

OTIMIZAÇÃO DE PAINÉIS COMPÓSITOS SOB CARGAS DE COMPRESSÃO

Carlos E. Ninni^{a,b}, José A. Hernandez^a, Francisco K. Arakaki^b, E. Lucena Neto^a

^a*Divisão de Engenharia Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil, <http://www.ita.br>*

^b*Empresa Brasileira de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil.*

Palavras Chave: Otimização, Painel Reforçado, Pós-Flambagem.

Resumo. Este trabalho tem como objetivo otimizar o peso de um painel reforçado de material compósito para cargas de colapso e crítica de flambagem linear inicialmente especificadas. São impostas restrições de carga crítica de flambagem linear, de tensão de *crippling* dos reforçadores e de falha de uma camada. No ciclo primário de otimização se realiza uma análise linear e uma não-linear de pós-flambagem, seguida de um ciclo secundário típico com base na análise linear de estruturas (SOL200/MSC-Nastran). Neste último são introduzidas restrições de projeto representando a pós-flambagem do painel por meio de coeficientes de correções originários de análises linear e não-linear realizadas no ciclo primário, das quais são extraídos a tensão no reforçador e o máximo índice de falha. Os resultados são apresentados para um painel típico de material compósito de aplicação aeronáutica, considerando variáveis contínuas e discretas, tendo-se conseguido considerável eficiência e redução de peso.

INTRODUÇÃO

O projeto e cálculo de estruturas de materiais compósitos envolvem uma série de decisões até a finalização do produto. Dependendo da concepção adotada e dos critérios de engenharia, os riscos de insucessos podem ser grandes. Dentre os vários fatores que contribuem para isso, pode-se citar o critério de rigidez quanto à flambagem, o critério de Tsai-Wu (1980) para falha do painel, por exemplo, o critério de falha dos reforçadores por *crippling*, entre outros. Com o aumento no uso de materiais compósitos nas aeronaves, o referido assunto tornou-se ainda mais evidente, dado a sua importância no dimensionamento associado aos riscos de ensaio e certificação do produto.

Com o surgimento dos computadores com grande capacidade de processamento, ocorreu um grande avanço na área da otimização de componentes estruturais que possibilitou o uso do método de elementos finitos combinado com técnicas de programação matemática, no desenvolvimento de algoritmos de otimização.

Muitas pesquisas vêm sendo realizadas no desenvolvimento de algoritmos adequados para otimizações não-lineares, onde diferentes abordagens foram apresentadas e aplicadas a uma variedade de problemas de engenharia. Recentemente, o foco dos algoritmos de otimização tem mudado para os chamados métodos evolucionários, como lógica fuzzy e algoritmos genéticos. O mais recente é o método estocástico de busca global, que simula mutações na evolução biológica natural. Estes algoritmos aplicam um conjunto de operadores a uma população de potenciais soluções, e aplicando o princípio da sobrevivência dos mais aptos, espera-se produzir melhores aproximações para a solução (Maalawi e Badr, 2009).

Na área de otimização estrutural existem inúmeros softwares e procedimentos para otimizar painéis, Lamberti (2003) discute métodos simples de análise para realizar otimização global de painéis reforçados. Foi mostrada a eficiência de um modelo de análise aproximado usando o PANDA2 para um estudo de projeto preliminar. Outros exemplos de códigos de otimização para painéis reforçados são: PASCO (Anderson e Stroud, 1979), VICONOPT (Williams, 1991) e PANOPT (Arendsen, Thuis e Wiggenraad, 1994).

Existem muitas pesquisas na área de otimização usando algoritmos genéticos e rede neural. O trabalho de Kang e Kim (2005) trata da otimização de painéis na pós-flambagem por meio do algoritmo genético, que apresenta vantagens para lidar com variáveis de projeto discretas, por exemplo, os ângulos de orientação e espessuras de materiais compósitos, mas que consomem número excessivo de análises de elementos finitos.

Já no estudo de Bisagni e Lanzi (2002), baseado em uma estratégia de aproximação global, a resposta é dada por um sistema de redes neurais e algoritmos genéticos. Para evitar o alto custo computacional das análises não-lineares necessárias devido à pós-flambagem, foi desenvolvido um sistema de redes neurais treinadas por meio de análises de elementos finitos não-lineares juntamente com o uso de um algoritmo genético para otimização.

Atualmente existem diversas ferramentas para análises de pós-flambagem que são utilizadas no projeto de estruturas. A indústria aeronáutica européia tem usado as ferramentas desenvolvidas pelos programas POSICOSS (Zimmermann, 2006) e COCOMAT (Degenhardt, 2006). Degenhardt (2010), mostra que se pode conseguir uma redução no peso estrutural a partir do uso da reserva de resistência presente nas fibras através de uma análise precisa e confiável. A simulação do colapso do painel leva em consideração a degradação do painel e os resultados incluem uma extensa base de dados experimentais, modelos de degradação, melhoras na certificação e ferramentas projeto, assim como a expansão nos critérios de projeto.

O interesse na geração de ferramentas de projeto de painéis aeronáuticos que consideram a pós-flambagem é, portanto, muito grande. A utilização de métodos evolucionários ou redes neurais é ainda bastante ineficiente por exigir um número excessivo de cálculos de respostas

estruturais. O desejável uso de métodos direcionais de primeira ordem que classicamente são eficientes em ambientes de linearidade estrutural é também bastante dificultado pela complexidade e mesmo inviabilidade de obtenção de análise de sensibilidade de respostas estruturais não lineares. Este trabalho se insere no esforço de utilizar métodos direcionais para otimização na pós-flambagem de painéis reforçados, porém eliminando a necessidade de realização de análise de sensibilidade não linear. Para isto, propõe-se uma estratégia de otimização estrutural de painéis reforçados de material compósito com base em ciclos de análise estrutural de pós-flambagem que geram coeficientes de correção que permitem que a otimização seja realizada num ambiente de resposta linear da estrutura, de maneira eficiente e com um custo computacional relativamente baixo.

1 METODOLOGIA

O problema típico de otimização que será resolvido recursivamente tem o seguinte enunciado:

$$\text{Minimizar } W \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\lambda \geq \frac{P_{crit}}{P_{colapso}}, \quad (2)$$

$$FI \leq \alpha_{FI}, \quad (3)$$

$$F_x \geq \alpha_{FX} F^{cc}. \quad (4)$$

A função objetivo, W , é o peso estrutural a ser minimizado durante a otimização. As variáveis de projeto são as espessuras das camadas de fibra em direções pré-estabelecidas.

A restrição da Eq. (2) limita a carga de crítica de flambagem definindo o autovalor como sendo a razão entre a carga crítica de flambagem (P_{crit}) e a carga de colapso do painel ($P_{colapso}$), sendo que ambas são dados de entrada do problema. O colapso do painel foi considerado como sendo a falha de uma camada de fibra do laminado pelo critério de Tsai-Wu.

Na segunda restrição, Eq. (3), o índice de falha pelo critério de Tsai-Wu é limitado pelo coeficiente de correção α_{FI} , que corresponde à razão entre os índices de falha obtidos das análises linear e não-linear do painel:

$$\alpha_{FI} = \frac{FI_{LINEAR}}{FI_{NÃO-LINEAR}}. \quad (5)$$

A restrição da Eq. (4) corresponde à limitação de tensão nos reforçadores do painel para que não ocorra *cripling*. Esta restrição obedece ao produto do coeficiente de correção α_{FX} pela tensão de *cripling* (F^{cc}) no reforçador. Esse coeficiente é obtido a partir da razão da Eq. (6), onde $F_{x_{LINEAR}}$ é a mínima tensão normal na direção x presente nos reforçadores e é obtida da análise linear do painel. Já $F_{x_{NÃO-LINEAR}}$ é proveniente da análise não-linear de pós-flambagem. Ambos os coeficientes de correção são calculados em cada ciclo primário de otimização. Portanto,

$$\alpha_{FX} = \frac{F_{x_{LINEAR}}}{F_{x_{NÃO-LINEAR}}}. \quad (6)$$

A tensão de *crippling* é por sua vez função das variáveis de projeto. O cálculo desta tensão depende da tensão última de compressão (F^{cu}) do reforçador, que necessitaria de uma análise não-linear à parte para ser corretamente calculada. Para simplificar este cálculo foi desenvolvida uma aproximação simplificada para estimar F^{cu} . O cálculo da tensão de *crippling* foi implementado no ciclo de otimização secundário (SOL200 - MSC.Nastran (2007)), sendo computado em todas iterações.

Os coeficientes de correção α_{FI} e α_{FX} são usados para representar os efeitos não-lineares na análise linear, pois a SOL200 não comporta resposta não-linear do modelo de elementos finitos. A Figura 1 mostra o fluxograma do ciclo primário de otimização, onde as análises linear (SOL101) e não-linear (SOL106) são realizadas, seguidas pelos cálculos de α_{FI} e α_{FX} , e posteriormente pelo ciclo de otimização secundário (SOL200). O critério de convergência do ciclo primário refere-se à estabilização da função objetivo no valor mínimo e à satisfação das restrições impostas; para ambos definiu-se uma faixa de tolerância de 0,5%.

No ciclo de otimização secundário, detalhado na Figura 2, são inseridas as restrições de projeto com os respectivos coeficientes atualizados. O objetivo do ciclo de otimização secundário é a redução do peso do painel, através da alteração das variáveis de projeto, sem violar as restrições impostas ao problema. Este ciclo de otimização tem por base a análise estrutural linear de tensão e fator de carga crítica de flambagem. Os resultados obtidos neste ciclo são utilizados para realimentar o ciclo primário de otimização e corrigir novamente as restrições. O fluxograma do ciclo secundário na Figura 2 é típico da SOL200, porém sendo introduzidas as restrições externas referentes às Eqs (2)-(4). A SOL200 utiliza a técnica de otimização seqüencial aproximada (OSA), método bastante eficiente que reduz drasticamente o número de análises de elementos finitos necessárias à convergência, onde as funções dependentes das respostas estruturais são substituídas por aproximações explícitas de primeira ordem (Schmit and Miura, 1976). Vale à pena mencionar que o critério de convergência utilizado para a função objetivo e para as restrições tem tolerâncias respectivamente especificadas como 0,1% e 0,3%.

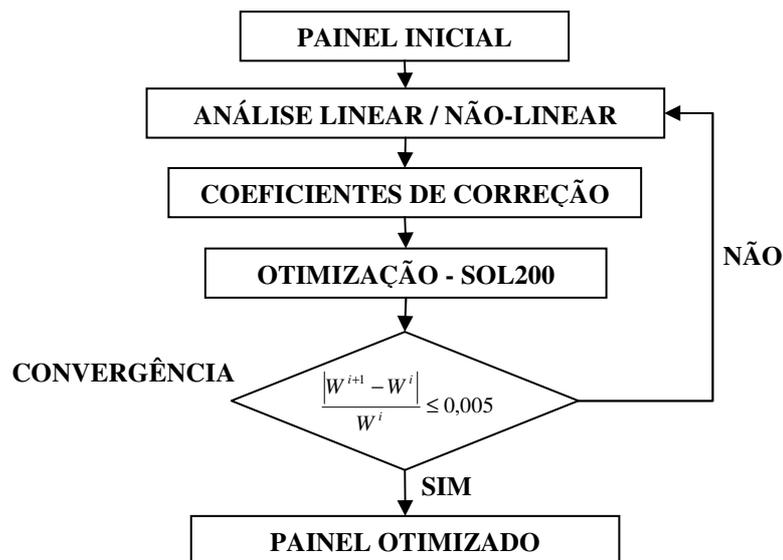


Figura 1: Fluxograma do Ciclo Primário de Otimização.

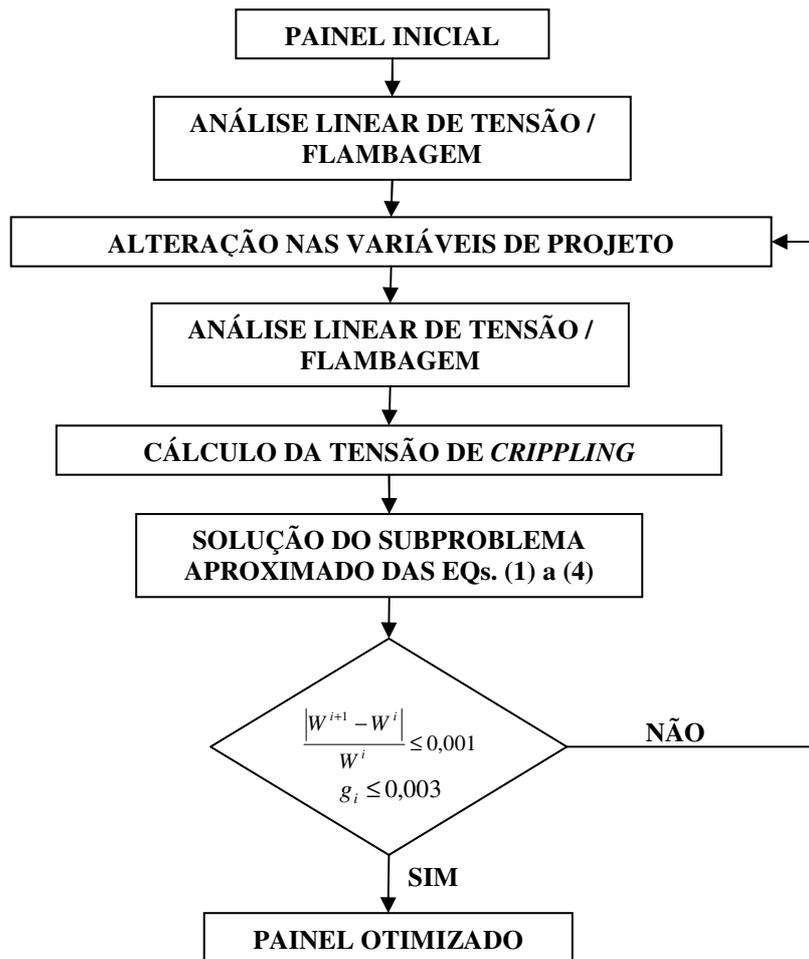


Figura 2: Fluxograma do Ciclo Secundário de Otimização (SOL200).

1.1 Cálculo de crippling

O método utilizado para determinar a tensão de *crippling* está detalhado no MIL-HDBK-17-3F (2002), e é baseado nos seguintes parâmetros adimensionais:

$$\frac{F^{cc}}{F^{cu}} \frac{E_x}{\bar{E}}, \quad (7)$$

$$\frac{b}{t} \frac{\bar{E}}{E_x} \sqrt{\frac{F^{cu}}{\sqrt{E_x E_y}}}. \quad (8)$$

O parâmetro \bar{E} é dado por

$$\bar{E} = \frac{12D_{11}}{t^3} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}). \quad (9)$$

Utilizando a Figura 3 podemos calcular F^{cc} . Esta tensão é utilizada no cálculo da restrição de *crippling* (Eq. (4)) do problema de otimização.

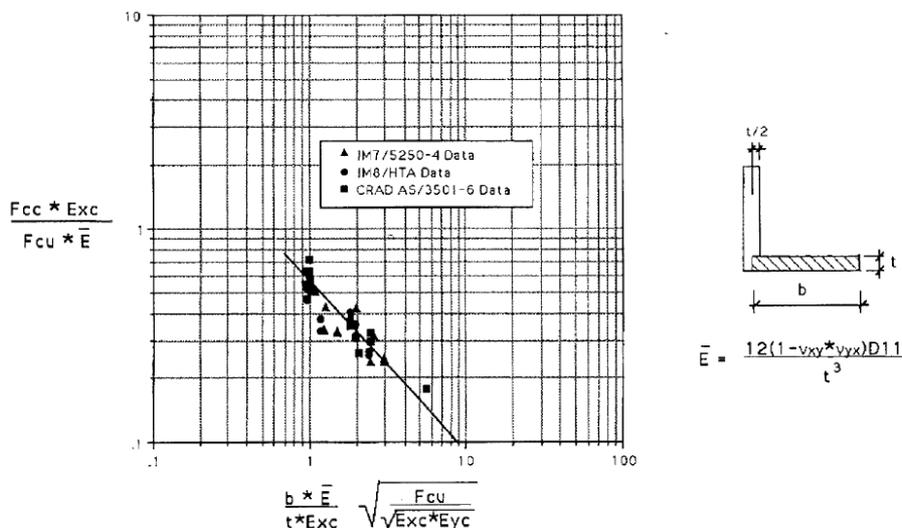


Figura 3: Resultados de Testes de *Crippling* para uma Borda Livre

Foi ajustada uma equação para a curva da Figura 3, possibilitando o cálculo de F^{cc} pela SOL200, cuja expressão é a seguinte:

$$\frac{F^{cc} E_x}{F^{cu} E} = 0,5805 \left[\frac{b \bar{E}}{t E_x} \sqrt{\frac{F^{cu}}{E_x E_y}} \right]^{-0,8021} \tag{10}$$

Sabe-se que a carga de compressão limite (P^{cu}) de um laminado, com camadas unidirecionais de fibra, colocadas na mesma direção, varia linearmente com a espessura do mesmo. O caso do reforçador onde há camadas de fibra com mais de uma orientação, torna-se mais complexo, necessitando de uma análise não linear á parte para sua determinação. Para contornar esta dificuldade em determinar a tensão última de compressão (F^{cu}) do reforçador, utilizou-se uma equação bastante simplificada em função da área transversal e da somatória das espessuras das camadas de fibra orientadas a 0° (t_{0°) da alma do reforçador; desprezando a contribuição de camadas em outros ângulos. A equação utilizada para estimar a tensão de compressão limite é a seguinte:

$$F^{cu} = \frac{17.250 t_{0^\circ}}{bt} \tag{11}$$

Para os determinar os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson efetivos do laminado, utilizados no cálculo da tensão de *cripling*, utilizou-se as equações presentes no livro de Daniel e Ishai (1994).

A partir da Eq. (11) é possível calcular a tensão de *cripling* (F^{cc}) por meio da Eq. (10), que será então utilizada na restrição de *cripling* dada pela Eq. (4).

Os cálculos dos parâmetros necessários para determinar o valor aproximado da tensão *cripling* foram implementados na SOL200, e são atualizados em toda iteração realizada.

2 OTIMIZAÇÃO DO PAINEL

O painel típico de aplicação aeronáutica utilizado como base está ilustrado na Figura 4. Foram definidas a carga de colapso, $P_{colapso} = 100.000$ N, e a carga crítica de flambagem $P_{crit} = 10.000$ N, ambas no plano do painel e em sua direção longitudinal. A força é aplicada por um elemento rígido (RBE2) ligado à extremidade livre do painel, incluindo o

revestimento e os reforçadores.

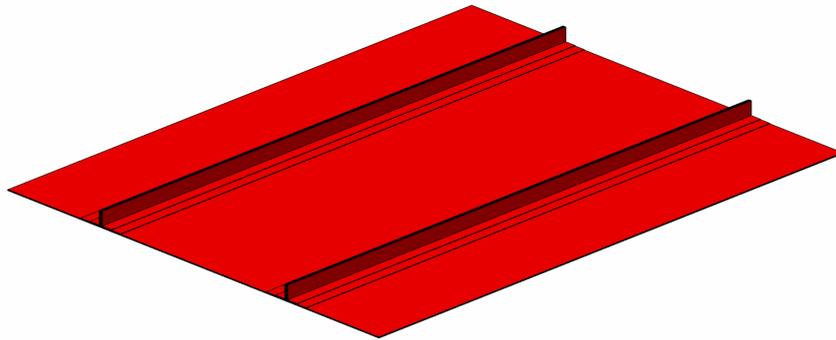


Figura 4: Painel Reforçado

As camadas de tecido carbono-epóxi do revestimento seguem as seguintes orientações $[(\pm 45/(0,90)_2/\pm 45)]_s$. A Figura 5 mostra em detalhe as camadas e as respectivas orientações das fibras. A orientação é realizada em relação ao eixo x do sistema de coordenadas, ou seja, a orientação de 0° é paralela ao eixo x .

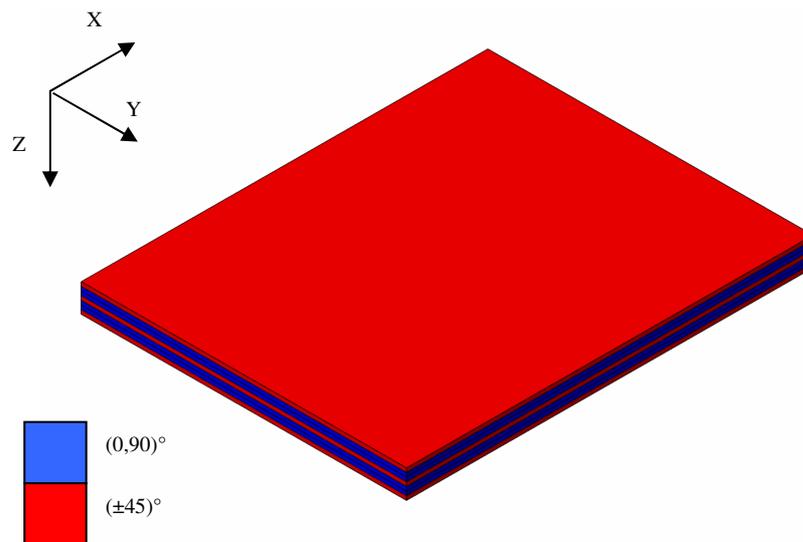


Figura 5: Disposição e orientação das camadas de fibra do revestimento

As camadas de fibras dos reforçadores foram divididas em três partes: A primeira é composta pela base maior do reforçador, a segunda pela base menor e a terceira pela alma do reforçador. As camadas de fibra dos reforçadores seguem as seguintes orientações:

1. $[(0)_2/(\pm 45)]$
2. $[(0)_2/(\pm 45)/(0)_2/(\pm 45)]$
3. $[(\pm 45)/(0)_2/(\pm 45)(0)_3/(\underline{0})]_s$

A Figura 6 mostra com detalhe a composição das camadas.

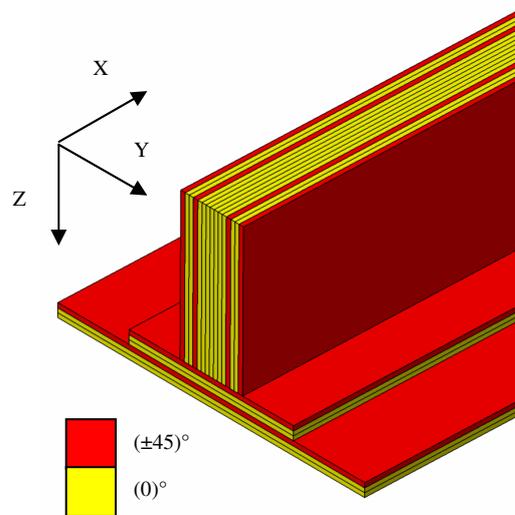


Figura 6: Disposição e orientação das camadas de fibra do reforçador

As variáveis de projeto são as espessuras das camadas de fibra e estão esquematizadas na Figura 7. Neste estudo as espessuras são variáveis contínuas.

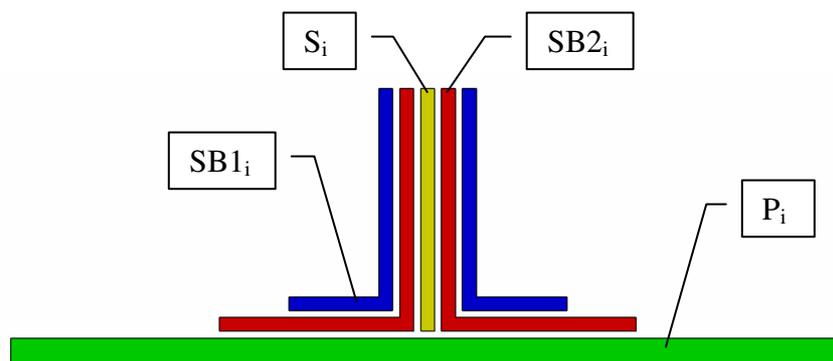


Figura 7: Variáveis de Projeto

Foram realizadas as análises linear e não-linear para o painel inicial e com os resultados foram calculados as margens de segurança e os coeficientes iniciais de correção. A Figura 8 e a Figura 9 ilustram os índices de falha ao longo de toda a extensão do painel obtidos por meio das análises linear e não-linear, respectivamente. Para a tensão normal nos reforçadores os resultados também são consideravelmente diferentes em cada análise.

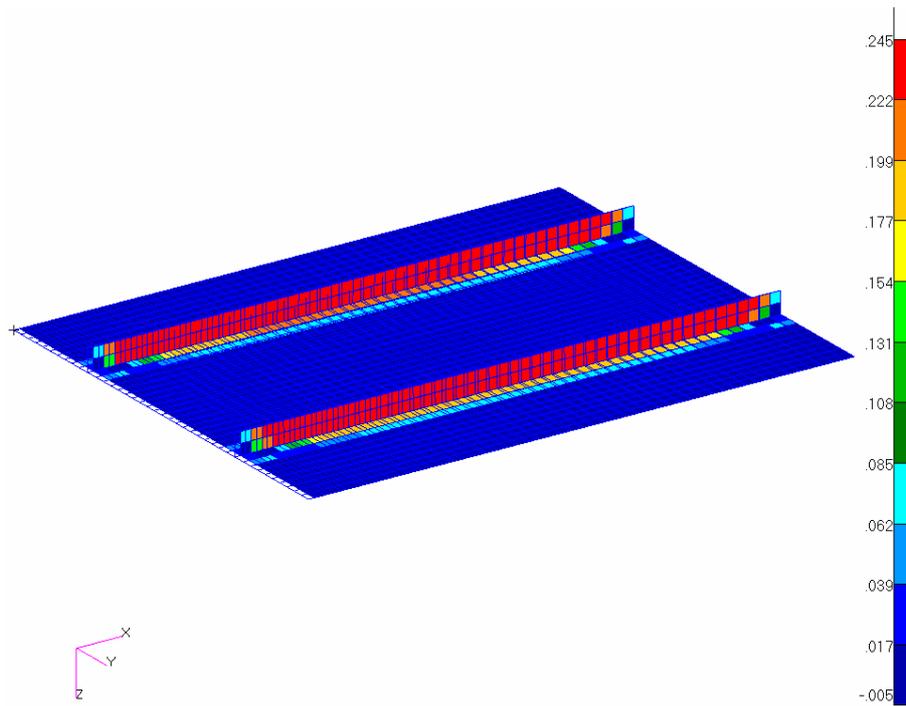


Figura 8: Índice de Falha - Análise Linear

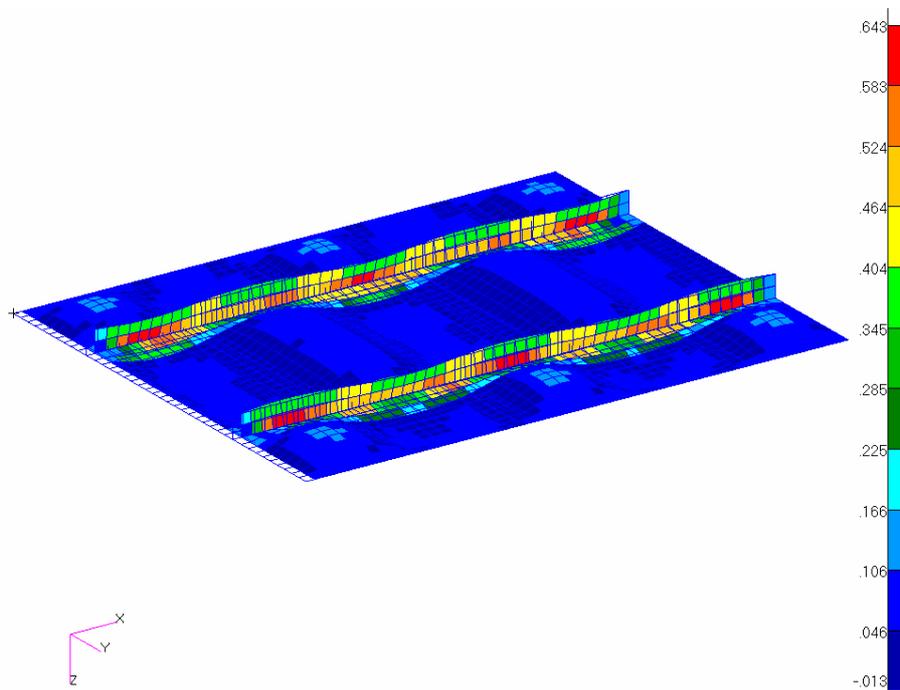


Figura 9: Índice de Falha - Análise Não-Linear

Os coeficientes de correção iniciais calculados são, portanto:

$$\alpha_{FI} = \frac{FI_{LINEAR}}{FI_{NÃO-LINEAR}} = \frac{0,245}{0,643} = 0,3810. \quad (12)$$

$$\alpha_{F_x} = \frac{F_{x_{LINEAR}}}{F_{x_{NÃO-LINEAR}}} = \frac{-282}{-486} = 0,5802. \quad (13)$$

Após as análises linear e não-linear iniciais, verifica-se que as margens de segurança quanto às restrições impostas estão de acordo com o que mostra a Tabela 1.

Margem de segurança [%]	
Índice de falha	55,5
<i>Crippling</i>	-20,2
Carga crítica de flambagem	32,5

Tabela 1: Margens de segurança para o painel inicial

As restrições impostas no primeiro ciclo de otimização inicial são, portanto:

$$\lambda_1 \geq 0,1, \quad (14)$$

$$FI \leq 0,3810, \quad (15)$$

$$F_x \geq 0,5802F_{cc}. \quad (16)$$

Estas restrições que fazem parte do primeiro ciclo primário de otimização são introduzidas na SOL200 que realizará o primeiro ciclo secundário e assim prossegue-se recursivamente até que haja convergência no ciclo primário de otimização.

2.1 Resultados da otimização

O ciclo primário de otimização foi repetido por 4 vezes e conforme podemos observar na Figura 10, o peso do painel convergiu rapidamente. As linhas horizontais representam os limitantes relativos ao critério de convergência. Já a Figura 11 mostra a evolução das variáveis de projeto durante a otimização. Em ambas, Figuras 10 e 11, as linhas verticais marcam as divisões entre os ciclos primários de otimização.

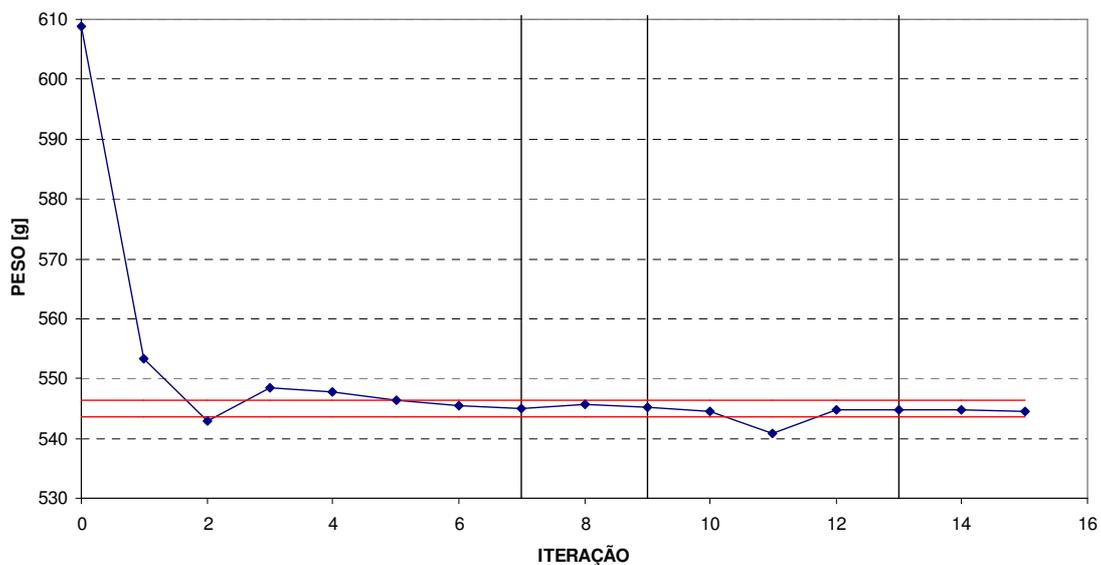


Figura 10: Evolução do peso do painel

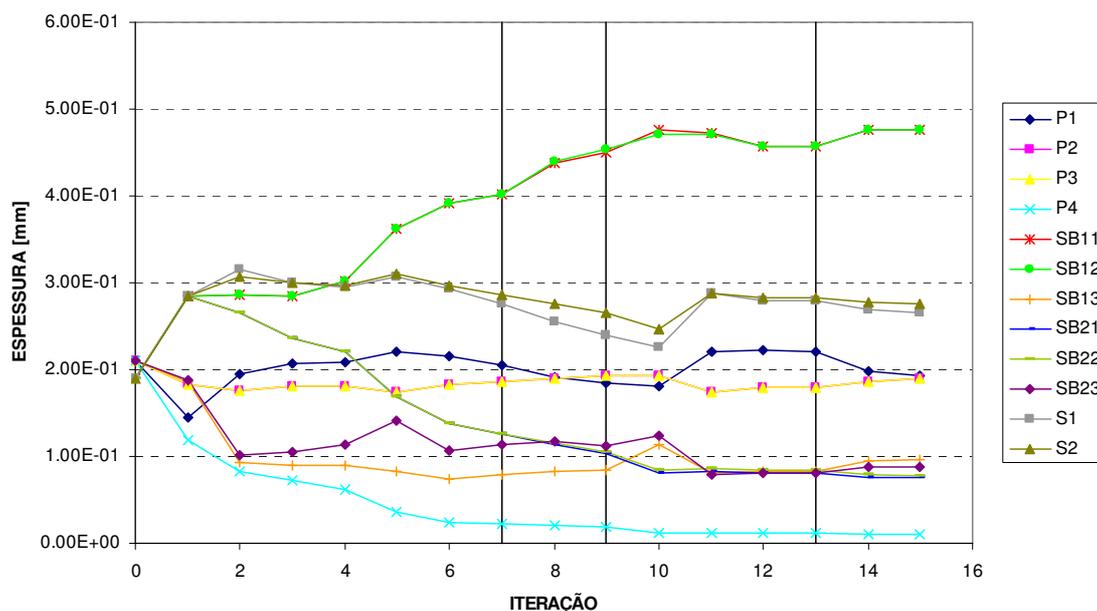


Figura 11: Evolução das variáveis de projeto

As Figuras 12-14 mostram o índice de falha, a tensão no reforçador e o fator de carga crítica de flambagem nos ciclos primários de otimização calculados nas análises linear e não-linear, respectivamente.

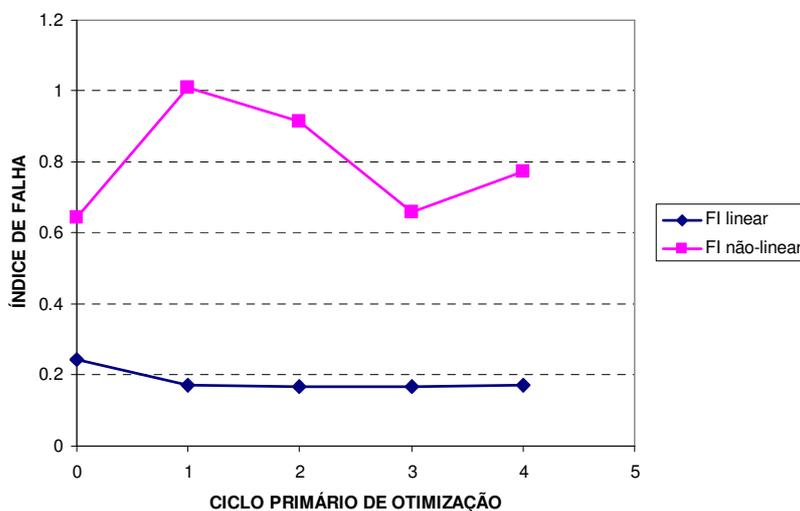


Figura 12: Índice de falha máximo

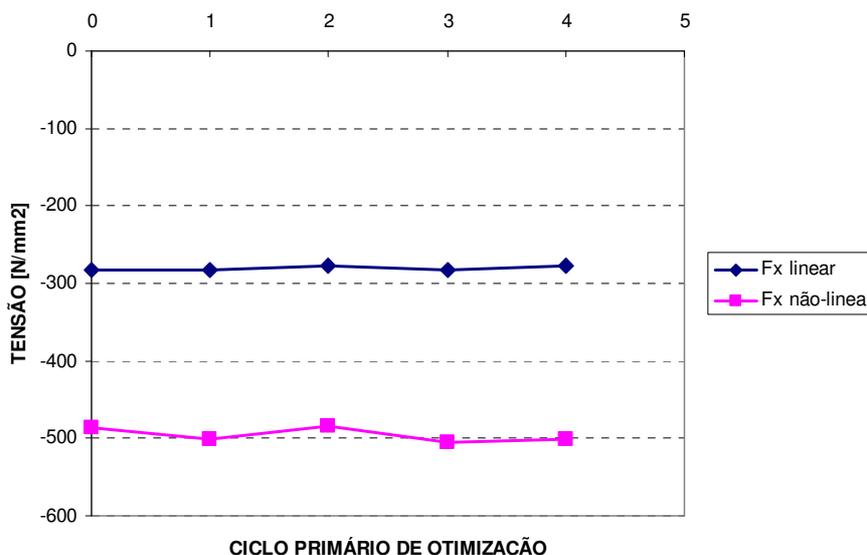


Figura 13: Tensão normal mínima na direção x nos reforçadores

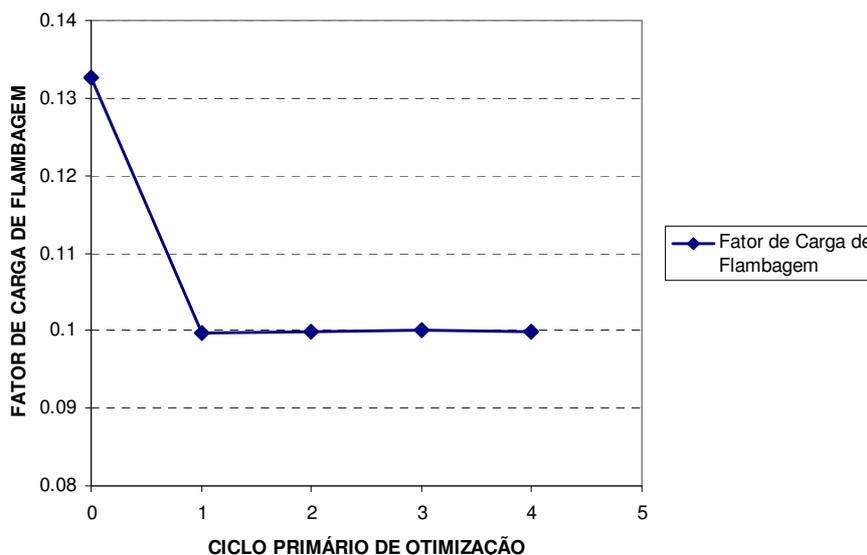


Figura 14: Fator de carga de flambagem

Pode-se verificar que a restrição de tensão de *cripling* foi crítica enquanto que a restrição para o índice de falha não foi crítica para o caso estudado, por isso ela não convergiu para o valor limitante na análise não-linear, como mostra a Figura 12. A restrição de flambagem também foi crítica, o que é ilustrado na Figura 14 que traz a evolução do fator de carga crítica de flambagem nos ciclos primários. Analisando os resultados conclui-se que o painel ótimo é conseguido ao final do 3º ciclo primário de otimização.

A Tabela 2 mostra os resultados obtidos ao final da otimização. Os valores das variáveis de projeto, o peso e o fator de carga de flambagem foram retirados diretamente dos resultados das análises lineares da SOL200 (ciclo secundário de otimização). Os resultados para o máximo índice de falha e tensão normal mínima nos reforçadores foram obtidos de uma análise não-linear posterior de pós-flambagem. Vale a ressalva de que a tensão de *cripling*

que consta da Tabela 2 é calculada pelo método da seção 1.1, porém após se realizar à parte uma análise não-linear específica para determinar F^{cu} , a fim de obter um valor mais real e verificar assim se a restrição de *cripling* foi de fato violada. Pode-se observar da Tabela 2 que a tensão de *cripling* assim calculada não foi ultrapassada, tendo uma margem de 8,7%. Esta folga deve-se principalmente ao fato de que a aproximação utilizada na Eq. (11) para a tensão de falha F^{cu} é bastante conservadora. Caso se utilizasse o valor real para F^{cu} ao invés da aproximação dada pela Eq. (11) a margem seria praticamente nula. Pretende-se em trabalhos futuros utilizar um aproximação mais fiel para F^{cu} de modo a diminuir esta folga.

VARIÁVEIS DE PROJETO [mm]				
VARIÁVEL	INICIAL		FINAL	
P1	0,21		0,220	
P2	0,21		0,179	
P3	0,21		0,179	
P4	0,21		0,0112	
SB11	0,19		0,457	
SB12	0,19		0,457	
SB13	0,21		0,0826	
SB21	0,19		0,0803	
SB22	0,19		0,0838	
SB23	0,21		0,0809	
S1	0,19		0,278	
S2	0,19		0,282	
PESO [g]				
	608,9		544,64	
RESTRICÇÕES				
Autovalor	0,1325		0,0999	
Índice de Falha	0,643		0,659	
<i>Crippling</i> [N/mm ²]	F_x	F^{cc}	F_x	F^{cc}
	-486	-388	-506	-550

Tabela 2: Resultados da otimização

A Tabela 3 mostra as margens de segurança para o painel otimizado.

Margem de segurança [%]	
Índice de falha	51,75
<i>Crippling</i>	8,7
Carga crítica de flambagem	-0,1

Tabela 3: Margens de segurança do painel otimizado

3 CONCLUSÃO

A otimização de painéis reforçados de material compósito, onde as cargas de colapso e de flambagem são pré-especificadas, foi realizada utilizando coeficientes de correção nas restrições de índice de falha e *cripling* nos reforçadores. Ao final da otimização consistindo de ciclos primários, onde se realiza a análise de pós-flambagem, e de ciclos secundários onde

se otimiza com base em análise linear de elementos finitos, foi possível obter uma estrutura ótima que é crítica quanto à tensão de *crippling* do reforçador e da carga de flambagem linear do painel.

BIBLIOGRAFIA

- Anderson, M. S.; Stroud, W. J. A General Panel Sizing Computer Code and its Application to Composite Structural Panels. *AIAA Journal*, v.17, n.8, p.892-897, 1979.
- Arendsen, P.; Thuis, H. G. S. J.; Wiggenraad, J. F. M. Optimization of Composite Stiffened Panels with Postbuckling Constraints. *Computational Mechanics Publications*, p.109-117, 1994.
- Bisagni C.; Lanzi L. Post-Buckling Optimisation of Composite Stiffened Panels Using Neural Networks. *Journal of Composite Structures*, v.58, n.2, p.237-247, Nov. 2002.
- Daniel, I. M.; Ishai, O. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. 1. ed. New York: Oxford University Press, 1994.
- Degenhardt, R. et al. Design and Analysis of Stiffened Composite Panels Including Post-Buckling and Collapse. *Journal of Computer & Structures*, v.86, n.9, p.919-929, Mai. 2010.
- Degenhardt, R. et al., COCOMAT - Improved Material Exploitation of Composite Airframe Structures by Accurate Simulation of Postbuckling and Collapse. *Journal of Composite Structures*, v.73, n.2, p.175-178, Mai. 2006.
- Kang, J.; Kim C. Minimum-Weight Design of Compressively Loaded Composite Plates and Stiffened Panels for Postbuckling Strength by Genetic Algorithm. *Journal of Composite Structures*, v.69, n.2, p.239-246, Jul. 2005.
- Lamberti, L. et al. Preliminary Design Optimization of Stiffened Panels Using Approximate Analysis Models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.57, n.10, p.1351-1380, Mai. 2003.
- Maalawi, K.Y.; Badr, M.A. Design Optimization of Mechanical Elements and Structures: a Review with Application. *Journal of Applied Sciences Research*, p. 221-231, Fev. 2009.
- MSC.SOFTWARE. MSC Nastran 2007 r1 Quick Reference Guide.
- Schmit, L.A; Miura H. Approximation concepts for efficient structural synthesis. *NASA CR-2552*, 1976
- Tsai, S. W.; Hahn, H. T. *Introduction to composite materials*. Westport, Conn.: Technomic Pub, 1980.
- United States. U. S. Department of Defense. MIL-HDBK-17-3F. *Polymer Matrix Composites Materials Usage, Design and Analysis*. v.3, Washington, D.C.: 2002.
- Williams F.W., et al. VICONOPT: Program for Exact Vibration and Buckling Analysis or Design of Prismatic Plate Analysis. *AIAA Journal*, v.29, n.11, p.1927-1928, Nov. 1991.
- Zimmermann, R. e Rolfes, R., POSICOSS - Improved Postbuckling Simulation for Design of Fibre Composite Stiffened Fuselage Structures, *Journal of Composite Structures*, v.73, n.2, p.171-174, Mai. 2006.