

RANDOM FIELD GENERATION OF THE MATERIAL PROPERTIES IN THE TRUSS-LIKE DISCRETE ELEMENT METHOD

Vicente B. Puglia^a, Ignacio Iturrioz^a, Jorge D. Riera^b, Luis Kostesky^a

^a*PROMECA, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil* ignacio@mecanica.ufrgs.br, vicentebergamini@gmail.com

^b*Civil Engineering Department (DECIV), PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brazil,* jorge.riera@ufrgs.br

Keywords: Discrete elements, Numerical Analysis, random field, correlation length, Stress Localization, Fracture Mechanics, Brittle Materials

Abstract : In the truss-like Discrete Element Method (DEM), masses are considered lumped at nodal points and linked by means of uni-dimensional elements characterized by arbitrary constitutive relations. When regular arrays are employed for determining the response of bodies made of homogeneous materials, the mechanical properties of the elements depend only on the material properties and on the length of the element. In case on non-homogeneous materials, its mechanical properties must be characterized as 3D random fields and the resulting mechanical properties of the elements vary with their location within the field. Thus, the numerical simulation of 3D scalar random fields becomes one important step in the analysis. When the size L_o of the elements is larger than the correlation length of the random field, the properties of adjacent elements may be assumed uncorrelated. In such case all the random properties, such as the elements stiffness, may be assumed independent and the numerical simulation is straight-forward. Similarly, if the 3D random field is Gaussian, recourse may be made to available numerical procedures. In this paper a scheme is suggested to simulate 3D random fields characterized by arbitrary probability distributions. This is important because when a dense mesh is required in discrete models of non-homogeneous materials, the properties of neighboring elements may be highly correlated. The specific fracture energy is defined as a scalar 3D random field with Weibull Probability Distribution and given correlation lengths. The proposed approach is illustrated with two examples that show that mesh objectivity is achieved when localization is induced in the rupture process (for instance in the case of a concrete plate subjected to simple shear). On the other hand, in the second example, when a uniaxial tensile stress field is applied, computed results do not show mesh objectivity. In both cases the correlation length of the random field is maintained constant when the discretization changes.

1 INTRODUÇÃO

No Método dos Elementos Discretos – *Discrete Element Method* (DEM), as massas são concentradas nos pontos nodais e ligadas por elementos unidimensionais com relação constitutiva arbitrária. Em determinações anteriores de tensões em amostras de concreto, verificou-se que as previsões numéricas de fratura de materiais não-homogêneos utilizando modelos DEM são viáveis e conduzem a resultados que são consistentes com a evidência experimental disponível até o momento. Muitas aplicações práticas exigem o uso de elementos de grandes dimensões, nos quais geralmente ocorre extensa fissuração. É preciso então considerar o aumento da área fraturada para alcançar a objetividade da malha. O grau de localização deve ser conhecido *a priori*, o que constitui uma dificuldade ainda não resolvida da análise não-linear de fratura de estruturas de materiais não-homogêneos.

A análise de estruturas de materiais não-homogêneos submetidas a fratura sob ações estáticas ou dinâmicas pode ser vantajosamente realizada por simulação por meio do DEM. Em trabalhos anteriores os autores admitiram que a energia específica de fratura dos elementos individuais apresenta uma distribuição de probabilidade de Weibull não correlacionada com as propriedades de elementos adjacentes. A hipótese é admissível quando a dimensão dos elementos é maior que o comprimento de correlação do campo aleatório associado à propriedade escalar de interesse. Para eliminar dita restrição é necessário simular o campo aleatório 3D da variável de interesse, que em aplicações do DEM pode ser a energia específica de fratura, a densidade ou outra propriedade mecânica do material, o qual constitui o objetivo do presente trabalho. Assim, se propõe no trabalho, para campos aleatórios 3D arbitrários, um enfoque mais geral que a metodologia para gerar campos aleatórios gaussianos correlacionados apresentado por [Shinozuka e Deodatis \(1996\)](#), e implementada por [Rios et al \(2002\)](#) e [Miguel \(2006\)](#) no âmbito do DEM.

A simulação apropriada dos campos aleatórios relevantes é essencial para poder satisfazer exigências de objetividade da malha na determinação da resposta de um corpo de prova até a ruptura. Com efeito, foi verificado que a falta de objetividade da resposta observada em simulações numéricas é devida em parte à deficiência da equação constitutiva para determinar o comportamento até a ruptura nos casos onde a geometria e/ou as condições de contorno *não induzem a localização do dano*. A falta de objetividade neste caso não é inerente ao DEM, tendo sido verificado que métodos numéricos clássicos enfrentam o mesmo problema [Schwalbe \(2009\)](#).

2 O METODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS

Na presente versão do método dos elementos discretos – DEM, o *médio continuo* é representado por um conjunto de massas concentradas em nós e interligadas por elementos uni-axiais. Em particular, a [Figura 1](#) mostra o sistema cúbico adotado no presente trabalho. Um módulo cúbico básico contém 20 elementos e 9 nós. Cada nó tem três graus de liberdade, correspondentes às três componentes do vetor deslocamento num sistema de referência global. No caso de um material elástico isotrópico, a área transversal A_i dos elementos longitudinais (os que definem os limites do módulo e os paralelos às bordas ligado ao nó localizado no centro do módulo) no modelo equivalente discreto é representado pela equação (1).

$$A_i = \phi L^2 \quad (1)$$

Onde L é o comprimento do lado do módulo cúbico em consideração. Da mesma forma, a área dos elementos da diagonal é mostrada pela equação (2).

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \phi L^2 \quad (2)$$

Note-se que há uma diferença de comprimento entre os elementos longitudinais e diagonais, uma vez que:

$$L = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) L_d \quad (3)$$

No caso de sólidos isotrópicos os coeficientes na equação (2) são dados por:

$$\phi = \frac{(9 + 8\delta)}{(18 + 24\delta)} \quad (4)$$

$$\delta = 9\nu(4 - 8\nu) \quad (5)$$

Onde ν é a relação de Poisson. É importante ressaltar que existe uma equivalência completa entre o modelo discreto e um contínuo isotrópico para $\nu = 0.25$. Para $\nu \neq 0.25$ discrepâncias aparecem nos termos de corte. É interessante notar que um sólido localmente isotrópico não existe no mundo físico. Na verdade, o *continuum* não existe. A isotropia nos sólidos é uma propriedade que resulta das propriedades da distribuição aleatória da orientação dos elementos. As equações de movimento são obtidas a partir de condições de equilíbrio de todas as forças que atuam sobre as massas nodais, resultando em um sistema de equações apresentado em (6).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}(t) - \mathbf{P}(t) = 0 \quad (6)$$

Onde \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ e $\ddot{\mathbf{x}}$ representam os vetores contendo os deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente, enquanto que \mathbf{M} e \mathbf{C} são as matrizes de massa e amortecimento, os vetores $\mathbf{F}(t)$ e $\mathbf{P}(t)$ contêm as cargas nodais internas e externas.

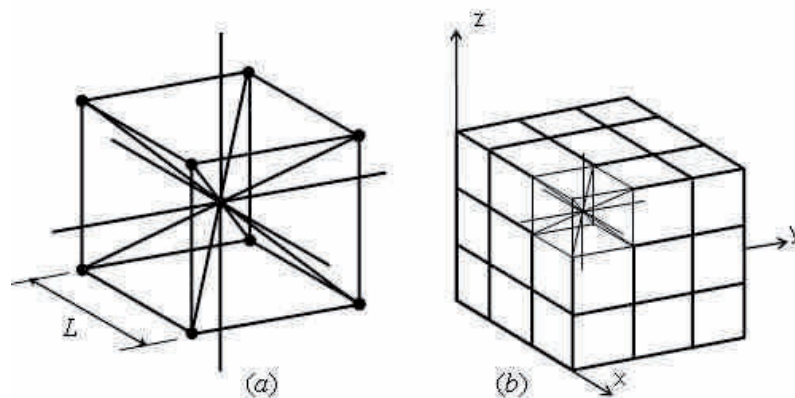


Figura 1 – Modelo cúbico do DEM: (a) modelo cúbico básico , (b) geração do corpo prismático.

Desde que as matrizes \mathbf{M} e \mathbf{C} sejam diagonais, o sistema de equações (6) não é acoplado, e pode ser facilmente integrado no domínio do tempo utilizando um método explícito de integração como o método das diferenças finitas centrais. É interessante notar que, as

coordenadas nodais são atualizadas a cada passo do tempo, o que permite a consideração de grandes deslocamentos. Estabilidade do método de integração é assegurada por um intervalo de tempo Δt mínimo no processo de integração.

$$\Delta t \leq \frac{0.6L}{C_p} \quad (7)$$

Onde C_p é a velocidade de propagação de ondas longitudinais dado pela seguinte expressão

$$C_p = \sqrt{E/\rho} \quad (8)$$

Sendo que E representa o módulo de Elasticidade longitudinal e ρ a densidade do material. A convergência de soluções utilizando o DEM em elasticidade linear e em problemas de instabilidade elástica foi verificada por [Dalguer et al \(2001\)](#), entre outros.

3 MODELO CONSTITUTIVO NÃO LINEAR DO MATERIAL

Riera e Rocha (1991) e Rocha *et al* (1991) adotaram a lei de descarga de materiais quase frágeis proposta por Hilleborg (1978), estendendo o Método dos Elementos Discretos para analisar problemas de fratura frágil em corpos de concreto por meio da relação constitutiva bilinear (ECR) mostrada na [Figura 2](#), que permite a consideração dos efeitos irreversíveis da nucleação e propagação de trincas.

A área sob a curva força-deformação (a área do triângulo OAB na [Figura 2](#)) representa a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Assim, para um determinado ponto P sobre a curva força x deformação, a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica reversível armazenada no elemento, enquanto a área do triângulo OAP é a densidade de energia dissipada por dano. Por outro lado, no caso de carga de compressão se admite que o comportamento do material seja linear elástico. Assim, a falha sob compressão é induzida por tração indireta.

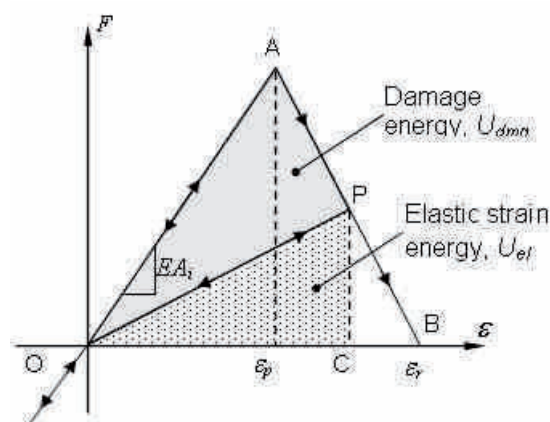


Figura 2 - Lei constitutiva bilinear adotada em MED para elementos uni-axiais.

Os parâmetros constitutivos e a notação adotada são mostrados na [Figura 2](#). A força axial F depende da deformação axial ϵ . A área associada a cada elemento é dada pelas equações (1) e (2) para os elementos longitudinais e diagonais, respectivamente. Uma área equivalente a

fratura A_i^* de cada elemento é definida para satisfazer a condição de energia dissipada por fratura do *continuum* e por sua representação discreta equivalente. Com este propósito é considerada a fratura de um módulo cúbico de dimensões $L \times L \times L$. A energia dissipada pela fratura do módulo, paralela a uma de suas faces é:

$$\Gamma = G_f \Lambda = G_f L^2 \quad (9)$$

Onde Λ é a área real de fratura, ou seja, L^2 . Por outro lado, a energia dissipada quando um módulo de dimensões $L \times L \times L$ é dividido em duas partes consiste nas contribuições dos cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com as bordas do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais, como mostra a [Figura 1a](#). A energia dissipada pelo módulo e as propriedades geométricas do modelo cúbico do DEM podem ser encontradas em [Kosteski et al \(2010\)](#). As condições de estabilidade do método explícito de integração das equações de movimento foram consideradas por [Riera e Rocha \(1991\)](#) e tampouco serão tratadas aqui.

[Miguel et al \(2008, 2010\)](#) e [Iturrioz et al \(2009\)](#) modelam a aleatoriedade das propriedades do material considerando que a tenacidade G_f é um campo aleatório com uma distribuição de extremos Tipo III (Weibull), caracterizada pela equação (10).

$$F(G_f) = 1 - \exp\left[-(G_f/\beta)^\gamma\right] \quad (10)$$

Onde β e γ são os parâmetros de escala e de forma respectivamente. A média μ e o desvio padrão s estão relacionados com os parâmetros de escala e de forma por meio das equações:

$$\mu = \beta \left[\Gamma(1+1/\gamma) \right] \quad (11)$$

$$s = \beta \left[\Gamma(1+2/\gamma) - \Gamma^2(1+1/\gamma) \right]^{1/2} \quad (12)$$

Onde $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ é a função *Gamma*. Na versão original do método dos elementos discretos o comprimento de correlação do campo aleatório da tenacidade G_f que será representado aqui como l_c esta atrelada à discretização empregada (L_o), isto é uma limitação considerável que foi contornada parcialmente na implementação realizada por [Rios \(2002\)](#) e posteriormente por [Miguel \(2006\)](#) utilizando a metodologia proposta por [Deodatis e Shinozuka\(1996\)](#), para independizar a discretização do tamanho do comprimento de correlação do campo aleatório simulado. A limitação da metodologia proposta por [Deodatis e Shinozuka\(1996\)](#) é que só é válida para uma distribuição de probabilidades normal.

No presente trabalho se apresenta uma técnica simples originalmente proposta por [Riera et al \(2009\)](#) utilizada na modelagem da velocidade do vento em estruturas. Esta metodologia foi empregada para gerar o campo aleatório da tenacidade G_f sem necessidade de ter a discretização atrelada a comprimento de correlação do campo aleatório gerado.

A metodologia implementada consiste em dividir o domínio formado pelas barras do método dos elementos discretos com que se trabalha em regiões prismáticas que tenham como lados os comprimentos de correlação, que podem ser diferentes nas três direções cartesianas (l_{cx} , l_{cy} , l_{cz}). Nos vértices destes prismas se situam os pólos ($V_1 \dots V_8$), e aos mesmos se atribuem valores aleatórios com distribuições de probabilidades não correlacionadas. Na [Figura 3](#) apresentam-se as entidades anteriormente definidas. Posteriormente se realiza uma interpolação tridimensional para determinar o valor do campo aleatório correspondente a cada ponto no interior do prisma. Na presente implementação do DEM, a localização espacial da barra i é caracterizada pelas coordenadas de seu baricentro (x_i, y_i, z_i). A interpolação é

realizada utilizando a expressão (13).

$$\begin{aligned} \varphi_v(x_i, y_i, z_i) = & V_1 + \frac{V_2 + V_1}{l_{cx}} x_i + \frac{V_3 - V_1}{l_{cy}} y_i + \frac{V_5 - V_1}{l_{cz}} z_i + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{l_{cx} l_{cy}} x_i y_i + \\ & \frac{V_6 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cx} l_{cz}} x_i z_i + \frac{V_7 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cy} l_{cz}} y_i z_i + \frac{V_8 - V_7 - V_6 + V_5 - V_4 + V_3 + V_2 - V_1}{l_{cx} l_{cy} l_{cz}} x_i y_i z_i \end{aligned} \quad (13)$$

Onde $\varphi_v(x_i, y_i, z_i)$ é o valor aleatório interpolado para o ponto i de coordenadas x_i, y_i e z_i , sendo V_k os valores do campo aleatório nos pólos. l_{cx}, l_{cy} e l_{cz} são os comprimentos de correlação nas direções cartesianas. É importante salientar que a terna de eixos x, y e z com origem no pólo V_1 representa o sistema de coordenadas locais ao qual esta referido cada prisma (indicado em vermelho na Figura 3). A terna de eixos X_G, Y_G e Z_G representa o sistema de coordenadas globais, ao qual está referido o modelo global. Cada barra i do sistema esta referida ao sistema de coordenadas globais X_{Gi}, Y_{Gi} e Z_{Gi} , e ao sistema de coordenadas local dentro do prisma que contém x_i, y_i e z_i .

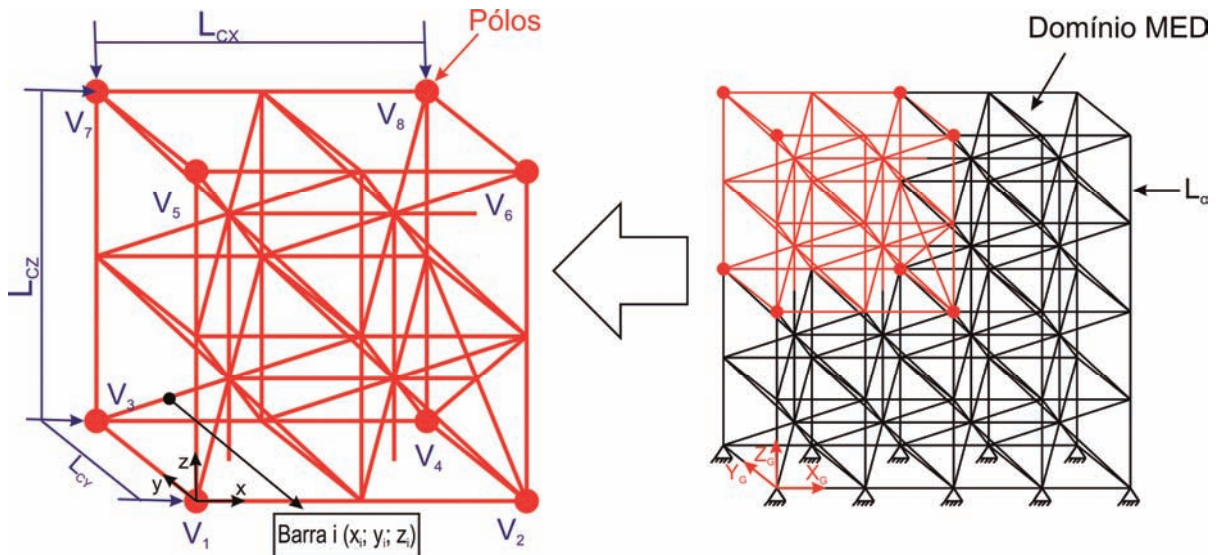


Figura 3 - Distribuição dos pólos e do comprimento de correlação no domínio do modelo de elementos discretos (DEM).

4 SIMULAÇÃO DE CAMPOS ALEATORIOS 3D CORRELACIONADOS

Na Figura 4 se apresentam cortes de um cubo de concreto com as dimensões e propriedades especificadas na Tabela 1

E	7.5e10	N/m ²
ε_p	1.087e-4	
Lado do cubo	0.5	m
CV(G _F)	40%	
Poisson	0.25	

Tabela 1. Propriedades do corpo de prova simulado de concreto

A partir das variáveis básicas apresentadas na Tabela 1 se apresentam na Figura 4 mapas

dos valores do campo aleatório da deformação crítica ϵ_p gerada utilizando uma distribuição de probabilidades Weibull [Ver equações (10) a (12) anteriormente apresentadas]. Cabe salientar que o campo aleatório da variável ϵ_p tem uma variabilidade aproximadamente igual à metade da correspondente ao campo aleatório da tenacidade (Rocha, 1989). Na Figura 4 se apresentam mapas dos valores de ϵ_p num corte transversal do prisma modelado com elementos discretos. Campos aleatórios de ϵ_p com diferentes valores de l_{cx} , l_{cy} e l_{cz} são mostrados, verificando-se assim a consistência da metodologia implementada para independizar os comprimentos de correlação do campos aleatório simulado da discretização do modelo. Em todos os casos foi utilizado o mesmo coeficiente de variação. Se observa também na Figura 4(d) o campo aleatório gerado empregando a versão original do programa, onde a geração do campo aleatório esta associada à discretização do método dos elementos discretos, neste caso l_c é aproximadamente igual a $(0.4L_0)$.

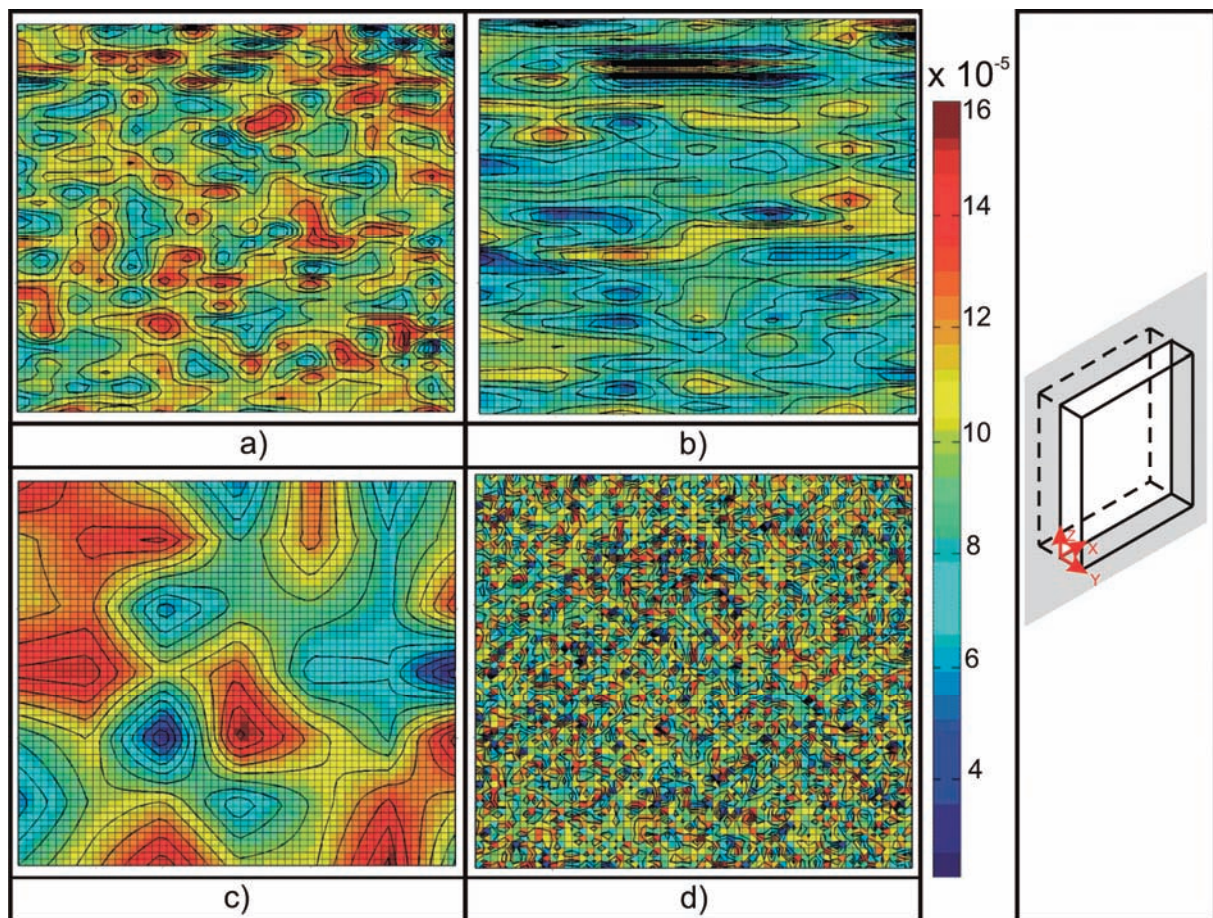


Figura 4 –Mapa de valor de ϵ_p em corte transversal no plano médio ZX dos corpo de prova simulados de $15 \times 15 \times 2$ m, com o tamanho do modulo cúbico de $L_0=0.5$ m, com diferentes correlações: (a) ($l_{cx}=2L_0$, $l_{cz}=2L_0$), (b) ($l_{cx}=5L_0$, $l_{cz}=L_0$) e (c) ($l_{cx}=5L_0$, $l_{cz}=5L_0$), (d) No caso (d) foi gerado o campo diretamente sobre as barras do modelo, o que equivale a $l_c=0.4L_0$.

5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UMA PLACA DE MATERIAL QUASE FRÁGIL SUBMETIDA A SOLICITAÇÕES DE CORTE E DE TRAÇÃO SIMPLES

Considerou-se uma placa de grandes dimensões, $15 \times 15 \times 2$ m, a qual foi modelada com o DEM utilizando malhas com quatro tamanhos dos elementos: L_o igual a 0.1m, 0.25m, 0.50m e 1.0m, respectivamente. O campo aleatório que define ε_p foi gerado admitindo comprimentos de correlação $l_{cx}=l_{cy}=l_{cz}=0.5$ m, para os três primeiros corpos de prova. No caso de $L_o=1.0$ m o campo aleatório foi gerado diretamente sobre as barras do modelo.

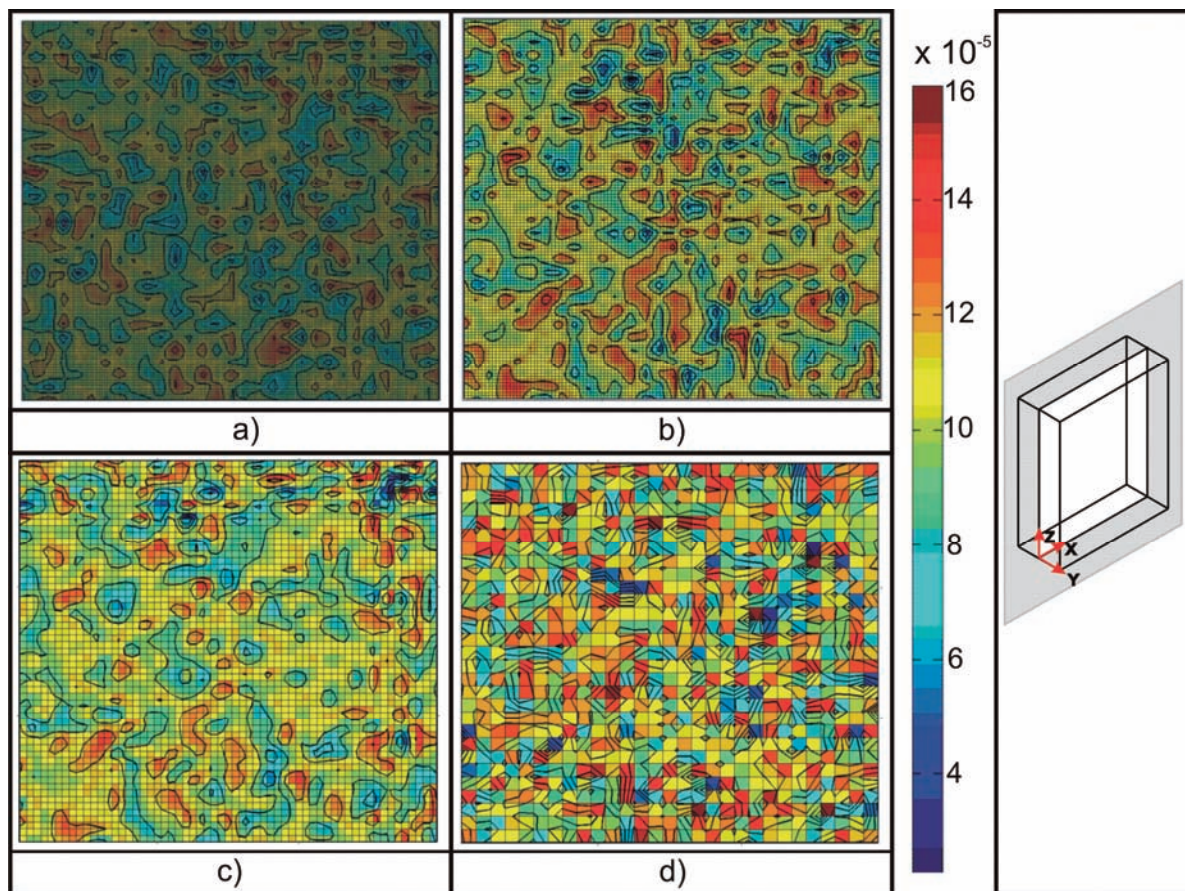


Figura 5 - Mapa de valores de ε_p sobre um corte transversal no plano médio ZX dos corpo de prova simulados de $15 \times 15 \times 2$ m com $L_o =$ (a) 0.1m, (b) 0.25m, (c) 0.5m, (d) 1.0m . Em (a),(b),(c) foi admitido que $l_c=0.5$ m nas três direções coordenadas. No caso (d) foi gerado o campo diretamente sobre as barras do modelo, o que equivale a $l_c=0.4L_o$. Na figura (b) e (c) possuem a mesma semente e nas figuras (a) e (d) possuem sementes diferentes, respectivamente.

Dois condições de contorno foram introduzidas nas placas simuladas nos casos denominados a seguir CORTE SIMPLES e TRAÇÃO SIMPLES, as quais se ilustram na Figura 6. A excitação foi aplicada como deslocamentos prescritos, sendo simulados 6 corpos de prova para cada tipo de carregamento (CORTE SIMPLES e TRAÇÃO SIMPLES) e para cada densidade de malha ($L_o=0.1$ m; 0.25m; 0.50m; 1.0m). A excitação em todos os casos foi aplicada lentamente para poder desconsiderar os efeitos de inércia antes do corpo romper totalmente. Para garantir esta condição foi verificado que no processo de carga a energia cinética se mantenha patamares muito inferiores aos das outras energias envolvidas no processo (elástica e de dano).

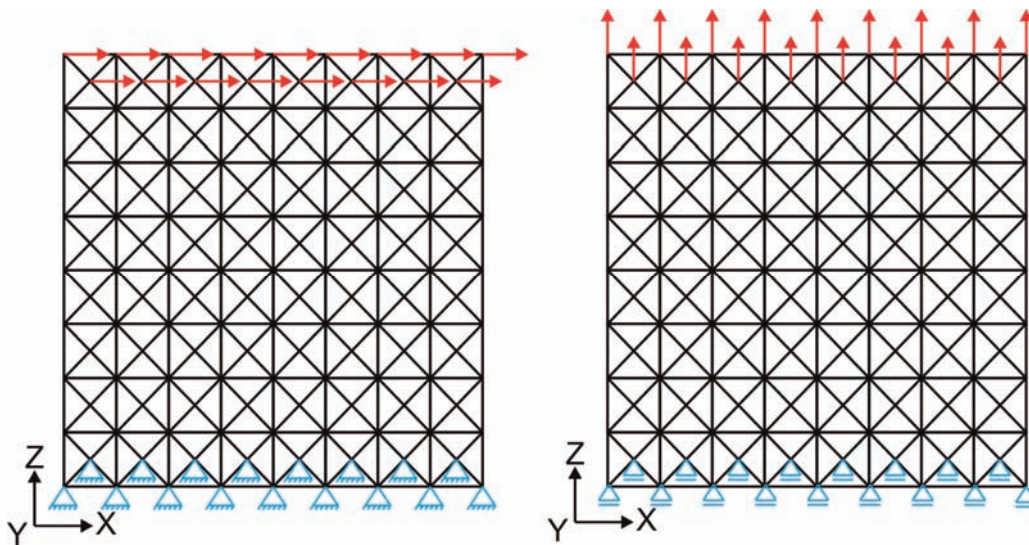


Figura 6 - Condições de contorno para os dois casos analisados (a) CORTE SIMPLES, (b) TRACÇÃO SIMPLES.

Na Figura 7 e na Figura 8 são apresentados os resultados em termos de Tensão \times Deformação utilizando as diferentes malhas para os dois casos analisados (CORTE SIMPLES e TRACÇÃO SIMPLES). Em todos os casos são mostradas as 6 simulações realizadas.

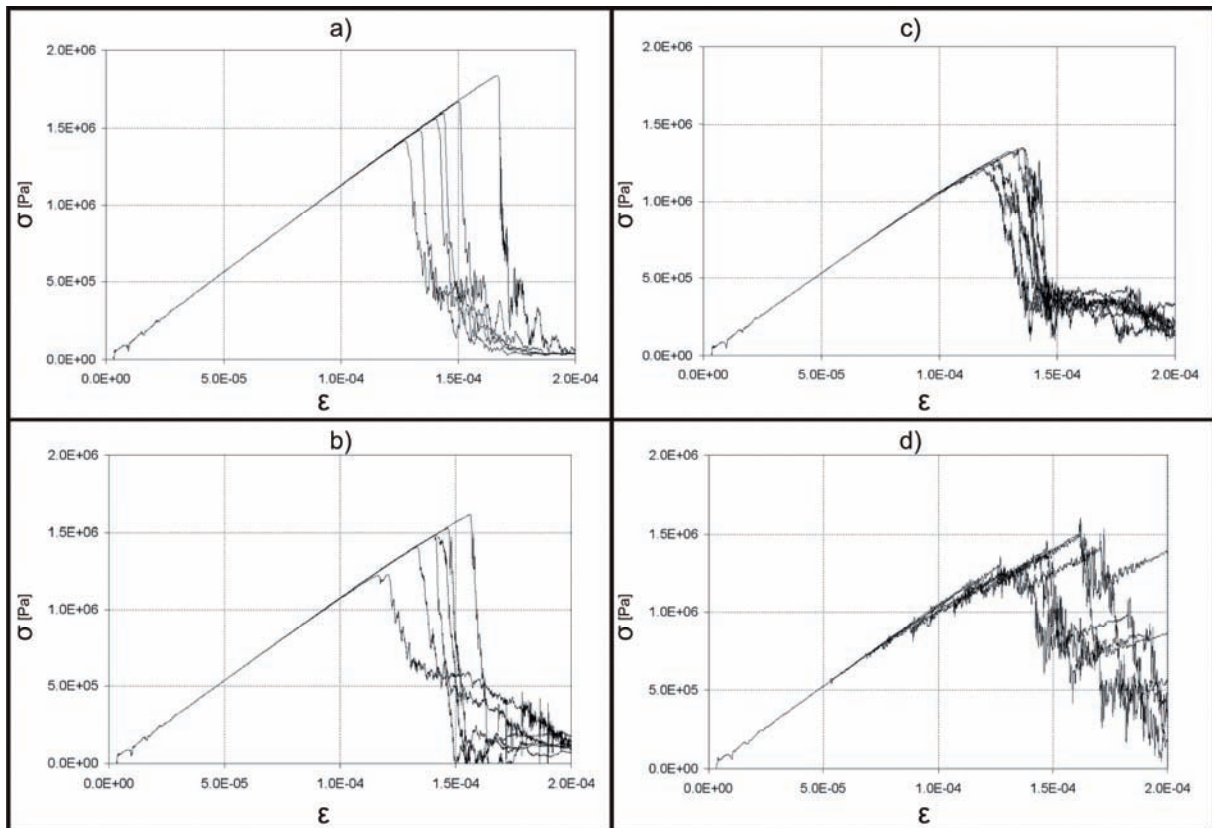


Figura 7 - Gráfico Tensão \times Deformação para o caso de CORTE SIMPLES com $L_0 =$ (a) 0.1m, (b) 0.25m, (c) 0.5m, (d) 1.0m. Com $l_c=0.5m$ para os casos (a),(b), (c), e campo aleatório gerado diretamente sobre as barras no caso (d).

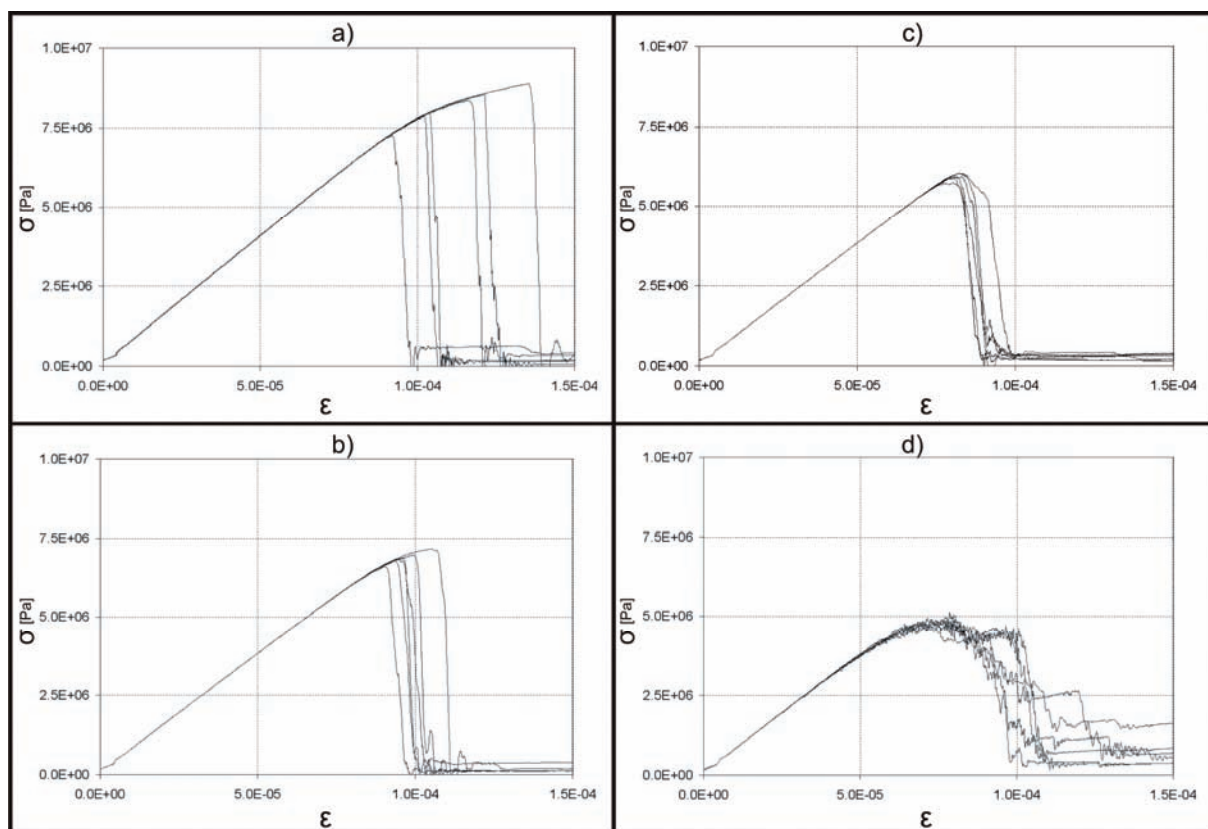


Figura 8 - Gráfico Tensão x Deformação para o caso de TRAÇÃO SIMPLES com $L_0 =$ (a) 0.1m, (b) 0.25m, (c) 0.5m, (d) 1.0m. Com $l_0=0.5m$ para os casos (a),(b), (c), e campo aleatório gerado diretamente sobre as barras no caso (d).

Na Figura 9 se apresenta uma comparação dos resultados em termos de simulações representativas para cada discretização. É interessante observar, que no caso de CORTE SIMPLES os resultados se mostraram muito mais objetivos a respeito da discretização que no caso de TRAÇÃO SIMPLES e isto pode ser explicado pelo fato que o primeiro caso é caracterizado por ter uma localização na forma de ruptura considerável, sendo que no segundo caso esta localização não acontece.

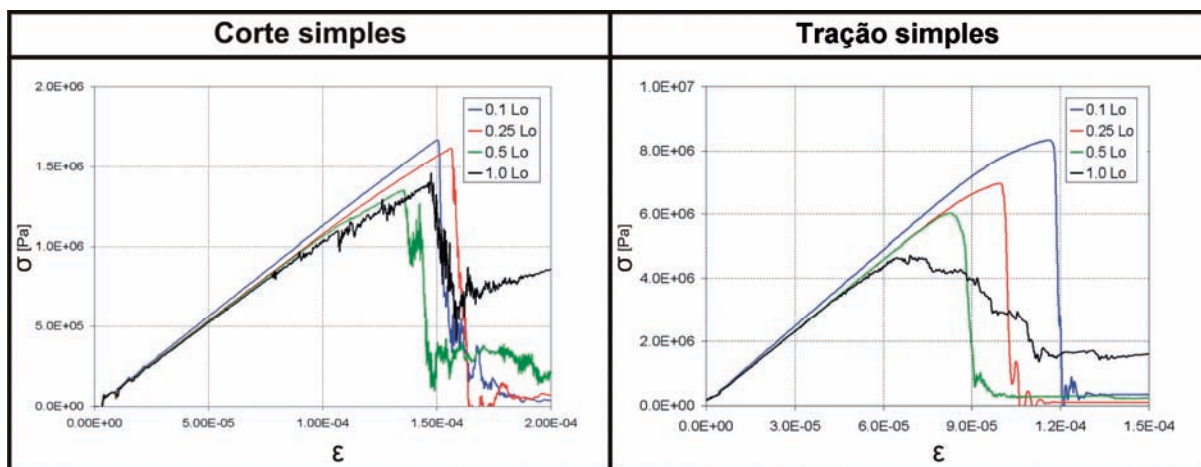


Figura 9 - Gráfico Tensão x Deformação de uma simulação representativa para cada malha. (a) CORTE SIMPLES. (b) TRAÇÃO SIMPLES.

Na [Figura 10](#) e na [Figura 11](#) se apresentam as configurações de ruptura para os dois casos estudados (CORTE SIMPLES, TRAÇÃO SIMPLES) e os quatro níveis de discretização empregados. Nestas figuras fica claro também como no caso de CORTE SIMPLES a discretização não altera significativamente a forma da configuração final, por outro lado no caso de TRAÇÃO SIMPLES é possível verificar que a configurações de ruptura varia com a densidade da malha.

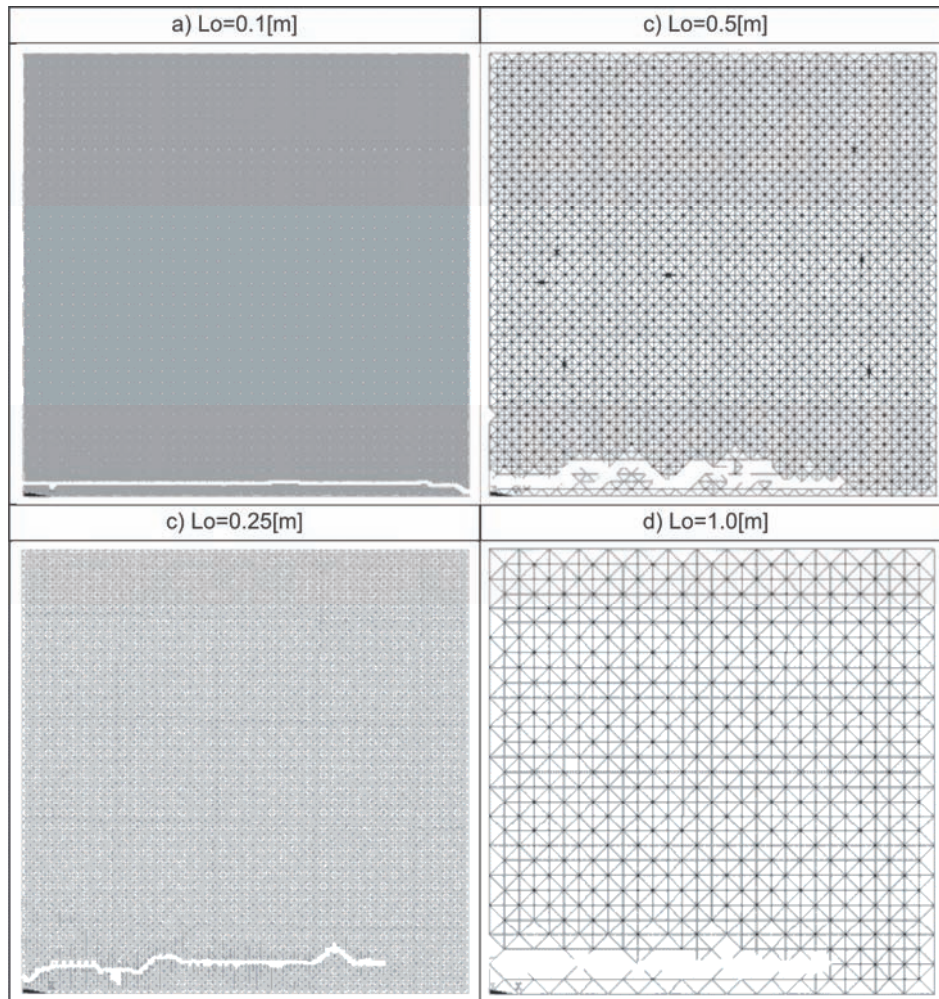


Figura 10 – Resultados em termos de configurações finais dos corpos de prova para o caso de CORTE SIMPLES para diferentes densidade da malha do DEM.

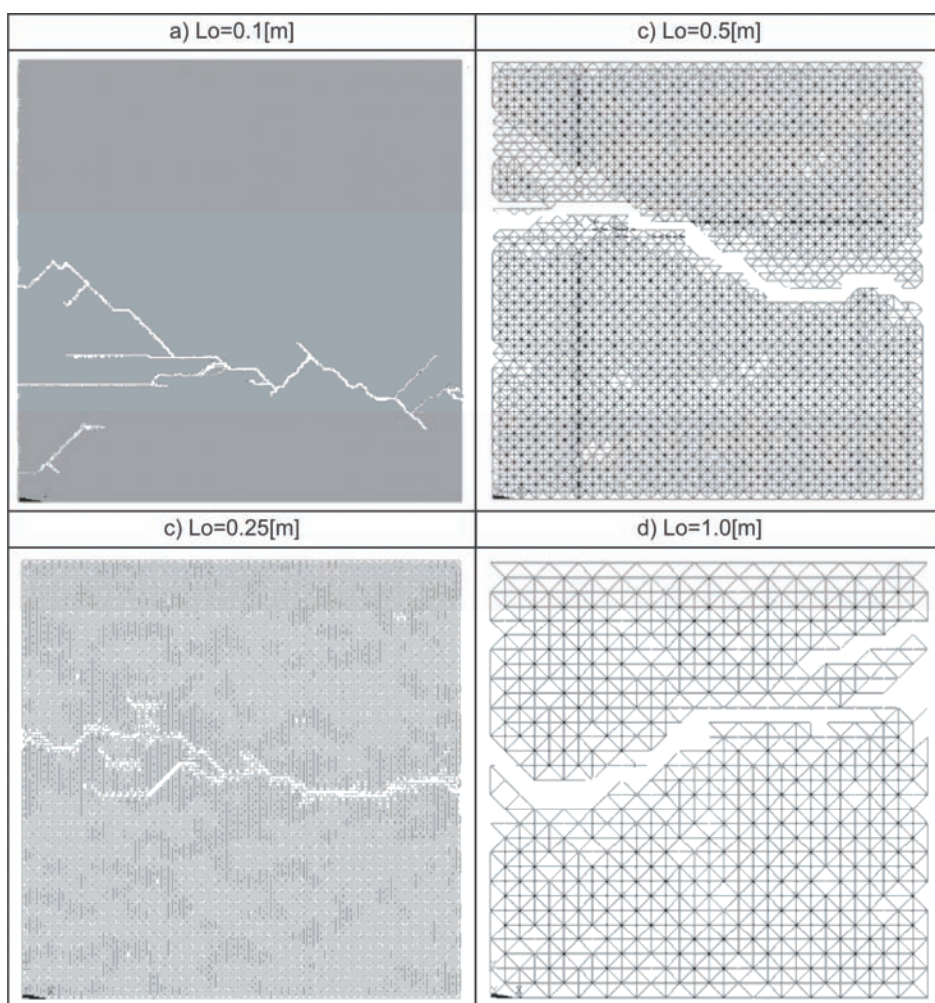


Figura 11 –Configurações de ruptura para TRAÇÃO SIMPLES para diferentes densidade da malha do DEM.

Na **Figura 12** são apresentados os valores obtidos para CORTE SIMPLES e TRAÇÃO SIMPLES considerando o comprimento de correlação independente da discretização ou seja com ($l_c=0.5m$), e realizando a simulação do campo aleatório diretamente sobre as barras do modelo, neste ultimo caso ($l_c=0.4 L_o$).

Na **Figura 12** os resultados são apresentados em termos de tensão de ruptura media e desvio vs. discretização adotada L_o , pode-se notar que:

- a apreciável falta de objetividade do caso de TRAÇÃO SIMPLES poderia ser parcialmente explicada pelo fato de não considerar o l_c fixo, já que as simulações realizadas com l_c fixo estão mais perto da linha de referência indicada em vermelho.
- nesta figura não é possível distinguir uma diferença apreciável dos resultados no caso de CORTE SIMPLES caracterizado por apresentar localização na forma de ruptura, para todas as malhas utilizadas e considerando l_c fixo e variável com a discretização os resultados foram objetivos em termos das medias das tensões de ruptura observadas e dos desvios destes valores.

Finalmente na **Figura 13** se apresentam os resultados de CORTE SIMPLES e TRAÇÃO SIMPLES considerando $l_c=0.5m$ para todas as simulações em termos de tensão e deformação de ruptura (valores médios e desvios), fica em evidência neste caso como temos objetividade no modelo quando o modo de ruptura apresentar localização, caso de CORTE SIMPLES.

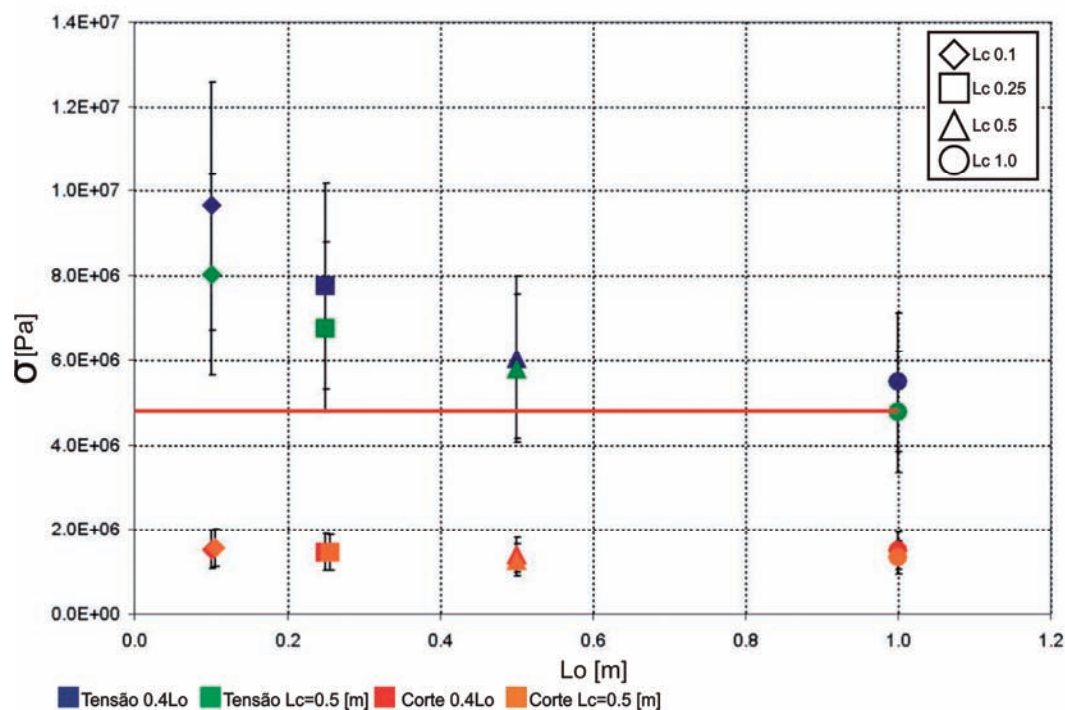


Figura 12 - Valores de tensão de ruptura médio e desvios x discretização utilizada onde, Azul:TRACÇÃO SIMPLES $l_c=0.4L_o$, Vermelho: CORTE SIMPLES $l_c=0.4L_o$, Verde: TRACÇÃO SIMPLES $l_c=0.5m$, Laranja CORTE SIMPLES $l_c=0.5m$ (l_c : comprimento de correlação do campo aleatório simulado, L_o : lado de um modulo básico).

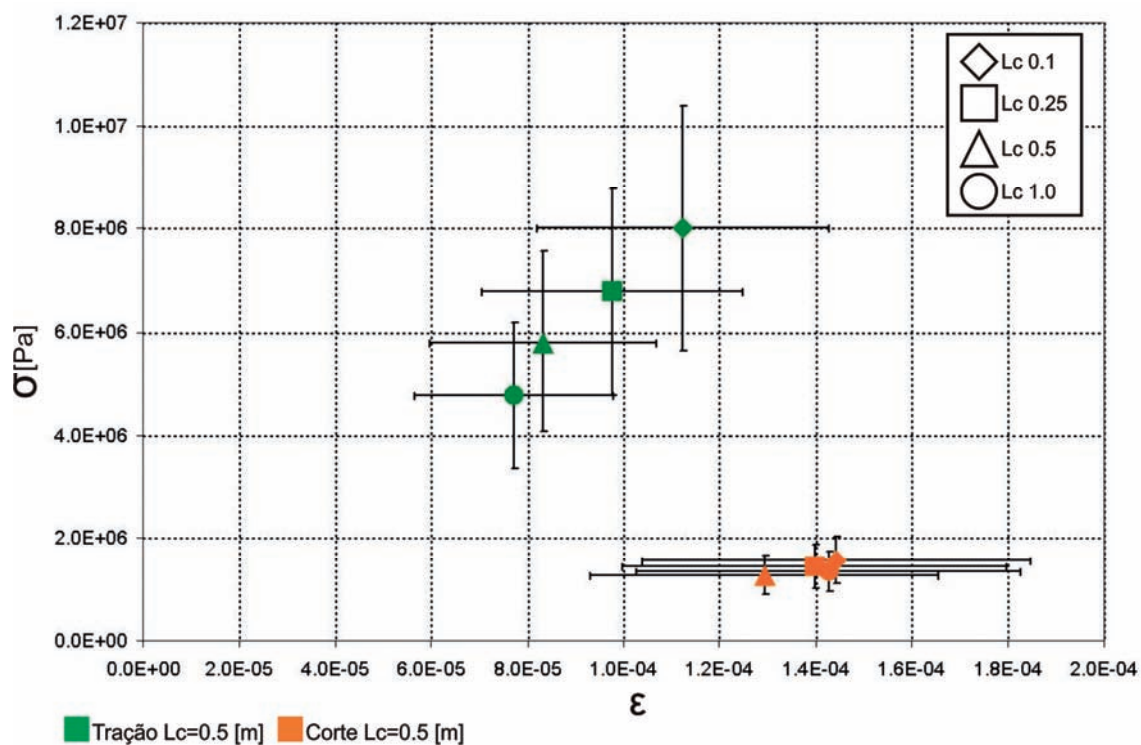


Figura 13 - Valores de tensão de ruptura x deformação de ruptura (valores médios e desvios) para os casos. Verde: TRACÇÃO SIMPLES $l_c=0.5m$, Laranja: CORTE SIMPLES $l_c=0.5m$ (l_c : comprimento de correlação do campo aleatório simulado).

6 CONCLUSÕES

É descrito no trabalho um procedimento para simular, utilizando coordenadas cartesianas, campos aleatórios escalares 3D com distribuição de probabilidade arbitrária e funções de correlação lineares. O método proposto é aplicável à simulação das propriedades de materiais não-homogêneos em geral, e foi implementado para determinar, utilizando o método dos elementos discretos (DEM), a resposta de corpos de prova prismáticos de um material não-homogêneo quase frágil submetido a solicitação de CORTE SIMPLES, na qual ocorre uma marcada localização na forma de ruptura, e de TRACÇÃO SIMPLES, que apresenta formas de ruptura sem localização.

Foram realizadas simulações com diferentes densidades de malha procurando avaliar a objetividade da mesma para os dois tipos de solicitação considerados.

- O método de geração de campos aleatórios aqui proposto fornece resultados satisfatórios e compatíveis com a evidência experimental usualmente disponível na descrição de materiais na Engenharia.

- Os resultados também indicam que a versão do DEM utilizada mostrou-se objetiva respeito à densidade da malha quando a ruptura acontece em forma localizada.

- Quando não ocorre uma clara localização da ruptura o modelo não apresentou resultados objetivos, dependendo a carga última da densidade da malha.

- A variabilidade da carga última diminui quando o campo aleatório que define ε_p é simulado corretamente, isto é, mantendo os comprimentos de correlação constantes, o que representa um claro progresso. Porém, estudos adicionais são necessários *quando não se tem localização na ruptura*, sendo este tema um desafio não só no âmbito do método dos elementos discretos, mas também em aplicações a fratura de materiais não homogêneos de métodos numéricos já consolidados como o Método dos Elementos Finitos.

AGRADECIMENTOS

Os Autores agradecem o suporte financeiro do CNPq e da CAPES (Brazil).

REFERENCIAS

- Dalguer L.A., Irikura K., Riera J.D. and Chiu H.C., 2001. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 91, 1112-1127.
- Hillerborg A., 1978. A Model for Fracture Analysis. Cod LUTVDG/TV BM-3005/1-8.
- Idelsohn, S., and Oñate, E., Finite element and finite volumes. Two good friends. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:3323–3341, 1994.
- Iturrioz, I., Miguel, L. F. F. and Riera, J. D. (2009), “Dynamic fracture analysis of concrete or rock plates by means of the Discrete Element Method”, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 6, pp. 229-245.
- Miguel F. L. Critério constitutivo para o deslizamento com atrito ao longo da falha sísmica. *Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil*, Porto Alegre, RS, 2005.
- Miguel L.F.F., Riera J.D. and Iturrioz I. (2008), “Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 32/15, pp. 1857 – 1881.

- Miguel L.F., Iturrioz I. and Riera J.D. (2010), "Size effects and mesh independence in dynamic fracture analysis of brittle materials", *Computer Methods Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 56, No. 1, pp.1-16.
- Nayfeh A.H. and Hefzy M.S., 1978. Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. *AIAA Journal*, 16(8), 779-787.
- Riera J.D. and Rocha M.M., 1991. A note on velocity of crack propagation in tensile fracture. *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*. Vol. XII/3, pp. 217-240.
- Rocha M.M., 1989. Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos. *M. S. thesis, CPGEC*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil.
- Rocha M.M., Riera J.D., Krutzik N.J., 1991. Extension of a model that aptly describes fracture of plain concrete to the impact analysis of reinforced concrete. *Int. Conf. and Structural Mechanics in Reactor Technology*, SMiRT 11, Trans. Vol. J., Tokyo, Japan.
- Rios R. D. Aplicacoes do Metodo dos elementos discretos em Estruturas de Concreto. *Tese (doutorado)*. Universidade Federal de Rio Grande do Sul, UFRGS, 2002.
- Rios R.D. and Riera J.D. (2004), Size effects in the analysis of reinforced concrete structures, *Engineering Structures*, Vol. 26, pp. 1115-1125.
- Schnaid F., Spinelli L., Iturrioz I. and Rocha M. (2004), Fracture mechanics in ground improvement design, *Ground Improvement*, Vol. 8, pp. 7-15.
- Shinozuka M. Deodatis G., Simulation of Multidimensional Gaussian Stochastic Fields by Spectral Representation, *Apl. Mech. Rev* vol49,no1, January 1996.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., *The finite element method*, volume II. McGraw Hill, 1991.