

**Resumen.** En este trabajo se presenta un modelo integrado unidimensional – bidimensional para el análisis hidrodinámico del flujo uniforme y estacionario en cauces constituidos por un canal principal y planicies de inundación (cauces de sección compuesta). El modelo integrado se obtuvo al acoplar un modelo unidimensional longitudinal para el cauce principal (denominado submodelo 1D) con un modelo de distribución lateral de velocidades en las planicies de inundación (denominado submodelo 2D). El submodelo 1D está basado en una versión modificada de la ecuación de Manning, que contempla los procesos de transferencia de cantidad de movimiento entre cauce principal y planicies, mientras que el submodelo 2D se basa en la solución analítica de Shiono y Knight (1988) del Lateral Distribution Method (Wark et al, 1990). El acoplamiento de los submodelos se planteó a través de la unicidad de la tensión de corte aparente en la interfaz canal-planicie. El modelo propuesto fue aplicado en casos de laboratorio y de campo, permitiendo obtener resultados de igual calidad a los descriptos por otros modelos más complejos.

# **1 INTRODUCCION**

En numerosas aplicaciones de la ingeniería hidráulica es necesario estimar tanto la distribución lateral de la velocidad como la distribución de caudales en canales de sección compuesta, típicamente constituidas por el canal principal y planicies de inundación a ambas márgenes. Asociado a este fenómeno de distribución de velocidades, aparece vinculada la existencia de tensiones de corte transversales y corrientes secundarias. Estos temas han sido estudiados por varios investigadores, tanto en forma experimental<sup>1,2</sup> como numérica<sup>3</sup>.

En los últimos años se vienen utilizando en aplicaciones ingenieriles modelos numéricos que permiten obtener una estimación de la distribución de velocidades promediadas en la vertical; algunos, como los modelos 2D, la obtienen como un resultado inherente al problema a resolver, en tanto que otros, de formulación 1D, permiten inferirla a partir de una extensión de la aplicación de las ecuaciones constitutivas originales.

En los casos en que el canal principal es de dimensiones despreciables frente a las planicies de inundación, es posible pensar en una modelación puramente unidimensional para el canal principal, en conjunto con una modelación detallada de la distribución lateral de velocidades en las planicies. Se espera que un planteo de este tipo redunde en una economía computacional respecto del caso general bidimensional.

# 2 PLANTEO DEL PROBLEMA

La sección típica de un río puede considerarse constituida por dos partes principales: el canal principal y las planicies o llanuras de inundación. El primero se define como el cauce que normalmente ocupa el río en periodo de estiaje o crecidas moderadas, en tanto que las segundas son las áreas inundadas durante eventos de magnitud. Es un hecho conocido que la velocidad del flujo en el cauce principal es mayor que en las planicies de inundación, lo cual trae aparejada la existencia de una "capa de corte" en la vecindad entre las dos regiones, con una tensión de corte que usualmente se expresa de acuerdo a la relación:

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{m} \frac{dU}{dy} \tag{1}$$

donde:

- $\tau$  Tensión de corte
- μ Viscosidad de torbellino absoluta
- U Velocidad en la dirección del flujo
- y Coordenada lateral al flujo

Es posible idealizar y parametrizar la sección compuesta del modo indicado en la Figura 1<sup>4</sup>.



Figura 1: esquema básico

En general, se pueden plantear cinco aproximaciones a la solución del problema<sup>5</sup>:

- a) una aproximación cero-dimensional, a través del concepto del Canal Unico, basado en el n equivalente<sup>6</sup>.
- b) una aproximación cuasi-unidimensional, a través del Método del Canal Dividido (DCM), implementada, por ejemplo, en el difundido *software* HEC-RAS<sup>7</sup>.
- c) Un mejoramiento de la aproximación anterior, que contemple la tensión de corte aparente en las interfaces entre subáreas, a través de alguna relación empírica con propiedades geométricas<sup>8</sup>, y
- d) una aproximación unidimensional en la coordenada lateral y, basada en la ecuación de movimiento o de Navier-Stokes, denominado Método de la Distribución Lateral (LDM)<sup>9</sup>.
- e) Una aproximación bidimensional basada en la solución de las Ecuaciones de Aguas Poco Profundas (*shallow water equations*) en un dominio prismático, a través, por ejemplo, del conocido *software* RMA2<sup>10</sup>.

En realidad, si a las aproximaciones anteriores (a excepción de la última, que las considera en su formulación) se les permite tener en cuenta las variaciones longitudinales empleando un gradiente de la línea de energía variable, es posible incrementar una dimensión en la solución del problema.

Estas aproximaciones tienen la dificultad de abordar con el mismo grado de detalle (alto o bajo según el caso) las distintas zonas de la sección. Esto implica un inadecuado uso de los recursos computacionales empleados. Se impone la necesidad de emplear racionalmente los mismos, adecuando el modelo a utilizar según el caso.

# **3 OBJETIVO**

El objetivo del desarrollo que se detallará en el presente trabajo es implementar un modelo integrado uni y bidimensional que pueda describir adecuadamente el flujo permanente y uniforme en canales de sección compuesta típicos (conformados por el cauce principal y las planicies de inundación). Se pretende que el modelo pueda predecir:

- El caudal asociado a una profundidad de flujo dada
- o la distribución de dicho caudal entre cauce y planicies
- o las velocidades representativas del cauce y las planicies, y
- o la distribución de velocidades en las planicies.

El cauce será representado por medio de un modelo unidimensional, en tanto que las planicies lo serán a través de un modelo bidimensional.

A su vez se pretende, en honor a la parsimonia del modelo, que este acoplamiento se efectúe con el número mínimo de parámetros necesario.

# 4 MODELO INTEGRADO PROPUESTO

El desarrollo del modelo propuesto se expondrá en las siguientes tres etapas:

- o Descripción del submodelo unidimensional
- o Descripción del submodelo bidimensional
- o Descripción del acoplamiento propuesto

## 4.1 Descripción del submodelo unidimensional

El submodelo unidimensional propuesto para representar el flujo en el canal principal consiste en una modificación de la ecuación de Manning que contemple la resistencia al flujo que ofrece la interfaz entre canal y planicie.

Considérese el volumen de control definido para el canal principal en la Figura 2. Dado que se asume el flujo uniforme, se debe verificar el equilibrio de fuerzas actuantes sobre él en la dirección del flujo. Al anularse entre sí los empujes hidrostáticos sobre ambas caras (frontal y trasera) del volumen de control, las únicas fuerzas actuantes son las debidas a las tensiones de corte. Suponiendo una longitud L del volumen de control,



Figura 2: Diagrama de bloque mostrando las fuerzas actuantes en cada subsección

$$\boldsymbol{t}_{bc}\boldsymbol{P}_{c}\boldsymbol{L} = \boldsymbol{g}\boldsymbol{A}_{c}\boldsymbol{L}\boldsymbol{S}_{0} - \boldsymbol{t}_{a}\boldsymbol{P}_{a}\boldsymbol{L}$$
<sup>(2)</sup>

$$\boldsymbol{t}_{bc} = \boldsymbol{g} \boldsymbol{R}_c \boldsymbol{S}_0 - \boldsymbol{t}_a \frac{\boldsymbol{P}_a}{\boldsymbol{P}_c}$$
<sup>(3)</sup>

Reemplazando la tensión de corte en el fondo por su expresión dada en términos del *n* de Manning y reemplazando, simplificando y despejando,

$$V_{c} = \frac{1}{n_{c}} \sqrt{R_{c}^{\frac{4}{3}} S_{0} - t_{a} \frac{P_{a}}{P_{c}} \frac{R_{c}^{\frac{1}{3}}}{g}}$$
(4)

Esta es la *ecuación de Manning corregida* que se propone para la parte unidimensional del modelo integrado 1D-2D. Obsérvese que si  $t_a = 0$ , entonces la ecuación (4) se convierte en la ecuación de Manning tradicional. Puede observarse que éste es un modelo de dos parámetros, *n* y  $t_a$ .

#### 4.2 Descripción del submodelo bidimensional

El submodelo bidimensional propuesto es la solución analítica de Shiono y Knight al método de la distribución lateral (LDM). Shiono y Knight<sup>9</sup> presentan la solución analítica de la variación transversal de la velocidad promediada en la vertical, para canales de sección compuesta, en régimen uniforme y permanente. Partiendo de plantear la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento a un elemento prismático diferencial, integrando en la vertical, y asumiendo una ley de fricción cuadrática como la de Darcy – Weisbach, se puede llegar a la siguiente solución (Figura 1):

Para las áreas 1 y 3 (dominio de profundidad constante):

$$U = \sqrt{A_1 e^{g_y} + A_2 e^{-g_y} + \frac{8gS_0 Y}{f} (1 - b)}$$
(5)

Para el área 2 (dominio de profundidad linealmente variable):

$$U = \sqrt{A_3 Y^{\boldsymbol{a}_1} + A_4 Y^{-\boldsymbol{a}_2} + \boldsymbol{w} Y} \tag{6}$$

Donde:

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{\frac{2}{I}} \sqrt[4]{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y}$$
(7)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{l}} \sqrt{8f} \mp \frac{1}{2}$$
(8)

$$\mathbf{w} = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s}\frac{f}{8} - \frac{1}{s^2}\sqrt{\frac{f}{8}}}$$
(9)

$$Y = \begin{cases} H & para \ y < b \\ H - \frac{y - b}{s} & para \ b < y < b + sh \\ H - h & para \ y > b + sh \end{cases}$$
(10)

- *f* Factor de fricción de Darcy Weisbach
- *I* Viscosidad adimensional de torbellino
- **b** Coeficiente representativo del gradiente lateral de la fuerza de corte debida al flujo secundario
- *S*<sub>0</sub> Pendiente longitudinal del lecho

El coeficiente de fricción de Darcy – Weisbach y el parámetro de Manning están relacionados por:

$$f = \frac{8gn^2}{\sqrt[3]{Y}} \tag{11}$$

El parámetro adimensional  $\lambda$  se puede expresar como:

$$\boldsymbol{e}_{yx} = \boldsymbol{l}H_{\sqrt{\frac{f}{8}}}\boldsymbol{U}$$
(12)

Donde  $\varepsilon_{yx}$  es la viscosidad de torbellino de Boussinesq.

Los coeficientes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  y  $A_4$  surgen como resultado del sistema lineal de ecuaciones que se obtiene al plantear las siguientes condiciones de borde:

a) Condición de simetría

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$
, para y = 0 (13)

b) Condición de no deslizamiento

$$U = 0, \text{ para } y = B \tag{14}$$

 c) Condición de continuidad en la función: U calculada a partir de la ecuación (2) debe ser igual a U calculada a partir de la ecuación (3), tanto para y = b como para y = b+sh. d) Condición de continuidad en la derivada de la función:  $\partial U/\partial y$  calculada a partir de la ecuación (2) debe ser igual a  $\partial U/\partial y$  calculada a partir de la ecuación (3), tanto para y = b como para y = b+sh.

Las condiciones de borde a imponer, en el submodelo 1D del modelo integrado, se deben adecuar del modo siguiente: en los puntos frontera del dominio de cálculo (interfaz con el canal y contorno fijo) se deberán imponer las siguientes condiciones:

- En la interfaz resulta conocida la tensión de corte turbulenta, la cual toma el valor  $t_a$
- o La velocidad en el contorno fijo exterior es nula (condición de no deslizamiento).

La primera condición de borde se aparta de las implementadas tradicionalmente en la solución de Shiono y Knight para resolver el perfil transversal de velocidades (por ejemplo, la propuesta por Weber y Menéndez<sup>11</sup>); al imponer un valor no nulo a la derivada de la velocidad, el sistema de ecuaciones que surge de imponer estas condiciones de borde para calcular las constantes de la subsección a y b se vuelve no lineal; su resolución debe ser realizada en forma iterativa. Mayores detalles respecto de esta solución numérica pueden verse en el trabajo de Weber<sup>5</sup>.

El submodelo resultante de esta aplicación es un modelo de tres parámetros:  $n \neq l$  (del tramo) y  $t_a$  (en la interfaz), este último compartido con el submodelo unidimensional.

#### 4.3 Descripción del acoplamiento propuesto

El acoplamiento entre los submodelos unidimensional y bidimensional se da a través del valor de la tensión de corte aparente en la interfaz,  $t_a$ , que es común para ambos. Este valor puede ser considerado como un parámetro en sí mismo (a calibrar contra datos experimentales), o bien puede ser expresado a través de alguna de las ecuaciones empíricas disponibles en la literatura. Entre las diferentes ecuaciones que permiten calcular el valor de  $t_a$ , se adoptó como la más adecuada la de Rajaratnam y Ahmadi<sup>12</sup> por tratarse de una ecuación que posee un único parámetro experimental.

$$\boldsymbol{t}_{a} = k \left(\frac{1}{D_{r}} - 1\right)^{2} \boldsymbol{g} (H - h) \boldsymbol{S}_{0}$$
(15)

Donde

 $D_r$  Profundidad relativa de planicies (*H*-*h*)/*H* 

g Peso específico del fluido (usualmente 1000 kg/m<sup>3</sup>)

El valor de k sugerido por Rajaratnam y Ahmadi es de 0,15; ese valor es el parámetro de ajuste de la ecuación, ya que los demás son conocidos. Alternativamente, se implementó la ecuación propuesta por Baird y Ervine<sup>14</sup>, dada por

$$\boldsymbol{t}_{a} = \left\{ \left(\frac{1}{D_{r}}\right) - \left[1 + 1.5\left(\frac{h}{2b}\right)^{1.25}\right] \right\}^{1.5} \left(\frac{h}{2b}\right)^{-0.5} \left[0.5 + 0.3\ln\left(\frac{b_{f}}{h}\right)\right] \boldsymbol{g}(H - h) S_{0}$$
(16)

#### **5 DATOS EXPERIMENTALES**

Los datos experimentales utilizados corresponden a dos series: una experimental, denominada en lo sucesivo *Serie A*, proveniente de mediciones efectuadas en la *Flood Channel Facility*, Hydraulics Research, Wallingford, UK; y otra serie, de campo, denominada *Serie B*, correspondiente a mediciones efectuadas en el río Severn, UK. Se da una breve descripción de ambas.

#### 5.1 Serie A

Los datos de laboratorio utilizados fueron obtenidos de las referencias<sup>4,9</sup>. Se da una breve descripción de la instalación utilizada.

El SERC Flood Channel Facility (SERC-FCF) consiste en un canal de 56 m de longitud, 10 m de ancho con una capacidad de 1,1 m<sup>3</sup>/s. Dispone de lados móviles lo cual le permite modelar diversas geometrías. A su vez es posible modificar la rugosidad y la permeabilidad del mismo. El mismo se encuentra en las instalaciones de Hydraulics Research, Reino Unido. Mediante la utilización de micromolinetes de 10 mm de diámetro, con un tiempo de medición de 1 min, se determinaron las velocidades promediadas en el tiempo a lo largo de la transversal de una sección ubicada a 34 m aguas abajo del inicio del canal. Los resultados así obtenidos fueron publicados adimensionalizados con respecto a la velocidad media de toda la sección.



Figura 3: Flood Channel Facility, Hydraulics Research, UK

Las características geométricas e hidráulicas consideradas para los casos de estudio están indicadas en la Tabla 1. Pueden reconocerse dos grupos de geometrías de acuerdo al ancho B: Grupo nº 1 (casos 1 a 5) y grupo nº 2 (casos 6 a 8).

# 5.2 Serie B

La serie B está constituida por 3 perfiles transversales de velocidades medidos en el río Severn en Montford, Reino Unido. Estos datos fueron obtenidos del trabajo de Knight, Shiono y Pirt<sup>13</sup>.

El río Severn es el río más largo de Inglaterra, con más de 100 puentes que lo atraviesan. Uno de ellos está localizado en Montford, donde se ubica la estación de medición considerada. La cuenca de aporte en esa sección es de 2025 km<sup>2</sup>; el módulo del río es de 43 m<sup>3</sup>/s. La precipitación media anual en la cuenca es de 1147 mm. La sección del río consta de dos planicies de inundación, con diferentes anchos y rugosidades. En la Tabla 2 se resumen las características principales de los tres casos analizados.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8
b (m)	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
B (m)	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	1.65	1.65	1.65
h (m)	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
H (m)	0.169	0.178	0.187	0.198	0.2879	0.1667	0.1987	0.30
S	1	1	1	1	1	1	1	1
$S_0(10^{-3})$	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027
n <sub>mc</sub>	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
n <sub>fp</sub>	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
$Q(m^3/s)$	0.226	0.265	0.308	0.368	1.056	0.221	0.326	0.758

Tabla 1: Serie A - casos de estudio

	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Cota (m.s.n.m.)	Profundidad (m)
Caso B.1	330.8	58.092	7.81
Caso B.2	220.6	57.202	6.92
Caso B.3	188.8	56.732	6.15

Tabla 2. Características de los casos de estudio – Serie B

# 6 APLICACIÓN Y RESULTADOS

El modelo integrado 1D-2D propuesto ha sido aplicado a los casos de estudio analizados anteriormente bajo la clasificación de Series A y B. Básicamente se analizaron los siguientes resultados:

- 1. Curva altura caudal predicha
- 2. Velocidad representativa en cauce y planicie/s
- 3. Distribución de caudales entre cauce y planicie
- 4. Perfil de velocidades en planicie

# 6.1 Serie A

Se calculó el caudal con el modelo integrado 1D-2D propuesto (Qc) correspondiente a las profundidades de flujo medidas en los experimentos del SERC-FCF, y se los comparó con los

valores medidos de Q (Qm). En la Tabla 3 pueden verse estos valores, asumiendo que el parámetro k de la ecuación (15) es igual a 0,15. Puede observarse que para todos los casos considerados las diferencias entre los valores calculados y los valores medidos del caudal se encuentran dentro del error experimental aceptable (valores menores al 5 %). Cabe aclarar que el valor de l fue asignado en forma variable desde un máximo de 3 para las menores profundidades en la planicie hasta un valor de 0.5 para las mayores profundidades.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8
Qc (m <sup>3</sup> /s)	0.256	0.295	0.339	0.397	1.011	0.238	0.341	0.796
Qm (m³/s)	0.2483	0.2821	0.3237	0.383	1.114	0.242	0.333	0.835
Diferencia 3.10 % 4.66 % 4.68 % 3.72 % -3.98 % -1.59 % 2.64 % -4.60 %								
Tabla 3. Caudales calculados vs caudales medidos – Serie A – $k = 0.15$								

En las Figura 4 y 5 pueden observarse las curvas altura – caudal calculadas a partir del modelo integrado 1D-2D propuesto contrastada con los datos experimentales. Puede observarse un muy buen ajuste.

En las Figuras 6 y 7 pueden verse las curvas de distribución de caudales entre cauce y planicie, para los dos grupos de geometrías estudiados. En ambos casos hay una sobreestimación del caudal fluyente en la planicie, y una subestimación del caudal en el cauce, que se acentúa a medida que se incrementa la profundidad de flujo.



Figura 4. Curva H-Q calculada con el modelo 1D-2D versus datos experimentales – Serie A grupo nº 1



Figura 5. Curva H-Q calculada con el modelo 1D-2D versus datos experimentales - Serie A grupo nº 2



Figura 6. Curva de distribución de caudales calculada con el modelo 1D-2D - Serie A grupo nº 1



Figura 7. Curva de distribución de caudales calculada con el modelo 1D-2D - Serie A grupo nº 2

# 6.2 Serie C

Se calculó el caudal con el modelo integrado 1D-2D propuesto (Qc) correspondiente a las profundidades de flujo relevadas en la sección, y se lo comparó con el valor medido (Qm). En la Tabla 4 pueden verse estos valores, donde se ha aplicado la ecuación (16) para la determinación de  $t_a$ .

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Qc (m <sup>3</sup> /s)	313.5	225.1	195.6
Qm (m³/s)	330.8	220.6	188.8
Diferencia	-5.23 %	2.06 %	3.60 %
2.10.01.01.0	0.20 /0	=:00 /0	0.00 /

Tabla 4. Caudales calculados vs caudales medidos - Serie C - Ecuación de Baird y Ervine

Se procedió a calibrar el coeficiente k de la ecuación de Rajaratnam y Ahmadi (ecuación 15) minimizando el error en la predicción del caudal; el valor de k necesario en cada caso fue distinto; los mismos se consignan en la Tabla 5.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3			
Qc (m³/s)	1.20	0.75	0.52			
Tabla 5. Valores del coeficiente k calibrados – Serie C						

Se ve que el valor de k tiende a aumentar a medida que aumenta H; se supone que esto está vinculado a que la ecuación de Rajaratnam y Ahmadi (15) no contempla el efecto del ancho de la planicie sobre  $t_a$ , que en general produce un incremento en el valor de la tensión de corte

aparente a medida que se incrementa el ancho de la planicie. Este efecto sí está considerado en la ecuación de Baird y Ervine (16).

En las Figuras 8 y 9 pueden verse las curvas H-Q obtenidas con k constante e igual a 0,15, y con k variable. Se asumió una distribución lineal del factor k con la profundidad, tomando el valor mínimo de k = 0,35 para H = 6,2 m, y el valor máximo de k = 1,35 para H = 8,1 m. Puede verse el notable incremento de k con respecto a los valores correspondientes al caso de laboratorio (serie A).

Se muestra a continuación la curva de distribución del caudal entre cauce y planicies calculada con el modelo integrado 1D - 2D comparada con los datos experimentales (Figura 10). Puede observarse un buen ajuste, apreciándose una leve sobreestimación de la conductividad de las planicies y una subestimación de la del canal principal, hecho asociado a una sobreestimación de la tensión de corte aparente  $t_a$ .

#### Curva altura- caudal río Severn - k = 0,15



Figura 8. Curva Altura - Caudal - Serie B - k=0,15



Curva altura- caudal río Severn - k variable



Distribución de caudales Río Severn - k variable



Figura 10. Curva de distribución de caudales - Serie C

Finalmente, se presentan en las Figuras 11 y 12 los perfiles de velocidad calculados con el

modelo integrado 1D - 2D junto con los datos experimentales. El acuerdo es similar al que se observa en la aplicación de otros modelos (Weber, 2003).



Figura 11. Perfiles de velocidad margen izquierda - Serie C



Figura 12. Perfiles de velocidad margen derecha – Serie C

#### 7 CONCLUSIONES

El modelo integrado 1D/2D ha provisto predicciones de descarga con errores menores al 5 %, y de distribución de caudales entre cauce y planicie con errores de hasta el 10 %. Se considera que estas diferencias están asociadas, más que a la formulación intrínseca del modelo integrado, a la incertidumbre en la estimación de la tensión de corte aparente en la interfaz cauce-planicie.

En la Tabla 6 se indican los errores máximos porcentuales en la predicción de las velocidades en la planicie, para el caso del río Severn (Serie B), por tratarse de aquel que más dificultades ofreció en su calibración; comparativamente, se indican además esos mismos errores en la aplicación de la solución analítica de Shiono y Knight<sup>9</sup>. Estos resultados están tomados del trabajo de Weber (2003).

	Modelo	1D –2D	Solución analítica <sup>5</sup>		
	Plan. izq.	Plan. der.	Plan. izq.	Plan. der.	
Caso 1	22 %	40 %	14 %	32 %	
Caso 2	14 %	50 %	30 %	19 %	
Caso 3	15 %	100 %	14 %	47 %	

Tabla 6. Errores relativos de los modelos 1D y Q2D en diversas estimaciones

En general, puede verse que los errores del modelo integrado son menores a los de la solución analítica pura; de todos modos, ambas predicciones poseen diferencias importantes con los datos, asociadas a la irregularidad del perfil de velocidades relevado.

La mayor ventaja del modelo integrado es su eficiencia, ya que permite, simultáneamente, conservar la simplicidad de representación del cauce principal, conservar la representación detallada de la planicie y tener en cuenta la transferencia de *momentum* entre ambos.

La principal limitación del modelo está vinculada a la representación de la tensión de corte aparente en la interfaz canal – planicie, que está basada en formulaciones empíricas que aún requieren mayor desarrollo y una mayor base de datos para su verificación.

En base a lo dicho anteriormente, se puede inferir que las mayors potencialidades del modelo descripto se orientan hacia los canales de sección compuesta cuyo canal principal es comparativamente reducido frente a las planicies, de modo que no resulte necesario mayor detalle en la representación del flujo en el primero.

# 8 AGRADECIMIENTOS

El primer autor desea agradecer a la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Facultad Regional Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional por el apoyo recibido.

# **9 REFERENCIAS**

[1] D.W. Knight and J.D. Demetriou, "Flood Plain and Main Channel Flow Interaction", *J.Hyd. Engng*, 112.4, 1073-1091 (1983).

- [2] P.R. Wormleaton, J. Allen and P. Hadjipanos, "Discharge Assessment in Compound Channel Flow", *J.Hyd. Div*, **108.9**, 975-993 (1982).
- [3] B.G. Krishnappan and Y.L. Lau, "Turbulence Modeling of Flood Plain Flows", J.Hyd. Engng, **112.4**, 251-265 (1986).
- [4] K. Shiono and D.W. Knight, "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel", *J.Fluid Mech.*, **222**, 617-646 (1991).
- [5] J. F. Weber, Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – mención en Recursos Hídricos, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (2003).
- [6] M. H. Chaudhry. *Open-Channel Flow*. Prentice Hall, New Jersey (1993).
- [7] Hydrologic Engineering Center. *HEC RAS Hydraulic Reference Manual*. U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA (2001).
- [8] Wormleaton, P. R., Merrett, D., "An Improved Method of Calculation for Steady Uniform Flow in Prismatic Main Channel / Flood Plain Sections", *Journal of Hydraulic Research*, International Association for Hydraulic Research, 28, 157-174 (1990).
- [9] Shiono, K., Knight, D. W., "Two-dimensional analytical solution for a compound channel", *Proceedings of 3rd International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, July (Ed. Y. Iwasa, N. Tamai y A. Wada), pp. 503-510 (1988).
- [10] Donnell, B. P. (Ed.), *User's Guide to RMA2 WES version 4.3*, U.S. Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station, Hydraulic Laboratory (1996).
- [11] Weber, J. F., Menéndez, A. N. "Modelo LATERAL para simular la distribución lateral de velocidades en cauces naturales". *Mecánica Computacional*, **XXII**, 399-409. Asociación Argentina de Mecánica Computacional, Bahía Blanca. ISSN: 1666-6070 (2003).
- [12] Rajaratnam, N., Ahmadi, R. M., "Hydraulics of channels with floodplains", *Journal of Hydraulic Research*, International Association for Hydraulic Research, 19 (1), 43-60 (1981).
- [13] Knight D. W., Shiono, K., Pirt, J., "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow", *Proceedings of the International Conference on Hydraulic and Environmental Modellling of Coastal, Estuarine and River Waters*, pp. 419-428, Bradford (1989).
- [14] Baird, J. L., Ervine, D. A. "Resistance to flow in channels with overbank flood plain flow". Proceedings of the First International Conference on channels and channel control structures, Section 4A: 4.137-4.150. Springer-Verlag (1984).