# OBTENCIÓN DE PARÁMETROS DEL FLUJO BIFÁSICO A PARTIR DE ENSAYOS DE DESPLAZAMIENTO DE PETRÓLEO POR AGUA

# V. L. Nieto, G. B. Savioli y M. S. Bidner

Laboratorio de Ingeniería de Reservorios Facultad de Ingeniería, UBA Pabellón de Industrias, Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires, Argentina e-mail: vnieto@di.fcen.uba.ar

Palabras claves: método inverso, flujo bifásico, permeabilidades relativas, presión capilar.

**Resumen.** Se presenta un método numérico inverso para determinar simultáneamente las funcionalidades de las permeabilidades relativas y de la presión capilar con la saturación de agua. Este método numérico utiliza como datos las mediciones realizadas en el laboratorio durante un ensayo de desplazamiento bifásico agua-petróleo en una muestra de roca del reservorio. El ensayo se realiza invectando un caudal de agua constante a la entrada de la muestra. Los datos son: los caudales de petróleo producidos, la diferencia de presiones entre la entrada y la salida, y las distribuciones de saturación de agua a lo largo de la muestra medidas en diferentes tiempos. Las permeabilidades relativas se representan mediante funciones potenciales y la presión capilar con análogas funciones o con funciones splines lineales. De este modo las curvas buscadas quedan determinadas por un número finito de parámetros ajustables. Los parámetros se encuentran minimizando una función objetivo formada por la suma de varios términos. Cada término es el cuadrado de las diferencias entre datos medidos y datos simulados numéricamente. La simulación numérica del flujo bifásico agua-petróleo, unidimensional, lineal, incluyendo los términos gravitatorios se realiza con una técnica en diferencias finitas implícita en presiones y explícita en saturaciones (IMPES). La minimización de la función objetivo se implementa con una técnica de optimización de Aproximaciones Quasi-Newton (AQN), adaptada al problema de mínimos cuadrados. Este método inverso puede presentar problemas de inestabilidad, no-unicidad o simplemente alejamiento de la verdadera solución. Estos problemas son altamente dependientes de los datos disponibles. En este trabajo se analiza la influencia de los distintos datos en la estimación de las funciones buscadas.

# 1 INTRODUCCIÓN

Para predecir el comportamiento de procesos de recuperación secundaria mediante la inundación con agua en reservorios petrolíferos es indispensable conocer las curvas de permeabilidades relativas y de presión capilar. Estas curvas son funciones de la saturación de agua y pueden ser obtenidas aplicando un método numérico inverso. Se determinan en forma indirecta a partir de datos medidos en el laboratorio durante un ensayo transitorio de desplazamiento de petróleo por agua<sup>1-3</sup>. Dado que los problemas inversos son "mal planteados", presentan inestabilidades y no-unicidad en la solución. Otras fuentes de errores en la solución son los errores de medición experimental, las hipótesis simplificatorias de las ecuaciones de flujo y las aproximaciones numéricas<sup>4-6</sup>. Estos problemas son altamente dependientes de los datos disponibles.

Tradicionalmente, durante un ensayo de desplazamiento se medían caudales de agua inyectada, caudales de petróleo y agua extraídos y presiones a la entrada y a la salida del testigo de roca (dependiendo de las condiciones del ensayo). En la actualidad es posible también medir saturaciones de ambas fases en distintos puntos del medio poroso en función del tiempo. Con ese fin se aplican técnicas físicas más sofisticadas como tomografías computadas con rayos  $X^{7,8}$ , rayos gamma<sup>9</sup>,o resonancia magnético nuclear<sup>10,11</sup>.

Con respecto al algoritmo automático de resolución del método inverso, éste está formado por: 1) un simulador en diferencias finitas implícito en presiones y explícito en saturaciones (IMPES) del flujo bifásico agua-petróleo, unidimensional, lineal, con los términos gravitatorios, 2) representaciones funcionales potenciales o splines lineales de las curvas de permeabilidades relativas y presión capilar, expresadas así en términos de un conjunto de parámetros ajustables, 3) una función objetivo que incorpora todas las mediciones disponibles, y 4) una técnica de optimización de Aproximaciones Quasi-Newton (AQN) adaptada al problema de mínimos cuadrados que minimiza dicha función objetivo variando los parámetros ajustables.

En un trabajo anterior<sup>2</sup> se demostró que AQN se comporta mejor que otras técnicas de optimización tipo Levenberg-Marquardt. A su vez, es más simple de implementar que las técnicas de control óptimo<sup>9</sup> o algoritmos genéticos<sup>8</sup>.

El objetivo de este trabajo es analizar la influencia de los distintos datos disponibles en la construcción de la función objetivo y sus resultados, que son los parámetros de las curvas buscadas. En el análisis se utilizan datos sintéticos y también mediciones de laboratorio publicadas por Chardaire-Rivière et al<sup>9</sup>.

# 2 MODELO MATEMÁTICO

#### 2.1 Ecuaciones de Flujo y Modelo Numérico

El ensayo de desplazamiento de petróleo con agua en un testigo rocoso lineal colocado en forma vertical puede ser modelado mediante las siguientes ecuaciones que rigen el flujo transitorio, bifásico e incompresible a través de un medio poroso unidimensional. Estas ecuaciones se deducen

introduciendo las ecuaciones de Darcy en las ecuaciones de continuidad para el agua y el petróleo<sup>2</sup>

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ -K \frac{k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial (p_w + \rho_w g z)}{\partial z} \right] = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + q_w$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ -K \frac{k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial (p_o + \rho_o g z)}{\partial z} \right] = -\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + q_o$$
(2)

Las variables independientes son el espacio, z, y el tiempo, t; las incógnitas, la presión, p, y la saturación, S. Los parámetros son la permeabilidad absoluta, K, las permeabilidades relativas,  $k_r$ , la porosidad,  $\phi$ , la viscosidad,  $\mu$ , la densidad  $\rho$ . K,  $\phi$ ,  $\mu$  y  $\rho$  son constantes y  $k_r$  son funciones exclusivas de la saturación. La variable g representa la aceleración de la gravedad. Los subíndices o y w indican las fases petróleo y agua, respectivamente. Los términos fuente, q (caudal volumétrico por unidad de volumen) se consideran nulos en las ecuaciones pues se los ha incluido en las condiciones de contorno.

Las saturaciones del agua y del petróleo cumplen,

$$S_o + S_w = 1 \tag{3}$$

y las presiones en ambas fases están ligadas mediante la presión capilar  $p_c$ ,

$$p_c = p_o - p_w \tag{4}$$

Las ecuaciones 1 a 4 describen completamente el proceso.

Las condiciones iniciales consideradas son presión atmosférica,  $p_a$ , y saturación de agua connata,  $S_{wc}$ ,

$$p_o(z,0) = p_a + \rho_o g(L-z)$$
,  $S_w(z,0) = S_{wc} 0 \le z \le L$  (5)

Las condiciones de contorno fueron seleccionadas de modo de reproducir la forma en que se lleva a cabo el ensayo de laboratorio. En la cara de entrada (punto de inyección) se considera caudal de inyección de agua constante; y la saturación de agua máxima,

$$Q_{wi} = -KA \frac{k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial z} \bigg|_{z=0}$$
(6)

$$S_{w}(0,t) = 1 - S_{or}, t > 0 \tag{7}$$

donde  $Q_{wi}$  es el caudal de inyección, A es el área transversal al flujo y  $S_{or}$  es la saturación de petróleo residual. En la cara de salida se considera presión constante, igual a la atmosférica,

$$p_o(L,t) = p_a \tag{8}$$

Como el caudal total,  $Q_t (Q_t = Q_o + Q_w)$  es constante porque los fluidos son incompresibles, se cumple que,

$$Q_t(0,t) = Q_t(L,t) = Q_{wi}$$
(9)

Las ecuaciones diferenciales 1 y 2 con las condiciones iniciales 5, las condiciones de contorno 6, 7 y 8 y las relaciones auxiliares 3, 4 y 9 se resuelven numéricamente por diferencias finitas aplicando el método IMPES. La discretización de las ecuaciones y el método de resolución pueden verse en la publicación de Gabbanelli et al<sup>12</sup>.

# 2.2 Representación Funcional de las Curvas de Permeabilidades Relativas y Presión Capilar

Las permeabilidades relativas son una medida de la conductancia del medio poroso para cada fase fluida. Empíricamente, se conoce que la permeabilidad relativa a un fluido es función de la saturación de ese fluido, de la dirección del desplazamiento, de las características de la mojabilidad de la roca y de la distribución del tamaño de poros.

Para flujo agua-petróleo, en un proceso de imbibición, las siguientes funciones potenciales son ampliamente aceptadas<sup>2,13,14</sup>

$$k_{rw} = k_{rw}^* \left[ \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right]^{n_w}$$
(10)

$$k_{ro} = k_{ro}^* \left[ \frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right]^{n_o}$$
(11)

Las Ec. 10 y 11 tienen cada una dos parámetros. Los puntos extremos  $k_{rw}^*$  y  $k_{ro}^*$  están determinados por la mojabilidad de la roca. Los exponentes  $n_w$  y  $n_o$  fijan la curvatura influenciada por la distribución del tamaño de poros.

Por otra parte, la presión capilar representa la interacción de las fases fluidas con la rocareservorio. Depende de la tensión interfacial, de las saturaciones de las fases, de la distribución del tamaño de poros, del diámetro medio de los poros y del ángulo de contacto de la interfase de los fluidos y la roca<sup>15</sup>. Se han utilizado dos representaciones empíricas de la presión capilar. Una de ellas es una ecuación empírica potencial<sup>2,15</sup> que tiene dos parámetros ajustables,  $p_c^*$  y  $n_c$ ,

$$p_{c} = p_{c}^{*} \left[ \frac{1 - S_{w} - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right]^{n_{c}}$$
(12)

La otra representación se basa en splines lineales. Es decir, el intervalo de saturación se divide en *n* subintervalos  $[S_i; S_{i+1}]$ ,  $1 \le i \le n$ , de longitud  $\Delta S$  y en cada uno de ellos la presión capilar se representa por una recta  $a_i S + b_i$ ,  $S \in [S_i; S_{i+1}]$ ,  $1 \le i \le n$ . Debido a las condiciones de continuidad y a la restricción  $p_c(1-S_{or})=0$ , se obtienen *n* parámetros independientes ajustables,  $a_2, a_3, ..., a_n, p_{c \max}$ , donde  $p_{c \max} = p_c(S_{wc})$ .

En un ensayo de desplazamiento agua/petróleo,  $k_{rw}^*$  y  $k_{ro}^*$  son determinados experimentalmente con cierto margen de error. Las curvas  $p_c(S_w)$  podrían haber sido obtenidas mediante mediciones independientes. Por lo tanto, aplicando una técnica de regresión y dependiendo del modelo elegido para la presión capilar, se necesitarán ajustar desde dos parámetros  $(n_w, n_o)$  considerando nula la presión capilar, y hasta un máximo de n+4 parámetros  $(n_w, n_o, k_{rw}^*, k_{ro}^*, a_2, ...., a_n, p_{cmax})$  representando la presión capilar con un spline lineal.

#### 2.3 Función Objetivo y Método de Optimización

Los parámetros buscados se estiman minimizando una función objetivo que mide las diferencias entre los datos medidos y los calculados por el simulador numérico descrito. Los datos provistos por el ensayo de desplazamiento son: 1) diferencias de presión entre el punto de inyección y el punto de salida, medidas en función del tiempo, 2) caudales de petróleo producidos en función del tiempo, y 3) saturaciones de petróleo medidas en función del espacio y del tiempo. Se aplica entonces la siguiente función objetivo,

$$F(\underline{y}) = W_{\Delta p} \sum_{i=1}^{IP} \left[ \left( \Delta p_i^{ob} - \Delta p_i^c(\underline{y}) \right) / \Delta p_i^{ob} \right]^2 + W_{Qo} \sum_{i=1}^{IQ} \left[ \left( Q_{o,i}^{ob} - Q_{o,i}^c(\underline{y}) \right) / Q_{o,i}^{ob} \right]^2 + W_{So} \sum_{i=1}^{IS} \sum_{j=1}^{J} \left[ \left( S_{o,i,j}^{ob} - S_{o,i,j}^c(\underline{y}) \right) / S_{o,i,j}^{ob} \right]^2$$
(13)

donde <u>y</u> es el vector de parámetros desconocidos, los supraíndices *ob* y *c* indican, respectivamente, observado y calculado por el simulador IMPES. *IP*, *IQ*, *IS* indican el número de mediciones de  $\Delta p$ ,  $Q_o$  y  $S_o$  en el tiempo y *J* es el número de mediciones de  $S_o$  en el espacio.  $W_{\Delta p}$ ,  $W_{So}$ ,  $W_{Qo}$  son factores de peso.

Esta ecuación se minimiza utilizando una técnica de optimización tipo Quasi-Newton adaptada para el problema de mínimos cuadrados (AQN). AQN demostró un mejor comportamiento para encontrar los parámetros óptimos que técnicas tradicionales de mínimos cuadrados tipo Levenberg – Marquardt. Estos resultados y una descripción de AQN puede verse en Savioli y Bidner<sup>2</sup>.

#### **3 DATOS**

En este trabajo se analizan datos sintéticos y datos experimentales tomados de la bibliografía.

#### 3.1 Datos sintéticos

Para simular las mediciones de laboratorio realizadas durante un desplazamiento de petróleo por agua, se utiliza el simulador de flujo bifásico IMPES descripto y los datos de la Tabla 1. Se considera que la muestra cilíndrica de roca es colocada en posición vertical y el agua se inyecta desde abajo. Para simular las diferencias de presión, los caudales de petróleo producidos y las saturaciones observadas experimentalmente, se suman errores normalmente distribuidos a la solución calculada mediante el simulador IMPES. Así,

$$\Delta p_i^{ob} = \Delta p_i^{ex} \left( 1 + \varepsilon_i \right) \qquad 1 \le i \le IP \tag{14}$$

$$Q_{oi}^{ob} = Q_{oi}^{ex} \left(1 + \gamma_i\right) \qquad 1 \le i \le IQ \tag{15}$$

$$S_{i,j}^{ob} = S_{i,j}^{ex} \left( 1 + \delta_{i,j} \right) \qquad 1 \le i \le I S , \ 1 \le j \le J \tag{16}$$

donde  $\varepsilon_i$ ,  $\gamma_i$ , y  $\delta_{i,j} \approx N(0,\sigma)$ ,  $\sigma = 0.01$ . El supraíndice *ex* indica que son valores exactos calculados por el simulador. Los datos sintéticos pueden verse en las Figs. 1, 2 y 3. Para la representación de las curvas de permeabilidades relativas se tomaron los modelos potenciales (Ec. 10-11) con los siguientes parámetros:  $n_W = 2.1$ ;  $n_O = 1.2$ ;  $k_{TW}^* = 0.038$ ;  $k_{TO}^* = 0.95$ . Se grafican en la Fig. 4. Para la presión capilar se tomó de un modelo spline lineal, como se muestra en la Fig. 5.

| $A(\text{area}) = 12.97 \text{ cm}^2$                                       | $\mu_W$ (viscosidad del agua) = 0.95 x 10 <sup>-3</sup> Pa.s              |
|---|---|
| L (longitud) = 29 cm  | $\mu_O$ (viscosidad del petróleo) = 10.9 x 10 <sup>-3</sup> Pa.s          |
| $\phi(\text{porosidad}) = 0.233$  | $\rho_W$ (densidad del agua) = 1071 kg/m <sup>3</sup>                     |
| $S_{WC}$ (saturación de agua connata) = 0.348                               | $\rho_o$ (densidad del petróleo) =833 kg/m <sup>3</sup>                   |
| $S_{OT}$ (saturación residual de petróleo) = 0.4                            | $p_a$ (presión atmosférica) =1.033 x 10 <sup>5</sup> Pa                   |
| $K$ (permeabilidad absoluta) = 83.5 x 10 <sup>-3</sup> $\mu$ m <sup>2</sup> | $Q_{wi}$ (caudal de inyección)= 1.111 x10 <sup>-9</sup> m <sup>3</sup> /s |

Tabla 1. Propiedades de la roca y los fluidos del ensayo de desplazamiento

#### **3.2 Datos experimentales**

Los datos experimentales provienen de mediciones efectuadas en el laboratorio durante un ensayo de flujo bifásico realizado sobre una muestra de roca. La roca es una arenisca mojable al agua, inicialmente contiene petróleo y la saturación irreducible de agua. La muestra cilíndrica es colocada en posición vertical y el agua se inyecta desde abajo. Se forma un flujo tipo pistón en contra de la gravedad que avanza lentamente con velocidades representativas de las condiciones de campo. Las características de la muestra y de los fluidos pueden verse en la Tabla 1. Los datos fueron publicados por Chardaire-Rivière et al.<sup>9</sup>: la diferencia de presión entre la entrada y la salida de la muestra de roca en función del tiempo (Fig. 11) y distribuciones experimentales de saturación de petróleo para tres tiempos (Fig.12).

Este es un ensayo transitorio, durante el mismo se pueden medir los puntos extremos de las curvas de permeabilidades relativas pero no los puntos intermedios (curvatura) que, justamente, se obtienen con el método inverso. Los valores medidos son  $k_{ro}^* = 1.2$  y  $k_{rw}^* = 0.039$ .

# 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1 Datos sintéticos

Los datos sintéticos se ajustan aplicando el modelo potencial para las curvas de permeabilidad relativa y los dos modelos disponibles que representan la presión capilar:

- 1) el modelo potencial y
- 2) el modelo spline lineal, donde se consideran 6 intervalos de saturación.

Para analizar la influencia de los distintos datos disponibles en los resultados del método inverso, para cada modelo de presión capilar se ajustan:

- a) 41 datos de diferencias de presión entre los puntos de inyección y extracción y 41 datos de caudales de petróleo producidos en función del tiempo (82 datos en total),
- b) 38 datos de saturaciones en función del espacio medidos en tres tiempos diferentes (114 datos en total),
- c) los datos anteriores en conjunto (196 datos en total).

Si bien en la práctica siempre se dispone de mediciones de diferencia de presión y caudal, el caso b) se incluye para analizar la influencia en el ajuste de cada tipo de dato.

En este trabajo distinguiremos los casos analizados por el número de modelo de presión capilar y el conjunto de datos utilizado. Así, por ejemplo, por caso 1a) se indica el modelo potencial con ajuste de diferencias de presión y caudales.

A fin de cuantificar la precisión del ajuste se definen los siguientes errores relativos porcentuales:

$$E_{\Delta p} = 100 \times \frac{1}{IP} \sum_{i=1}^{IP} \frac{\left| \Delta p_i^{ob} - \Delta p_i^c \right|}{\Delta p_i^{ob}}$$
(17)

$$E_{Q_o} = 100 \times \frac{1}{IQ} \sum_{i=1}^{IQ} \left| \frac{Q_{o,i}^{ob} - Q_{o,i}^c}{Q_{o,i}^{ob}} \right|$$
(18)

$$E_{S_o} = 100 \times \frac{1}{IS \times J} \sum_{i=1}^{IS} \sum_{j=1}^{J} \left| \frac{S_{o,i,j}^{ob} - S_{o,i,j}^c}{S_{o,i,j}^{ob}} \right|$$
(19)

Modelo potencial para presión capilar

En este caso los parámetros a determinar son 6  $(n_w, n_o, k_{rw}^*, k_{ro}^*, n_c, p_c^*)$ . Se parte desde

distintos puntos iniciales.

En la Fig. 1 se muestran los datos sintéticos de diferencia de presión y los ajustes obtenidos tomando como mediciones 1a) diferencias de presión + caudales de petróleo y 1c) diferencias de presión + caudales de petróleo + saturaciones. El ajuste de los datos de saturación (caso 1b) resulta insuficiente para determinar simultáneamente permeabilidades relativas y presión capilar con el modelo potencial, ya que el algoritmo se estanca sin alcanzar convergencia.

Análogamente, en las Figs. 2 y 3, se muestran los ajustes de caudales de petróleo y de saturaciones en los casos 1a) y 1c). Las curvas de permeabilidades relativas y presión capilar óptimas obtenidas, junto con las curvas exactas, se muestran en las Figs. 4 y 5 respectivamente.



Fig. 1 Diferencias de presiones sintéticas

y ajustes obtenidos representando la presión capilar mediante un modelo potencial







Fig. 3 Perfiles de saturaciones sintéticas y ajustes obtenidos representando la presión capilar mediante un modelo potencial

Ajustando solamente diferencias de presión y caudales de petróleo, 82 datos, se logra convergencia a las curvas óptimas mostradas en las Figuras 4 y 5, partiendo desde la mayoría de los puntos iniciales, aunque en ciertos casos se alcanza un punto de estancamiento de mayor función objetivo. En cambio, como se ha dicho más arriba, si se ajustan sólo las saturaciones, 114 datos, no se logra convergencia. Esto revela la importancia cualitativa de los datos, más allá de su cantidad. Finalmente, al considerar todos los datos disponibles (caso 1c) se logra convergencia al óptimo desde el 100% de los valores iniciales probados. Así se puede observar que la inclusión de los datos de saturación mejora el típico problema de no unicidad que presentan los problemas inversos. En la Tabla 2, columnas 1a) y 1c), se muestran los errores relativos obtenidos ajustando los distintos grupos de datos. Se puede ver que ajustando solamente diferencias de presión y caudales (caso 1a) se logra un ajuste adecuado de las saturaciones.

Las curvas óptimas de permeabilidades relativas se acercan a las exactas (Fig. 4), pero la presión capilar no resulta bien representada con un modelo potencial (Fig. 5).







Fig. 5 Curva de presión capilar exacta y curvas óptimas obtenidas representando la presión capilar mediante un modelo potencial

| Errores relativos  | 1a   | 1c   | 2b    | 2c   |
|--------------------|------|------|-------|------|
| $E_{\Delta p}$ (%) | 1.06 | 1.24 | 15.86 | 1.10 |
| $E_{Q_o}$ (%)      | 2.05 | 2.79 | 3.29  | 1.96 |
| $E_{S_{o}}(\%)$    | 0.83 | 0.77 | 1.65  | 0.66 |

Tabla 2. Errores relativos obtenidos a partir del ajuste de los datos sintéticos con modelo potencial (1a y 1c) y con modelo spline lineal (2b y 2c) para la presión capilar.

## Modelo spline lineal para presión capilar

Se considera un spline lineal de 6 intervalos para la presión capilar. En este caso los parámetros a determinar son 10  $(n_w, n_o, k_{rw}^*, k_{ro}^*, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, p_{c \max})$ . Se parte desde distintos puntos iniciales.

Si se ajustan solamente diferencias de presión y caudales de petróleo, caso 2a), el algoritmo no logra ajustar los 10 parámetros buscados. Sí puede encontrarlos cuando se agregan los datos de saturaciones, caso 2c), obteniéndose las curvas óptimas que se muestran en las Figuras 9 y 10, desde todos los puntos iniciales chequeados. En la Figuras 6, 7, y 8 se muestran los datos sintéticos de diferencia de presión, caudales de petróleo y saturaciones y los ajustes obtenidos en 2c), que resultan muy precisos. Comparando la Fig. 9 con la 4, se puede ver que las permeabilidades relativas óptimas de este caso son mucho más cercanas a las exactas. Es decir que elegir el modelo adecuado de presión capilar influye en la determinación de las curvas de permeabilidades relativas. Sin embargo, si bien el modelo spline lineal es más flexible para aproximar la presión capilar, se requieren más datos para poder determinarlo, por eso en este caso es imprescindible contar con las mediciones de saturación. Los errores relativos de este caso se muestran en la Tabla 2, caso 2c). Comparando las columnas 1c) y 2c) de esta tabla, se puede observar que cuando se aplica el modelo spline lineal para la presión capilar los errores relativos son menores que cuando se aplica el modelo potencial.

Por su parte, al ajustar sólo saturaciones, caso 2b), si bien obtiene un óptimo, no logra una buena aproximación a los datos de saturaciones (Fig. 8), que son los que está ajustando. Presenta, además, un error considerable en las diferencias de presión (Fig. 6 y Tabla 2). Finalmente, las curvas de permeabilidades relativas y presión capilar óptimas se alejan de las exactas (Figs. 9 y 10).



Fig. 6 Diferencias de presiones sintéticas y ajustes obtenidos representando la presión capilar mediante un modelo spline lineal



Fig. 7 Caudales de petróleo sintéticos

y ajustes obtenidos representando la presión capilar mediante un modelo spline lineal



Fig. 8 Perfiles de saturaciones sintéticas

y ajustes obtenidos representando la presión capilar mediante un modelo spline lineal





Fig. 9 Curvas de permeabilidades relativas exactas y curvas óptimas obtenidas representando la presión capilar mediante un modelo spline lineal



Fig. 10 Curva de presión capilar exacta y curva óptima obtenidas representando la presión capilar mediante un modelo spline lineal

#### 4.2 Datos experimentales

En una segunda etapa el método inverso es puesto a prueba con los datos experimentales de Chardaire-Rivière et al<sup>9</sup>. Se ajustan 41 datos de diferencia de presión y 3 perfiles de saturación de 50 datos cada uno (191 datos en total) que se muestran en las Figuras 11 y 12. Se considera el modelo potencial para las permeabilidades relativas y para la presión capilar se aplica: 1) un modelo potencial y 2) un modelo spline lineal de 6 intervalos.



Fig. 11 Diferencias de presiones experimentales y ajuste obtenido con los parámetros óptimos



Fig. 12 Perfiles de saturaciones experimentales y ajuste obtenido con los parámetros óptimos

En el caso del modelo potencial, el algoritmo no logra obtener una solución óptima. Partiendo desde distintos puntos iniciales, encuentra diferentes mínimos locales. Esto implica que el modelo potencial no es adecuado para describir la presión capilar correspondiente a los datos reales. En cambio, usando el modelo spline lineal para la presión capilar, encuentra una solución óptima única, partiendo desde distintos puntos iniciales. Los ajustes a los datos experimentales pueden verse en las Figs. 11 y 12, las curvas óptimas de permeabilidades relativas en la Fig 13 y la de presión capilar en la Fig.14. Así, para estos datos experimentales, las mediciones de saturación resultan decisivas a fin de poder encontrar una estimación simultánea de permeabilidades relativas y presión capilar con 10

## parámetros.



Fig. 13 Curvas de permeabilidades relativas óptimas obtenidas ajustando los datos experimentales





### **5** CONCLUSIONES

Se presenta un método inverso para determinar simultáneamente las funcionalidades de permeabilidades relativas y presión capilar con la saturación de agua a partir de mediciones realizadas en el laboratorio durante un ensayo de desplazamiento bifásico agua-petróleo en una muestra de roca del reservorio. Se analiza la influencia del tipo de datos en la determinación de las curvas óptimas. Se considera un modelo potencial y un modelo spline lineal para representar la curva

de presión capilar. Las conclusiones son:

- Las mediciones de presiones y caudales son imprescindibles para determinar las curvas de permeabilidades relativas y presión capilar. Las mediciones de saturación por sí mismas resultan insuficientes.
- Si sólo se dispone de mediciones de presiones y caudales (inyectados y producidos) se pueden lograr estimar curvas de permeabilidades relativas y presión capilar con modelos de pocos parámetros, como el modelo potencial.
- Incorporar datos de perfiles de saturación permite ajustar modelo más flexibles (splines) de mayor número de parámetros.
- Incorporar datos de perfiles de saturación ayuda a solucionar el problema de no unicidad de la solución óptima, que es típico de los problemas inversos.
- El modelo de la curva de presión capilar considerado tiene gran influencia en las curvas de permeabilidades relativas óptimas estimadas.

# **6 NOMENCLATURA**

| Α                              | = área transversal del medio poroso, m <sup>2</sup>                |
|--------------------------------|--|
| $E_{DP}$ , $E_{Oo}$ , $E_{So}$ | = errores relativos porcentuales                                   |
| F                              | = función objetivo   |
| g                              | = aceleración de la gravedad                                       |
| Κ                              | = permeabilidad absoluta, m <sup>2</sup>                           |
| k <sub>r</sub>                 | = permeabilidad relativa   |
| $k_{ro}*$                      | = permeabilidad relativa al petróleo en $S_{wc}$                   |
| $k_{rw}*$                      | = permeabilidad relativa al agua en $S_{or}$                       |
| L                              | = longitud de la muestra, m  |
| IP, IQ, IS                     | = número de mediciones en el tiempo                                |
| J                              | = número de mediciones en el espacio                               |
| n                              | = número de intervalos de saturación para definir el spline lineal |
| $n_c$                          | = exponente de la ecuación de presión capilar                      |
| $n_o$                          | = exponente de la ecuación de permeabilidad relativa al petróleo   |
| $n_w$                          | = exponente de la ecuación de permeabilidad relativa al agua       |
| р                              | = presión, Pa  |
| $p_a$                          | = presión atmosférica, Pa  |
| $p_c$                          | = presión capilar, Pa  |
| $p_c^*$                        | $=$ presión capilar en $S_{wc}$ , Pa                               |
| Q                              | = caudal, m <sup>3</sup> /s  |
| S                              | = saturación   |
| Sor                            | = saturación residual de petróleo                                  |
| $S_{wc}$                       | = saturación connata de agua                                       |
| t                              | = tiempo, s  |

|                                      | V. Nieto, G. Savioli, M. Bidner   |  |  |
|--------------------------------------|---|--|--|
| <i>y</i>                             | = vector de parámetros a ajustar  |  |  |
| $W_{Qo}$ , $W_{\Delta p}$ , $W_{So}$ | = factores de peso  |  |  |
| Z                                    | = distancia vertical, m   |  |  |
| Letras Griegas                       |   |  |  |
| <b>d</b> , ε, <b>g</b>               | = errores normalmente distribuidos                                      |  |  |
| f                                    | = porosidad   |  |  |
| ì                                    | = viscosidad, Pa.s  |  |  |
| r                                    | = densidad, Kg/m <sup>3</sup>   |  |  |
| ó                                    | = desviación estándar de la distribución normal                         |  |  |
| <b>D</b> p                           | = diferencias de presión entre la entrada y la salida de la muestra, Pa |  |  |
| Subíndices                           |   |  |  |
| i                                    | = indica el <i>i</i> -ésimo dato temporal                               |  |  |
| j                                    | = indica el <i>j</i> -ésimo dato espacial                               |  |  |
| 0                                    | = fase petróleo   |  |  |
| W                                    | = fase agua   |  |  |
| t                                    | = fase fluida total   |  |  |
| Supraíndices                         |   |  |  |

| С  | = valor calculado por el simulador IMPES |
|----|--|
| ex | = valor exacto                           |
| ob | = valor observado                        |

# 7 REFERENCIAS

- [1] G.B. Savioli, M.S. Bidner y C.A. Grattoni, "The Influence of Capillary Pressure when Determining Relative Permeability from Unsteady-State Corefloods", paper SPE 23698 presentado en el Society of Petroleum Engineers Second Latin American Petroleum Engineering Conference, II LAPEC, Venezuela, Marzo 8-11, (1992).
- [2] G. Savioli y M. S. Bidner, "Interpretación Automática de Ensayos de Flujo Bifásico en Medios Porosos", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* Vol.11, n 2, p 131-150, (1995).
- [3] G. B. Savioli y M. S.Bidner, "Comparison of Optimization Techniques for Automatic History Matching", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol.12, p 25-35, (1994).
- [4] A.T. Watson, P.C. Richmond, P.D.Kerig y T.M Tao, "A Regression Based Method for Estimating Relative Permeabilities from Displacement Experiments", *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, p 953 (1988).
- [5] P.D. Kerig y A.T Watson, "A New Algorithm for Estimating Relative Permeability Estimation from Displacement Experiments", *Society Of Petroleum Engineers Journal*, p 103, (1987).
- [6] P.C. Richmond y A.T. Watson, "Estimation of Multiphase Flow Function from Dynamic

Displacement Experiments", Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering, p 121-127,(1990).

- [7] G.M. Mejía, K.K. Mohanty y A.T. Watson, "Use of In Situ Saturation Data in Estimation of Two-Phase Functions in Porous Media", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 12, p 233, (1995).
- [8] X. Sun y K. K. Mohanty, "Estimation of Flow Functions During Drainage Using Genetic Algorithm", *Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition*, Denver, Colorado, USA, 5-8 Octubre, (2003).
- [9] C. Chardaire-Riviere, G. Chavent, J. Jaffre, J. Liu, y B.J. Bourbiaux, "Simultaneous Estimation of Relative Permeabilities and Capillary Pressure" paper SPE 19680 Society of Petroleum Engineers Formation Evaluation, p. 283-289, (Diciembre 1992).
- [10] N. Bech, D. Olsen y C.M.Nielsen, "Determination of Oil/Water Saturation Functions of Chalk Core Plugs From Two-Phase Flow Experiments", paper SPE 60769, *Society of Petroleum Engineers Reservoir Evaluation & Engineering* p. 50-59, (Febrero 2000).
- [11] S. Chen, F. Qin y A.T. Watson, "Determination of Fluid Saturation During Multiphase Flow Experiments Using NMR Imaging Techniques", *AIChE Journal*, 40, p 1238, (1994).
- [12] S.C. Gabbanelli, A.G. Mezzatesta, y M.S. Bidner, "One-Dimensional Numerical Simulation of Water flooding an Oil Reservoir", *Rev. Latinoam. Transf. Cal. Mat.*, Vol.6, p 251-273, (1982).
- [13] M. S. Bidner, *Propiedades de la roca y los fluidos en reservorios de petróleo*, EUDEBA, Argentina, (2001).
- [14] L.W. Lake, Enhanced Oil Recovery, Prentice-Hall (1989).
- [15] R.A. Dawe, M. R. Wheat y M. S. Bidner, "Experimental Investigation of Capillary Pressure Effects on Immiscible Displacement in Lensed and Layered Porous Media", *Transport in Porous Media*, 7, 83-101 (1992).