

## SOLUCIÓN NUMÉRICA DE UN MODELO DE LUBRICACIÓN VISCO-ELASTOHIDRODINÁMICO PARA PRÓTESIS DE RODILLA

**Marcelo E. Berli<sup>a,b</sup>, Diego M. Campana<sup>a,b</sup>, Sebastián Ubal<sup>a,b</sup> y José Di Paolo<sup>a</sup>**

<sup>a</sup>*Grupo de Biomecánica Computacional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Entre Ríos, Ruta 1, Km 10, C.C. 47 - Suc. 3 - 3100, Oro Verde, Entre Ríos, Argentina, [jdipaolo@bioingenieria.edu.ar](mailto:jdipaolo@bioingenieria.edu.ar), <http://www.bioingenieria.edu.ar/grupos/biomecompu/index.html>*

<sup>b</sup>*Grupo Flujo de Fluidos con Superficies Libres y Dinámica Interfacial, INTEC, CONICET, Güemes 3450, 3100, Santa Fe, Argentina.*

**Palabras claves:** Prótesis de rodilla, viscoelasticidad, elementos finitos, desgaste.

**Resumen.** El desgaste del polietileno que conforma el componente tibial de las prótesis de rodilla, es reconocido como el principal problema limitante en la duración de estos implantes. La dificultad de realizar mediciones in vivo de las variables elasto-hidrodinámicas que influyen sobre el desgaste en la zona de contacto del implante, motivó el estudio numérico de modelos teóricos. Trabajos anteriores se centraron en el estudio de los espesores de la película lubricante ( $H$ , separación entre los componentes en la zona de contacto), campos de presiones ( $P$ , tensiones sobre el polímero) y coeficiente de fricción, mostrando una optimización en la lubricación de la junta ante la presencia de un material elástico de baja rigidez, con capacidad de exudar y absorber fluido. No obstante, los materiales deformables (no-metálicos) actualmente utilizados o investigados para ser empleados en prótesis articulares son viscoelásticos, pudiendo esta característica modificar las predicciones previas y por consiguiente las propuestas de diseño basadas en ellas. En este trabajo se presenta un modelo de lubricación de una prótesis de rodilla compuesta por un componente femoral metálico y un componente tibial conteniendo en su superficie articular un material viscoelástico lineal. Debido al alto acoplamiento entre las ecuaciones y a la no linealidad del modelo, se utiliza un método numérico basado en Elementos finitos (Galerkin) para resolver el sistema. Los resultados muestran que las variables  $H$ ,  $P$  y el coeficiente de fricción sufren modificaciones de considerable magnitud al comparar los resultados de modelos elásticos previos con el propuesto en este trabajo. Para idénticas condiciones de trabajo, el modelo con material viscoelástico predice espesores lubricantes que indicarían un contacto directo entre los materiales y por lo tanto la posibilidad del desgaste abrasivo, mientras que el modelo elástico predice un funcionamiento libre de contacto. Esto podría derivar en conclusiones erróneas al dirigir un diseño experimental del material. Finalmente, se extraen conclusiones dirigidas a la optimización de la lubricación del implante a través de las propiedades materiales del polímero, de las propiedades reológicas del fluido y de una hipotética capacidad de exudación del material adherido al componente tibial.

## 1 INTRODUCTION

Las articulaciones sinoviales, entre ellas la rodilla, son fundamentales para la movilidad y estabilidad del cuerpo humano. Gracias al correcto funcionamiento de las mismas, y en ausencia de patologías irreversibles, un individuo puede desenvolverse con facilidad para realizar tareas básicas en el hogar o en su trabajo. Cuando debido a la edad, alguna patología (adquirida o congénita) o accidente, la articulación de la rodilla se desgasta o se destruye severamente, hay que recurrir a una sustitución de la superficie afectada para devolverle al paciente la movilidad que le permita seguir llevando su ritmo de vida habitual con un mínimo de restricciones. En la actualidad, esto se soluciona reemplazando la articulación dañada por una endoprótesis o simplemente prótesis de rodilla, que consta de un componente femoral metálico y un componente tibial de base metálica y superficie polimérica (polietileno de ultra alto peso molecular (PUAPEM)).

No obstante el beneficio de los implantes articulares, la vida útil de los mismos no supera (en el mejor de los casos) los 15 años. En personas jóvenes y/o con un alto grado de actividad, esto puede devenir en nuevas intervenciones para sustituir el reemplazo deteriorado, lo cual deriva en padecimientos psico-físicos de importancia. Entre las causas más importantes de la falla a largo plazo de estas prótesis se encuentran el desgaste del PUAPEM, cuyas partículas permanecen en la articulación desencadenando un proceso inmunológico que repercute en el aflojamiento de los componentes y el deterioro de los materiales. Varios trabajos (Ramirez et al. ,1996; Comín ,1999; Flannery et al. ,2008; Zhao et al. ,2008; Kurtz et al. ,1999; Schole et al. ,2007; Dowson ,1990) manifiestan que, habiendo optimizado la geometría y la técnica quirúrgica de colocación, uno de los mayores problema actuales de estos implantes son los materiales con los que se construyen, reconociendo al desgaste del PUAPEM como el principal limitante en la longevidad de los implantes. Adicionalmente, en las últimas dos décadas ha existido un gran incremento a nivel mundial en la colocación de prótesis totales de rodilla. Por ejemplo, la cifra anual de reemplazos en Estados Unidos supera las 500.000 prótesis (Ramirez et al. ,1996; Brandi ,2009), con un incremento cada vez mayor debido a un aumento del promedio de vida de la población. Es fundamental entonces que se puedan desarrollar nuevos materiales u optimizar los ya existentes para que resulten más resistentes al desgaste y que, por ende, las prótesis de las que forman parte sean más duraderas.

Los primeros antecedentes de estudios teóricos de articulaciones humanas fueron presentados por Dowson (1977) y Dowson et al. (1990, 1992), quienes aplicaron la teoría de lubricación al análisis de los espesores lubricantes y las presiones del fluido lubricante en una junta sinovial. El modelo se basa en la teoría de lubricación elastohidrodinámica para la cual los cartílagos articulares fueron considerados como sólido elásticos lineales y el líquido sinovial como fluido Newtoniano. Sus resultados muestran que los materiales elastoméricos, debido a su deformación bajo el efecto de la presión, realzan la lubricación de la junta a través de la formación de una película de fluido interpuesta entre los materiales.

En trabajos más recientes, Di Paolo et al. (1998) y Corvalán et al. (1999) analizaron el problema de lubricación elastohidrodinámica de una junta sinovial con fluido Newtoniano y material poro-elástico. Estos trabajos mostraron que la capacidad del cartílago articular para exudar y absorber fluido (autolubricación) a través de una estructura porosa, constituye una de las principales causas de los bajos coeficientes de fricción de las articulaciones naturales saludables. Posteriormente, mediante un modelo computacional de lubricación de prótesis de rodilla con fluido sinovial no Newtoniano, Di Paolo et al. (2006) mostraron que la característica no Newtoniana del líquido sinovial (Halaváček et al. ,1993) contribuye a reducir el coeficiente de fricción sobre el componente tibial ante un estrechamiento de la película

lubricante interpuesta entre los componentes. El mismo trabajo predice que un material de baja rigidez y poroso reduciría las tensiones sobre el componente tibial (causantes de la fatiga) y aumentaría los espesores de la película lubricante alejando la posibilidad de un contacto directo entre los materiales. Si bien se concluye que estas ventajas no pueden ser aprovechadas con la utilización del PUAPEM por su elevada rigidez, queda por investigar el comportamiento viscoelástico del polímero, que puede modificar el valor de las variables hidrodinámicas.

En el presente trabajo se presenta un modelo de lubricación viso-elastohidrodinámico, para el cual el componente tibial se considera un material viscoelástico lineal que responde al modelo de Voigt, con capacidad de exudar y absorber líquido. Debido a que el fluido sinovial es no Newtoniano (Di Paolo et al., 2006), se utiliza una ecuación de lubricación de Reynolds modificada válida para un fluido cuya característica reológica se modela mediante una ley de potencia. Debido al alto acoplamiento entre las ecuaciones y a la existencia de un dominio desconocido a priori, se utiliza un método numérico basado en el método de Elementos Finitos (Galerkin) para resolver el sistema.

Los resultados están orientados a investigar tres aspectos:

- Las diferencias entre el presente modelo con material viscoelástico y los resultados de trabajos previos que consideran al material deformable como elástico.
- Los beneficios que un polímero con capacidad de exudación podría conferir a las prótesis actuales con un mínimo de modificaciones.
- Las posibles diferencias que podrían observarse en los ensayos in vitro de las prótesis al utilizar fluido Newtoniano (como suero bovino, ver DesJardins et al. (2006)), si luego las mismas trabajarán en el cuerpo humano lubricadas con fluido sinovial no Newtoniano.

## 2 MODELO DE ECUACIONES

El modelo propuesto corresponde a una prótesis supuesta, constituida por un elemento femoral metálico y un elemento tibial recubierto con un material poroso con la rigidez del PUAPEM actual, que presenta rugosidades armónicas en su superficie. Se asume además un movimiento en estado estacionario en la fase de apoyo de la marcha, período en el cual la carga aplicada sobre la rodilla puede triplicar el peso de una persona (Di Paolo et al., 2006).

El modelo equivalente está representado por un cilindro en contacto longitudinal con una superficie plana (ver figura 1) (Dowson et al., 1977). Las ecuaciones que deben ser resueltas surgen de los principios de conservación aplicados sobre el esquema de la figura 1. Para ello, se asumen las siguientes hipótesis simplificatorias:

- 1) Aproximación de lubricación ( $H(-B) \ll B$ ) y fluido incompresible.
- 2) Fluido no newtoniano (pseudoplástico) modelado como ley de potencia.
- 3) Flujo estacionario, unidireccional, laminar y Couette dominante.
- 4) Componente femoral indeformable.
- 5) Componente tibial viscoelástico en estado de deformación plana y con capacidad de exudar o absorber fluido por compactación o expansión.
- 6) Flujos internos (en dirección del eje de la rodilla) despreciables.
- 7) Zona de carga ( $\approx 2B$ ) mucho mayor que el espesor del material deformable ( $L$ ).
- 8) Rugosidad superficial despreciable.
- 9) Temperatura constante.

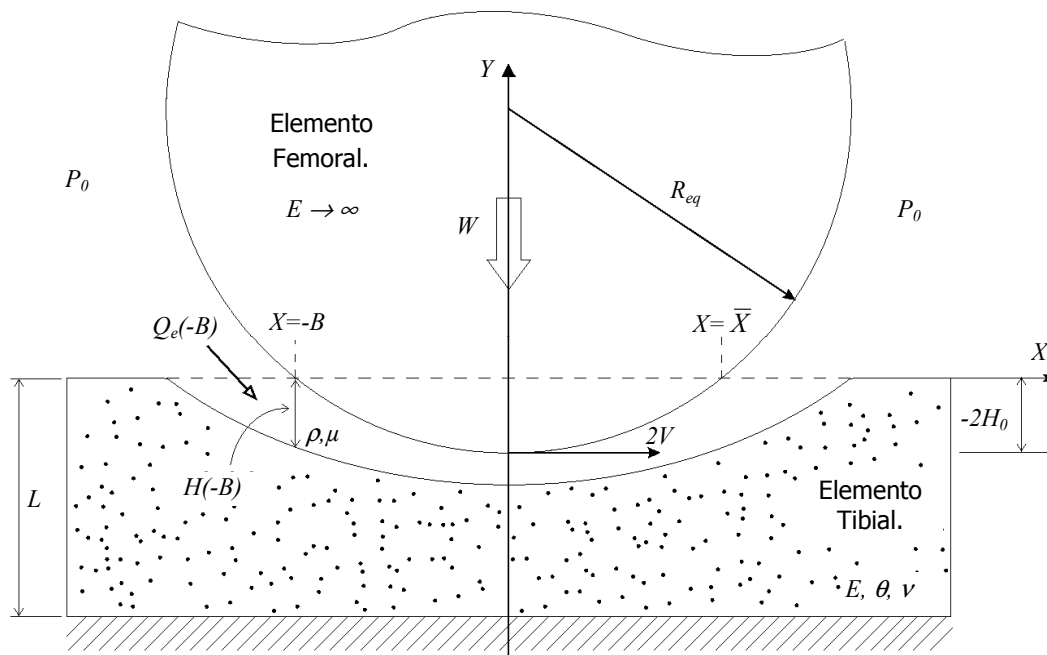


Figura 1: Esquema de la geometría equivalente, fuera de escala para una mejor comprensión. La línea de puntos del Elemento Tibial indica la posición de su superficie en un estado indeformado, mientras que la línea curva sólida en dicha ubicación esquematiza el material deformado debido a la acción de la presión del líquido que circula por el canal.

Las ecuaciones de conservación junto con las hipótesis 1), 2) y 3) aplicadas al fluido, conducen a una ecuación de lubricación de Reynolds modificada, obtenida a través de un procedimiento de perturbación (Wang et al., 1987). En forma integral, dicha ecuación es la siguiente.

$$P(X) = 12n\mu_0 \int_{-B}^X \left[ \frac{H(-B)}{H(X)} \right]^{n-1} \frac{VH(X) - Q_e(X)}{H(X)^3} dX \quad (1)$$

donde  $P(X)$  es la presión,  $H(X)$  y  $Q_e(X)$  son la separación de las superficies protésicas y el caudal en cada sección del canal respectivamente, y  $n$  el exponente de la ley de potencia para el fluido sinovial.

Las condiciones de contorno impuestas en la ecuación (1) son las siguientes:

$$X = -B, \quad P = 0 \quad (2)$$

$$X = \bar{X}, \quad P = dP / dX = 0$$

donde  $\bar{X}$  es la ubicación a la salida del canal, cuya localización es desconocida y constituye una frontera libre del problema.

La ecuación 1 y sus condiciones de contorno (Ecs. 2) conducen a las siguientes ecuaciones:

$$\int_{-B}^{\bar{X}} \left[ \frac{H(-B)}{H(X)} \right]^{n-1} \frac{VH(X) - Q_e(X)}{H^3(X)} dX = 0 \quad (3)$$

$$VH(\bar{X}) - Q_e = 0 \quad (4)$$

El espesor de la película lubricante es generado por la geometría indeformada de los elementos, más la deformación del material polimérico. Dicho espesor puede calcularse a través de la ecuación del canal de lubricación, la cual de acuerdo a lo expuesto resulta:

$$H(X) = -2H_0 + \frac{X^2}{R_{eq}} + D(X) \quad (5)$$

donde  $2H_0$  es el entrecruzamiento entre los elementos en estado indeformado,  $R_{eq}$  el radio equivalente tal que  $1/R_{eq}$  es igual a la diferencia entre la inversa de los radios de curvatura de los componentes femoral y tibial y  $D(X)$  es el desplazamiento de la superficie tibial debido a la deformación del material en cada punto del canal. Este último ( $D(X)$ ), considerando las hipótesis 4), 5), 7), 8) y 9) es proporcional la carga actuante en cada punto (presión local) y, al ser un material viscoelástico, a la historia de cargas a la que cada punto estuvo expuesto conforme se desarrolla el movimiento. Mediante la implementación del principio de correspondencia elástico-viscoelástico, el cual permite partir de un modelo elástico previamente desarrollado, se puede relacionar la dependencia temporal de la deformación con la posición de cada punto de la superficie del material. Considerando además que la respuesta ante un ensayo de fluencia del PUAPEM se asemeja a la observada para el modelo viscoelástico de Voigt (Xue et al., 2006), y partiendo del modelo elástico de deformación de columna (Di Paolo et al., 2006), mediante la aplicación del principio de correspondencia surge la siguiente expresión:

$$D(X) = \frac{LP(X)}{E''} - \int_{-B}^X \frac{L}{E''} e^{-\frac{E''}{\nu n''}(X-S)} \frac{dP(S)}{dS} dS \quad (6)$$

donde  $L$  es el espesor del componente tibial,  $\eta'' = (4/3) \eta$  ( $\eta$ : viscosidad interna del material), y  $E'' = (1-\nu)E / [(1-2\nu)(1+\nu)]$ . En esta última expresión,  $E$  y  $\nu$  son el módulo elástico y el coeficiente de Poisson respectivamente.

Debido a que el objetivo del trabajo es explorar el efecto de la viscosidad interna del material respecto de su equivalente elástico y no la determinación de valores específicos, los resultados se exponen en función de la variación de un parámetro viscoelástico adimensional  $ND$ , cuya expresión surge de adimensionalizar el exponente de la función exponencial de la ecuación (6):

$$ND = \frac{\eta'' V}{L E'' (RL)^{0.5}} \quad (7)$$

En (7), una modificación de  $ND$  implicará solamente variaciones de la viscosidad del material, ya que las otras variables permanecerán constantes. Puede notarse que para  $ND=0.00$ , la ecuación (6) se transforma en el modelo elástico de deformación de columna utilizado en anteriores trabajos.

La capacidad del material para exudar o absorber fluido, influirá sobre el caudal circulante por el canal de lubricación. Esta relación se expresa a través de la ecuación del caudal que de

la siguiente manera:

$$Q_e(X) = Q_e(-B) + 2V\theta D(X) \quad (8)$$

donde  $\theta$  es denominado factor de exudación, y mide el volumen de fluido exudado-absorbido por unidad de volumen deformado del material.

La distribución de presión en el fluido soporta la carga evitando el contacto directo entre los sólidos, o sea:

$$W = \int_{-B}^{\bar{X}} P(X) dX \quad (9)$$

donde  $W$  es la carga.

La fuerza de fricción sobre cada superficie lubricada se obtiene integrando en todo el dominio los esfuerzos de corte actuantes en cada punto de las superficies:

$$F_{0,H} = \int_{-B}^{\bar{X}} \tau_{0,H} dX \quad (10)$$

donde el subíndice 0 representa la superficie en  $Y=0$  (superficie articular del elemento tibial) y  $H$ , la superficie en  $Y=H$  (superficie articular del elemento femoral).

Finalmente, el coeficiente de fricción hidrodinámico en cada superficie, se define como:

$$\phi_{0,H} = \frac{F_{0,H}}{W} \quad (11)$$

### 3 TÉCNICA DE SOLUCIÓN

El fuerte acoplamiento que existe entre la presión del fluido y la deformación, y el desconocimiento del dominio donde las ecuaciones deben ser resueltas, son las principales dificultades para resolver analíticamente las ecuaciones, lo cual hace necesario el uso de métodos numéricos.

En este trabajo, se utilizó una técnica computacional basada en:

- Discretización de las ecuaciones por el método de Elementos Finitos a través de la formulación de Galerkin, utilizando funciones de prueba lineales.
- Solución simultánea de las ecuaciones por el método de Newton, involucrando la determinación del dominio del problema en cada iteración.
- Discretización adaptable en función de cada nueva posición de la frontera libre y de la distribución nodal inicial.
- Proceso de continuación paramétrica con control del paso del parámetro.

Para el manejo de la frontera libre y de la discretización nodal se utilizó una aplicación unidimensional del método de los spines creado para la localización de superficies libres. El software base en el cual se ha implementado la ecuación de deformación ha sido desarrollado previamente por Di Paolo et al. (2006). El algoritmo computacional fue programado en lenguaje FORTRAN y puede ser ejecutado eficientemente en computadoras personales. El mismo fue preparado de manera que las únicas incógnitas a resolver fueran: la presión en cada nodo, el entrecruzamiento ( $-2H_0$ ), el caudal de ingreso al canal ( $Q_e(-B)$ ) y la posición de la frontera libre; es decir que para  $NN$  nodos seleccionados en el dominio de solución, habrá  $NN+3$  incógnitas a resolver. El resto de las variables, como la altura del canal, la deformación, el caudal en cada posición del canal (esto es en cada nodo), la viscosidad del fluido y los esfuerzos cortantes fueron tomadas como funciones implícitas de las incógnitas antes

mencionadas. El exponente de viscosidad ( $n$ ), el coeficiente de exudación ( $\theta$ ), la carga, el módulo elástico (cuya variación en el programa se realiza mediante un número elástico adimensional  $N_e$ ) y el número viscoelástico ( $ND$ ), se toman como parámetros sobre los cuales se pueden realizar procesos de continuación paramétrica.

Una ejecución típica del código computacional se realiza utilizando como parámetro de continuación a la carga, cuyo primer valor debe ser muy pequeño, prácticamente cero (necesariamente distinto de cero para posibilitar la primer convergencia), donde las presiones y sus derivadas (y por ende las deformaciones) pueden inicializarse con valores nulos, el entrecruzamiento con un valor positivo (es decir  $H_0 < 0.00$ ), la posición de la frontera libre puede ubicarse muy cerca del centro del contacto y el caudal de ingreso al canal, inicializarse con  $|H_0|$ . Ello debido a que al partir de carga nula se consideró nulo el proceso de exudación-imbibición y el caudal es constante en todo el canal, y como en el centro del contacto existe prácticamente flujo Couette, entonces  $Qe = |H_0|$ . La distribución nodal inicial se establece de manera que, al readaptarse en el proceso de modificación del parámetro (aumento de la carga) hasta llegar al valor deseado, ésta sea apropiada para una correcta discretización de los resultados; como se ha dicho este hecho conlleva un proceso de pruebas sucesivas hasta encontrar la distribución nodal más adecuada.

Generalmente, hasta alcanzar el valor de carga deseado, es necesario realizar varios procesos de continuación paramétrica ya que a medida que aumenta la carga las superficies se acercan cada vez más, las dimensiones del canal se tornan muy pequeñas y el programa se detiene por falta de convergencia. Esto se debe a que en la ecuación de Reynolds hay una dependencia con  $1/H^3(X)$  y esto perjudica a la convergencia para valores de  $H(X) \ll 1$ . Por lo tanto, hay que modificar el salto de la continuación paramétrica para cada corrida en los archivos de inicialización hasta alcanzar el valor deseado. Similares dificultades se han encontrado al variar el parámetro viscoelástico  $ND$ , ya que como se verá en los resultados, los canales se tornan muy estrechos comprometiendo la convergencia del programa, motivo por el cual para algunos casos no se pudieron obtener resultados para valores elevados de  $ND$ .

<i>Denominación</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Magnitud</i>
<i>Radio del cilindro equivalente</i>	$R_{eq}$	0.700 m
<i>Velocidad tangencial media de las superficies en contacto</i>	$V$	$1.91 \times 10^{-2}$ m/s
<i>Viscosidad del fluido sinovial a la entrada del canal</i>	$\mu(-B) = \mu_0$	1.00 Pa s
<i>Módulo elástico del material deformable</i>	$E$	$2.0 \times 10^7$ Pa, $5.0 \times 10^8$ Pa
<i>Exponente de viscosidad del fluido lubricante</i>	$n$	0.60, 1.00
<i>Coefficiente de exudación</i>	$\theta$	0.00 – 0.013
<i>Coefficiente de Poisson del material deformable</i>	$\nu$	0.40
<i>Espesor del material deformable</i>	$L$	$1.00 \times 10^{-3}$ m
<i>Posición de ingreso a la zona de contacto lubricado</i>	$B$	$3.97 \times 10^{-2}$ m
<i>Carga sobre el contacto</i>	$W$	$7.36 \times 10^4$ N/m
<i>Parámetro viscoelástico</i>	$ND$	0.00 - 0.04

Tabla I: parámetros físicos y operativos de una prótesis de rodilla implantada.

Los primeros resultados se obtienen para un determinado conjunto de variables físicas y

operativas del sistema (ver Tabla I), para los parámetros  $n$  y  $\theta$  igual a 1.00 (fluido Newtoniano) y 0.00 (material sin capacidad de exudación) respectivamente, para un modelo de deformación elástico ( $ND=0.00$ ) y para un valor de carga preestablecido, al cual se llega desde carga cero con el proceso de continuación paramétrica efectuado sobre ella. Luego, a carga constante, se modificó el exponente de viscosidad  $n$  hasta alcanzar el valor de 0.60 para el cual se obtuvieron la mayoría de los resultados, excepto en la comparación de las variables para fluido Newtoniano y no Newtoniano. Posteriormente, pueden obtenerse resultados modificando un parámetro a la vez manteniendo a los otros constantes, también efectuando continuación paramétrica sobre ellos.

Los tiempos que se necesitan para cada corrida dependen de la diferencia entre los valores inicial y final del parámetro de continuación y del tamaño del salto paramétrico. Los resultados obtenidos en esta tesis han demandado un tiempo de ejecución en el rango de 1 minuto hasta 10 horas en una PC HP con procesador Pentium IV y 1 GB de Ram.

Los valores de las magnitudes características fueron tomados de mediciones realizadas para los parámetros físicos y operativos de una rodilla normal y se listan en la tabla I (Di Paolo et al., 2006).

#### 4 RESULTADOS

Para el análisis de los resultados, se tuvieron en cuenta los datos bibliográficos del acabado superficial para los componentes de las prótesis actuales. Esto es, la superficie articular del polímero puede presentar rugosidades que varían entre 20  $\mu\text{m}$  y 36  $\mu\text{m}$ , mientras que se pueden lograr acabados superficiales del metal con rugosidades de 0.02  $\mu\text{m}$  (Pappas et al., 1987). Estos datos serán utilizados para predecir si el implante puede funcionar libre de contacto directo (lubricación de película completa) entre los componentes dependiendo del valor mínimo del canal de lubricación ( $H_{min}$ ) observado en los resultados.

Para la sección 4.1, se considerará un módulo elástico de 20 MPa debido a que esta baja rigidez permite visualizar más claramente las modificaciones que experimentan los resultados para un material viscoelástico respecto de su equivalente elástico (ambos con mismo módulo elástico) y que además representa a ciertos hidrogeles prominentes (Stammen et al., 2001) en estudio para ser utilizados como reemplazo del PUAPEM actual. No obstante, el PUAPEM de las prótesis actuales tiene un módulo elástico cuyo mínimo valor es de 500MPa (Di Paolo et al., 2006), motivo por el cual para las secciones 4.2, 4.3 y 4.4, se utilizará únicamente este último valor con el objetivo de orientar las predicciones al problema de desgaste del polímero en uso.

##### 4.1 Comparaciones elástico-viscoelástico: Material con $E=20$ MPa.

La deformación del modelo viscoelástico (Ec. (6)) está íntimamente relacionada con el gradiente de presiones, ya que para un punto sobre el material dicho gradiente se traduce en la velocidad de aplicación de la carga puntual conforme se desarrolla el movimiento de la articulación. Si obtenemos el gradiente de presiones de la figura 2 para el modelo elástico (Ec. (6)) para  $ND=0.00$  de  $E=20.0$  MPa (ver figura 7.5), podemos ver que el inicio y el fin del canal son los puntos donde el gradiente alcanza los valores más elevados (en valor absoluto). La diferencia entre estos puntos es que a la entrada, el gradiente es positivo indicando que el material estaría sujeto a una abrupta compresión y es la ubicación donde el fenómeno elastohidrodinámico tiene su inicio, mientras que a la salida el gradiente es negativo, significando que el material experimenta la descompresión y es el lugar donde finaliza la zona de lubricación. De este análisis para el caso elástico, se puede inferir que dichas zonas



(entrada y salida del canal) serán las más comprometidas para la deformación del material viscoelástico ya que son los puntos donde el efecto viscoso del sólido tendrá mayor actuación dependiendo del valor del parámetro  $ND$ .

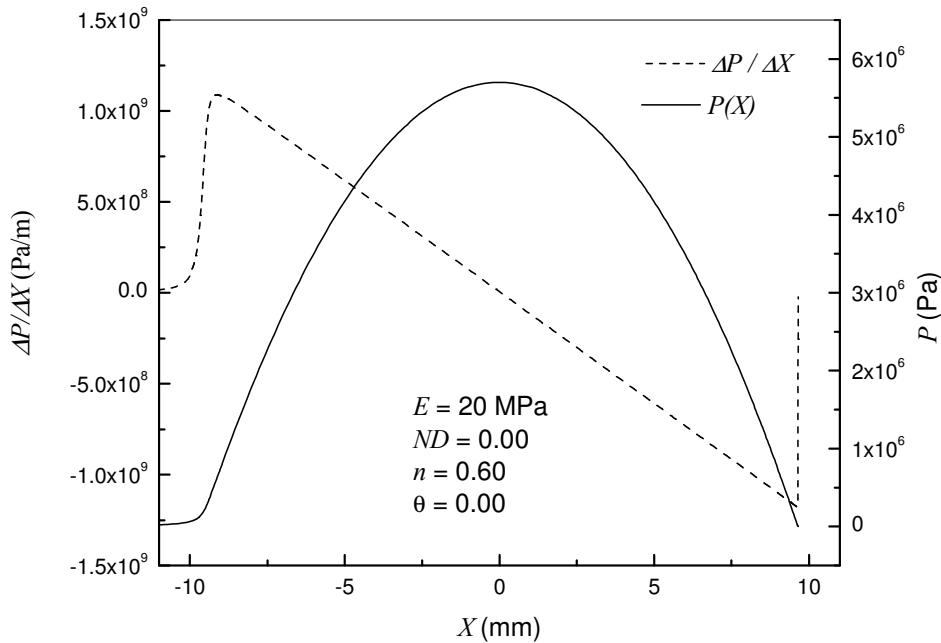


Figura 2: Gradiente de presiones superpuesto a la distribución de presiones correspondiente a un material elástico de módulo  $E=20.0$  MPa.

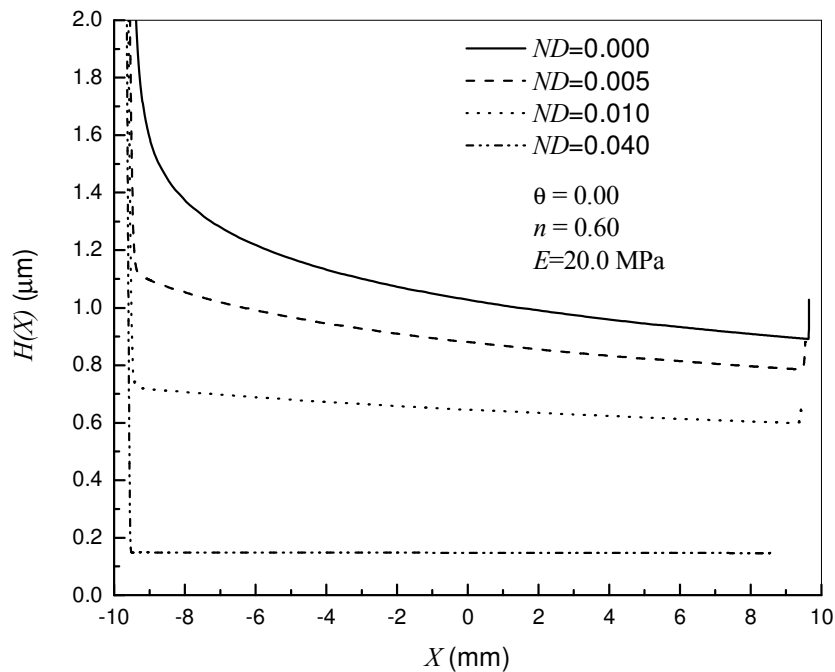


Figura 3: Espesor del canal de lubricación para un material con módulo  $E=20.0$  MPa, variando el parámetro viscoelástico  $ND$ .

Los efectos sobre el material predichos al analizar la figura 2, se reflejan en los canales de

lubricación mostrados en la figura 3. El aumento en la viscosidad del material ( $ND$  en este caso) disminuye su capacidad de deformarse instantáneamente ante la aplicación de una tensión, retardando la deformación en la compresión y la recuperación en la descompresión. De esta manera, a la entrada del canal de lubricación, el espesor disminuye respecto al caso elástico y luego, hacia la desembocadura del canal, el material retorna más lentamente a su estado original, dando como resultado canales más planos y estrechos a medida que aumenta  $ND$ . De esta manera, el efecto benéfico que confiere la baja rigidez de un material elástico sobre el espesor del lubricante (espesor mínimo:  $H_{min}=0.90\ \mu\text{m}$ ), puede revertirse si el material utilizado responde al modelo viscoelástico de Voigt. Por ejemplo, para  $ND = 0.04$  el espesor mínimo de la película lubricante es de  $0.15\ \mu\text{m}$ , valor inferior a la mínima suma de las rugosidades superficiales de los materiales, para lo cual no puede asegurarse una lubricación de película de fluido completa.

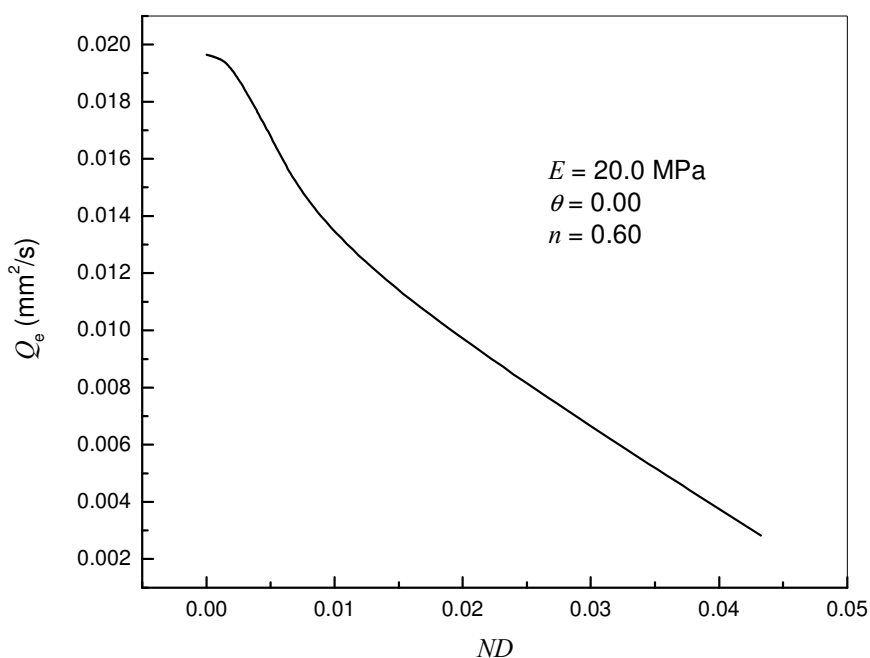


Figura 3: Caudal circulante por el canal de lubricación en función del parámetro viscoelástico  $ND$ .

La disminución en los espesores del canal, implica una reducción en el caudal circulante entre las superficies articulares, como puede verse en la figura 3, y esto es acompañado por notables modificaciones en la curva de presión (ver figuras 4 y 5)

Las superficies articulares en movimiento relativo impulsan fluido por arrastre hacia la zona de contacto (Dowson, 1977). En dicha zona, se desarrolla un perfil de altas presiones para compensar los elevados esfuerzos viscosos en el fluido. Dicho perfil es además el que soporta a la carga sobre la articulación y regula el caudal circulante por el canal. Debido a que la velocidad de operación de la junta no se modifica, el fluido arrastrado hacia la zona de contacto por las superficies desde el entorno de la junta es el mismo para todos los canales mostrados en la figura 3, y la curva de presiones acompaña la reducción de la película lubricante con un aumento de su gradiente a la entrada del canal. Como el canal de lubricación se reduce un 84 % entre los extremos del rango considerado de  $ND$ , el caudal experimenta una reducción similar debido a que, por hipótesis, el perfil de velocidades dentro del canal es predominantemente Couette. Por lo tanto, el gradiente de presiones a la entrada del canal

debe evitar que ingrese el excedente de fluido arrastrado por la superficie tibial, generando así un rechazo del líquido remanente que intenta ingresar a la zona de carga. Puede notarse en la figura 5 el aumento de la densidad de nodos en la zona de elevados gradientes fue necesario para describir adecuadamente los pronunciados cambios en esta zona.

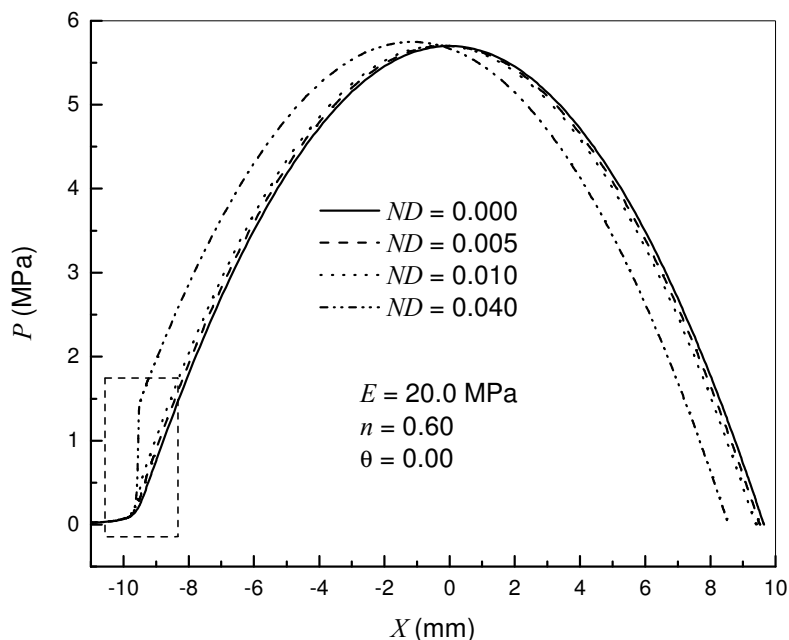


Figura 4: Campo de presiones para distintos valores del parámetro  $ND$ .

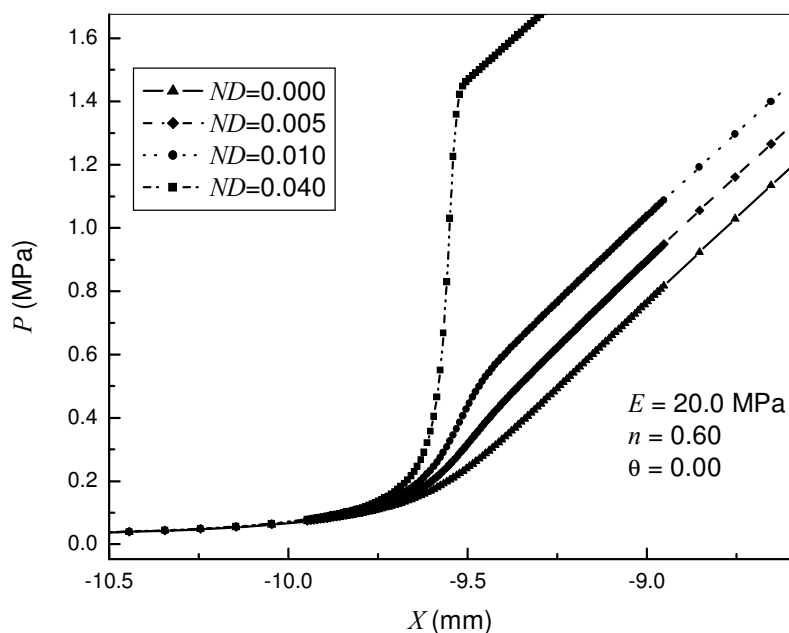


Figura 5: Ampliación de la zona de altos gradientes de presión a la entrada del canal (ver zona rectangular en líneas de trazo de la figura 4). Notar el aumento de la densidad de nodos en la zona de elevados gradientes.

Otra modificación que se observa en la curva de presiones (figura4) respecto al caso elástico, es un corrimiento del valor máximo desde el centro ( $X=0.00$  mm) hacia la entrada del

canal. Obteniendo el momento de torsión que realiza el campo de presiones respecto del centro del contacto ( $X=0.00$  mm), podemos determinar la ubicación del punto de acción de la fuerza resultante debido a la Presión (FP, cuyo valor iguala a la carga) sobre los componentes. Para el caso elástico ( $ND=0.00$ ), debido a la simetría de la curva, el momento es nulo y el punto de aplicación de FP se ubica en el centro del contacto, mientras que para un valor de  $ND=0.04$ , de los datos de la figura 4 se obtiene que el momento tiene un valor de  $-11.46$  Nm (sentido horario) y el punto de aplicación de FP se ubica en un valor de  $X=-1.04$  mm, valor donde aproximadamente se sitúa el valor máximo de presión ( $X=-1.09$  mm). Si observamos el esquema del movimiento de la junta en la figura 1 podemos deducir que este momento actúa sobre el componente femoral en sentido horario y sobre el componente tibial en sentido antihorario, o sea, oponiéndose al movimiento que realizan los componentes. Consecuentemente, como resultado de la asimetría en la curva de presiones para el modelo viscoelástico, estas predicciones indican que podría aparecer un momento de resistencia a la rodadura con el consiguiente aumento en el esfuerzo de desplazamiento, lo cual concuerda cualitativamente con los resultados mostrados por Goryacheva (2003).

En esta sección, se ha mostrado que la viscoelasticidad del material deformable modifica en forma notable los resultados respecto de las predicciones previas para materiales modelados mediante el modelo elástico de columna. Las predicciones sobre nuevos materiales de baja rigidez que puedan ser representados mediante un modelo de Voigt son altamente dependientes de la viscoelasticidad del material, motivo por el cual los modelos elásticos previos podrían incurrir en errores al dirigir la experimentación de estos materiales.

#### 4.2 Comparaciones elástico-viscoelástico: Material con $E=500$ MPa.

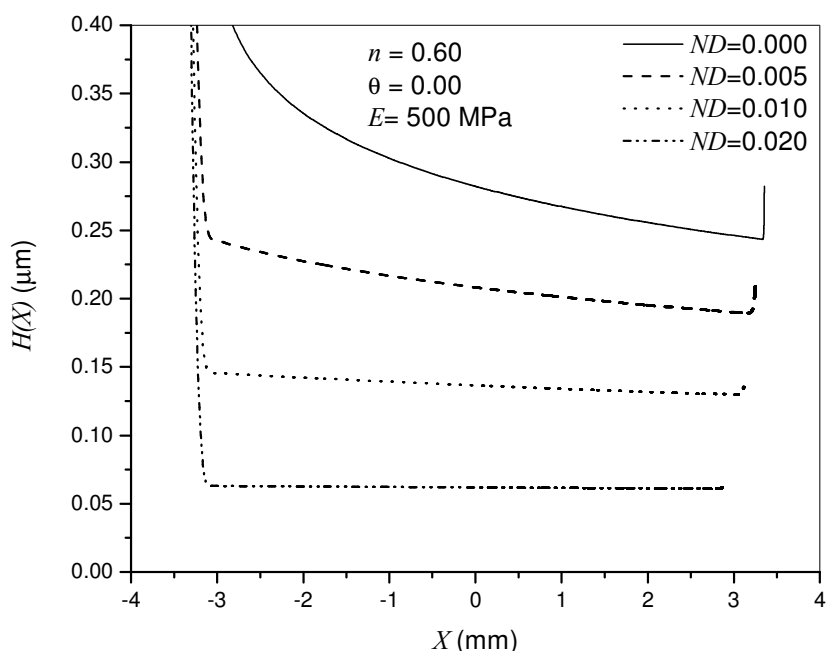


Figura 6. Canales de lubricación para un material viscoelástico de módulo  $E = 500$  MPa y cuatro valores de  $ND$  superpuestos al canal de un material de módulo  $E = 20.0$  MPa y  $ND = 0.04$ .

La figura 6 muestra la evolución del canal de lubricación conforme aumenta el parámetro  $ND$ . El rango de variación de  $ND$  para este caso ha sido menor que para el material de  $E=20.0$  MPa ya ante espesores del canal de lubricación mucho más pequeños que los

reportados en la sección 4.1, la convergencia del programa se compromete debido a que pequeñas variaciones de  $H(X)$  generan elevados cambios en los valores de la presión.

La tendencia en los canales de la figura 6 muestra que para un material viscoelástico de Voigt con un módulo de Young  $E=500$  MPa, los canales presentan modificaciones perjudiciales ante aumentos de  $ND$  respecto de su equivalente elástico, generando por ejemplo canales con espesores del orden de los  $0.06 \mu\text{m}$  para  $ND=0.02$ . Evidentemente, la hipótesis de lubricación por película completa que da sustento al modelo, no puede asegurarse para este caso al arrojar valores de canal que se acercan al tamaño de las asperezas del metal. Con estas dimensiones, sería necesario incluir las fuerzas de interacción superficial y/o molecular, como las fuerzas de Van der Waals y las fuerzas de solvatación, para predecir adecuadamente el valor de las variables viscoelastohidrodinámicas (Abd-Al Samieh, 2001; Teodorescu, 2006). No obstante, este resultado es útil para predecir que un material viscoelástico de Voigt de elevada rigidez y con una viscosidad elevada, no podría generar condiciones de lubricación de película completa de fluido, favoreciendo el contacto directo entre los materiales con la consiguiente abrasión.

### 4.3 Material con $E=500$ MPa y capacidad de exudación

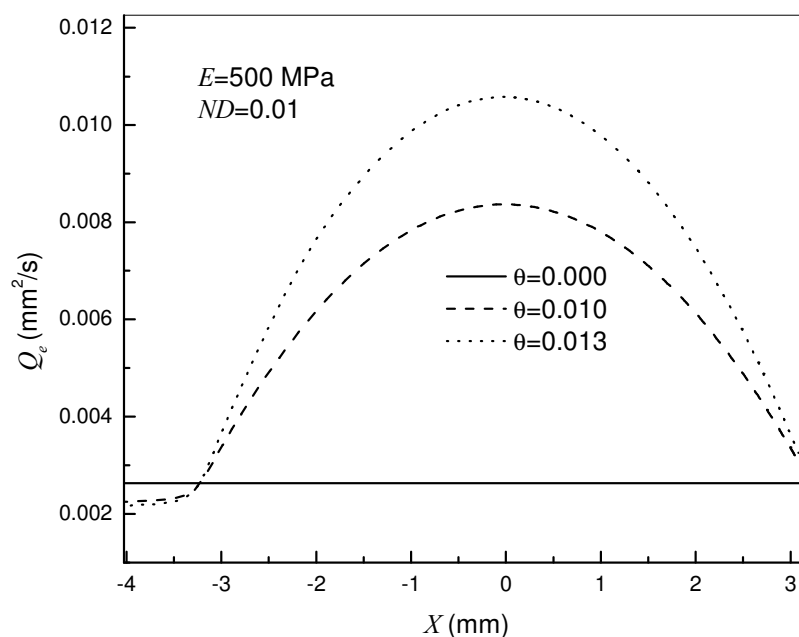


Figura 7: Caudal circulante por el canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación. Notar la reducción en el caudal de entrada ( $X=-4\text{mm}$ ) para los casos de material con capacidad de exudación respecto del material sin esta capacidad.

El cartílago de las articulaciones naturales tiene la capacidad de exudar fluido por compactación y absorberlo por expansión. Esta característica permite al cartílago nutrirse y además contribuir en una cantidad adicional de líquido al caudal que circula por el canal de lubricación. Trabajos anteriores han mostrado que esta capacidad del tejido natural es una de las principales causas de los bajos coeficientes de fricción de una rodilla sana (Di Paolo et al., 1998; Corvalán et al., 1999). La figura 7 muestra que un material viscoelástico de módulo  $E=500$  MPa con capacidad de exudación, genera un proceso de autolubricación mediante el cual en la zona de contacto eleva el caudal circulante respecto al material sin esta capacidad a través del aporte de líquido contenido en su estructura. Al mismo tiempo, la figura 7 muestra

que el material con capacidad de exudación requiere de un menor aporte de fluido externo al contacto para lubricar a la junta.

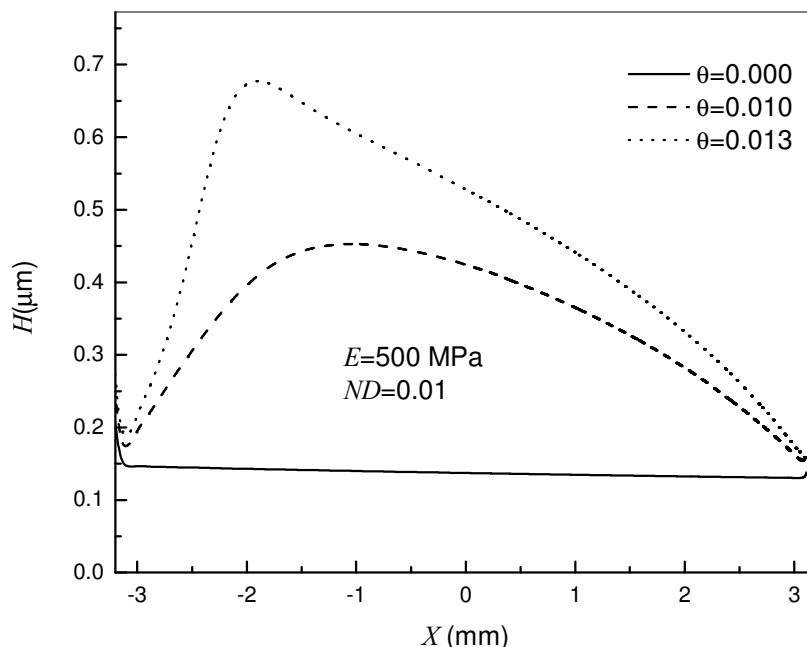


Figura 8: Espesor del canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación

El mayor aporte de líquido a la zona de contacto requiere una modificación de los canales de lubricación para alojar el mayor caudal circulante, como muestra la figura 8. El crecimiento en el canal que deviene del proceso de exudación, puede elevar el espesor lubricante a valores que superen la suma de las rugosidades superficiales en la mayor parte de la extensión del canal. Estos resultados indican que una estructura porosa con la capacidad de exudación podría mejorar la lubricación de una junta artificial actual separando los componentes a través de un crecimiento en el espesor lubricante respecto del material sin esta habilidad.

#### 4.4 Lubricantes Newtonianos (NW) vs. no Newtonianos (NN).

Con el objetivo de testear la respuesta al desgaste para el diseño del PUAPEM actualmente utilizado en las prótesis de rodilla, se han desarrollado simuladores de junta artificial para realizar ensayos in vitro del implante (Burges et al., 1997). Dichos ensayos, deben considerar condiciones de funcionamiento que se asemejen a las condiciones in vivo en las cuales deberá funcionar el implante. En este sentido, el lubricante ha sido identificado como un parámetro crucial que afecta notablemente los estudios tribológicos in vitro de los reemplazos articulares (Yao et al., 2003). Varios lubricantes han sido testeados en ensayos de implantes, como ser agua destilada, solución fisiológica y suero bovino, en búsqueda del lubricante más apropiado. Finalmente, varios autores han concluido que el suero bovino produce partículas de PUAPEM de desgaste con similar morfología que las encontradas en articulaciones humanas, motivo por el cual la ASTM (American Standard for Testing Materials) ha recomendado el uso de este fluido como lubricante artificial para el ensayo del PUAPEM (DesJardins et al., 2006). No obstante, algunos autores han cuestionado luego el uso de suero bovino argumentando que este lubricante por sí solo no puede imitar las propiedades del fluido sinovial a través de todo el rango de valores de los parámetros relevantes para un reemplazo total de rodilla (Mazzucco,

2002).

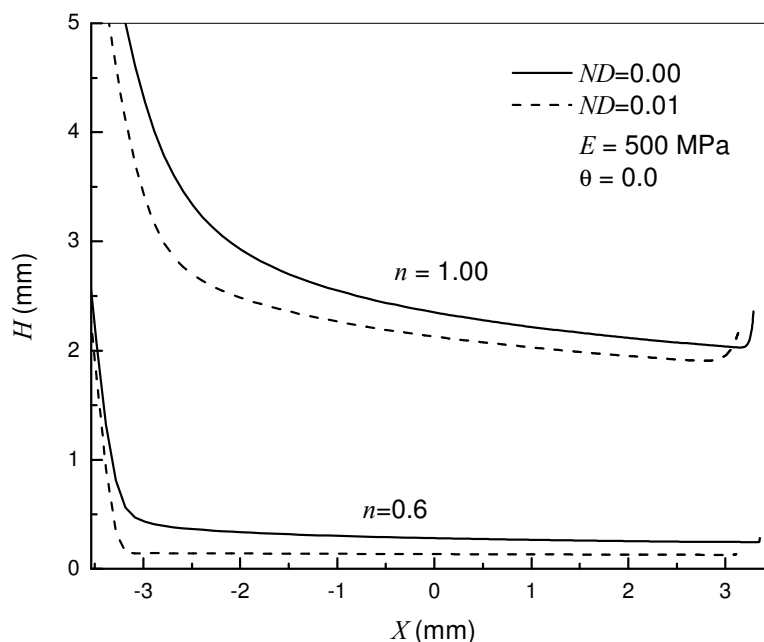


Figura 9: Espesor del canal de lubricación para distintos valores del parámetro viscoelástico y para fluido Newtoniano ( $n = 1.00$ ) y fluido no Newtoniano ( $n = 0.60$ ).

Las figura 9 muestra los canales de lubricación para un material elástico ( $ND=0.00$ ) y un material viscoelástico ( $ND=0.01$ ) que responde al modelo de Voigt para fluidos NW y NN. La selección de  $ND=0.01$  se debe a que para valores mayores de  $ND$  para  $n=0.60$ , se obtienen espesores lubricantes para los cuales no puede asegurarse el cumplimiento de la hipótesis de lubricación por película de completa de fluido.

Los canales mostrados en la figura 9 evidencian variaciones poco significativas para el proceso de lubricación cuando el fluido es NW obteniendo espesores lubricantes que exceden ampliamente las dimensiones de las rugosidades superficiales de los materiales. Contrariamente, para  $n=0.60$  (fluido NN) los canales adquieren espesores del orden de dichas rugosidades motivo por el cual el proceso de lubricación puede pasar de película completa a lubricación mixta (con contacto entre las asperezas superficiales) ante pequeñas modificaciones del canal de lubricación. La figura 9 predice entonces que existirá una notoria diferencia en el modo de lubricación que experimentará la junta artificial dependiendo de la naturaleza del fluido lubricante. Ante las condiciones de funcionamiento consideradas en este trabajo (velocidad de operación, carga, etc.), la utilización de fluido NW para lubricar una junta artificial con PUAPEM de módulo elástico  $E=500$  MPa en el componente tibial podría generar condiciones de lubricación adecuadas para evitar el contacto directo entre los materiales, mientras que para el caso de fluido NN la situación sería totalmente opuesta. Estos resultados predicen que los ensayos in vitro de implantes artificiales son altamente dependientes del fluido utilizado, y las conclusiones sobre un ensayo con fluido Newtoniano podría dirigir los esfuerzos hacia valores erróneos de diseño, ya que luego la prótesis trabajará en una rodilla humana lubricada con fluido no Newtoniano.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se resolvió numéricamente un modelo de lubricación visco-

elastohidrodinámico de prótesis de rodilla. El nuevo modelo permite describir las deformaciones del polímero que representa al PUAPEM del componente tibial mediante una ecuación constitutiva que considera la viscoelasticidad del mismo, suponiendo que su respuesta a un ensayo de fluencia se asemeja al modelo de Voigt. Las principales conclusiones extraídas de los resultados son las siguientes:

- La viscoelasticidad del material influye notablemente sobre los canales de lubricación reduciendo los mismos hasta valores que indicarían un contacto directo entre los materiales. Para el caso del material con módulo elástico de 20 MPa, se observó además un desplazamiento de la curva de presiones que deriva en la aparición de una resistencia a la rodadura de la junta.
- Un polímero viscoelástico como el PUAPEM actual, podría realzar la lubricación de la junta mediante la inclusión de cierta capacidad de exudación en su estructura. Esta capacidad influiría sobre los canales elevando su espesor a valores que podrían indicar un funcionamiento libre de contacto.
- Las predicciones sobre los espesores del canal de lubricación para un implante lubricado con fluido Newtoniano indican dimensiones que superan en más de un 100 % aquellas observadas para fluido no Newtoniano. Esto significa que las decisiones de diseño basadas en el ensayo in vitro exitoso de una prótesis lubricada con líquido Newtoniano, podría resultar en fracaso ya que luego el implante deberá funcionar en la articulación lubricado con fluido sinovial no Newtoniano.

Estos resultados pueden ser útiles para orientar la experimentación de las prótesis actuales o como herramienta predictiva para dirigir el diseño de posibles modificaciones en el material del componente tibial. En futuros trabajos se considerarán modelos viscoelásticos que puedan representar a un espectro mayor de materiales en actual estudio para reemplazo de cartilago natural, como ser el sólido estándar lineal.

## REFERENCIAS

- Abd-Al Samieh M. F. and Rahnejat H., Nano-lubricant film formation due to combined elastohydrodynamic and surface force action under isothermal conditions. *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineering*. IMechE. Part C, 215: p.1019 - 1029, 2001.
- Brandi C. and Tarum G., Knee implants – Review of models and biomechanics. *Materials and Design*. Elsevier, 30 (2): p.398 - 413, 2009.
- Burgess I. C., Kolar M., Cunningham J. L. and Dumbleton J. H., Development of six-station knee wear simulator and preliminary wear results. *Proc Instn Mech. Engrs. Journal Engineering in Medicine*, 211 (H1): p.37 - 47, 1997.
- Comín M., ¿Cómo aumentar la vida media de las prótesis de rodilla?. *Implantes*. Instituto de Biomecánica de Valencia, 2: p.35 - 45, 1999.
- Corvalán C. M., Di Paolo J. and Saita F. A., Elastohydrodynamic of porous substrates. Application to synovial joint analysis. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 2: p.309 - 320, 1999.
- DesJardins J., Aurora A., Tanner S. L., Pace T. B., Acampora K. B. and LaBerge M., Increased total knee arthroplasty ultra-high molecular weight polyethylene wear using a clinically relevant hyaluronic acid simulator lubricant. *Proc. IMechE*. Part H: Journal of Engineering in Medicine, 220 (5): p. 609 - 623, 2006.
- Di Paolo J., Corvalán C. M. and Saita F. A., The low friction coefficient of articular joints: a self-lubricated action induced by the cartilage exudation-imbibition process, publicado en los proceedings (CD-ROM) del *IV World Congress on Computational Mechanics*, 1998.



- Di Paolo J. and Berli M., Numerical analysis of the effects of material parameters on the lubrication mechanism for knee prosthesis. *Computer methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 9 (2): p.79 - 89, 2006.
- Dowson D. And Jin Z. M., Microelastohydrodynamic lubrication of low-elastic-modulus solid on rigid substrates. *Journal of Physics. D: Appl. Physiology*, 25: p.A116 - A123, 1992.
- Dowson D., Bio-Tribology of natural and replacement synovial joints. Mow V. C., Ratcliffe A. and Woo S. L. Y. *Biomechanics of Diarthrodial Joints*. Volume II. Chapter 29: p.305 - 345, 1990.
- Flannery M., Jones E. and Birkinshaw C., Analysis of wear and friction of total knee replacements part II: Friction and lubrication as a function of wear. *Wear*. Elsevier, 265 (7): p.1009 -1016, 2008.
- Goryacheva I. G., "A. YU. Ishlinskii's researches in the field of rolling friction and their development. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. Elsevier, 67 (4): p.575 -588, 2003.
- Halaváček M., The role of synovial fluid filtration by cartilage in lubrication of synovial joints- I Mixture model of synovial fluid, *J Biomechanics*, 26, N° 10, 1145-1150. 1993b.
- Kurtz S. M., Muratoglu O. K., Evans M. And Edidin A. A., Advances in the processing, sterilization and crosslinking of ultra-high molecular weight polyethylene for total joint arthroplasty. *Biomaterials*. Elsevier, 20 (18): p.1659 -1688, 1999.
- Mazzucco D., McKinle G., Scott R. and Spector M., Rheology of the joint fluid in total knee arthroplasty patients. *Journal of Orthopedic Research*. Wiley, 20: p.1157 - 1163, 2002.
- Pappas M. J., Makris G., and Buechel F. F., Evaluation of contact stress in metal-plastic total knee replacement. *Biomaterials and Clinical Applications*. Advances in Biomaterials. Elsevier, 7: p.259 - 264, 1987.
- Ramirez J. C., Garduño E. V. and Méndez J. L. T., Modelos estructurales de las prótesis de rodilla. *Revista Mexicana de Ortopedia y Traumatología*, 10 (3): p.99-103, 1996.
- Scholes S. C., Unsworth A. and Jones E., Polyurethane unicondylar knee prostheses: simulator wear tests and lubrication studies. *Physics in Medicine and Biology*. Institute of Physics Publishing, 52 (1): p.197 - 212, 2007.
- Stammen J. A., Williams S., Ku D. N. and Guldberg R. E., Mechanical properties of a novel PVA hydrogel in shear and unconfined compression. *Biomaterials*. Elsevier. 22: p.799 – 806, 2001.
- Teodorescu M., Balakrishnan S. and Rahnejat H., Physics of ultra-thin surface films on molecular smooth surfaces. *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineering*. IMechE. IMechE. Part N: Journal Nanoengineering and Nanosystems., 220: p.7 - 19, 2006.
- Wang S.H. and Zhang H.H., Combined effects of thermal and non-Newtonian character of lubricant on pressure, film profile, temperature rise, and shear stress in E.H.L., *Journal of Tribology*, N° 109, 666-670. 1987.
- Xue Y., Wu W., Jacobs O. and Schadel B., Tribological behaviour of UHMWPE/HDPE blends reinforced with multi-wall carbon nanotubes. *Polymer Testing*. Elsevier, 25 (2): p.221 - 229, 2006.
- Yao J. Q., Laurent M. P., Johnson T. S., Blanchard R. and Crowninshield R. D., The influences of lubricant and material on polymer/CoCr sliding friction. *Wear*. Elsevier, 255: p.780 - 784, 2003.
- Zhao D., Sakoda H., Sawyer W. G., Banks S. A. and Fregly B. J., Predicting knee replacement damage in a simulator machine using a computational model with a consistent wear factor. *Journal of Biomechanical Engineering*. ASME, 130 (1): p.1 -10, 2008.