

RESFRIAMIENTO CONJUGADO CONVECTIVO-CONDUTIVO DE UM AQUECEDOR DISCRETO NUM CANAL DE PLACAS PARALELAS COM ESCOAMENTO LAMINAR

Thiago Antonini Alves^a, Carlos A.C. Altemani^b

^a*Centro de Engenharias e Ciências Exatas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Foz do Iguaçu, Caixa Postal 961, CEP 85.870-650, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, antonini@unioeste.br, <http://www.foz.unioeste.br>*

^b*Departamento de Energia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Caixa Postal 6122, CEP 13.083-860, Campinas, SP, Brasil, altemani@fem.unicamp.br, <http://www.fem.unicamp.br>*

Palavras-Chave: transferência de calor conjugada, convecção forçada, condução, coeficiente adiabático de transferência de calor, escoamento laminar.

Resumo. Neste trabalho, a transferência de calor conjugada convecção forçada-condução de um aquecedor 2D montado rente na placa inferior (substrato) de um canal de placas paralelas foi investigada numericamente, utilizando o método de Volumes de Controle. Uma taxa uniforme de geração de calor foi assumida no aquecedor e seu resfriamento ocorreu por meio de um escoamento laminar forçado com propriedades constantes sob condições de regime permanente. Na entrada do canal, o perfil de velocidade do escoamento era desenvolvido e o de temperatura era uniforme. Este problema está relacionado ao resfriamento de componentes eletrônicos montados numa placa de circuito impresso. Para um substrato adiabático, o resfriamento do aquecedor ocorre por convecção forçada. Entretanto, para um substrato condutivo, o problema foi caracterizado por um resfriamento conjugado convecção forçada-condução. Neste caso, há dois mecanismos para a transferência de calor do aquecedor para o escoamento fluido. Um por convecção forçada, diretamente da superfície do aquecedor em contato com o escoamento e outro, por condução através da interface substrato-aquecedor. A transferência de calor a montante do aquecedor pré-aquece o ar antes que o escoamento alcance a superfície do aquecedor. Devido a este efeito de esteira térmica, é conveniente tratar a convecção diretamente da superfície do aquecedor ao escoamento através do coeficiente adiabático de transferência de calor – um descritor invariante da transferência convectiva de calor. As equações de conservação foram resolvidas numericamente dentro de um domínio único, que abrangeu as regiões do sólido e do fluido, através de um procedimento acoplado. Um processo iterativo de resolução da equação da energia no domínio conjugado foi empregado para obter a subdivisão da taxa de calor total gerada no aquecedor nos dois caminhos térmicos. Os resultados foram obtidos para números de *Reynolds* na faixa de 600 a 1900, correspondendo a velocidades médias de entrada do ar no canal de 0,5 m/s a 1,5 m/s. Os efeitos da razão entre as condutividades térmicas do substrato e do ar foram estudados na faixa de 0 (substrato adiabático) a 80, valores típicos de materiais de circuito impresso. A influência da espessura do substrato foi verificada de 1 mm a 5 mm. Os resultados indicaram dentro destas faixas, um aumento das taxas de transferência de calor do aquecedor para os substratos condutivos.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho foi realizar uma análise da transferência de calor conjugada de um aquecedor 2D montado rente na placa inferior (substrato) de um canal horizontal de placas paralelas, como indicado na Figura 1. A espessura do substrato (t) e a sua condutividade térmica (k_s) eram conhecidas e um escoamento laminar foi forçado dentro do canal. A superfície inferior e ambas as extremidades do substrato eram adiabáticas, tão que somente a superfície superior, em contato com o escoamento, podia trocar calor por convecção forçada. Existiam dois caminhos térmicos disponíveis para a transferência de calor do aquecedor para o escoamento. Um por convecção forçada, diretamente da superfície superior do aquecedor para o escoamento e outro, por condução através da superfície inferior do aquecedor para o substrato. A transferência de calor através deste caminho era transferida novamente ao escoamento por convecção na superfície superior do substrato, tanto a montante quanto a jusante do aquecedor. Esta condução no substrato apresenta dos efeitos opostos ao resfriamento do aquecedor pelo escoamento. Primeiro, o desenvolvimento da camada limite térmica a montante do aquecedor reduz a transferência de calor por convecção forçada direta do aquecedor para o escoamento. Em contrapartida, a área de transferência de calor efetiva aumenta devido à propagação da condução de calor a montante e a jusante do aquecedor. Se este efeito prevalecer em relação ao primeiro, ocorrerá um ganho na transferência de calor, quando comparada ao caso de um substrato adiabático.

Os efeitos da vazão mássica do escoamento, da razão entre as condutividades térmicas do substrato e do fluido e a espessura do substrato foram considerados na presente análise. A taxa de dissipação de calor total no aquecedor foi assumida conhecida, porém sua distribuição entre convecção forçada direta para o escoamento e condução para o substrato foi obtida da análise. A transferência de calor convectiva foi caracterizada pelo coeficiente adiabático de transferência de calor h_{ad} , devido sua independência com as condições de contorno térmicas (Moffat, 1998 e Alves e Altemani, 2008). O coeficiente de transferência de calor baseado na temperatura de entrada do fluido foi também avaliado visando à comparação com o coeficiente adiabático. Este problema depende também do comprimento e da posição do aquecedor no canal. No presente trabalho, o comprimento do aquecedor era igual à altura do canal e sua borda a montante estava localizada no centro do substrato.

Uma ampla revisão dos trabalhos disponíveis na literatura sobre a transferência de calor conjugada convecção forçada-condução de componentes eletrônicos montados em placas de circuito foi apresentada por Alves (2010). Nesta revisão, foi destacado que o modo conjugado de transferência de calor convecção forçada-condução é predominante em sistemas compactos, particularmente nos sistemas de resfriamento a ar.

Na presente investigação, a solução numérica do problema conjugado foi executada para um único domínio compreendendo as regiões do sólido e do fluido, ao invés do desacoplamento do problema em regiões distintas de sólido e fluido. A temperatura de referência para a transferência de calor convectiva do aquecedor foi sua temperatura adiabática média de parede. O correspondente coeficiente adiabático de transferência de calor é independente do escoamento pré-aquecido devido à condução no substrato. A condução no substrato a montante do aquecedor produz um efeito esteira térmica o qual foi incluído na análise como um aumento na temperatura adiabática do aquecedor acima da temperatura de entrada do fluido.

Os resultados da presente investigação são importantes para projetos térmicos de componentes eletrônicos montados em placas de circuitos resfriados por convecção forçada. A transferência de calor conjugada convecção forçada-condução com velocidades moderadas deve ser contabilizada, e esta análise é mais importante sob condições de espaço disponível

limitado entre as placas. Neste caso, aletas não são permitidas para fins de resfriamento e o ganho da transferência de calor devido à propagação de calor ao longo do substrato pode ser uma contribuição importante à transferência de calor total.

2 ANÁLISE

2.1 Formulação do problema e parâmetros de transferência de calor

Um pequeno aquecedor 2D (comprimento L_h) é montado rente a um substrato condutivo com espessura t e condutividade térmica k_s num canal horizontal de comprimento L e altura H , como indicado na Figura 1. A superfície inferior e as extremidades do substrato, bem como a superfície superior do canal, são todas adiabáticas.

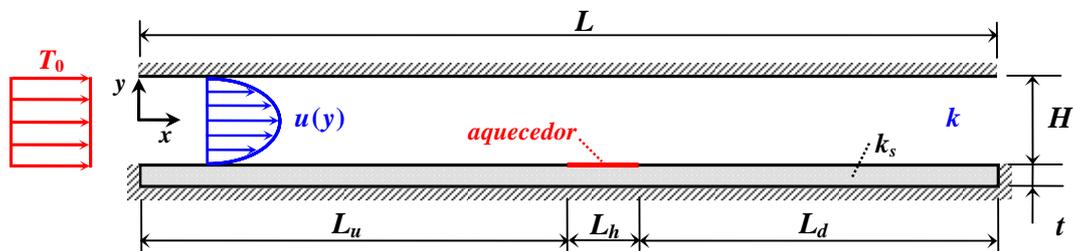


Figura 1: Configuração do problema de transferência de calor conjugada.

Um escoamento laminar, com propriedades constantes, foi desenvolvido na entrada do canal, com velocidade uniforme \bar{u} e o perfil de velocidade parabólico analítico foi dada por

$$u(y) = \frac{3}{2} \bar{u} \left(1 - \frac{4y^2}{H^2}\right), \quad -\frac{H}{2} \leq y \leq \frac{H}{2}. \quad (1)$$

A velocidade média do escoamento \bar{u} e o diâmetro hidráulico do canal definiram o número de *Reynolds* como

$$Re = \frac{\rho \bar{u} 2H}{\mu}. \quad (2)$$

A borda a montante do aquecedor foi posicionada em $L_u = L/2$ na superfície superior do substrato. Uma taxa de dissipação de calor igual a q_h por unidade de comprimento normal à Figura 1 foi uniformemente distribuída ao longo do comprimento do aquecedor, com um fluxo de calor $q_h'' = q_h/L_h$. Este fluxo de calor foi distribuído diretamente para o escoamento acima do aquecedor com fluxo local $q_f''(x)$, ou para o substrato abaixo do aquecedor, com um fluxo local $q_s''(x)$. Sob condições de regime permanente, um balanço de energia local ao longo do aquecedor exige que

$$q_h'' = q_f''(x) + q_s''(x). \quad (3)$$

Os fluxos de calor locais $q_f''(x)$ e $q_s''(x)$ foram obtidos por uma resolução numérica iterativa da equação da energia no domínio conjugado indicado na Figura 1, compreendendo as regiões do substrato, do aquecedor e do escoamento. Na forma adimensional, desconsiderando eventuais efeitos de convecção natural e radiação, as equações de conservação de energia respectivamente para as regiões do sólido e do fluido, foram expressas por

$$\frac{1}{Pr} \frac{k_s}{k} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) = 0, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad -\left(\frac{H}{2L} + \frac{H}{L} \right) \leq Y \leq -\frac{H}{2L}. \quad (4)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \quad 0 \leq X \leq 1, \quad -\frac{H}{2L} \leq Y \leq \frac{H}{2L}. \quad (5)$$

As variáveis adimensionais foram

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{\rho u L}{\mu}, \quad \theta = \frac{k(T - T_{in})}{q_h'' L_h}. \quad (6)$$

As Equações (4) e (5) foram resolvidas simultaneamente, sujeitas às seguintes condições de contorno. As superfícies superior e inferior do domínio, bem como as extremidades direita e esquerda do substrato, eram adiabáticas. Na entrada do canal, a temperatura do fluido era uniforme em T_{in} , a qual corresponde a $\theta_{in} = 0$. A fronteira de saída do escoamento foi tratada com difusão térmica na direção do escoamento desprezada. Na interface entre o aquecedor e o substrato foi admitido um contato térmico perfeito. Na interface substrato-fluido, a temperatura e o fluxo de calor contínuo foram impostos como segue.

$$\theta|_s = \theta|_f, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad Y = -\frac{H}{2L}. \quad (7)$$

$$\frac{k_s}{k} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_s = \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_f, \quad X < \frac{L_u}{L} \quad \text{e} \quad X > \left(1 - \frac{L_d}{L}\right), \quad Y = -\frac{H}{2L}. \quad (8)$$

$$\frac{k_s}{k} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_s - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_f = \frac{L}{L_h}, \quad \frac{L_u}{L} \leq X \leq \left(1 - \frac{L_d}{L}\right), \quad Y = -\frac{H}{2L}. \quad (9)$$

A Equação (9) é a forma adimensional do balanço de energia local expressa pela Equação (3). A temperatura da superfície do aquecedor $T_h(x)$ e os fluxos de calor $q_f''(x)$ e $q_s''(x)$ não foram uniforme ao longo do comprimento do aquecedor L_h . Eles foram integrados ao longo do comprimento do aquecedor para obtenção respectivamente, da temperatura média do aquecedor \bar{T}_h , da taxa de transferência de calor q_f do aquecedor diretamente para o escoamento e da taxa de transferência de calor q_s para o substrato.

$$\bar{T}_h = \frac{1}{L_h} \int_{L_h} T_h(x) dx, \quad q_f = \int_{L_h} q_f''(x) dx, \quad q_s = \int_{L_h} q_s''(x) dx. \quad (10)$$

Obviamente, o balanço de energia local expresso pela Equação (3), após integração sobre o comprimento do aquecedor, resulta no balanço de energia global $q_h = q_f + q_s$.

Dois coeficientes convectivos de transferência de calor médios foram definidos na superfície do aquecedor. Um foi o coeficiente adiabático de transferência de calor médio \bar{h}_{ad} , baseado na temperatura adiabática média da superfície do aquecedor \bar{T}_{ad} . Este coeficiente é importante porque ele é independente das condições térmicas a montante do aquecedor (Alves e Altemani, 2008). A temperatura adiabática da superfície do aquecedor pode ser obtida mais simplesmente considerando um substrato adiabático, quando ela é justamente a temperatura de entrada do fluido. Neste caso, todo calor dissipado é transferido diretamente para o escoamento, $q_f = q_h$, tão que

$$\bar{h}_{ad} = \frac{q_h}{L_h (\bar{T}_h - T_{in})}. \quad (11)$$

O número de *Nusselt* adiabático médio sobre o aquecedor foi expresso por

$$\overline{Nu}_{ad} = \frac{\bar{h}_{ad} L_h}{k} = \frac{1}{\theta_h} \Big|_{k_s=0}. \quad (12)$$

O outro coeficiente convectivo de transferência de calor médio foi \bar{h}_{in} , baseado na temperatura uniforme de entrada do fluido T_{in} . Ele foi obtido considerando um substrato condutivo ($k_s \neq 0$), na qual uma fração (q_f/q_h) da taxa de dissipação total q_h foi transferida diretamente para o escoamento. Ele é definido por

$$\bar{h}_{in} = \frac{q_f}{L_h (\bar{T}_h - T_{in})}. \quad (13)$$

O número de *Nusselt* médio correspondente neste caso foi

$$\overline{Nu}_{in} = \frac{\bar{h}_{in} L_h}{k} = \frac{q_f}{q_h} \frac{1}{\theta_h}. \quad (14)$$

Para um substrato condutivo, o aumento da temperatura média do aquecedor acima da temperatura de entrada do fluido ($\bar{T}_h - T_{in}$) é devido a dois efeitos. A taxa de transferência de calor convectiva direta q_f do aquecedor para o escoamento é responsável pelo auto-aquecimento, ou seja, o aumento da temperatura do aquecedor acima de sua temperatura adiabática, ($\bar{T}_h - \bar{T}_{ad}$). A taxa de transferência de calor q_u conduzida através do substrato a

montante do aquecedor retorna por convecção para o escoamento. Este efeito dá origem a uma esteira térmica responsável pelo aumento da temperatura adiabática do aquecedor acima da temperatura de entrada do fluido ($\bar{T}_{ad} - T_{in}$). Estes dois efeitos podem ser adicionados como segue.

$$(\bar{T}_h - T_{in}) = (\bar{T}_h - \bar{T}_{ad}) + (\bar{T}_{ad} - T_{in}). \quad (15)$$

Devido a uma “misturação” de fluido imperfeita no canal, o aumento da temperatura adiabática ($\bar{T}_{ad} - T_{in}$) é sempre maior do que o correspondente aumento de temperatura média de mistura ($T_{m,u} - T_{in}$). A razão entre essas duas diferenças de temperatura definiu um coeficiente de influência g_u^* . Um balanço de energia na região do escoamento a montante do aquecedor relaciona ($T_{m,u} - T_{in}$) a q_u e a vazão mássica do escoamento \dot{m} .

$$(\bar{T}_{ad} - T_{in}) = (T_{m,u} - T_{in}) g_u^* = \frac{q_u}{\dot{m} c_p} g_u^*. \quad (16)$$

Similarmente, o aumento da temperatura média do aquecedor ($\bar{T}_h - \bar{T}_{ad}$) foi relacionado, por um coeficiente de influência g_h^* , ao correspondente aumento de temperatura média de mistura do fluido $(\Delta T_m)_h$, o qual foi expresso em termos de q_f e da vazão mássica \dot{m} .

$$(\bar{T}_h - \bar{T}_{ad}) = (\Delta T_m)_h g_h^* = \frac{q_f}{\dot{m} c_p} g_h^*. \quad (17)$$

Substituindo as Equações (16) e (17) na Equação (15),

$$(\bar{T}_h - T_{in}) = \frac{q_f}{\dot{m} c_p} g_h^* + \frac{q_u}{\dot{m} c_p} g_u^*. \quad (18)$$

Definindo o número de *Peclet*, $Pe = RePr$, Equação (18) foi obtida na forma adimensional.

$$\bar{\theta}_h = \frac{2}{Pe} \left(\frac{q_f}{q_h} g_h^* + \frac{q_u}{q_h} g_u^* \right). \quad (19)$$

As frações (q_f/q_h) e (q_u/q_h) e o coeficiente de influência g_u^* dependem da condução através do substrato e foram obtidos para cada condição de teste. O coeficiente de influência g_h^* , ao contrário, depende somente das condições de escoamento e foi obtido dos testes de simulação numérica considerando um substrato adiabático.

2.2 Solução Numérica

A equação da energia, Equações (4) e (5) foram resolvidas simultaneamente dentro do domínio conjugado indicado na Figura 1, compreendendo as regiões do sólido (substrato) e do fluido (escoamento), utilizando o método de Volumes de Controle (Patankar, 1980). Os resultados numéricos foram obtidos impondo as condições de contorno anteriormente referidas e a temperatura e o fluxo de calor contínuos expressas pelas Equações (7) a (9) ao longo da interface substrato-fluido. As Equações (7) e (8) foram automaticamente satisfeitas pela utilização da média harmônica para avaliação dos coeficientes difusivos nas interfaces dos volumes de controle. A Equação (9) indica a distribuição do fluxo de calor uniforme q_h'' entre os fluxos de calor locais $q_f''(x)$ e $q_s''(x)$ e foi necessário um processo iterativo de resolução da equação da energia no domínio conjugado, descrito a seguir. Neste procedimento, a condutância entre os volumes de controle adjacentes (um no fluido e outro no substrato) ao longo do comprimento do aquecedor foi removida. Uma estimativa inicial dos fluxos de calor $q_f''(x)$ e $q_s''(x)$ foi assumida e aplicada na forma de uma taxa de geração volumétrica de calor respectivamente, nos referidos volumes de controle no fluido e no substrato. Feito isso, a equação da energia foi resolvida e a distribuição de temperatura encontrada numericamente, juntamente com a Equação (9), foram utilizadas para avaliar a nova distribuição de temperatura do aquecedor $T_h(x)$ na interface substrato-fluido. Destes resultados, novas distribuições de $q_f''(x)$ e $q_s''(x)$ foram obtidas e o processo foi repetido até a convergência. No presente trabalho, um contato térmico perfeito foi assumido entre o aquecedor e o substrato. Então, a taxa de aquecimento a montante q_u foi obtida da distribuição de temperatura no substrato e a Equação (19) foi empregada para determinação do coeficiente de influência g_u^* .

Os resultados foram obtidos com uma grade computacional 2D não-uniforme empregada no domínio de solução, compreendendo 300 volumes de controle na direção do escoamento e 20 (substrato adiabático) a 40 volumes de controle na direção transversal. Na direção do escoamento, a grade computacional foi mais refinada sobre o aquecedor, com 80 volumes de controle uniformemente distribuídos. Ao longo do comprimento a montante L_u , 170 volumes de controle foram uniformemente empregados, e 50 outros foram distribuídos ao longo do comprimento a jusante L_d . Na direção y , a grade computacional foi constituída de 20 volumes de controle não-uniformes ao longo da altura H (região do fluido) e de 4 volumes de controle uniformemente distribuídos ao longo de cada mm da espessura do substrato condutivo t . Na região do escoamento, a grade computacional foi mais concentrada nas regiões próximas às interfaces sólido-fluido. O tamanho do menor volume de controle foi igual ao tamanho dos volumes de controle do substrato e, foi calculada uma progressão geométrica de crescimento dos volumes de controle subsequentes de forma que a região até o centro do canal fosse preenchida pelas 10 divisões desejadas.

Diversas grades computacionais foram testadas antes de a distribuição final ser selecionada para obtenção dos resultados numéricos. Os resultados para diversas grades computacionais foram obtidos sob condições de $Re = 1260$, inicialmente com substrato adiabático. O número de pontos nodais uniformemente distribuídos ao longo dos comprimentos a montante e a jusante aumentaram até 170 pontos ao longo de L_u e 50 pontos ao longo de L_d indicando que um refinamento maior não iria alterar os resultados. Grades computacionais uniformes foram testadas ao longo do comprimento do aquecedor L_h empregando 10 a 100 pontos nodais na direção x , enquanto que na região fluido grades computacionais uniformes foram testadas de 10 a 80 pontos nodais na direção y . A Técnica de Extrapolação de *Richardson* (De Vahl

Davis, 1983) foi empregada e indicou que o aumento do erro numérico com o espaçamento da grade computacional era quadrático. Os valores extrapolados exatos do número de *Nusselt* médio sobre o aquecedor ficaram dentro de 0,10% dos resultados obtidos com uma grade computacional uniforme de 80 x 80 pontos nodais sobre o aquecedor. Testes adicionais foram realizados empregando grades computacionais não-uniformes ao longo da direção *y* na região do fluido, com um aumento da progressão geométrica do espaçamento da grade computacional na região de fluido do domínio. Neste caso, para a mesma grade computacional uniforme com 80 volumes de controle ao longo do aquecedor e uma grade computacional não-uniforme com somente 20 volumes de controle na direção *y*, o número de *Nusselt* médio ficou dentro de 0,05% do valor previamente obtido pela extrapolação. Quando o substrato condutivo foi considerado, testes adicionais verificaram que 4 volumes de controle uniformemente distribuídos por mm ao longo da espessura *t* do substrato eram suficientes para obtenção de resultados independentes de maiores refinamentos da grade computacional.

O processo de resolução iterativa foi interrompido quando as mudanças absolutas da temperatura adimensional média do aquecedor $\bar{\theta}_h$, do número de *Nusselt* médio \bar{Nu}_{in} , e da razão (q_s/q_h) entre duas iterações consecutivas eram menores do que 10^{-5} , enquanto a conservação global de massa no domínio foi satisfeita em todas as iterações. Os resultados numéricos foram obtidos num microcomputador com processador *Intel® Core™ 2 Quad Q6000* 2,4GHz e 4GB de RAM. O tempo de processamento de uma solução típica considerando o resfriamento conjugado convecção forçada-condução foi de aproximadamente 20 minutos.

3 RESULTADOS

Para obtenção dos resultados, foram utilizados valores típicos de geometria e propriedades encontrados nas aplicações de resfriamento de componentes eletrônicos montados numa placa de circuito (Bar-Cohen et al., 2003). As configurações geométricas foram definidas considerando um comprimento do canal $L = 0,20$ m e um espaçamento entre as placas paralelas de $H = 0,01$ m. O comprimento do aquecedor foi $L_h = 0,01$ m, com sua extremidade a montante em $L_u = 0,10$ m da entrada do canal. Cinco valores foram considerados para a espessura do substrato *t*, de 1 a 5 mm. O fluido de resfriamento considerado neste trabalho foi o ar e suas propriedades foram consideradas constantes, obtidas numa tabela a 300K (Incropera et al., 2008). O efeito da condutividade do substrato foi investigado para cinco valores de (k_s/k) na faixa de 10 a 80. O escoamento foi sempre em regime laminar e cinco valores do número de *Reynolds*, definido pela Equação (2), foram considerados na faixa de entre aproximadamente 600 e 1900 (velocidades médias do ar de 0,5 m/s até 1,5 m/s). Como mencionado anteriormente, os efeitos de convecção natural e de radiação térmica não foram incluídos nesta investigação numérica, um procedimento adotado em problemas similares, por exemplo, Zeng e Vafai (2009), Davalath e Bayazitoglu (1987) e Ramadhyani et al. (1985).

O coeficiente de influência g_h^* , definido pela Equação (17), foi obtido das simulações para um substrato adiabático, porque este é o procedimento mais fácil e simples. Para um substrato adiabático, $\bar{T}_{ad} = T_{in}$ e todo o calor é transferido diretamente para o escoamento por convecção forçada, $q_f = q_h$. Os resultados apresentados na Figura 2 são, entretanto, válidos para substratos adiabático ou condutivo. Eles indicam que o coeficiente de influência g_h^* aumenta com o número de *Reynolds* devido a maiores vazões mássicas e, este coeficiente foi correlacionado por

$$g_h^* = 0,339 Re^{0,66} . \quad (20)$$

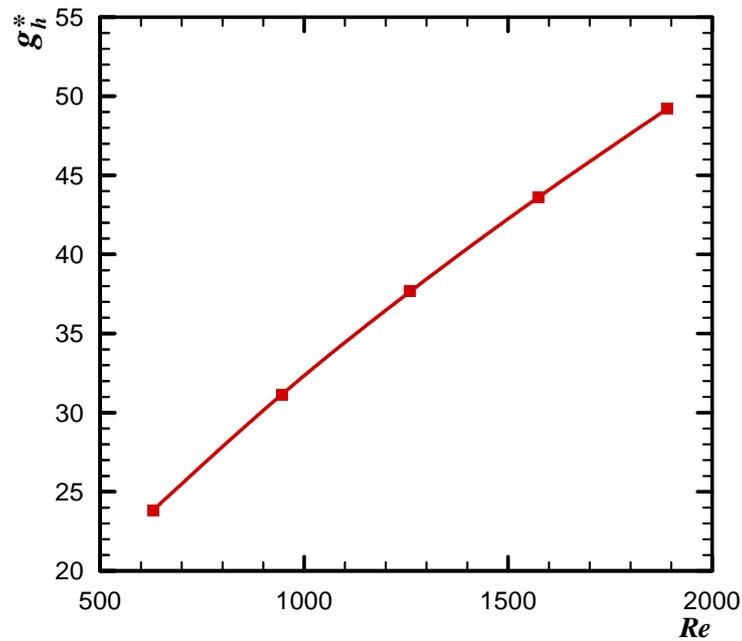


Figura 2: Coeficiente de influência g_h^* .

O número de *Nusselt* médio adiabático do aquecedor \overline{Nu}_{ad} , como definido na Equação (12), foi obtido considerando um substrato adiabático. A temperatura média adiabática do aquecedor foi obtida das Equações (19) e (20) e o resultado foi substituído no lado direito da Equação (12), originando a seguinte correlação

$$\overline{Nu}_{ad} = 1,475 Pr Re^{0,34} . \quad (21)$$

Este número de *Nusselt* não depende das condições de contorno térmicas – ele muda somente com as condições do escoamento e os resultados para o ar ($Pr = 0,707$) são apresentados na Figura 3 como uma função do número de *Reynolds*.

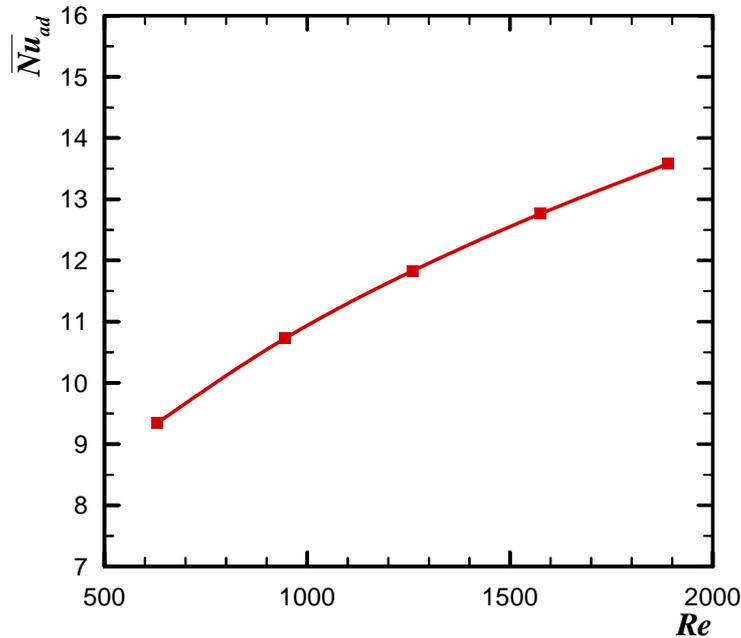
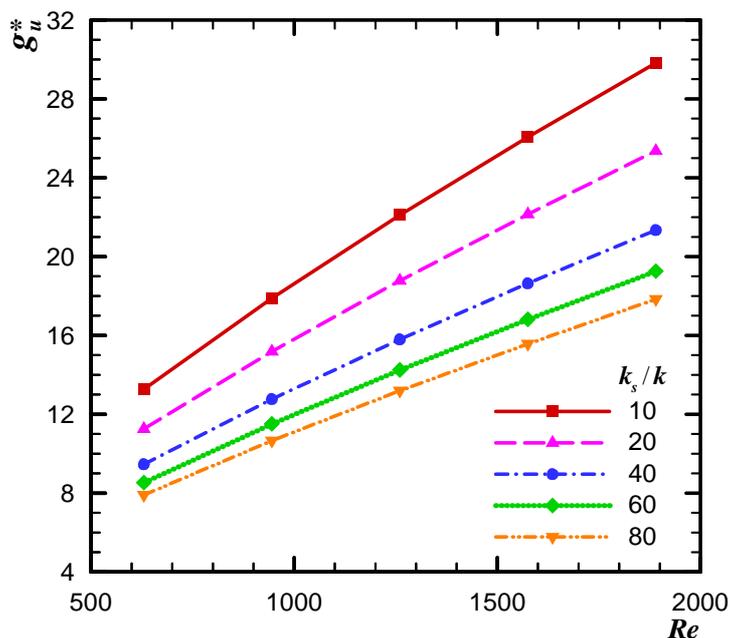


Figura 3: Número de *Nusselt* adiabático médio do aquecedor.

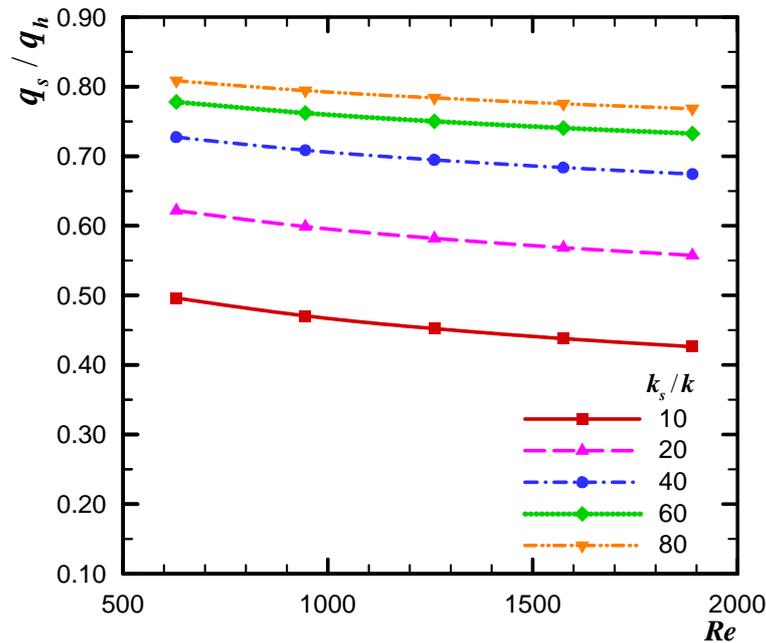
Para um substrato condutivo, um aquecimento do escoamento a montante, q_u , será responsável pelo o aumento de temperatura ($\overline{T}_{ad} - T_{in}$), em decorrência da geração de uma esteira térmica. Esta diferença de temperatura foi expressa com o auxílio do coeficiente de influência g_u^* definido pela Equação (16), obtido de simulações do problema conjugado convecção forçada-condução. Considerando, por exemplo, $t = 5$ mm, a dependência do coeficiente de influência g_u^* com o número de *Reynolds* é apresentada na Figura 4, para diferentes valores distintos de (k_s/k) . O coeficiente de influência g_u^* aumenta com o *Reynolds*, principalmente para grandes vazões mássicas. Para um dado *Re*, este coeficiente diminui quando (k_s/k) aumenta, devido a um maior aquecimento a montante (q_u) através do substrato. A dependência do número de *Reynolds* foi similar para substratos mais finos, porém os valores de g_u^* aumentaram em função de maiores resistências condutivas de propagação associadas às paredes mais finas. A Tabela 1 apresenta os resultados de g_u^* para $(k_s/k) = 80$, englobando os cinco valores das espessuras do substrato e os cinco números de *Reynolds* considerados nesta análise.

Figura 4: Coeficiente de influência g_u^* , para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	11,7135	15,7673	19,4808	22,9660	26,2619
2	9,9132	13,3525	16,5058	19,4598	22,2690
3	8,9720	12,0842	14,9435	17,6347	20,1873
4	8,3516	11,2594	13,9273	16,4329	18,8213
5	7,9088	10,6621	13,1960	15,5729	17,8417

Tabela 1: Coeficiente de influência g_u^* para $(k_s/k) = 80$.

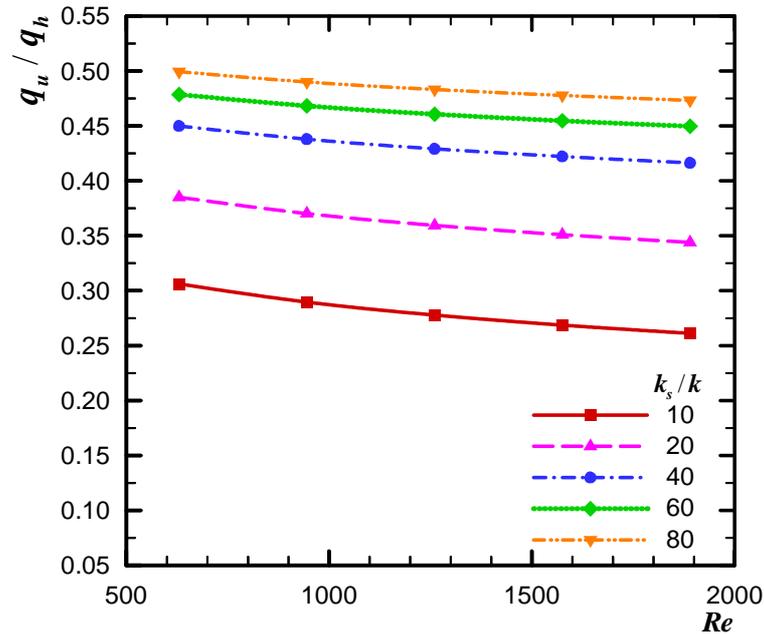
As frações de transferência de calor (q_f/q_h) , (q_s/q_h) e (q_u/q_h) foram também obtidas de simulações do problema conjugado convecção forçada-condução. As duas primeiras frações obviamente somam a unidade, como podem ser conferidas pela integração da Equação (3) ao longo do comprimento do aquecedor, com as definições da Equação (10). A fração (q_s/q_h) é apresentada na Figura 5 para $t = 5$ mm, indicando que a maioria da transferência de calor ocorre através do substrato, exceto para os valores mais baixos de (k_s/k) . Como esperado, (q_s/q_h) aumenta com a razão de (k_s/k) , devido a menor resistência térmica condutiva do substrato, e diminui quando Re aumenta, em função de uma maior transferência de calor convectiva. Os resultados de (q_s/q_h) para $(k_s/k) = 80$ são apresentados na Tabela 2, mostrando que em todos os casos ele aumenta com a espessura do substrato, devido a uma menor resistência térmica de propagação de calor.

Figura 5: Fração (q_s/q_h) para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	0,6224	0,6012	0,5858	0,5737	0,5636
2	0,7170	0,6988	0,6854	0,6747	0,6658
3	0,7624	0,7460	0,7339	0,7243	0,7162
4	0,7899	0,7749	0,7637	0,7547	0,7472
5	0,8085	0,7944	0,7839	0,7754	0,7683

Tabela 2: Fração (q_s/q_h) para $(k_s/k) = 80$.

Os resultados numéricos obtidos para a fração (q_u/q_h) quando $t = 5$ mm são apresentados na Figura 6, considerando os efeitos de Re e da razão (k_s/k). A Tabela 3 apresenta os valores obtidos para (q_u/q_h) considerando o caso com $(k_s/k) = 80$. Eles seguem tendências similares à (q_s/q_h) com respeito aos efeitos de t , (k_s/k) e Re . Comparando os dados das Tabelas 2 e 3, pode ser notado que cerca de 60% da transferência de calor por condução do aquecedor ao substrato é liberada ao escoamento a montante do aquecedor.

Figura 6: Fração (q_u/q_h) para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	0,3804	0,3665	0,3565	0,3487	0,3422
2	0,4401	0,4283	0,4196	0,4128	0,4072
3	0,4693	0,4587	0,4509	0,4448	0,4397
4	0,4873	0,4774	0,4702	0,4645	0,4597
5	0,4993	0,4899	0,4831	0,4777	0,4732

Tabela 3: Fração (q_u/q_h) para $(k_s/k) = 80$.

A temperatura adimensional média do aquecedor, $\bar{\theta}$, expressa pela Equação (19), pode ser obtida dos resultados anteriores e do número de *Peclet* (Pe). A Figura 7 apresenta os valores de $\bar{\theta}$ obtidos para $t = 5$ mm, indicando a esperada diminuição da temperatura com o aumento da vazão mássica com o número de *Reynolds*. Esses resultados também indicam que a temperatura do aquecedor diminui com o aumento da condutividade térmica do substrato. Os resultados para razão de condutividades térmicas $(k_s/k) = 80$ são apresentados na Tabela 4, mostrando que a temperatura média do aquecedor diminui com o número de *Reynolds* e com a espessura do substrato. Os resultados apresentados na Tabela 4, obtidos da Equação (19), correspondem àqueles obtidos diretamente das simulações numéricas dentro de 10^{-4} . Esta pequena diferença pode ser atribuída a erros de truncamento numérico.

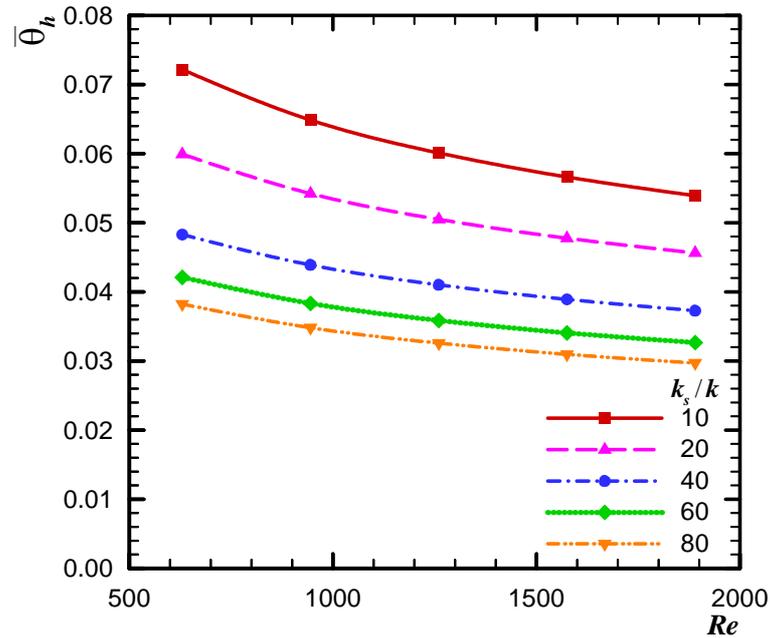


Figura 7: Temperatura adimensional média do aquecedor $\bar{\theta}$ para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	0.0604	0.0545	0.0506	0.0478	0.0456
2	0.0499	0.0452	0.0421	0.0399	0.0382
3	0.0443	0.0403	0.0376	0.0357	0.0342
4	0.0408	0.0371	0.0347	0.0329	0.0316
5	0.0382	0.0348	0.0326	0.0310	0.0297

Tabela 4: Temperatura adimensional média do aquecedor $\bar{\theta}$ para $(k_s/k) = 80$.

O número de *Nusselt* médio do aquecedor baseado na T_{in} depende da razão (k_s/k) e do número de *Reynolds*. Ele pode ser obtido diretamente das simulações numéricas, ou dos resultados anteriores de (q_f/q_h) e $\bar{\theta}$, como indicado na Equação (14). A distribuição de \overline{Nu}_{in} obtida para $t = 5$ mm é apresentada na Figura 8. Ela aumenta com Re devido a maiores vazões mássicas, porém diminui com (k_s/k) devido a uma maior condutância no substrato. Como a espessura do substrato t diminui, maior resistência condutiva na parede aumenta \overline{Nu}_{in} , como indicado pelos resultados numéricos apresentados na Tabela 5 para casos com $(k_s/k) = 80$.

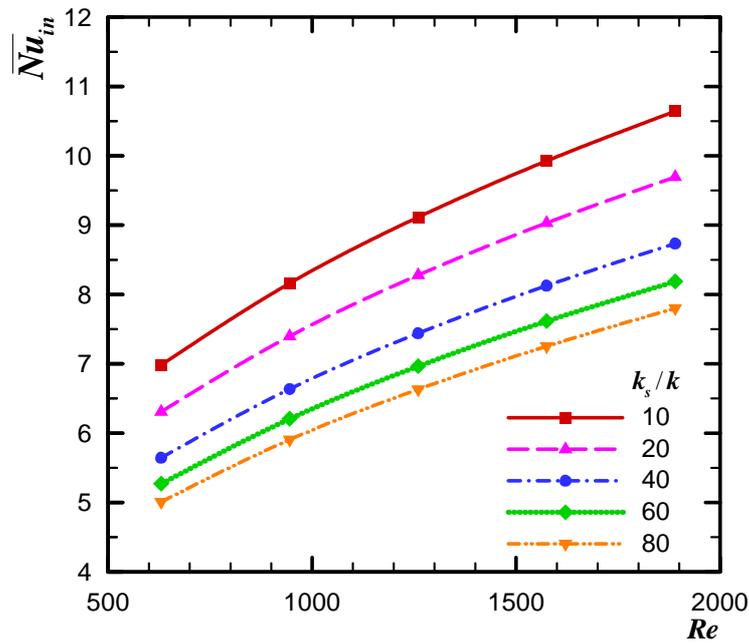


Figura 8: \overline{Nu}_{in} do aquecedor para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	6,2496	7,3200	8,1841	8,9206	9,5722
2	5,6738	6,6638	7,4642	8,1488	8,7523
3	5,3591	6,3070	7,0725	7,7246	8,3020
4	5,1548	6,0712	6,8140	7,4490	8,0081
5	5,0094	5,9070	6,6324	7,2541	7,8012

Tabela 5: \overline{Nu}_{in} do aquecedor para $(k_s/k) = 80$.

Comparado ao substrato adiabático, o substrato condutivo fornece adicionalmente um caminho condutivo para a transferência de calor do aquecedor. Considerando a mesma temperatura média do aquecedor e o mesmo escoamento no canal, existe um ganho na transferência de calor, avaliado a seguir. Um substrato adiabático transfere calor ao escoamento somente por convecção forçada, numa taxa q_{ad} . Para um substrato condutivo, a transferência de calor convectiva direta do aquecedor ao escoamento é igual à q_f . Das definições de \overline{Nu}_{ad} e \overline{Nu}_{in} , Equações (11) e (13), a razão destas duas taxas de calor foi expressa por

$$\frac{q_f}{q_{ad}} = \left(\frac{\overline{Nu}_{in}}{\overline{Nu}_{ad}} \right). \tag{22}$$

Quando a taxa de transferência de calor q_f obtida desta equação é substituída dentro do balanço de energia global do aquecedor, $q_h = q_f + q_s$, uma expressão para o ganho de transferência de calor devido ao substrato condutivo é obtido na forma

$$\frac{q_h}{q_{ad}} = \frac{(\overline{Nu}_{in} / \overline{Nu}_{ad})}{1 - (q_s / q_h)} \tag{23}$$

Este resultado é apresentado na Figura 9 para $t = 5 \text{ mm}$ e também na Tabela 6, para $(k_s / k) = 80$. O ganho de transferência de calor aumenta com (k_s / k) e t , em função de uma maior condutância do substrato. O efeito do número de *Reynolds* não é óbvio na Eq. (23) porque, como pode ser observado nos resultados anteriores, a razão $(\overline{Nu}_{in} / \overline{Nu}_{ad})$ aumenta com o número de *Reynolds*, enquanto a razão (q_s / q_h) diminui, causando tendências opostas em (q_h / q_{ad}) . Na presente investigação, o efeito de (q_s / q_h) foi levemente dominante – o ganho de transferência de calor diminui levemente com o número de *Reynolds*. Os presentes resultados indicaram um ganho de transferência de calor significativo devido à condução no substrato – a razão de transferência de calor (q_h / q_{ad}) na faixa de 135% a 280%.

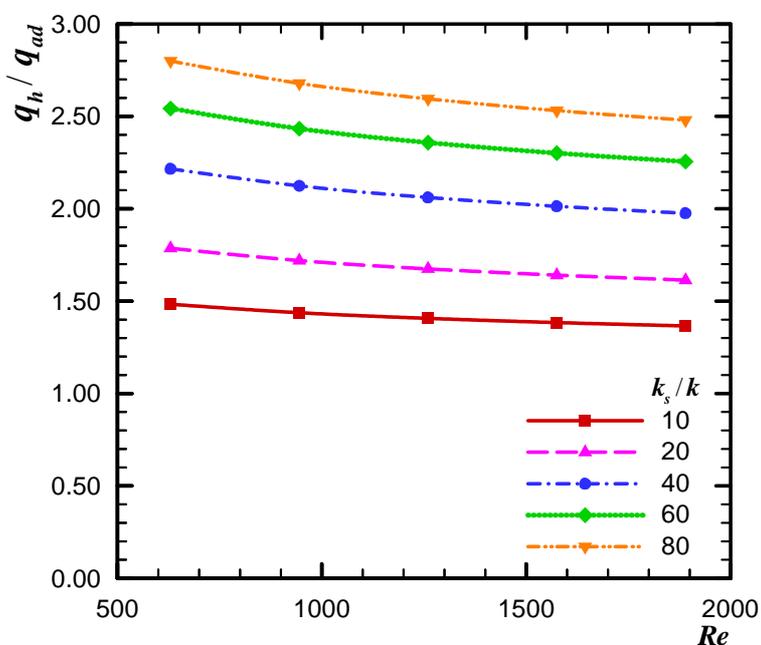


Figura 9: Ganho da transferência de calor (q_h / q_{ad}) para $t = 0,005 \text{ m}$.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	1,7714	1,7113	1,6704	1,6397	1,6153
2	2,1457	2,0627	2,0058	1,9629	1,9286
3	2,4140	2,3151	2,2470	2,1955	2,1543
4	2,6259	2,5146	2,4378	2,3795	2,3329
5	2,7997	2,6786	2,5947	2,5309	2,4795

Tabela 6: Ganho da transferência de calor (q_h / q_{ad}) para $(k_s / k) = 80$.

Devido a superfície inferior do substrato ser adiabática, o calor conduzido a montante do aquecedor através da parede do substrato retorna para o escoamento e causa o aumento da temperatura média do aquecedor ($\bar{T}_{ad} - T_{in}$) acima da temperatura de entrada do fluido, o efeito de esteira térmica. Este aumento de temperatura indesejável foi comparado ao aumento de temperatura média do aquecedor ($\bar{T}_h - T_{in}$) acima da temperatura de entrada, por meio da definição da função esteira térmica, Θ . Das Equações (16) e (18),

$$\Theta = \frac{(\bar{T}_{ad} - T_{in})}{(\bar{T}_h - T_{in})} = \frac{g_u^*}{\left(g_u^* + \frac{q_f}{q_u} g_h^*\right)}. \quad (24)$$

Os resultados obtidos para a função esteira térmica são apresentados na Figura 10, considerando $t = 5$ mm, dentro das faixas investigadas de (k_s/k) e do número de *Reynolds*. Eles indicam que 24% a 46% do aumento da temperatura média do aquecedor é devido a esteira térmica originada do aquecimento do substrato a montante do aquecedor. Na Tabela 7 são apresentados os resultados considerando $(k_s/k) = 80$. Como mostrado nos presentes resultados, a função esteira térmica aumenta com a condutância no substrato e diminui levemente com o número de *Reynolds*, como esperado. Deve ser mantido em mente, entretanto, que este indesejável aumento da temperatura média do aquecedor é o custo do ganho total de transferência de calor do aquecedor. Para as mesmas condições de escoamento e temperatura média do aquecedor, a diferença de temperatura ($\bar{T}_{ad} - T_{in}$) implica que a transferência de calor convectiva direta do substrato condutivo para o escoamento é menor do que a do substrato adiabático. Esta diminuição é, entretanto, mais do que compensada pela perda de calor por condução no aquecedor quando a transferência de calor total é computada.

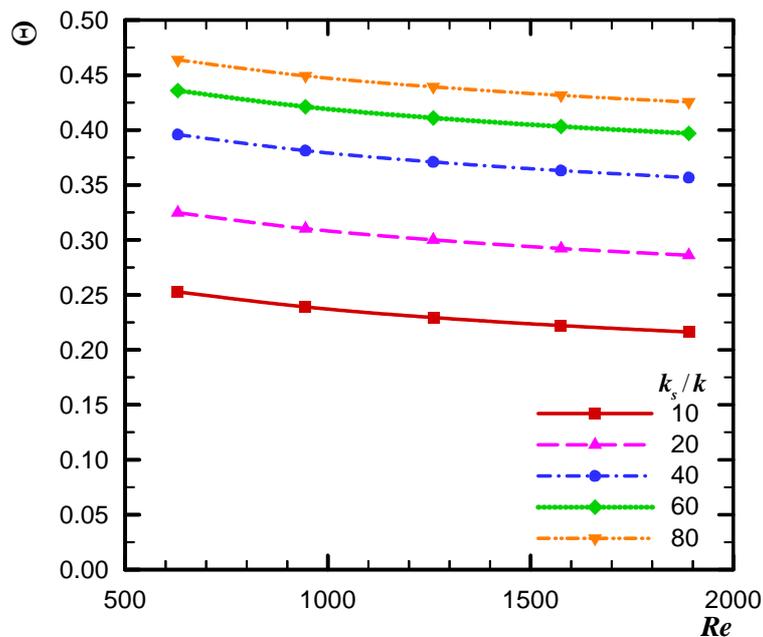


Figura 10: Função esteira térmica Θ para $t = 0,005$ m.

t [mm]	Re				
	630	945	1260	1575	1890
1	0,3311	0,3175	0,3081	0,3010	0,2951
2	0,3928	0,3787	0,3690	0,3615	0,3554
3	0,4264	0,4120	0,4021	0,3947	0,3886
4	0,4483	0,4340	0,4239	0,4163	0,4103
5	0,4639	0,4493	0,4393	0,4316	0,4255

Tabela 7: Função esteira térmica Θ para $(k_s/k) = 80$.

4 CONCLUSÕES

A transferência de calor conjugada convecção forçada-condução de um aquecedor 2D rente à superfície de um substrato condutivo de espessura finita de um canal de placas paralelas foi investigada numericamente, utilizando o método dos Volumes de Controle. O presente trabalho considerou escoamento laminar desenvolvido na entrada do canal e um fluxo de calor uniforme, q''_h , ao longo do comprimento do aquecedor foi distribuído para o escoamento e para o substrato condutivo. O fluxo de calor convectivo direto $q''_f(x)$ do aquecedor para o escoamento e o fluxo de calor local $q''_s(x)$ do substrato não eram conhecidos *a priori* e foram obtidos por um procedimento iterativo. A transferência de calor convectiva q_f foi expressa por meio do coeficiente adiabático de transferência de calor, pois h_{ad} é independente das condições de contorno térmicas. A temperatura média do aquecedor $\bar{\theta}_h$ foi expressa através de dois coeficientes de influência. Um foi definido como o coeficiente de influência g_u^* , devido à condução no substrato, o qual é necessário para obtenção do aumento da temperatura adiabática do aquecedor acima da temperatura de entrada do fluido no canal, o efeito de esteira térmica. O outro foi o coeficiente de influência g_h^* , utilizado para avaliar o aumento da temperatura do aquecedor acima de sua temperatura adiabática da superfície, o auto-aquecimento. As frações de transferência de calor (q_s/q_h) e (q_u/q_h) foram obtidas numericamente como funções do número de *Reynolds*, da razão de condutividades térmicas (k_s/k) e da espessura do substrato t . Os resultados indicaram que uma fração substancial de transferência de calor ocorre por condução através do substrato. Números de *Nusselt* médios \bar{Nu}_{ad} e \bar{Nu}_{in} foram relatados para avaliar o ganho de transferência de calor devido ao substrato condutivo em comparação ao substrato adiabático, indicando valores de 135% a 280%. O aumento da temperatura adiabática média do aquecedor devido ao pré-aquecimento do escoamento pela condução do substrato foi relatada pelo seu aumento de temperatura total acima de T_{in} na forma adimensional, a função esteira térmica Θ , indicando que ela representa uma fração substancial do total, variando de 24% a 46% na presente investigação.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são prestados ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo apoio na forma de bolsa de doutorado ao primeiro autor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, T.A., *Resfriamento conjugado de aquecedores discretos em canais*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 129p, 2010.
- Alves, T.A., and Altemani, C.A.C., Convective cooling of three discrete heat sources in channel flow. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, XXX:245-252, 2008.
- Bar-Cohen, A., Watwe, A.A., and Prasher, R.S., *Heat transfer in electronic equipment*. In: Bejan, A., and Kraus, A.D. (Eds.). *Heat transfer handbook*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 13:947-1027, 2003.
- Davalath, J., and Bayazitoglu, Y., Forced convection cooling across rectangular blocks. *Journal of Heat Transfer*, 109:321–328, 1987.
- De Vahl Davis, G., Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3:249-264, 1983.
- Incropera, F.P., DeWitt, D.P., Bergman, T.L., and Lavine, A.S. *Fundamentals of heat and mass transfer*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 1024p, 2006.
- Moffat, R.J., What's new in convective heat transfer? *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19:90-101, 1998.
- Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York, USA: Hemisphere Publishing Corporation, 197 p, 1980.
- Ramadhani, S., Moffat, D.F., and Incropera, F.P., Conjugate heat transfer from small isothermal heat sources embedded in a large substrate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 28:1945-1952, 1985.
- Zeng, Y., and Vafai, K., An investigation of convective cooling of an array of channel-mounted obstacles. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 55:967–982, 2009.