

## **DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA Y DENSIDAD DE CORRIENTE EN UN CONDUCTOR ELÉCTRICO MEDIANTE UN MODELO ACOPLADO**

**Oscar Chávez y Federico Méndez**

*Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México- UNAM, 04510 México D. F.  
aochvzlpz@yahoo.com.mx*

**Palabras clave:** Ampacidad, Efecto Pelicular, Comportamiento Térmico.

**Resumen.** En el presente trabajo, se analiza teóricamente la transferencia de calor por conducción que se origina debido a una corriente eléctrica alterna que fluye continuamente en un conductor eléctrico circular, tomando en cuenta que la resistividad eléctrica es una función lineal de la temperatura. El efecto anterior produce necesariamente una situación que obliga a analizar de manera simultánea los efectos eléctricos y los térmicos. De esta manera se obtiene un modelo termo-eléctrico. Adicionalmente a la formulación anterior, se considera la presencia del efecto pelicular que provoca diferencias de temperatura radiales considerables, ya que para altas frecuencias la corriente eléctrica tiende a fluir por la superficie del conductor, lo que provoca que la generación de calor por efecto Joule no sea uniforme. En particular, en este trabajo se demuestra que la densidad de corriente alterna se describe por una ecuación de onda no lineal que resulta de la dependencia que tiene la resistividad eléctrica sobre la temperatura. La presencia de los términos no lineales sobre la ecuación de onda dificulta la solución de la misma ya que estos términos son dependientes de la temperatura. De esta manera y mediante la solución numérica simultánea de las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de difusión de calor, es posible determinar tanto la distribución de densidad de corriente, así como el campo y los gradientes de temperatura en estado transitorio. Los resultados se presentan en forma adimensional con el fin de reducir el número de variables físicas involucradas. En particular la influencia del número de Biot, el parámetro pelicular y la intensidad de la resistividad variable sobre la densidad de corriente y el campo de temperatura, confirma que los efectos combinados ambientales y físicos del material pueden distorsionar los mecanismos de transporte. Lo anterior pone en evidencia que la operación eléctrica de las redes está sujeta a efectos multifactoriales que pueden obstaculizar la operación y saturación del mismo transporte eléctrico.

## 1 INTRODUCCIÓN

La carga máxima de corriente que puede ser transportada por un conductor, sin que dicho conductor sufra daño, es denominada como ampacidad del conductor (Koval y Billinton, 1970); por lo general, suele ser la temperatura la principal restricción, por lo que se debe tener cuidado de no sobrepasar su temperatura máxima de operación. Por esta razón los análisis de ampacidad de conductores eléctricos toman gran importancia, para la completa utilización del conductor, especialmente en situaciones de sobrecarga y cortocircuitos.

La ampacidad depende de manera significativa de las condiciones climáticas, como son la velocidad del viento y temperatura ambiental, ya que dependiendo de la cantidad de calor que transfiere al ambiente, se puede determinar la cantidad de corriente eléctrica que puede fluir por el conductor, por lo que si se transfiere una gran cantidad de calor al medio ambiente, es posible transportar una mayor cantidad de corriente eléctrica.

El estudio del comportamiento térmico de conductores eléctricos inicialmente se llevó a cabo mediante sistemas que calculaban la temperatura del cable en tiempo real; dicho sistema incluía ecuaciones de transferencia de calor por convección forzada y natural, tomando en cuenta el régimen y dirección del viento. Los sistemas no contaban con representaciones matemáticas rigurosas, y las temperaturas calculadas eran generalmente superiores a las reales, Davis (1977), lo que impedía aprovechar a su capacidad máxima al conductor.

Posteriormente el objetivo principal era optimizar el proceso de traducir los datos meteorológicos y de corriente eléctrica en una temperatura en estado transitorio, en base a modelos térmicos simplificados, con el fin de poder determinar la ampacidad. Foss et al. (1983) desarrollaron un algoritmo dinámico de ampacidad combinado con mediciones meteorológicas y del cable en tiempo real, mostrando además un modelo de medio poroso de fase segregada en capas para determinar la conductividad térmica efectiva radial. Simultáneamente, Black et al. (1983) formularon un modelo térmico de parámetros concentrados, los cuales no consideran que existan gradientes de temperatura en dirección radial del conductor.

Posteriormente se observó que existe una diferencia de temperaturas entre el centro y la superficie del conductor y que dichos gradientes de temperatura en los cables trenzados son mucho mayores que los gradientes de temperatura de los cables sólidos, debido a que el aire atrapado entre los alambres que conforman al cable tiene una conductividad térmica significativamente menor. Morgan (1990) mostró la función de la distribución de temperaturas en estado permanente de cables sólidos y trenzados, considerando densidad de corriente uniforme. Además presentó un nuevo análisis para el cálculo de la conductividad térmica equivalente en conductores trenzados. Black et al. (1988) hicieron una comparación de los gradientes de temperatura en estado permanente con los resultados obtenidos bajo la suposición de que la temperatura en el conductor es uniforme, mostrando que la temperatura en el centro del conductor es siempre superior a la temperatura calculada bajo el modelo de parámetros concentrados.

Los primeros modelos fueron hechos bajo la suposición de que la distribución de corriente eléctrica es uniforme en la sección transversal del conductor. Sin embargo, con el fin de tener una mejor representación del fenómeno físico es necesario tener en cuenta los efectos electromagnéticos, ya que afectan de manera significativa el comportamiento térmico del conductor. Lo anterior es relevante particularmente cuando fluye corriente alterna a través del conductor y se presenta una redistribución de densidad de corriente (Jordan et al. 1987; Ghandakly and Curran, 1990)

En el presente trabajo se obtuvo un modelo que toma en cuenta la presencia de fenómenos

térmicos y eléctricos simultáneamente, las ecuaciones que modelan el fenómeno físico fueron resueltas mediante diferencias finitas. De esta forma los perfiles de temperatura influenciados por los efectos electromagnéticos, son obtenidos con la finalidad de obtener resultados mas apegados a la realidad.

## 2 DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO FÍSICO

El caso de estudio consiste en un incremento repentino del flujo de la corriente eléctrica en un conductor cilíndrico que se encuentra inicialmente a temperatura ambiente. Debido a que fluye corriente alterna se presenta una redistribución de la densidad de corriente eléctrica, en donde la corriente tiende a fluir por la superficie del conductor, a éste fenómeno se le conoce como efecto pelicular. En el conductor se presenta un incremento de temperatura debido al efecto joule: el calor generado por dicho efecto es significativamente mayor en la superficie del conductor; es decir, la generación de calor se presenta de manera no homogénea. Por lo que durante el estado transitorio el calor generado se transfiere hacia el centro del conductor por difusión, mientras que por otra parte se transfiere calor hacia el ambiente por convección, el incremento de temperatura que sufre el conductor está directamente relacionado con la cantidad de calor que se transfiere al ambiente.

Al presentarse un incremento en la temperatura, provoca de la misma forma un incremento en la resistividad eléctrica, lo que origina una redistribución en la densidad de corriente, y por lo tanto de la generación de calor, es por esta razón que se debe tomar en cuenta la influencia que existe entre los modelos eléctrico y térmico.

### 2.1 Modelo eléctrico

A partir de las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo, es posible obtener una ecuación de onda con la finalidad de poder analizar la propagación electromagnética en el conductor. Por lo que la densidad de corriente está gobernada por la siguiente ecuación (Jackson, 1975):

$$\nabla^2 \lambda \bar{J} = \mu \left( \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \gamma \frac{\partial^2 \lambda \bar{J}}{\partial t^2} \right), \quad (1)$$

En la ecuación anterior,  $\lambda$  es la resistividad eléctrica,  $\bar{J}$  es la densidad de corriente,  $\mu$  es la permeabilidad magnética,  $\gamma$  es la permitividad eléctrica y  $t$  es el tiempo.

Se considera que solo existen variaciones de la corriente en la dirección radial y que la corriente alterna se comporta de manera sinusoidal. Por lo que la densidad de corriente puede escribirse como  $\bar{J} = J_s(r)e^{i\omega t}$ . Por otro lado, la resistividad eléctrica tiene una variación lineal con respecto a la temperatura y puede ser escrita como  $\lambda = \lambda_\infty [1 + \phi(T - T_\infty)]$ , introduciendo las expresiones anteriores en la ec. (1) obtenemos,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 J_s}{dr^2} + \left( \frac{2\phi}{1 + \phi(T - T_\infty)} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \frac{dJ_s}{dr} + \frac{\phi}{1 + \phi(T - T_\infty)} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] J_s = \\ = \left\{ \frac{\mu\omega}{\lambda} \left[ i + \gamma\omega\lambda_\infty \left( \frac{\phi}{\omega^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{2i \cdot \phi}{\omega} \frac{\partial T}{\partial t} - (1 + \phi(T - T_\infty)) \right) \right] \right\} J_s, \end{aligned} \quad (2)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia de la señal eléctrica,  $r$  es la coordenada radial,  $T$  es la temperatura,  $T_\infty$  es la temperatura ambiental,  $J_s$  es la función de densidad de corriente dependiente sólo de la coordenada radial,  $\phi$  es el coeficiente de temperatura para la resistividad e  $i$  es el número imaginario  $\sqrt{-1}$ .

En casos prácticos, el término  $\gamma\omega^2\mu$  es mucho menor que el término  $i\omega\mu/\lambda$  y puede ser despreciado. Además, podemos introducir el parámetro de profundidad en el conductor,  $\delta$ , definido por  $\delta = (2\lambda / \omega\mu)^{1/2}$ ; de esta forma la ec. (2) puede ser escrita como

$$\frac{d^2 J_s}{dr^2} + \left( \frac{2\phi}{1+\phi(T-T_\infty)} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \frac{dJ_s}{dr} + \frac{\phi}{1+\phi(T-T_\infty)} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] J_s = \frac{2i}{\delta^2 (1+\phi(T-T_\infty))} J_s. \quad (3)$$

La ecuación anterior debe resolverse con las siguientes condiciones de frontera:

$$\text{En } r = 0: \quad \frac{dJ_s}{dr} = 0, \quad (4)$$

$$\text{en } r = R: \quad J = J_R. \quad (5)$$

Aquí,  $R$  representa el radio del conductor y  $J_R$  es la densidad de corriente en la superficie del conductor y debe determinarse mediante la siguiente restricción:

$$I = \int_s J_s \cdot dA, \quad (6)$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal, e  $I$  es la corriente eléctrica total que circula a través del conductor.

## 2.2 Modelo térmico

Con la finalidad de poder determinar los gradientes de temperatura generados por el efecto joule, debemos resolver la ecuación de difusión de calor en estado transitorio, tomando en cuenta variaciones de la temperatura solo en la dirección radial (Özsisik, 1993):

$$k_{ef} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_\infty (1 + \phi(T - T_\infty)) |J_s|^2 = (\rho c)_{ef} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (7)$$

Y sujeta a las siguientes condiciones de frontera y condición inicial:

$$r = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

$$r = R: \quad -k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_\infty), \quad (9)$$

$$t = 0: \quad T = T_\infty. \quad (10)$$

En las ecuaciones anteriores,  $k$  es la conductividad térmica del conductor,  $\rho$  es la densidad,  $c$  es el calor específico,  $h$  es el coeficiente convectivo de transferencia de calor y subíndice  $ef$  se refiere a las propiedades efectivas.

### 2.3 Análisis de ordenes de magnitud y variables adimensionales

Con el fin de reducir el número de parámetros físicos y variables, desarrollamos un análisis de órdenes de magnitud. Como primer paso, se debe identificar las distintas escalas características: el tiempo convectivo característico  $t_c \sim \rho c R / h$ . Por otra parte, la correspondiente escala espacial corresponde directamente al radio del conductor  $r \sim R$ . Además, el incremento característico de la temperatura  $\Delta T_c$  puede ser obtenido mediante un balance de energía entre el término de generación de calor y el término transitorio, i.e.:

$$\frac{\Delta T_c h}{R} \sim \lambda_\infty J_R^2,$$

entonces,

$$\Delta T_c \sim \frac{\lambda_\infty R^2 J_R^2}{k_{ef} \cdot Bi},$$

y el parámetro adimensional  $Bi$  en la relación anterior representa al número de Biot y está definido como

$$Bi = \frac{hR}{k_{ef}}.$$

Con el conjunto de las escalas características anteriores, los modelos electromagnético y térmico pueden ser simplificados considerablemente introduciendo las siguientes variables adimensionales

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{\Delta T_c}, \quad \eta = \frac{r}{R}, \quad \tau = \frac{t \cdot h}{\rho c R},$$

$$\kappa = \frac{\phi \lambda_\infty R^2 J_R^2}{k_{ef} \cdot Bi}, \quad \text{y} \quad \varphi = \frac{J_s}{J_R}.$$

### 2.4 Modelo electromagnético adimensional

Por lo tanto, las ecs. (3)-(5) con la ayuda de las consideraciones anteriores puede ser escrita como,

$$\frac{d^2 \varphi}{d\eta^2} + \left( 2 \frac{\kappa}{(1 + \kappa\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta} \right) \frac{d\varphi}{d\eta} + \frac{\kappa}{(1 + \kappa\theta)} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \varphi = \frac{2i}{(1 + \kappa\theta) \varepsilon^2} \varphi, \quad (11)$$

Junto con las condiciones de frontera,

$$\eta = 0: \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \quad (12)$$

$$\eta = 1: \quad \varphi = 1. \quad (13)$$

En el anterior sistema de ecuaciones,  $\varepsilon$  es un parámetro adimensional relacionado directamente con la intensidad del efecto pelicular y esta dado por  $\varepsilon = (\delta / R)$ .

## 2.5 Modelo térmico adimensional

De la misma forma, podemos usar las variables adimensionales para obtener el siguiente modelo térmico adimensional,

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + Bi(1 + \kappa \theta) |\varphi|^2 = Bi \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad (14)$$

junto con sus respectivas condiciones de frontera e inicial.

$$\eta = 0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0, \quad (15)$$

$$\eta = 1: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = -Bi \cdot \theta, \quad (16)$$

$$\tau = 0: \quad \theta = 0. \quad (17)$$

La ecuación adimensional de conducción de calor junto con sus condiciones de frontera e inicial, aquí representadas por el sistema (14)-(17) fueron resueltas usando el método de diferencias finitas (Özisik, 1994).

## 3 RESULTADOS

En el presente trabajo hemos resuelto numéricamente la ecuación de densidad de corriente junto con la ecuación de conducción de calor en estado transitorio con un término de generación no uniforme representado por la densidad de corriente. Ambos sistemas de ecuaciones fueron resueltas usando el método de diferencias finitas.

En particular, mostramos los perfiles de densidad de corriente y temperaturas en función de la coordenada radial, considerando la variación de la resistividad eléctrica con la temperatura, el efecto pelicular y las condiciones ambientales. En este sentido, probamos la existencia de tres parámetros adimensionales -aquí denotados por los símbolos  $\varepsilon$ ,  $\kappa$  y  $Bi$ -, los cuales miden el espesor de la densidad de corriente, el nivel de acoplamiento entre ambos modelos y las condiciones ambientales respectivamente.

### 3.1 Influencia de $\varepsilon$

En la Figura 1 se muestra la densidad de corriente en función de la coordenada radial adimensional para tres diferentes valores del parámetro pelicular  $\varepsilon$ . Claramente se observa, que para valores pequeños de este parámetro, el efecto pelicular es mayor, debido a que la distribución de densidad de corriente se concentra en una pequeña región cercana a la superficie.

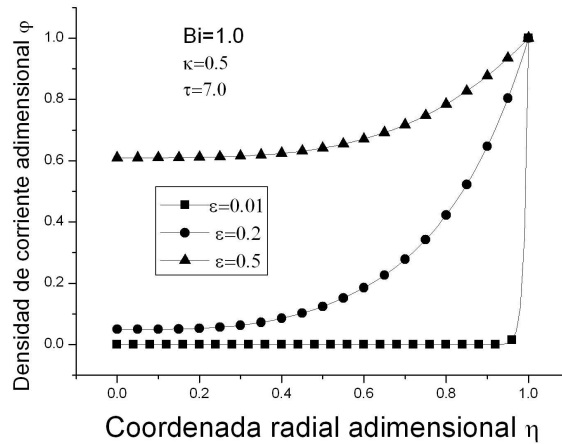


Figura 1: Variación de la densidad de corriente adimensional,  $\varphi$ , para diferentes valores de  $\varepsilon$

De Figura 2 a la Figura 5 se muestran los resultados del proceso de transferencia de calor siguiendo la siguiente secuencia: con la finalidad de observar la influencia que tiene el efecto pelicular en los perfiles de temperatura adimensional, se escogieron valores fijos del número de Biot  $Bi=1$ , y  $\kappa=0.5$ , en cuatro tiempos adimensionales representativos que abarcan el estado transitorio  $\tau$  ( $=0.1, 0.4, 1.0, 7.0$ ) y tres diferentes valores del parámetro de espesor de película  $\varepsilon$  ( $=0.01, 0.2, 0.5$ ). Por lo que de la Figura 2 a la Figura 5 muestran el comportamiento térmico de la temperatura adimensional en función de la coordenada radial adimensional. Estas figuras revelan claramente la influencia del efecto pelicular: para valores mayores de  $\varepsilon$  la variación de la temperatura en la dirección radial va a ser más relevante.

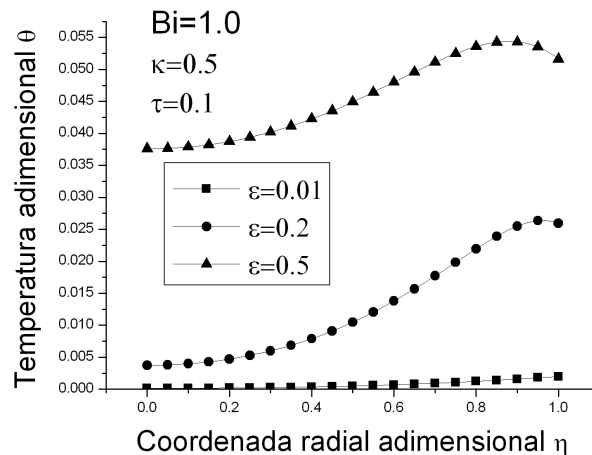


Figura 2: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\varepsilon$  y  $\tau=0.1$

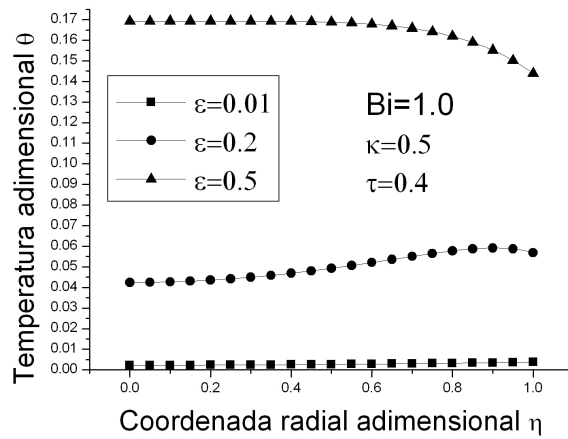


Figura 3: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\varepsilon$  y  $\tau=0.4$

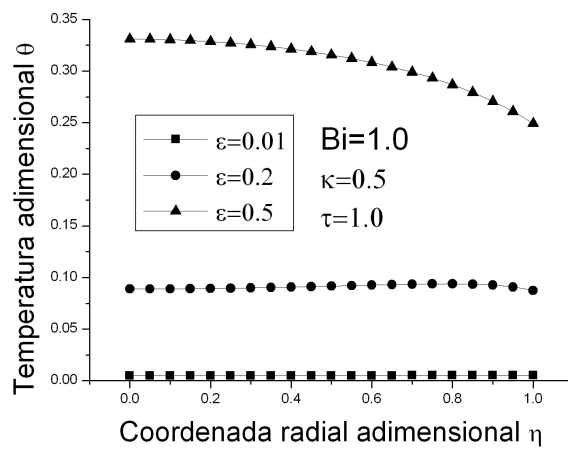


Figura 4: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\varepsilon$  y  $\tau=1.0$

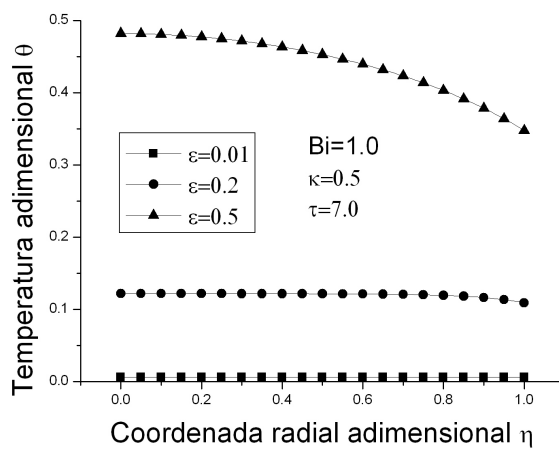
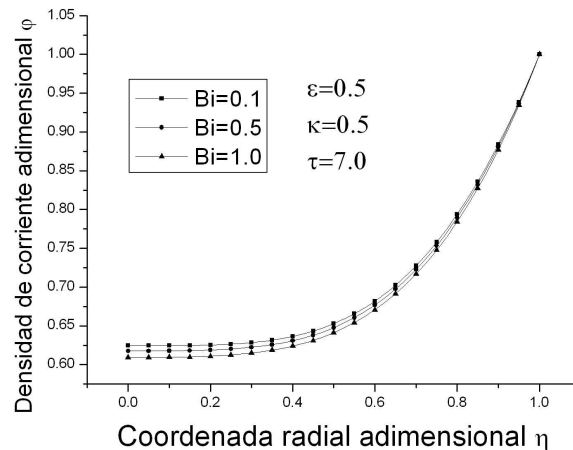


Figura 5: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\varepsilon$  y  $\tau=7.0$



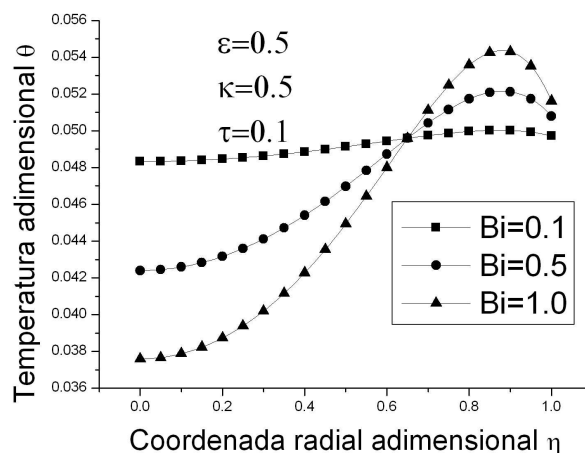
### 3.2 Influencia de $Bi$

En la [Figura 6](#) se muestra la densidad de corriente en función de la coordenada radial adimensional para tres diferentes números de Biot  $Bi$ . Aquí es posible observar una redistribución en la densidad de corriente debida a las condiciones ambientales. Un valor pequeño en el número de Biot significa que la transferencia de calor hacia el ambiente es muy baja y por lo tanto el conductor se calienta más.



**Figura 6:** Variación de la densidad de corriente adimensional,  $\varphi$ , para diferentes valores de  $Bi$

El número de Biot afecta directamente a los perfiles de temperatura como se puede apreciar de la [Figura 7](#) a la [Figura 10](#). Con el propósito de observar la influencia del número de Biot fueron usados tres valores,  $Bi$  ( $=0.1, 0.5, 1$ ); manteniendo constantes los valores de los parámetros  $\varepsilon = 0.5$  y  $\kappa = 0.5$ , para distintos tiempos adimensionales  $\tau$  ( $=0.1, 0.4, 1.0, 7.0$ ). Se observa que para valores mayores del número de Biot se presentan mayores gradientes de temperatura, y por el contrario, se obtienen prácticamente perfiles uniformes de temperatura, por lo que es posible en estos casos hacer uso del método de parámetros concentrados.



**Figura 7:** Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $Bi$  y  $\tau = 0.1$

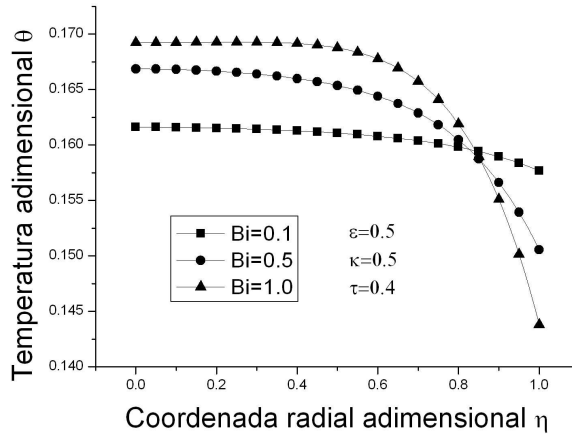


Figura 8: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $Bi$  y  $\tau=0.4$

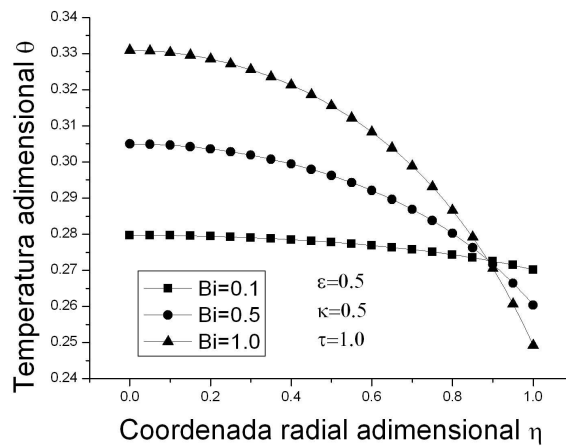


Figura 9: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $Bi$  y  $\tau=1.0$

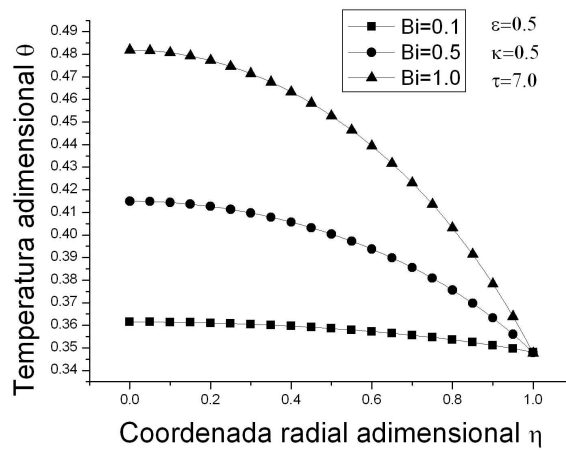
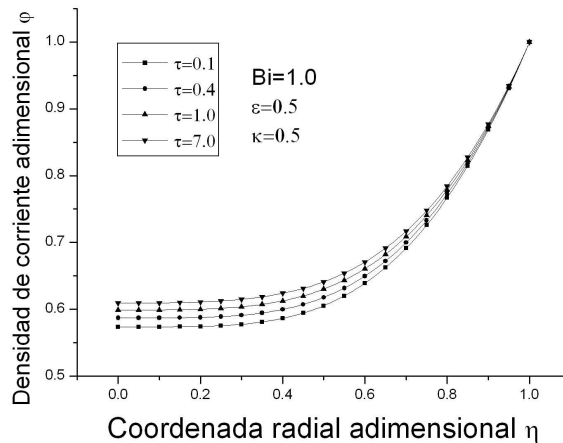


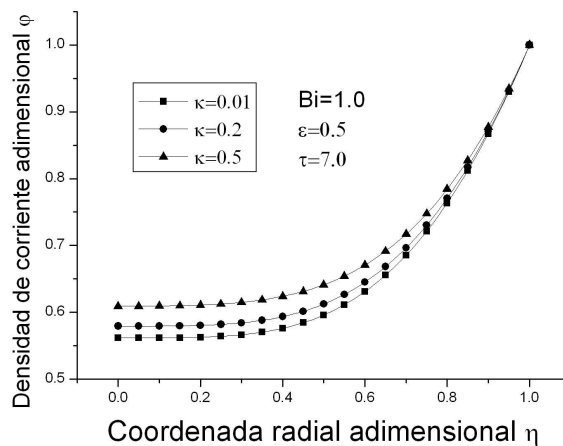
Figura 10: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $Bi$  y  $\tau=7.0$

### 3.3 Influencia de $\kappa$

En la [Figura 11](#) se muestra la densidad de corriente en función de la coordenada radial adimensional para cuatro diferentes tiempos característicos y manteniendo fijos los valores de los parámetros  $Bi=1.0$ ,  $\varepsilon=0.5$  y  $\kappa=0.5$ . En la [Figura 12](#) se mantiene invariable los parámetros  $Bi=1.0$  y  $\varepsilon=0.5$  para tres diferentes valores de  $\kappa$  ( $=0.01, 0.2, 0.5$ ).



**Figura 11:** Variación de la densidad de corriente adimensional,  $\varphi$ , para diferentes valores de  $\tau$



**Figura 12:** Variación de la densidad de corriente adimensional,  $\varphi$ , para diferentes valores de  $\kappa$

De la [Figura 13](#) a la [Figura 16](#), se muestra el estado transitorio del perfil de temperatura adimensional. Con el fin de mostrar el efecto que tiene el parámetro  $\kappa$  se mantienen constantes los valores de los parámetros  $Bi=1.0$  y  $\varepsilon=0.5$ , para los tiempos adimensionales  $\tau$  ( $=0.1, 0.4, 1.0, 7.0$ ). Conforme  $\kappa$  se incrementa la variación de la temperatura adimensional es más relevante, de otro modo se pueden considerar ambos modelos por separado.

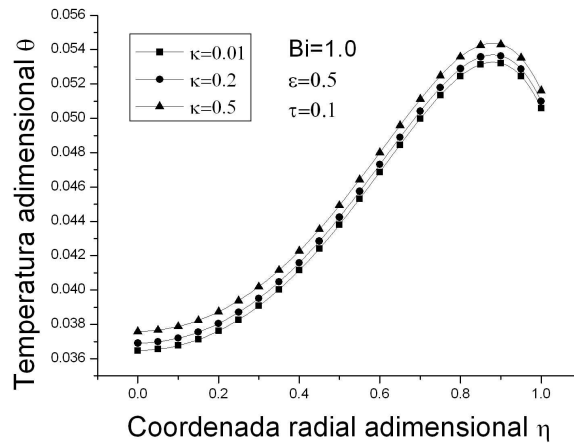


Figura 13: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\kappa$  y  $\tau=0.1$

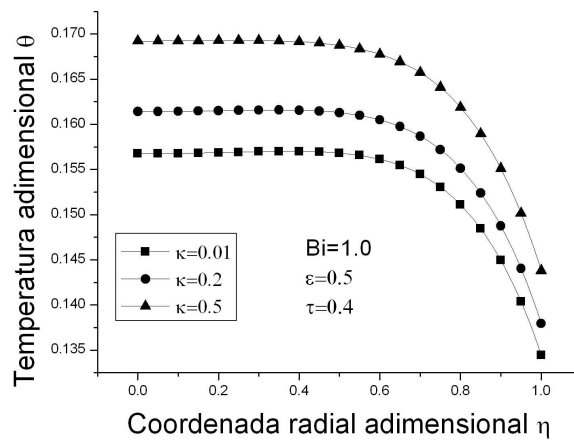


Figura 14: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\kappa$  y  $\tau=0.4$

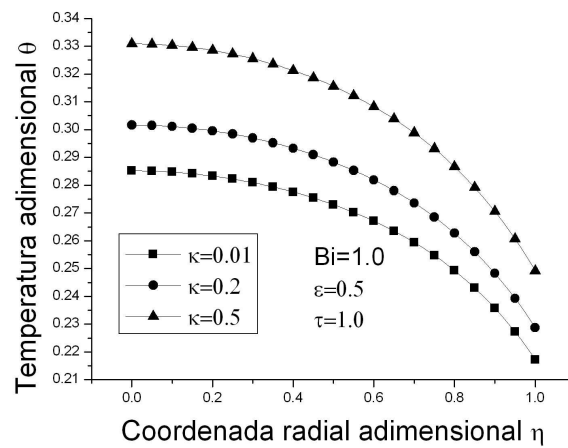


Figura 15: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\kappa$  y  $\tau=1.0$

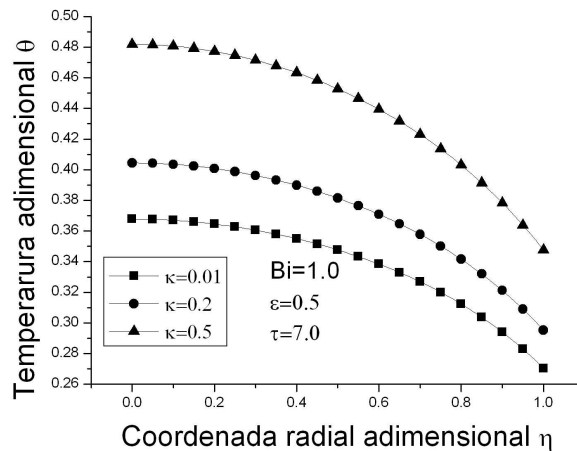


Figura 16: Perfil de temperatura adimensional,  $\theta$ , para diferentes valores de  $\kappa$  y  $\tau=7.0$

#### 4 CONCLUSIÓN

En resumen, los perfiles de temperatura están influenciados fuertemente por los siguientes parámetros:  $Bi$ ,  $\kappa$  y  $\varepsilon$ . Para valores pequeños de estos parámetros, las consecuencias físicas son directas: valores pequeños del número de Biot significa una ineficiente transferencia de calor hacia el ambiente, por lo que el cable es sobrecalentado y los perfiles de temperatura pueden ser considerados como uniformes, y puede utilizarse el método de parámetros concentrados; mientras que valores pequeños del parámetro pelicular  $\varepsilon$  presenta un efecto indeseable, debido a la gran cantidad de corriente eléctrica que fluye a través de una región muy estrecha, lleva al cable a sobrecalentarse, y finalmente un valor pequeño de  $\kappa$  significa que tanto el modelo térmico, así como el eléctrico se encuentran acoplados de una forma muy débil y por lo tanto pueden resolverse por separado. Los resultados anteriores son de gran importancia, debido al impacto que tiene en su funcionamiento; así como en el diseño mismo de los conductores de alta tensión, por lo que un modelo conjugado da como resultado una mejor aproximación del gradiente de temperaturas con respecto al caso real, lo que significa un mayor aprovechamiento de los conductores eléctricos ya instalados.

#### AGRADECIMIENTOS

O. Chávez and F. Méndez thank to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología at Mexico for the support to develop the present research under the contract number 79811.

#### REFERENCIAS

- Black, W., and Byrd, W., Real-time ampacity model for overhead lines, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 102: 2289-2293, 1983.
- Black, W., Collins, S., and Hall, J., Theoretical model for temperature gradients within bare overhead conductors, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 3: 707-715, 1988.
- Davis, M., A new thermal rating approach: the real time thermal rating system for strategic overhead conductor transmission lines. Part I. General description and justification of the real thermal rating system, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 96: 803-809, 1977.

- Foss, S. D., Lin, S. H. y Fernandes, R. A., Dynamic thermal line ratings: Part I. Dynamic ampacity rating algorithm, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 102: 1858-1864, 1983.
- Ghandakly, A., and Curran, R., A model to predict current distributions in bundled cables for electric glass melters, *IEEE Trans. on Industry Applications*, 26: 1043-1048, 1990.
- Jackson, J., *Classical Electrodynamics*, Ed. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1975.
- Jordan, A., Barka, A., and Benmouna, M., Transient state temperature distribution in a cylindrical conductor with skin effect, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 30: 2446-2447, 1987.
- Koval, D., and Billinton, R., Determination of transmission line ampacities by probability and numerical methods. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 89: 1485-1492, 1970.
- Morgan, V., The radial temperature distribution and effective radial thermal conductivity in bare solid and stranded conductors, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 5: 1443-1452, 1990.
- Özisik, M., *Heat Conduction*, John Wiley & Sons, Inc., USA, 1993.
- Özisik, M., *Finite Difference Methods in Heat Transfer*, CRC, USA, 1994.