

INTERACCIÓN MATRIZ-FIBRA: SIMULACIÓN NUMÉRICA UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

Ricardo Barrios D'Ambrá^a, Juan Manuel Podestá^a, Bruno Uberti^a, Ignacio Iturrioz^b y Wang Chong^c

^a*Grupo de Mecánica Computacional, Universidad Nacional del Nordeste, Las Heras 727, 3500 Resistencia, Argentina,
Av Las Heras 727, Resistencia, Argentina, rbarrios@ing.unne.edu.ar, <http://ing.unne.edu.ar/mecap/>*

^b*Grupo Mecánica Aplicada, Universidad Federal do Rio Grande do Sul, Sarmiento Leite 425, 90050170 Porto Alegre, Brasil, ignacio@mecanica.ufrgs.br,
<http://www-gmap.mecanica.ufrgs.br/~ignacio/>*

^c*Grupo de Pesquisa em Estruturas e Construção Civil, Universidad de Pampa, Tirajú 810, Alegrete 97546550, Brasil, <http://porteiros.unipampa.edu.br/alegrete/>*

Palabras Clave: Método de los Elementos Discretos, Compuestos, Mecánica de Fractura.

Resumen. El estudio detallado de los procesos de ruptura en materiales sólidos teniendo en cuenta su microestructura en varias escalas es un tema que hoy en día ocupa varios investigadores. Es de gran importancia tecnológica conocer el comportamiento del material mecánico en sus diversas escalas para determinar, entre otras cosas, cómo los parámetros que gobiernan dicho comportamiento pasan de una escala a otra.

De esta manera podemos acercarnos a la idea de crear materiales a medida. En este contexto, el proceso de ruptura del conjunto formado por una fibra embebida en una matriz continua está lejos de ser resuelto, y es el foco de nuestro trabajo. Este sistema estructural se degrada de manera compleja, y es necesario tener en cuenta las discontinuidades entre las fases que ocurren desde el principio del proceso de degradación. En el presente trabajo se pretende investigar el proceso de daño inicial que ocurre cuando una fibra embebida en una matriz fisurada es solicitada en dirección perpendicular a la dirección de la fisura. La fisura corta en dos partes a la matriz estudiada, siendo la responsabilidad de la fibra unir ambas partes de la matriz. Es llevado a cabo un estudio paramétrico de variables como el ángulo relativo entre fisura y fibra y posición donde la fibra atraviesa la fisura. Los resultados se miden en términos de curvas de daño versus tiempo, estado tensional, e imágenes de las configuraciones dañadas del sistema estudiado. Los parámetros que rigen esta primera etapa del proceso de daño influyen sensiblemente en como avanza el proceso de fractura.

El Método de los Elementos Discretos formado por barras (MED) será utilizado como herramienta numérica para simular el problema en estudio. Este método se caracteriza por simular el continuo como un arreglo de barras con rigidez equivalente al continuo que se quiere representar. La masa se concentra en los nodos y la ecuación de movimiento que resulta de la discretización espacial se realiza mediante un esquema explícito de integración. La gran ventaja de este método consiste en capturar con relativa facilidad la ruptura y la fragmentación del sólido. Los resultados obtenidos se discuten con el fin de caracterizar mejor el daño inicial en el proceso de ruptura. Por último, se presentan las conclusiones relacionadas con el desempeño del MED para analizar este tipo de problemas.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del proceso de ruptura de materiales compuestos permite entender los procesos que ocurren en diversas escalas del problema estudiado. El efecto de aumento de la tenacidad (*toughening*) que fibras cortas producen en cerámicos es conocido y aplicado en varios campos de ingeniería, y conocer con profundidad como es la interacción de esfuerzos que se presentan en la fibra y matriz durante este proceso permite mejorar este efecto como lo muestran trabajos clásicos en el área, Brandt (1985), Brebbia et al. (1984), Budiansky et al. (1986) y Cao et al. (1990).

Mecanismos típicos ya identificados se suceden durante el proceso de ruptura del conjunto fibra-matriz, conocidos como *debonding*, *snubbing* y *spalling* los cuales producen que la descripción del aumento de tenacidad, conocido como *toughening*, sea complejo. Describimos brevemente los fenómenos antes citados: Cuando una fisura atravesada por una fibra tiende a abrirse, la fibra antes de despegarse de la matriz ejerce una presión intensa sobre la matriz. Antes de que ocurra el despegue (*debonding*), las tensiones generadas por esta presión alcanzan un máximo. Es posible que las tensiones debajo de la fibra inclinada cerca del punto dónde la fibra sale de la matriz, sean mayores que la resistencia de la matriz, entonces se produce la ruptura de la matriz cercana al punto de salida de la fibra, este efecto se conoce como *spalling* y es indicado en la Fig. 1. Si la extensión del *spalling* sobrepasa la longitud embebida de la fibra, la misma pierde su contribución en el aumento de tenacidad; si la extensión es menor, las tensiones liberadas eliminan la posibilidad de la fibra de romperse, en otras palabras, la fibra permanece intacta y puede contribuir al aumento de tenacidad. Después de que se produce el despegue (*debonding*), la fibra comienza a ser extraída fuera de la matriz, avance indicado como S_f en la Fig. 2. La superficie despegada de la fibra puede deslizarse con respecto a la matriz, comenzando un proceso de fricción entre fibra y matriz. En el punto de salida, dónde la fibra comienza a sobresalir de la cara de la fisura, se produce un pliegue de la fibra que se puede observar en la Fig. 2. En este punto, la matriz actúa como una polea con fricción, este efecto es denominado *snubbing*.

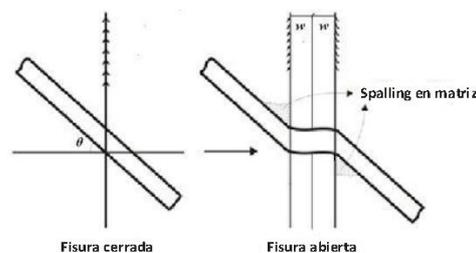
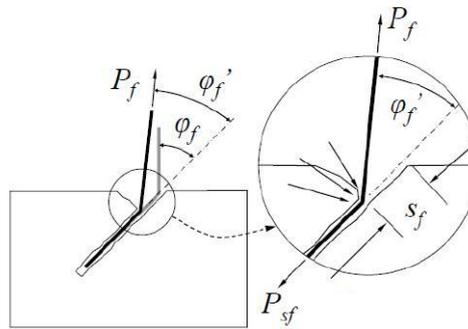


Figura 1: Efecto de *Spalling* en la interacción entre Fibra-Matriz

Li (2003) lo explica como una cuerda alrededor de una polea dónde la fricción se incrementa exponencialmente. La combinación de los efectos de *spalling* y *snubbing* hacen que el aumento de tenacidad debido a la interacción fibra-matriz sea complejo.

El efecto de *snubbing* se presenta únicamente cuando el ángulo entre la dirección de la fibra y la fuerza aplicada no están alineadas, este fenómeno muestra como la fuerza ejercida por la fibra se incrementa en esta nueva configuración, es decir a mayor ángulo, indicado como φ_f en la Fig. 2 mayor será la fuerza que actúa sobre la parte de la fibra que continúa embebida en la matriz P_{sf} .

Aunque el efecto de *spalling* es bastante importante en el análisis del aumento de la tenacidad, los investigadores no le han dado mucha importancia, existiendo muy pocas publicaciones

Figura 2: Ilustración del efecto de *snubbing*

sobre dicho efecto. Este trabajo tiene como objetivo abordar el efecto de *spalling*, en particular, la influencia del *spalling* de la matriz en el comportamiento fibra-matriz.

En este trabajo se aplica una versión del método de los elementos discretos formado por barras como una herramienta para evaluar los mecanismos antes citados durante la ruptura de un cuerpo de prueba donde una fibra atraviesa una matriz fisurada aplicando desplazamientos descriptos en dirección perpendicular a la fisura. Para evaluar la influencia del *spalling* se realiza un estudio paramétrico estudiando diferentes configuraciones geométricas posibles viendo como estas influyen en la configuración de ruptura final y en la evolución de la energía de daño del sistema durante las simulaciones realizadas. En este trabajo se aplica una versión del método de los elementos discretos formado por barras como una herramienta para evaluar los mecanismos antes citados durante la ruptura de un cuerpo de prueba donde una fibra atraviesa una matriz fisurada aplicando desplazamientos descriptos en dirección perpendicular a la fisura, siendo el objetivo de este trabajo mostrar una nueva aplicación del MED y no el detalle de su formulación teórica, que ya ha sido mostrada en trabajos previos. Para evaluar la influencia del *spalling* se realiza un estudio paramétrico analizando diferentes configuraciones geométricas posibles viendo como estas influyen en la configuración de ruptura final y en la evolución de la energía de daño del sistema durante las simulaciones realizadas.

2. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

En la formulación del método de los elementos discretos empleada en este trabajo (MED), el continuo es representado por medio de un arreglo especial de barras con masas concentradas en sus nodos. En particular, la estrategia de discretización mostrada en las Figs. 3a y 3b es debida a [Nayfeh y Hefzy \(1978\)](#). La misma usa un módulo básico formado por 20 elementos de barra y 9 nodos donde los elementos están interconectados. Cada nodo tiene tres grados de libertad de desplazamiento. En el caso de un material elástico isotrópico, la rigidez axial por unidad de longitud de los elementos longitudinales (aquellos que definen las aristas del módulo y los que conectan los nodos localizados en el centro del módulo) en el modelo discreto equivalente, E_I^A , es:

$$E_I^A = A_I \cdot E = \phi \cdot E \cdot L^2 \quad (1)$$

Donde A_I es el área de la sección transversal del elemento, L es la longitud del módulo cúbico y E el módulo de Young del sólido que está siendo discretizado. Similarmente la rigidez axial por unidad de longitud de los elementos diagonales, E_I^d , es

$$E_I^d = A_d \cdot E = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \delta \cdot \phi \cdot E \cdot L^2 \quad (2)$$

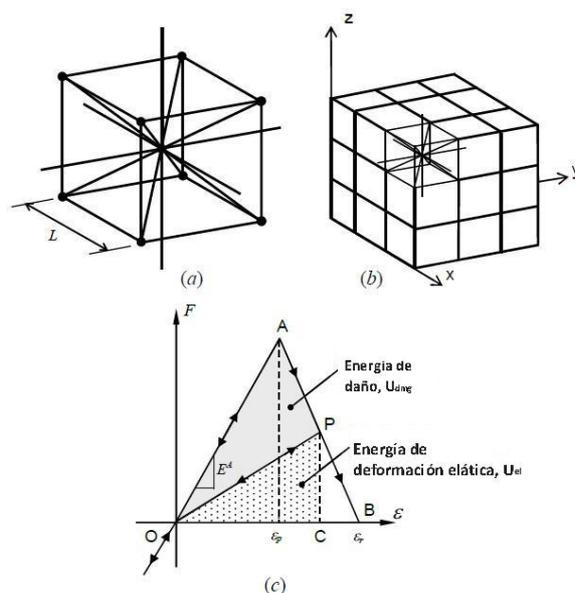


Figura 3: Estrategia de discretización del MED: (a) módulo cúbico básico, (b) generación del cuerpo prismático, (c) relación constitutiva bilineal.

El coeficiente $2/\sqrt{3}$ en la Ec. 2 tiene en cuenta la diferencia de longitud entre elementos los longitudinales y los diagonales, esto es, $L = 2/\sqrt{3} \cdot L_d$. Para sólidos aproximadamente isotrópicos, $\phi = (9 + 8 \cdot \delta)/(18 + 24 \cdot \delta)$ y $\delta = 9 \cdot \nu/(4 - 8 \cdot \nu)$ donde ν es el coeficiente de Poisson del sólido.

Es importante puntualizar que para $\nu = 0,25$, la correspondencia entre el sólido equivalente discreto y el continuo isotrópico es completa. Por otro lado para valores del $\nu \neq 0,25$ aparecen pequeñas discrepancias en términos de corte, los cuales no obstante pueden ser despreciados. Es interesante notar que si bien los modelos de tipo reticulado no pueden representar un continuo localmente isotrópico, puede argumentarse que en las aplicaciones ingenieriles prácticas no existen continuos localmente perfectamente isotrópicos. La isotropía en los sólidos es una propiedad volumétrica que refleja la distribución aleatoria de la orientación de los elementos constituyentes.

Detalles acerca del cálculo de la rigidez axial de la sección transversal equivalente para los elementos longitudinales y diagonales dadas las Ec. 1 y 2 pueden encontrarse en los trabajos de [Nayfeh y Hefzy \(1978\)](#) and [Dalguer et al. \(2001\)](#).

El método es montado mediante el cumplimiento de la segunda Ley de Newton en cada nodo del modelo. Esto resulta en el sistema de ecuaciones

$$M \cdot \ddot{x} + C \cdot \dot{x} + F(t) - P(t) = 0 \quad (3)$$

Donde x , \dot{x} y \ddot{x} son los vectores conteniendo los desplazamientos nodales, velocidades y aceleraciones; M y C son las matrices de masa y amortiguamiento respectivamente. Los vectores $F(t)$ y $P(t)$ contienen las cargas nodales internas y externas.

A partir de que M y C son diagonales, las ecuaciones en la expresión 3 son no acopladas, y pueden ser fácilmente integradas en el dominio del tiempo usando un esquema de diferencias finitas explícito.

Vale la pena señalar que como las coordenadas son actualizadas en cada paso de tiempo, grandes desplazamientos son tenidos en cuenta naturalmente.

La estabilidad del esquema de integración es asegurada con la siguiente limitación en el incremento del tiempo

$$\Delta t \leq \frac{0,6 \cdot L}{C_p} \quad (4)$$

Donde C_p es la velocidad de propagación de la onda longitudinal,

$$C_p = \sqrt{E/\rho} \quad (5)$$

La convergencia del MED para elasticidad lineal e inestabilidad elástica fue verificada por Hayashi (1982).

2.1. Modelo constitutivo no lineal para el daño del material

El modelo bi-lineal

Rocha et al. (1991) extendieron el MED para resolver problemas de fractura frágil mediante la introducción de la relación constitutiva bilineal (RCE) ilustrada en la Fig. 3c. Esta ley constitutiva tiene como objetivo capturar los efectos irreversibles de la nucleación y propagación, por lo tanto, tiene en cuenta la reducción de la capacidad de carga del elemento. El área bajo la curva fuerza vs. deformación (el área bajo el triángulo OAB en Fig 3c) es la densidad de energía de deformación necesaria para fracturar el área de influencia del elemento. Así, para un punto P dado en la curva fuerza vs. desplazamiento, el área del triángulo OPC representa la densidad de energía elástica reversible almacenada en el elemento, mientras que el área del triángulo OAP es la densidad de energía de fractura disipada. Una vez que la densidad de energía de daño disipada iguala a la energía de fractura, el elemento falla y pierde su capacidad de carga. Por otro lado, en el caso de cargas de compresión el material se comporta como elástico lineal. Así, la falla en compresión es inducida por tracción indirecta.

- Fuerza, F: fuerza axial en el elemento, función de la deformación longitudinal ε .
- Rigidez Elemental, E_i^A : dependiendo de si es considerado un elemento longitudinal o diagonal se adoptan los valores para E_i^A o E_d^A , ver Ec. 1 y 2.
- Longitud del Módulo del MED, L.
- Energía específica de fractura, G_f : energía de fractura del material por unidad de área, el cuál es coincidente con la energía de fractura del material, G_c .
- Area del Elemento; A: dependiendo de si es considerado un elemento longitudinal o diagonal los valores de A_i o A_d , deberían ser adoptados.
- Area de fractura Equivalente, A_i^f : el valor de este parámetro impone que la condición de energía disipada por la fractura del material continuo y su representación discreta sean equivalentes. Con este propósito la fractura de una muestra cúbica del material de dimensiones $L \cdot L \cdot L$ es considerada. La energía disipada por la fractura de una muestra continua del material debida a una fisura paralela a una de sus caras es

$$\Gamma = G_f \cdot \Delta = G_f \cdot L^2 \quad (6)$$

Dónde Δ es el área de fractura real. Por otra lado, la energía disipada cuando el módulo del MED de dimensiones $L \cdot L \cdot L$ se fractura en dos partes tiene en cuenta la contribución

de cinco elementos longitudinales, cuatro coincidentes con las aristas del modulo y una interna y cuatro elementos diagonales (ver Fig. 3). Entonces, la energía disipada por el modulo del MED puede escribirse como sigue:

$$\Gamma_{DEM} = G_f \cdot \left(4 \cdot 0,25 \cdot c_A + c_A + 4 \cdot c_A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) \cdot L^2 \quad (7)$$

Dónde el primer término en la suma tiene en cuenta los cuatro elementos del borde (el coeficiente 0,25 es debido al hecho de que cada elementos es compartido por cuatro módulos), el segundo término tiene en cuenta el elemento interno longitudinal, y el tercer término considera la contribución de los cuatro elementos diagonales. El coeficiente c_A es un parámetro de escala usado para hacer cumplir la equivalencia entre Γ y Γ_{DEM} . Así, igualando las expresiones 6 y 7 resulta:

$$G_f \cdot L^2 = G_f \cdot \left(\frac{22}{3} \cdot c_A \right) \cdot L^2 \quad (8)$$

A partir de la cual puede deducirse fácilmente que $c_A = 3/22$ para establecer la equivalencia entre Γ y Γ_{DEM} . Finalmente, el área de fractura transversal equivalente de los elementos longitudinales es

$$A_l^f = \left(\frac{3}{22} \right) \cdot L^2 \quad (9)$$

Mientras que para los elementos diagonales es

$$A_d^f = \left(\frac{4}{22} \right) \cdot L^2 \quad (10)$$

- *Deformación crítica de falla* (ε_p): la máxima deformación alcanzada por el elemento antes de la iniciación del daño (punto A en Fig. 3). La relación entre ε_p y la energía específica de fractura, G_f , es dada en términos de los conceptos de la Mecánica de Fractura Lineal Elástica. Esto es

$$\varepsilon_p = R_f \cdot \sqrt{\frac{G_f}{E \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (11)$$

Dónde R_f es el denominado factor de falla, el cual tiene en cuenta la presencia de un defecto intrínseco de tamaño d . De esta forma R_f es definido como

$$R_f = \frac{1}{Y \cdot \sqrt{d}} \quad (12)$$

Dónde Y es un parámetro adimensional que depende de las geometrías del espécimen y de la fisura.

- **Deformación Límite** (ε_r): el valor de deformación para el cual el elemento pierde su capacidad de carga (Punto C en la Fig. 3). Este valor debe ser establecido para satisfacer la condición que, luego de la falla del elemento, la densidad de energía disipada iguale el producto del área de influencia del elemento, A_i^f , por la energía específica de fractura, G_f , dividida por la longitud del elemento. Esto es

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_c \cdot A_i^f}{L_i} = \frac{K_r \cdot \varepsilon_p^2 \cdot E \cdot A_i}{2} = \frac{K_r \cdot \varepsilon_p^2 \cdot E_i^A}{2} \quad (13)$$

Dónde los subíndices i tienen que ser especializados para ser l o d dependiendo si el elemento en consideración es longitudinal o diagonal, respectivamente. El coeficiente K_r es una función de las propiedades del material y de la longitud del elemento, L_i , como sigue:

$$K_r = \left(\frac{G_f}{E \cdot \varepsilon_p^2} \right) \cdot \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \cdot \left(\frac{2}{L_i} \right) \quad (14)$$

Para garantizar la estabilidad del algoritmo, debe ser satisfecha la condición $K_r \geq 1$ (Riera y Rocha, 1991). En este sentido es interesante definir la longitud de elemento crítica.

$$L_{cr} = 2 \cdot \left(\frac{G_f}{E \cdot \varepsilon_p^2} \right) \cdot \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \quad (15)$$

El coeficiente $\left(\frac{A_i^f}{A_i} \right)$ en la Ec. 15 es $\left(\frac{A_l^f}{A_l} \right) = \frac{3}{22 \cdot \phi}$ y $\left(\frac{A_d^f}{A_d} \right) = \frac{\sqrt{3}}{11 \cdot \delta \cdot \phi}$ para los elementos longitudinales y diagonales respectivamente (ver Ec.1, 2, 9 y 10). En el caso especial de un continuo isotrópico con $\nu = 0,25$, los valores de las funciones $\delta = 1,125$ y $\phi = 0,4$, que resulta en $\left(\frac{A_l^f}{A_l} \right) = \left(\frac{A_d^f}{A_d} \right) \approx 0,34$. Así, para propósitos prácticos se puede utilizar un sólo valor para la longitud de elemento crítica tanto para los elementos diagonales como longitudinales. Por consiguiente, la condición de estabilidad anterior puede ser expresada como

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \Rightarrow L_i \leq L_{cr} \quad (16)$$

que es la máxima longitud del elemento la cual se preserva la estabilidad de la RCE. Finalmente, la expresión para la deformación límite es

$$\varepsilon_r = K_r \cdot \varepsilon_p \quad (17)$$

Es interesante ver a partir de las expresiones dadas más arriba, que dependiendo de su naturaleza, los parámetros usados para definir la RCE son propiedades del material, dependiendo sólo de la discretización, o dependiendo de ambos, el material y la discretización. En esta forma ε_p , E , R_{fc} y G_f son propiedades del material, A_i^f y L dependen sólo de la discretización del modelo, y E_i^A y ε_r dependen tanto de, las propiedades del material como de la discretización del modelo. Por otra parte, vale la pena señalar que, aunque el MED utiliza una ley de daño escalar para describir el comportamiento de los elementos, el modelo global tiene en cuenta el daño anisotrópico ya que posee elementos orientados en diferentes direcciones espaciales. Más información sobre la fundamentación teórica de la versión del MED presentada además de

otras aplicaciones se pueden encontrar en (Iturrioz, 1995), dónde se estudia el comportamiento de materiales frágiles como hormigón y hormigón armado. La simulación del comportamiento de suelos frente a cargas explosivas pueden encontrarse en (Riera y Iturrioz, 1998), el estudio de propagación dinámica de fisuras en (Spellmeyer et al., 2001), así como problemas de impacto en materiales compuestos poliméricos en (Barrios D'Ambra et al., 2002) y comportamiento en mecánica de Rocas en (Dalguer et al., 2003); (Miguel et al., 2008), (Iturrioz et al., 2009). Aplicaciones del Método de Elementos Discretos en Mecánica de Fractura Estática y Dinámica en (Kosteski, 2008), (Kosteski et al., 2008) y (Barrios D'Ambra et al., 2007). Estudios de efectos de tamaño y de la independencia de la malla en (Rios y Riera, 2004) y (Miguel et al., 2010). En (Miguel, 2005) se estudian criterios constitutivos para el deslizamiento con fricción a lo largo de fallas sísmicas.

3. PROBLEMA ESTUDIADO

Se realiza el estudio de una fibra embebida en una matriz fisurada cuando es solicitada por una excitación perpendicular a la dirección de la fisura. La matriz es cortada en dos partes por la fisura mencionada y la fibra tiene la responsabilidad de unir ambas partes de la matriz. Es estudiada la influencia de dos parámetros que definen la configuración geométrica presentada en la Fig. 4, ellos son: el ángulo relativo entre fisura y fibra, y la posición dónde la fibra cruza la fisura.

3.1. Configuración Geométrica

La geometría y las condiciones de borde del problema se presentan en la Fig 4.

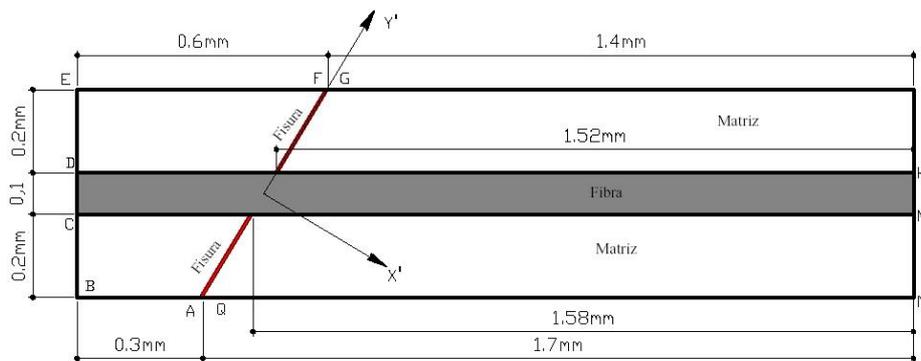


Figura 4: Configuración Geométrica del conjunto fibra-matriz fisurada para uno de los casos estudiados con el MED.

Sobre el cuerpo se aplican desplazamientos prescritos según la dirección del eje local de la fisura x' . En la Fig. 4 se presentan los nombres dados a los diferentes segmentos de borde; según esta nomenclatura la dirección de estos desplazamientos será:

$$\text{Contornos } FE, ED, CB \text{ e } BA: ux' = -0,02 \text{ mm}$$

$$\text{Contornos } N, NM, KH \text{ e } HG: ux' = 0,02 \text{ mm}$$

Estos desplazamientos prescritos fueron aplicados a una velocidad suficientemente baja como para que los efectos de inercia sean despreciables. Se aprecia que los desplazamientos se aplican sobre todos los bordes libres de la matriz. Los bordes libres de la fibra no sufren ninguna sollicitación.

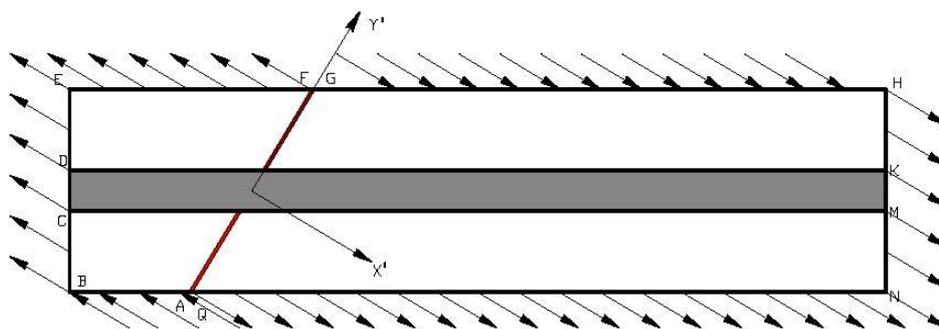


Figura 5: Fibra dentro de la matriz fisurada donde se indica la dirección de los desplazamientos prescritos aplicados

3.2. Discretización con el MED

La formulación del MED aquí empleada consiste esencialmente en la discretización espacial del continuo en módulos de reticulado espacial regulares; siendo la longitud del lado de este módulo denominada L_{co} . En este estudio preliminar fue considerado el problema como plano restringiendo las deformaciones en la dirección perpendicular al plano de la figura. En la Fig. 6, se presenta el layout de modelo en MED realizado de la Fibra dentro de una matriz fisurada, las cotas están en módulos, siendo que cada modulo tiene un lado $L_{co}=0.01mm$.

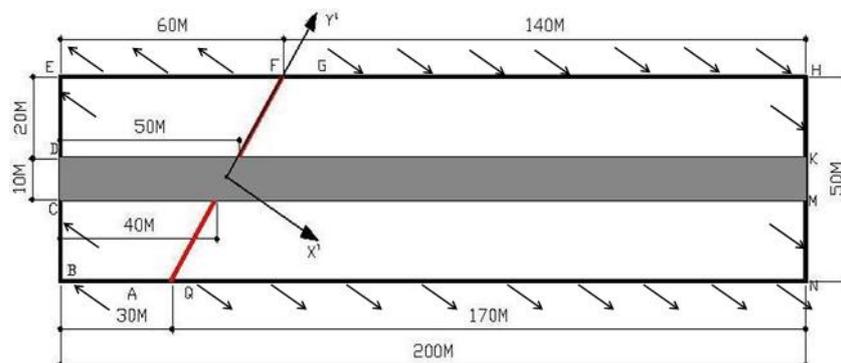


Figura 6: Layout de la fibra dentro de la matriz fisurada, indicando la discretización adoptada para uno de los casos estudiados en el modelo de MED, longitudes medidas en módulos ($1M=L_{co}=0.01mm$).

Para modelar la interfaz matriz-fibra, se utilizó un tercer material dentro del conjunto. Este material adicional tiene un espesor de un módulo. Para las propiedades mecánicas de este material que simula la interfaz fueron adoptados, valores medios entre los de la matriz y la fibra.

En la Fig. 7 tenemos un detalle del mallado, donde se aprecian las barras y nudos del modelo discretizado. Las barras graficadas en color gris (A) representan a la matriz y sus propiedades mecánicas. Las barras azules (C) a la fibra, y por último las barras amarillas (B) a la interface.

En la Fig. 8 se presenta un detalle de la forma de la fisura que no será recta ajustándose de la mejor forma posible al trazado teórico de la misma, también aquí se observa la discretización adoptada distinguiéndose los materiales (matriz, interfaz, fibra).

Cabe aclarar que la fisura «penetra» en la interfaz, llegando hasta el contorno de la fibra. En la tabla 1 se indican los parámetros utilizados en la simulación.

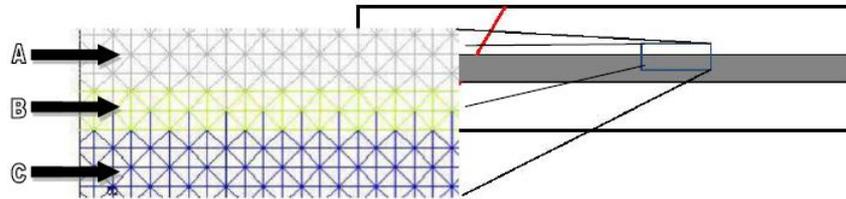


Figura 7: Detalle sobre cómo fue modelada la interface en el modelo construido en MED.

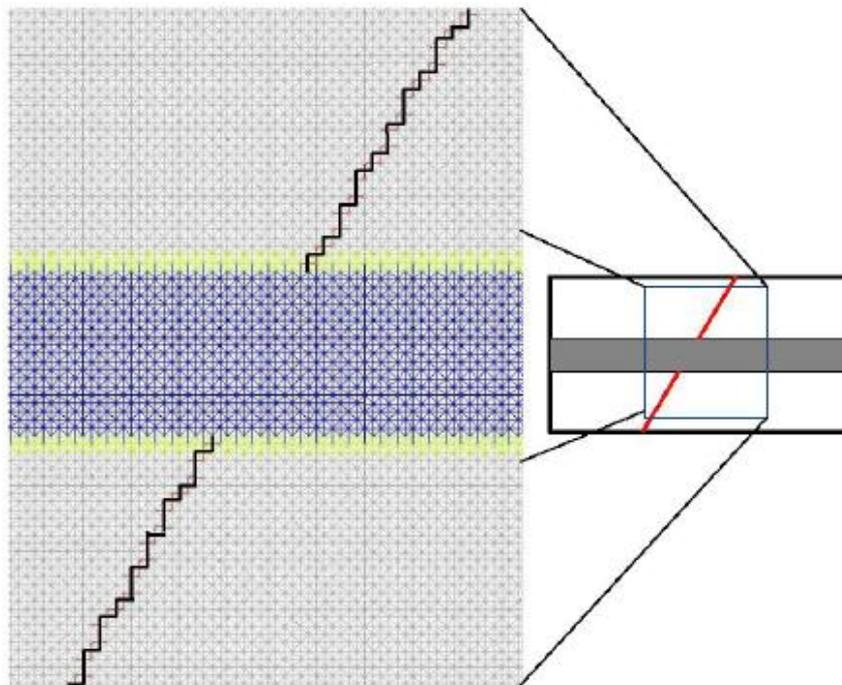


Figura 8: Detalle sobre como la fisura inclinada es modelada en el MED.

4. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos del estudio paramétrico realizado. Definiendo estos parámetros como $\chi = z/L$; donde z es la distancia entre la intersección del eje de la fibra y el eje de la fisura, punto O de Fig. 9, con el baricentro de la fibra G; L es la longitud de la placa, y θ es el ángulo que forma el eje de la fisura con respecto a una línea perpendicular al eje de la fibra. En la Fig. 9 se presentan las variables definidas:

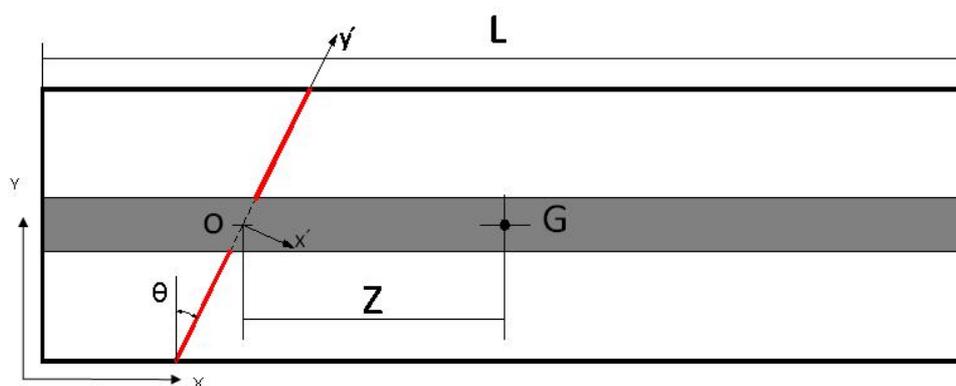


Figura 9: Esquema que permite entender el significado de los parámetros $\chi = z/L$ y θ

En la Fig. 10a se grafican los valores de las tensiones principales σ_1 correspondientes a un desplazamiento $ux' = 1,0e - 6m$ para el caso en que $\chi = 0,1$ y $\theta = 31^\circ$. En la misma se pueden observar zonas cercanas a la fisura con tracciones predominantes, puntos A y B de Fig. 10a, y zonas con altos valores de compresión, puntos C y D. En la Fig. 10b se grafican los valores de la tensión según el eje global y, observándose en la misma que los valores absolutos de las tensiones de tracción en las zonas de los puntos identificados como A y B, son superiores a las zonas con tensiones de compresión identificadas como C y D. Esto último indicaría que para el caso analizado prevalecerá el efecto de *debonding* antes que el de *spalling*.

Las líneas grises paralelas que se muestran en la figura indican la región de la interface entre fibra y matriz. En la Fig. 11 se grafica la configuración de daño de la placa analizada para un desplazamiento $ux' = 2,0e - 6m$ (En línea más oscura se indican las barras que tienen daño parcial). Esta figura corrobora lo mencionado anteriormente, produciéndose daño en las zonas correspondiente con los puntos A y B traccionados de la Fig. 10b. El avance de esta región de daño lleva a que se produzca el despegue (*debonding*) de la fibra y la matriz. No es posible detectar en este caso el efecto de *Spalling* antes mencionado. La normalización de la energía de daño se realiza tomando el valor máximo de la energía de daño del caso $\chi = 0$ y $\theta = 0^\circ$.

4.1. Estudio paramétrico

Para cuantificar la influencia de los parámetros χ y θ sobre los efectos de *debonding*, *spalling* y *snubbing*, se presentan a continuación estudios paramétricos realizados sobre el modelo antes

Material	$E (N/M^2)$	$G_c (N/M)$	$Roh (Kg/m^3)$	ε_P
Matriz	$3,00E + 10$	300	1900	0,004
Fibra	$2,00E + 11$	5000	3000	0,0012
Interfaz	$1,15E + 10$	300	2500	0,004

Tabla 1: Parámetros utilizados en el modelo de MED, considerado una discretización de $Lco = 0,01mm$.

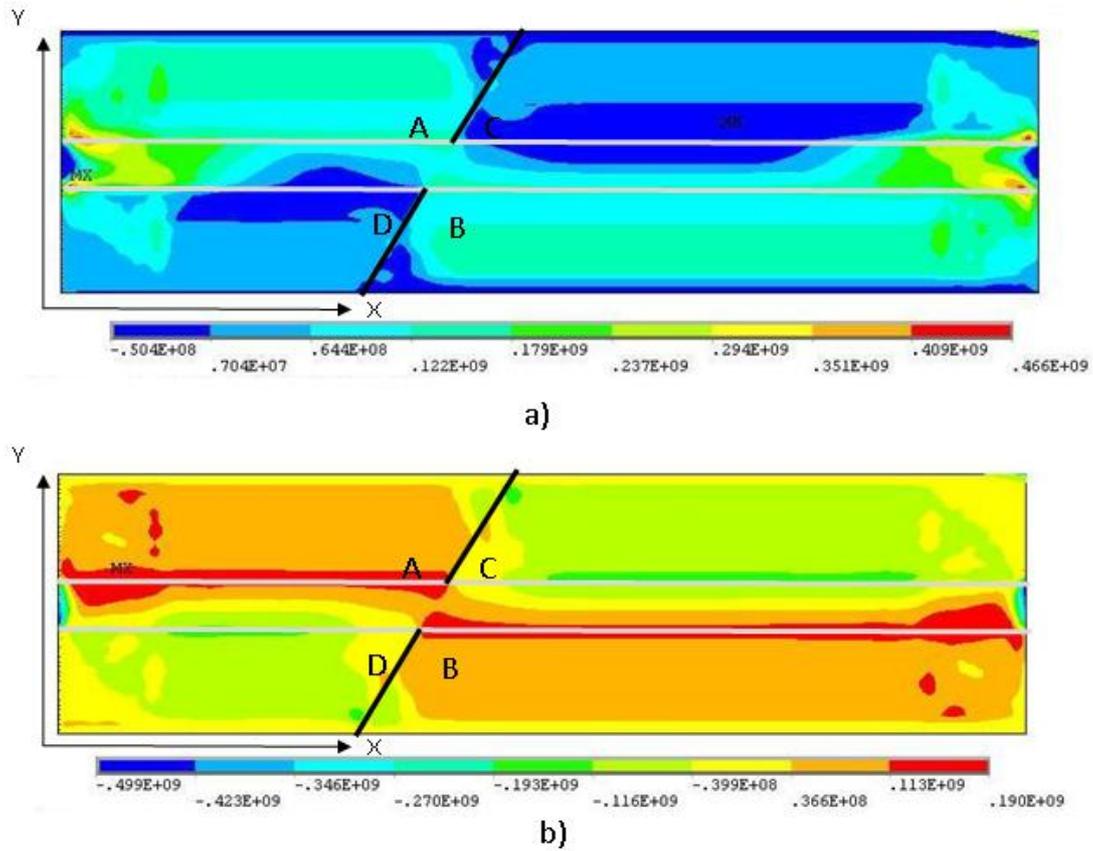


Figura 10: Tensiones para el caso $\chi = 0,10$ y . Para $ux' = 1,0e - 6m$. a) Tensión principal σ_1 b) Tensión σ_Y .

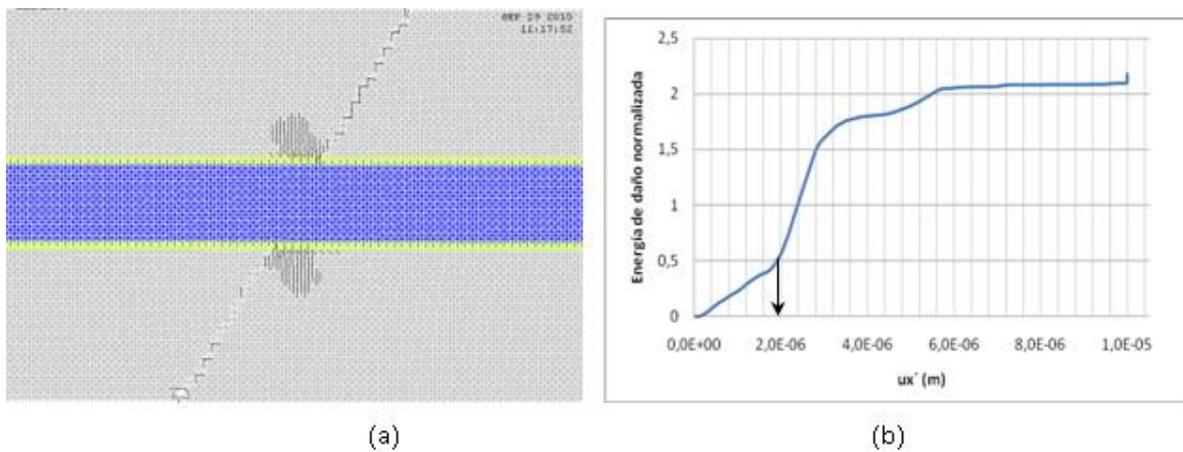


Figura 11: Resultados obtenidos con el MED para $\chi = 0,1$ y $\theta = 31^\circ$, $ux' = 2,0e - 6m$ (a) configuración de daño dónde en línea más oscura se han indicado las barras que han sufrido daño, (b) Energía de daño normalizada ($E_{d\theta i} / E_{dmax\theta=0\chi=0}$)

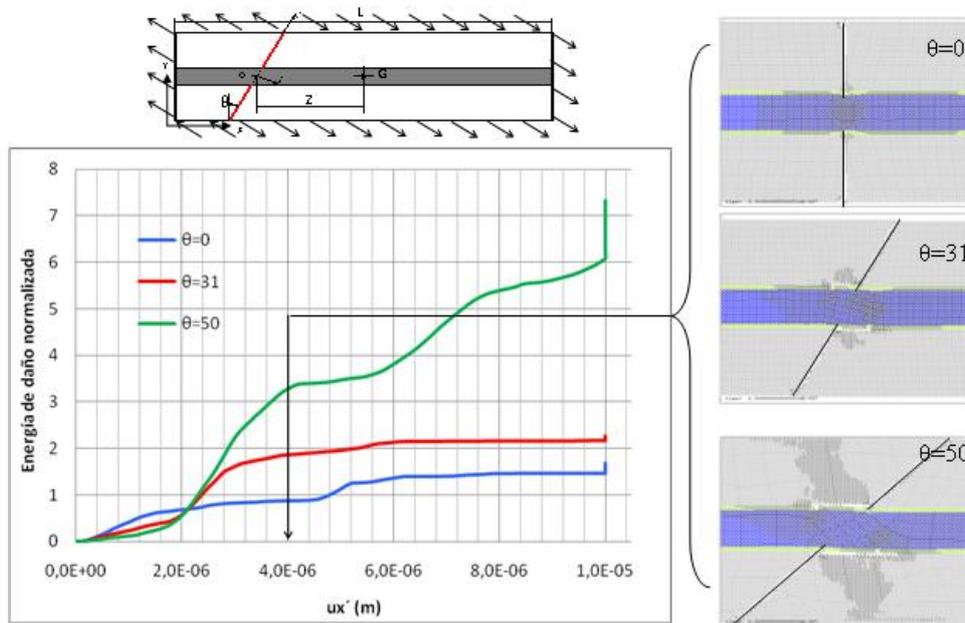


Figura 12: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\chi = 0,15$ y θ variable. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

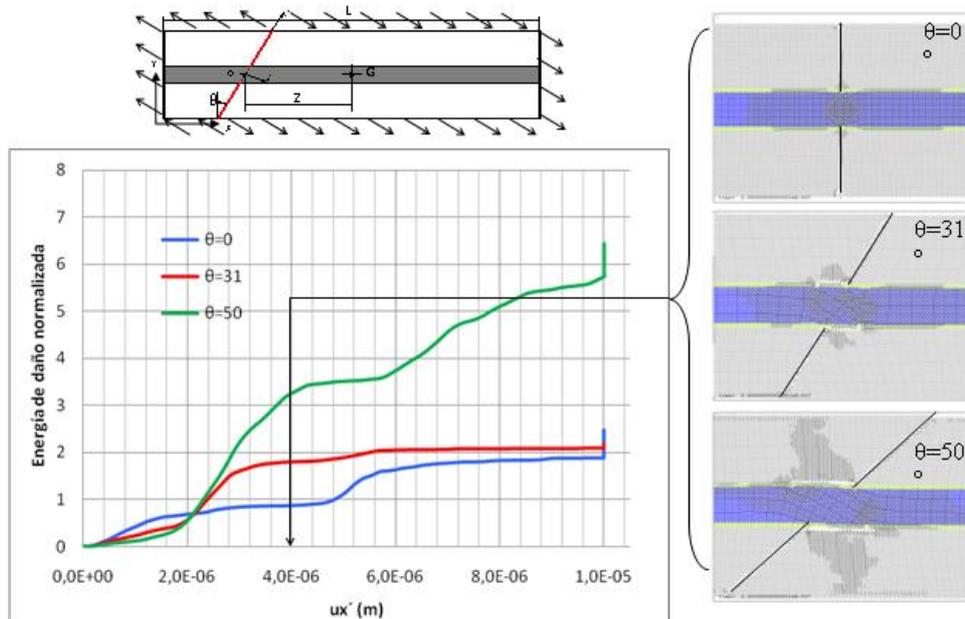


Figura 13: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\chi = 0,10$ y θ variable. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

descripto.

Se tomaron valores de χ iguales a 0, 0.1 y 0.15; combinando los mismos con valores del ángulo θ iguales a 0° , 31° y 50° ; se obtuvieron 9 modelos, sobre los cuales se midieron energía de daño vs tiempo durante todo el proceso simulado. Asimismo se graficaron las configuraciones finales de los nueve modelos mostrando los fenómenos registrados.

En las Figs. 12, 13 y 14 se muestra la influencia de la inclinación de la fisura sobre la evolución de la energía de daño en matriz e interface, para posiciones relativas de la fibra χ iguales a 0, 0.1 y 0.15 respectivamente. En la parte derecha de las mismas se presentan las configuraciones mencionadas, y en la parte superior de las mismas un esquema de la placa analizada indicando la dirección de los desplazamientos prescritos, las longitudes que definen el parámetro χ , y el ángulo θ .

En la Fig. 12 se puede observar como en los casos con inclinaciones de fisura de 30° y 51° el aumento de la energía de daño consumida se debe a los efectos de *debonding* y *spalling*, ver detalle en Fig. 15, notándose que para el caso de la fisura perpendicular al borde la placa, $\theta = 0^\circ$, no se produce daño en la matriz, no registrándose el fenómeno de *spalling* como era de esperar ya que la fibra transmite la carga aplicada sin cambiar su forma recta.

Las configuraciones de los modelos discretizados con una distancia relativa ente fisura y matriz $\chi = 0,15$, indican que la mayor parte del *debonding* se da en la zona correspondiente a la interface, esto es corroborado por la similitud de las gráficas de energía de daño acumulada en la matriz correspondiente a los modelos con fisura inclinada, ver Fig 12.

Asimismo el efecto de *spalling* se da únicamente para $\theta 50^\circ$ para un desplazamiento $ux' = 2,5e - 6m$ y posteriormente se produce el *debonding*. Para los casos de tita 31° , únicamente se produce *debonding* y no *spalling* ver configuraciones de ruptura de la Fig. 12. Esto se da a partir de un desplazamiento $ux' = 2,0e - 6m$ en coincidencia con el aumento pronunciado de la energía de daño.

En todos los casos de las Figs. 12, 13 y 14, el fenómeno de *debonding* es más acentuado a medida que aumenta el ángulo θ

A medida que la posición relativa de la fibra respecto de la fisura se hace más pequeña, es decir a medida que la fisura se desplaza hacia el centro de la placa, disminuye el valor máximo de la curva de energía de daño para el caso de $\theta = 50^\circ$, sin embargo para el caso de $\theta = 31^\circ$, las curvas prácticamente coinciden en los tres casos. Ver Figs. 12, 13 y 14.

En la Fig. 16, 17 y 18 se muestra la influencia de la posición relativa de la fisura sobre la energía de daño en la matriz, para una inclinación de la fibra de 0° , 31° y 50° respectivamente. Se puede observar que para el caso de fisura perpendicular a la fibra, la posición relativa de la fisura influye sobre la energía de daño, mientras que para los casos de fisuras inclinadas, el aumento de energía de daño es similar para los distintas posiciones relativas de la fisura.

5. CONCLUSIONES

Los resultados son coherentes en cuanto a las concentraciones de tensiones que aparecen en los puntos A, B, C y D de la figura 10. Sin embargo, estos altos valores de tracción en las zonas de los puntos A y B producen el despegue (*debonding*) de la fibra respecto de la matriz. No existe un comportamiento de la energía de daño que sea proporcional al parámetro χ . Para inclinaciones de fisura de 0° , es decir fisura perpendicular a la fibra, no se produce el efecto de *spalling*, lo cual es lógico. Sólo se produce un pequeño efecto de *spalling* para el caso de $\theta = 50^\circ$, esto puede deberse a que en este trabajo fue considerado sólo el caso bidimensional. Se espera que los resultados puedan mejorar al considerar un modelo 3D, lo que será objeto de futuros trabajos. El análisis de la energía de daño en la matriz, no proporciona datos acerca de la

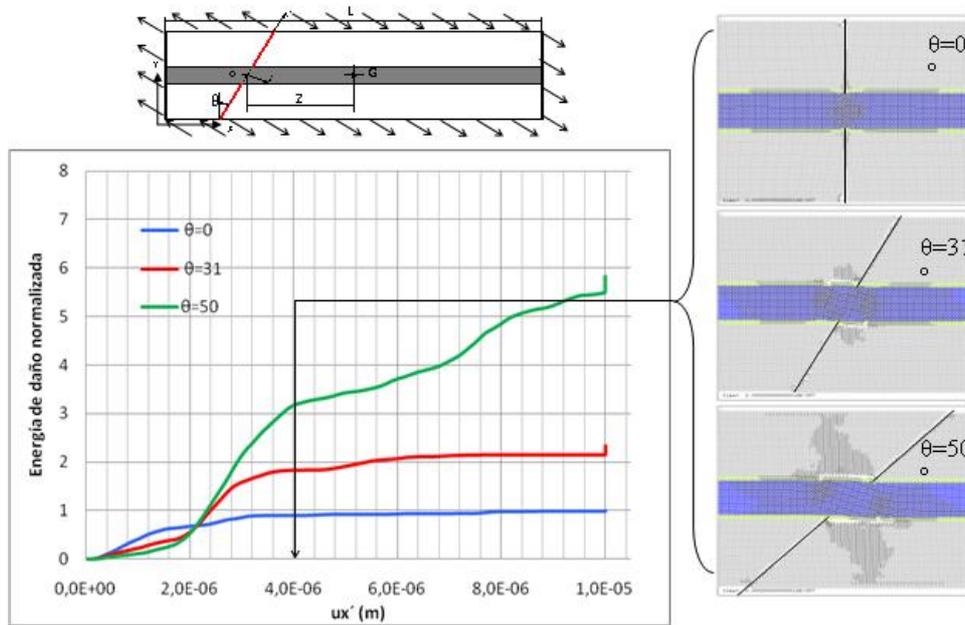


Figura 14: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\chi = 0,0$ y θ variable. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

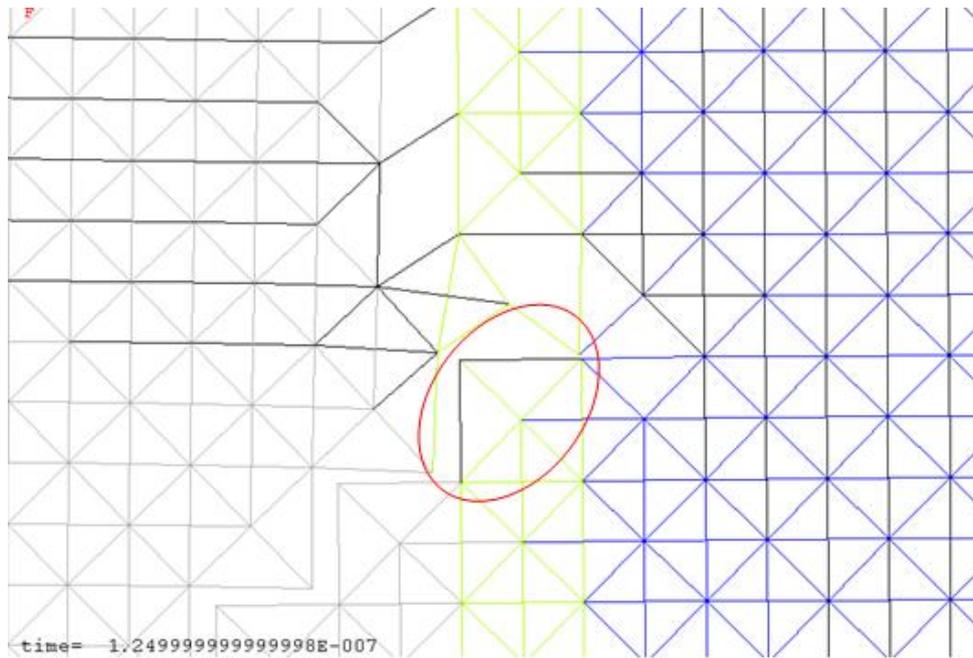


Figura 15: Zoom del caso con $\chi = 0,15$ y $\theta = 51^\circ$

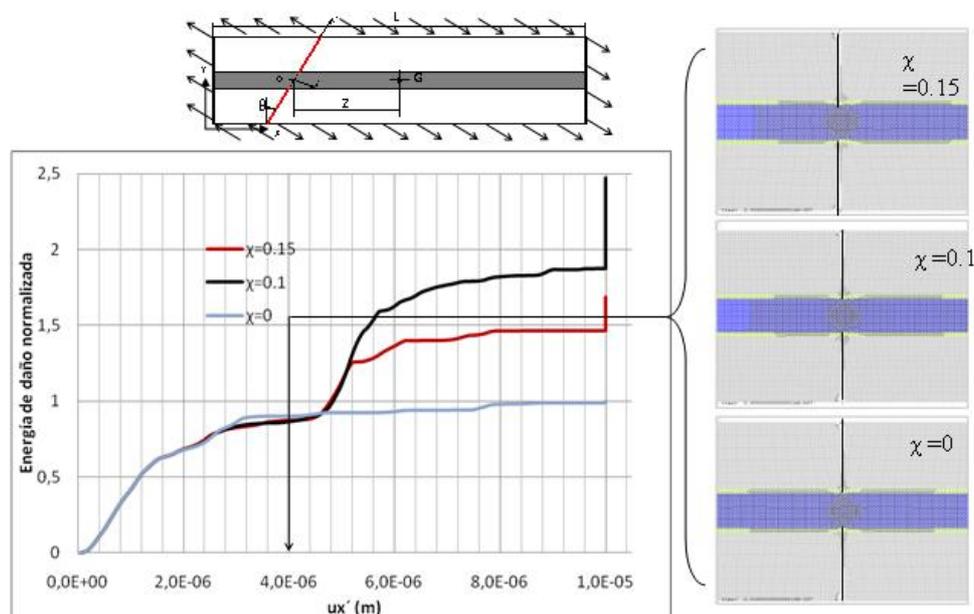


Figura 16: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\theta = 0^\circ$ y $\chi = \text{variable}$. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

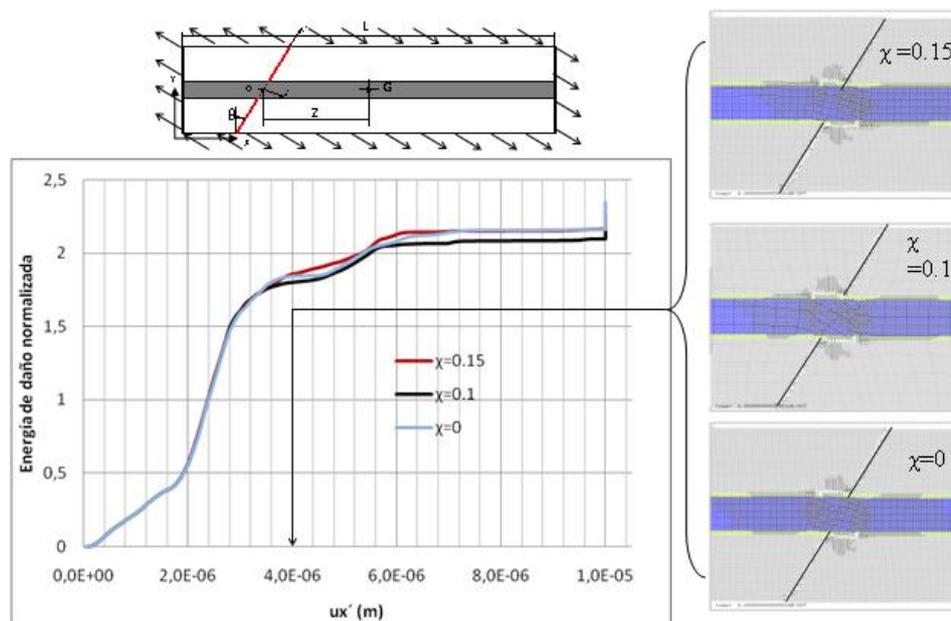


Figura 17: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\theta = 31^\circ$ y $\chi = \text{variable}$. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

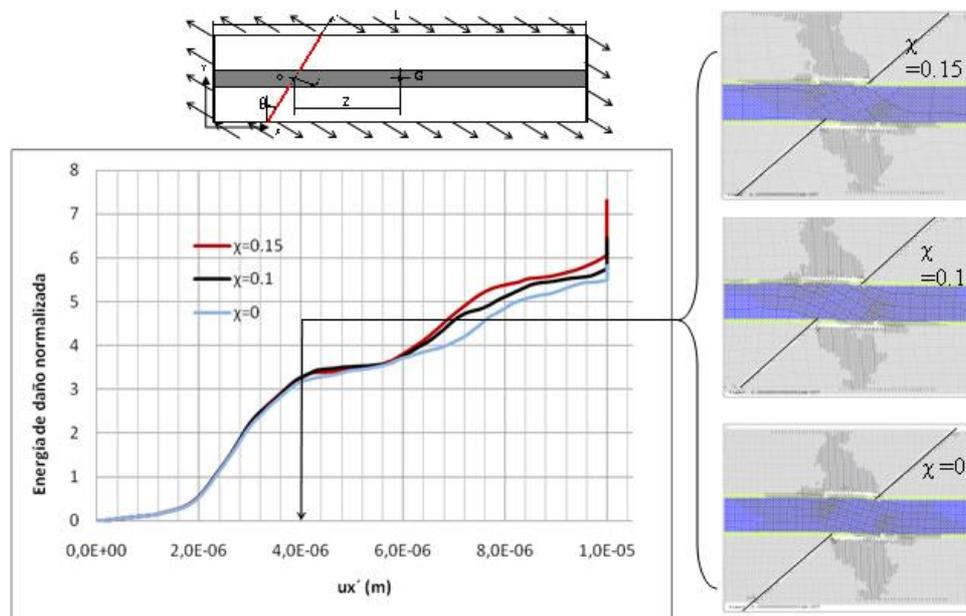


Figura 18: Variación de la energía de daño en matriz e interface para $\theta = 50^\circ$ y $\chi = \text{variable}$. Las barras oscuras indican daño, las barras rotas son eliminadas de la configuración.

cuantificación de los fenómenos de *spalling* y despegado de la fibra, sin embargo el análisis de las imágenes de las configuraciones de las placas proporciona información cualitativa de ambos fenómenos.

REFERENCIAS

- Barrios D'Ambra R., Iturrioz I., Coceres H., Kostas L.E., Tech T.W., y Cisilino A. Cálculo del factor de intensidad de tensiones utilizando el metodo de los elementos discretos. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural.*, 4:7–20, 2007.
- Barrios D'Ambra R., Iturrioz I., Fasce L., P.M. F., y Cisilino A. Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos poliméricos. *MECOM 2002.*, 21:1121–1134, 2002.
- Brandt A.M. On the optimal direction of short metal fibers in brittle matrix composites. *J. of Materials Science.*, 20:3831–3841, 1985.
- Brebbia C.A., Telles J.C.F., y Wrobel L.C. *Boundary element techniques. Theory and Applications in Engineering.* 1984.
- Budiansky B., John W.H., y G. E.A. Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics. *J. Mech. Phys Solids*, 34:167–189, 1986.
- Cao H.C., Bischoff E., Sbalzero O., Rühle M., Evans A.G., Marshal D.B., y Brennan J.J. Effect of interfaces on the properties of fiber-reinforced ceramics. *J. m. Ceram. Soc.*, 73:1691–1699, 1990.
- Dalguer A., Irikura K., y D. R.J. Generations of new cracks accompanied by dynamic shear rupture propagation of the 2000 tottori (japan). *Earthquake. Bulletin of the Seismological Society of America.*, 93:2236–2252, 2003.
- Dalguer L.A., Irikura K., Riera J.D., y Chiu H.C. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 chi-chi, taiwan, earthquake: brief interpretation of the damage distribution on buildings. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91,

2001.

- Hayashi Y. Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear. *Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.*, 1982.
- Iturrioz I. *Aplicação de Método dos Elementos Discretos ao estudo de Estruturas laminares de Concreto armado.* Dissertação doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995.
- Iturrioz I., Miguel L.F.F., y Riera J.D. Dynamic fracture analysis of concrete or rock plates by means of the discrete element method. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 6:229–245, 2009.
- Kosteski L. *Aplicaciones del Método de Elementos Discretos en Mecánica de Fractura Estática y Dinámica.* Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería Universidad Nacional del Nordeste, 2008.
- Kosteski L., Barrios D'ambra R., y Iturrioz I. Determinación de parámetros fractomecánicos estáticos y dinámicos utilizando el método de los elementos discretos compuestos por barras. *Revista Int. de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería (RIMNI).*, 24:323–343, 2008.
- Li V.C. On engineered cementitious composites (ECC). A review of the material end its applications. *Journal of Advanced Concrete Technology.*, 1(3):215–230, 2003.
- Miguel L.F.F. *Critério constitutivo para o deslizamento com atrito ao longo da falha sísmica.* Dissertação doutorado., Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2005.
- Miguel L.F.F., Iturrioz I., y Riera J.D. Size effects and mesh independence in dynamic fracture analysis of brittle materials. *Computer Methods Modeling in Engineering & Sciences.*, 56:1–16, 2010.
- Miguel L.F.F., Riera J.D., y Iturrioz I. Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.*, 32, 2008.
- Nayfeh A.H. y Hefzy M.S. Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. *AIAA Journal*, 16:779–787, 1978.
- Riera J.D. y Iturrioz I. Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading. *Nuclear Engineering and Design, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.*, 179:135–144, 1998.
- Riera J.D. y Rocha M.M. Ta note on the velocity of crack propagation in tensile fracture. *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, páginas 217–240, 1991.
- Rios R.D. y Riera J.D. Size effects and mesh independence in dynamic fracture analysis of brittle materials. *Engineering Structures.*, 26:1115–1125, 2004.
- Rocha M.M., Riera J.D., y Krutzik N.J. Extension of a model that aptly describes fracture of plain concrete to the impact analysis of reinforced concrete. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part A*, 61:1096–1101, 1991.
- Spellmeyer T., Barrios D'Ambra R., y Iturrioz I. Simulación numérica de la propagación de fisuras en sólidos utilizando el método de los elementos discretos. *Mecánica computacional*, 20:506–513, 2001.