

ANÁLISE NÃO-LINEAR DINÂMICA DE COLUNAS DE AÇO ESTAIADAS E PROTENDIDAS

Ricardo R. de Araujo^{a,b}, José Guilherme S. da Silva^b, Pedro C. G. da S. Vellasco^b,
Luciano R. O. de Lima^b and Sebastião A. L. de Andrade^a

^a *Departamento de Estruturas e Fundações, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ,
Maracanã 3492, Rio de Janeiro, Brasil, estrutur@uerj.br, <http://www.eng.uerj.br/deptos/>*

^b *Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio,
Gávea 3493, Rio de Janeiro, Brasil, civ-diretoria@puc-rio.br, <http://www.civ.puc-rio.br>*

Palavras-chave: Colunas de aço estaiadas e protendidas, Análise experimental, Estruturas de aço, Modelagem computacional, Análise não-linear.

Resumo. Colunas de aço estaiadas e protendidas são uma excelente solução estrutural para escoramentos, torres de energia, mastros e outras construções. Sua concepção estrutural e sua forma altamente esbelta fazem de si uma estrutura leve, econômica, eficiente e de montagem rápida. Uma vez que estes sistemas estruturais são feitos de colunas muito finas, tornam-se substancialmente mais leves que os sistemas convencionais de escoramentos temporários, como os andaimes. Embora a solução estrutural para este tipo de estrutura remonta de 1960 a solução dinâmica deste problema não é totalmente compreendida, principalmente quando sujeitas a ações de impacto. Isto motivou um estudo detalhado do comportamento dinâmico do sistema estrutural por meio de simulações de elementos finitos numa análise dinâmica no programa ANSYS. Para o estudo deste sistema estrutural adotou-se um tubo para a coluna central e um tubo de diâmetro menor para as barras perpendiculares com as seguintes dimensões: altura da coluna principal de 12 m; diâmetro externo do tubo principal de 89,3 mm com espessura de 3,2 mm; comprimento das barras perpendiculares de 0,6 m; diâmetro externo das barras perpendiculares de 42,6 mm com espessura de 3 mm. Foram utilizados cabos como estais com um diâmetro de 6,35 mm. Esta solução estrutural faz com que a sua capacidade de resistência a compressão aumente substancialmente devido à restrição gerada pelos esforços nos estais que são transferidos pelas barras perpendiculares a coluna principal. Um modelo computacional de elementos finitos foi desenvolvido e implementado no programa ANSYS adotando técnicas usuais de refinamento de malha presentes nas simulações de método dos elementos finitos. Inicialmente foi investigado a resposta dinâmica deste sistema estrutural quanto as suas frequências naturais e seus modos de vibração e foi seguido por uma análise não-linear no domínio do tempo. Isto é seguido dos resultados referentes ao caso em que o sistema estrutural é submetido a vários níveis de ações dinâmicas no topo da coluna, simulando cargas súbitas de impacto.

1 INTRODUÇÃO

Colunas de aço esbeltas, onde a capacidade de suporte é principalmente controlada pela flambagem global da estrutura, são otimizadas com o uso de sistemas de protensão por estais, transformando-se em uma excelente solução a vários problemas de engenharia. Esta solução estrutural faz com que o comprimento de flambagem da coluna reduza pelo menos a metade enquanto a sua resistência é substancialmente elevada. Isto ocorre devido à restrição gerada pelos esforços nos estais que são transferidos pelas barras perpendiculares a coluna (Araujo, 2005, 2009). Sua concepção estrutural e sua forma esbelta fazem com que seja leve tornando-a econômica (Araujo, 2005). Este sistema estrutural vem sendo estudado desde 1970 (Belenya, 1977; Chan et al, 2002; Hafez et al, 1982; Saito, 2008, 2009; Voevodin, 1970; Wong et al, 1979), porém, especialmente quando sujeito a ações dinâmicas, não está totalmente entendido.

Isto motivou um estudo detalhado do comportamento não-linear dinâmico deste sistema estrutural quando submetido a carregamento súbito (carga de impacto) através de modelagem numérica utilizando o programa ANSYS. A análise não-linear dinâmica por elementos finitos foi realizada em uma coluna de aço estaiada e protendida com doze metros de comprimento.

No estudo paramétrico, as principais variáveis foram: os estais (cabo ou vergalhão) e a protensão aplicada. Estes dois parâmetros alteram substancialmente o resultado dinâmico e provaram ser os elementos chaves para um melhor entendimento no que tange a resposta dinâmica deste sistema estrutural (Araujo et al, 2007).

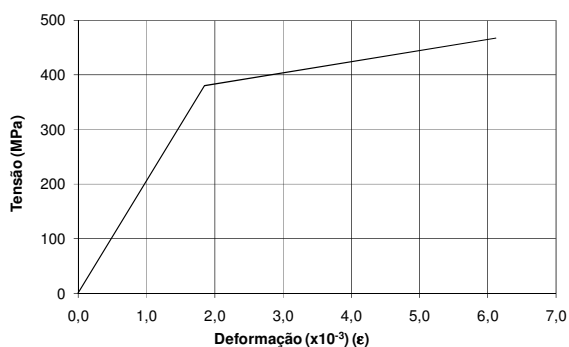
O carregamento foi introduzido no sistema por uma carga concentrada posicionada no topo da coluna, através de um pulso retangular com duração de cinco segundos, para simular uma situação de carga de impacto súbita. Este estudo foi centrado na variação da magnitude do carregamento aplicado de 10% à 80% da carga crítica de flambagem da coluna sem e com protensão, considerando o amortecimento.

2 MODELAGEM NUMÉRICA

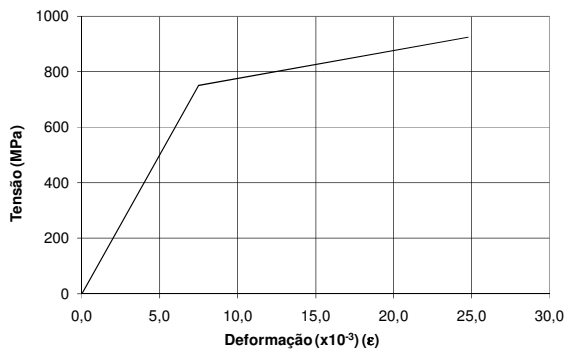
O mesmo modelo usado anteriormente na análise estática (Araujo et al, 2007), foi adotado com o auxílio do programa ANSYS. O modelo da coluna de aço estaiada e protendida foi dividido em três partes: coluna tubular central, as barras tubulares secundárias em cruz e os estais como cabos. Doze elementos de um metro compunham a coluna central enquanto que as barras secundárias em cruz foram simuladas com elementos de 300 mm. Estas dimensões delimitaram o ângulo de inclinação dos cabos em 10%, na qual foram modelados utilizando um só elemento.

Dois tipos de materiais foram usados na análise. O primeiro tipo usado para a coluna central e as barras secundárias com 205000 MPa de módulo de elasticidade e 20500 MPa de módulo tangente, coeficiente de poisson a 0,3, tensão de escoamento de 380 MPa e 7850 kg/m³ de densidade. O segundo tipo usado para os cabos com 100000 MPa de módulo de elasticidade e 10000 MPa de módulo tangente, coeficiente de poisson a 0,3, tensão de escoamento de 750 MPa e 9100 kg/m³ de densidade (Figura 1).

Tanto a coluna central quanto as barras secundárias foram modeladas utilizando o elemento PIPE20 (Figura 2a) enquanto que os estais foram simulados com o elemento LINK10 (Figura 2b), especificado com a opção de somente trabalhar sobre tração. As características geométricas são: a coluna central tem 89,3 mm de diâmetro externo e 3,2 mm de espessura; as barras secundárias tem 42,6 mm de diâmetro externo e 3,0 mm de espessura; e os estais com 6,35 mm de diâmetro. Uma imperfeição inicial de 8 mm de amplitude sinusoidal foi aplicada no meio da coluna central de modo a compatibilizar com as imperfeições medidas no ensaio em laboratório (Figure 3) (Araujo et al, 2006, 2007, 2008, 2009; Araujo, 2009).

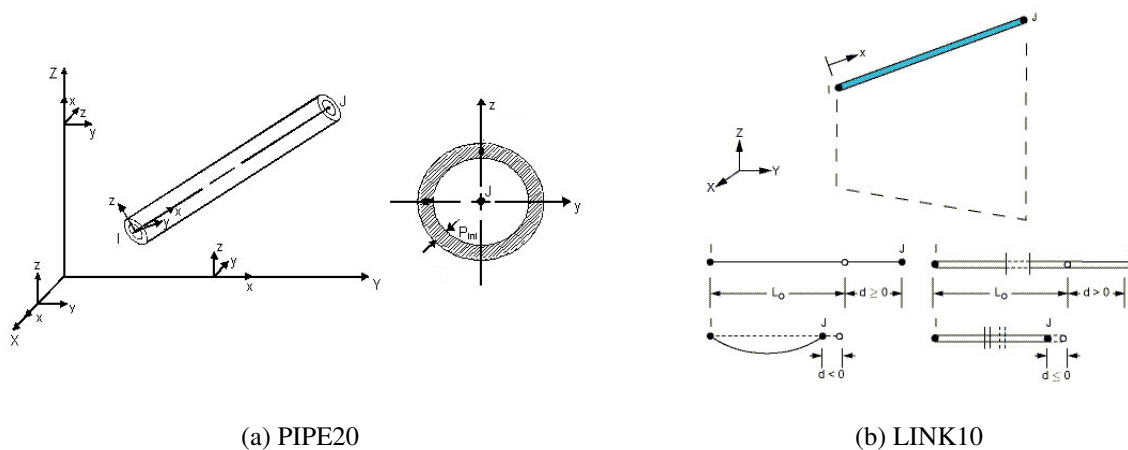


(a) Coluna central e barras secundárias



(b) Estais (somente em tração)

Figura 1: Gráfico tensão-deformação.



(a) PIPE20

(b) LINK10

Figura 2: Representação dos elementos do ANSYS.

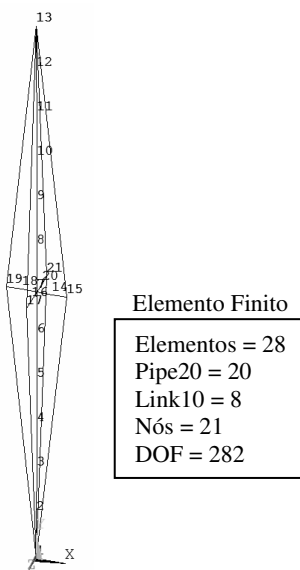


Figura 3: Modelo de elementos finitos usado para representar a coluna de aço estaiada e protendida.

3 ANÁLISE DINÂMICA

Os estais da coluna de aço estaiada e protendida foram modelados como cabos e barras, sendo que nesta investigação somente serão apresentados os resultados obtidos no modelo com cabos.

3.1 Frequências naturais e modos de vibração

Antes da aplicação do carregamento de impacto, foram determinados as frequências naturais e os modos de vibração da coluna de aço estaiada e protendida com e sem protensão. A Tabela 1 apresenta estes valores de frequências naturais para o modelo de coluna com estais sendo representados por cabos.

ϕ (mm)	Pre-stress (kN)	Natural Frequencies f_{0i} (Hz)					
		f_{01}	f_{02}	f_{03}	f_{04}	f_{05}	f_{06}
6,3	0	2,80	2,80	7,89	7,89	14,18	14,18
	2,35	2,71	2,71	7,22	7,22	13,55	13,55

Tabela 1: Frequências naturais da coluna de aço estaiada e protendida com e sem protensão.

As Figuras 4 à 9 apresentam os modos de vibração correspondentes a coluna estaiada com base no emprego de cabos com diâmetro dos 6,3 mm. Observa-se que os seis primeiros modos de vibração do sistema estrutural investigado são predominantemente de flexão, apresentando um caráter simétrico, de acordo com a geometria do modelo.

As Figuras 4 e 5 apresentam o primeiro modo de vibração característico de flexão que ocorrem nos planos ZY e XY. As figuras 6 e 7 apresentam o segundo modo de vibração característico de flexão que ocorrem nos planos ZY e XY. E as Figuras 8 e 9 apresentam o terceiro modo de vibração característico de flexão que ocorrem nos planos ZY e XY.

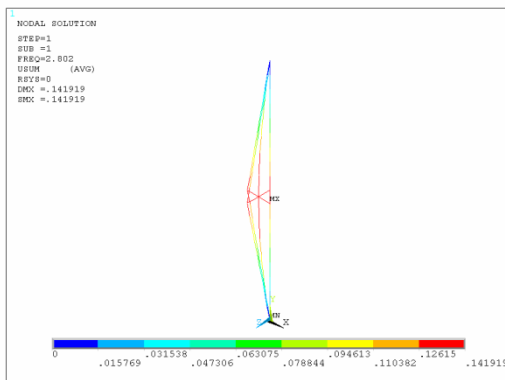


Figura 4: Modo de vibração associado a 1ª frequência natural: $f_{01}=2,80$ Hz.

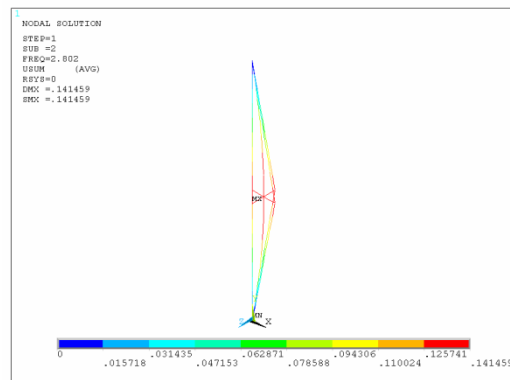


Figura 5: Modo de vibração associado a 2ª frequência natural: $f_{02}=2,80$ Hz.

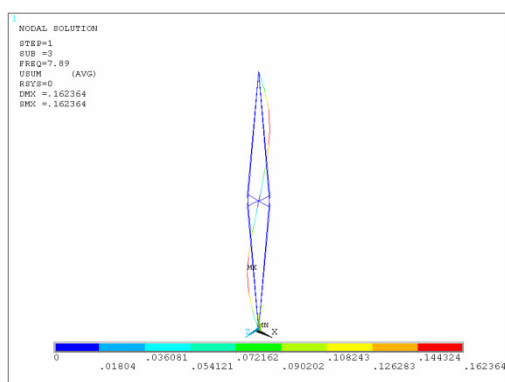


Figura 6: Modo de vibração associado a 3ª frequência natural: $f_{03}=7,89$ Hz.

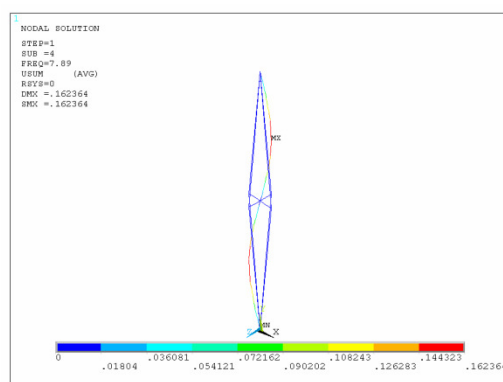


Figura 7: Modo de vibração associado a 4ª frequência natural: $f_{04}=7,89$ Hz.

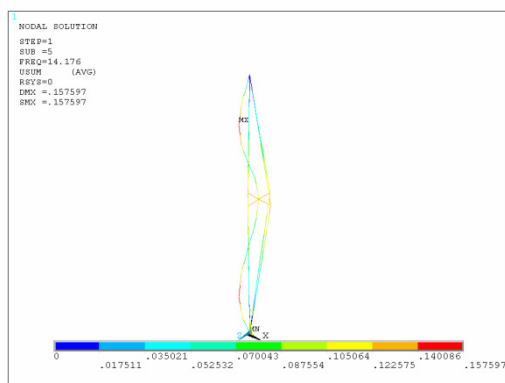


Figura 8: Modo de vibração associado a 5ª frequência natural: $f_{05}=14,18$ Hz.

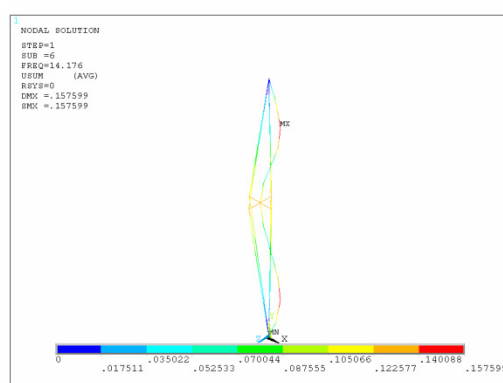


Figura 9: Modo de vibração associado a 6ª frequência natural: $f_{06}=14,18$ Hz.

As Figuras 10 à 15 apresentam os modos de vibração correspondentes a investigação da coluna de aço estaiada e protendida usando protensão nos estais. Mais uma vez é possível observar que os seis primeiros modos de vibração do sistema estrutural investigado são predominantemente de flexão, apresentando um caráter simétrico, de acordo com a geometria das colunas. Ressalta-se que o efeito da protensão não influenciou de forma significativa a forma das configurações modais, Figuras 10 a 15, e estas se mostram similares aquelas apresentadas anteriormente nas Figuras 4 a 9 (sem o efeito da protensão).

A protensão nos estais influencia diretamente no valor das frequências naturais da coluna. Nesta situação à medida que se induz uma protensão, o sistema torna-se mais flexível e a frequência fundamental diminui (Araujo, 2007).

3.2 Carregamento dinâmico

Foram escolhidos três nós na coluna central (a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ do vão da coluna – Figura 16a) para comparação com as recomendações apresentadas pela Norma Brasileira (ABNT NBR 8800, 2008) e pelo Eurocódigo (EUROCODE 3 EN 1993, 2005). Deslocamentos laterais dos nós foram obtidos da análise não-linear dinâmica e comparados com os limites sugeridos de $L/500$ (24 mm – Norma Brasileira) e $L/300$ (40 mm – Eurocódigo 3), onde L é o comprimento da coluna central (12 m). A análise não-linear dinâmica considerou um pulso

retangular para representar um caso de carga de impacto, aplicado no topo do sistema estrutural com o objetivo de simular uma carga súbita. Nesta análise o tempo de duração da carga foi de cinco segundos (5 s) (Figura 16b).

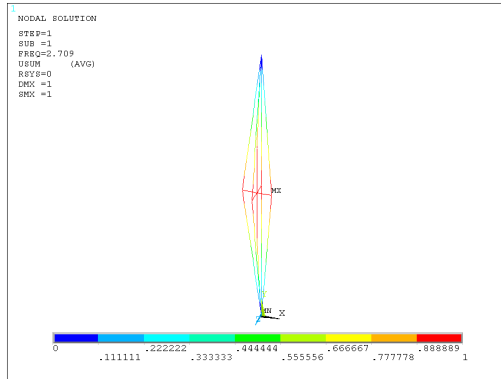


Figura 10: Modo de vibração associado a 1ª frequência natural: $f_{01}=2,71\text{Hz}$.

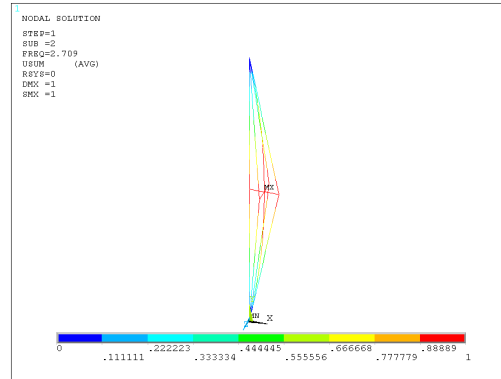


Figura 11: Modo de vibração associado a 2ª frequência natural: $f_{02}=2,71\text{Hz}$.

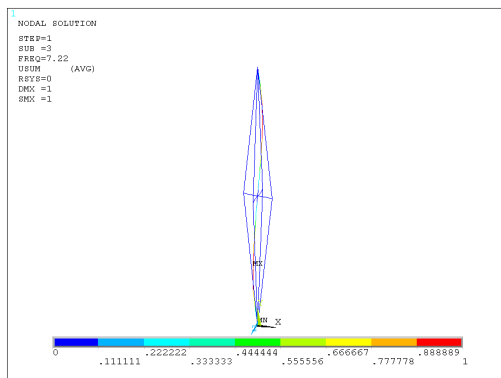


Figura 12: Modo de vibração associado a 3ª frequência natural: $f_{03}=7,22\text{Hz}$.

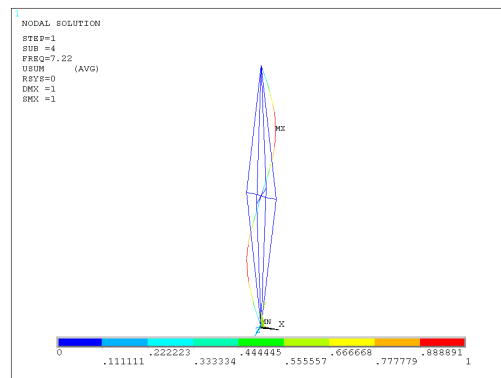


Figura 13: Modo de vibração associado a 4ª frequência natural: $f_{04}=7,22\text{Hz}$.

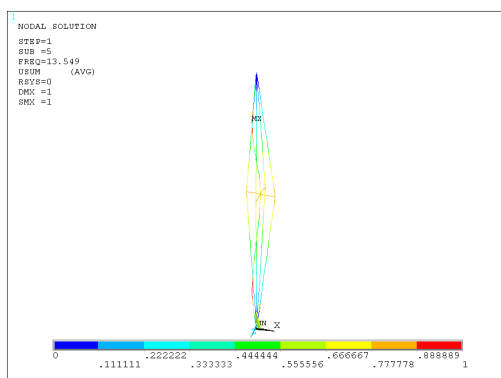


Figura 14: Modo de vibração associado a 5ª frequência natural: $f_{05}=13,55\text{Hz}$.

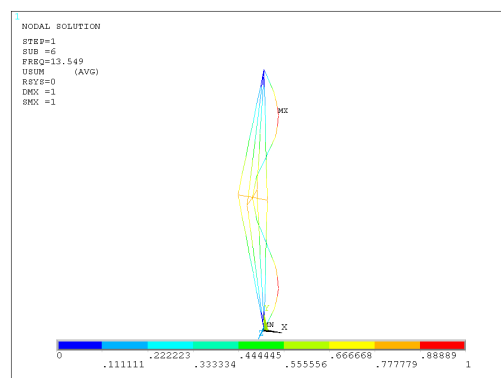


Figura 15: Modo de vibração associado a 6ª frequência natural: $f_{06}=13,55\text{Hz}$.

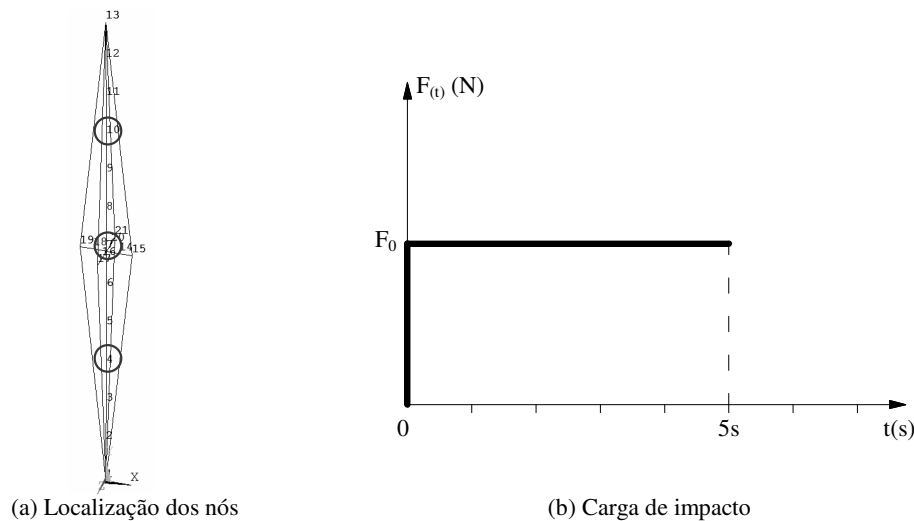


Figure 16: Coluna de aço estaiada e protendida: localização dos nós e carga de impacto.

3.3 Amortecimento estrutural

Nesta investigação, o amortecimento estrutural foi considerado de acordo com a formulação de amortecimento proposta por Rayleigh (Clough and Penzien, 1993). A matriz de amortecimento é definida pelos parâmetros α e β , determinados na função do coeficiente de amortecimento. De acordo com esta formulação (Clough and Penzien, 1993), a matriz de amortecimento do sistema estrutural $[C]$ é proporcional a matriz de massa e a matriz de rigidez, como mostrado na Equação 1:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1)$$

A equação acima pode ser reescrita nos termos do coeficiente de amortecimento modal e da frequência natural, conforme a Equação 2:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (2)$$

Onde ξ_i é o coeficiente de amortecimento modal e ω_i é a frequência natural associada ao modo de flambagem “i”. Isolando os parâmetros α and β da Equação (2) para as duas frequências naturais, ω_{01} and ω_{02} , adotados de acordo com a relevância do correspondente modo de vibração da resposta dinâmica do sistema estrutural, pode se escrever:

$$\alpha = 2\xi_1\omega_{01} - \beta\omega_{01}\omega_{01} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_{02} - \xi_1\omega_{01})}{\omega_{02}\omega_{02} - \omega_{01}\omega_{01}} \quad (4)$$

Com os dois valores de frequência natural é possível determinar os parâmetros α e β descritos anteriormente, veja Equações (3) e (4). Neste artigo, a frequência ω_{01} adotada será a frequência fundamental da estrutura (2,80 Hz – sem protensão; e 2,71 Hz – com protensão) (Araujo et al, 2007) e a frequência ω_{02} considerada será a décima frequência natural do sistema estrutural (39,23 Hz – sem protensão; e 38,58 Hz – com protensão) (Araujo et al, 2007). O coeficiente de amortecimento modal considerado nesta investigação é igual a 0,005 ($\xi=0,5\%$) (Araujo, 2009).

3.4 Análise não-linear dinâmica

A investigação foi centrada na variação da carga dinâmica aplicada de 10% a 80% da carga crítica do sistema estrutural com e sem protensão, considerando ou não o amortecimento. O incremento de tempo usado nesta investigação foi de 0,001 s ($\Delta t = 10^{-3}$ s). Também se determinou o fator de amplificação dinâmico da coluna de aço estaiada e protendida usando cabos como estais.

Também foram consideradas uma análise não-linear geométrica e um comportamento bi-linear do material na coluna de aço estaiada e protendida.

As tabelas a seguir podem ser melhor entendidas com o conhecimento das seguintes abreviações: P_{cr} é a carga crítica da coluna de aço estaiada e protendida com e sem protensão nos estais; Δ_e é o deslocamento estático; Δ_d é o deslocamento dinâmico; e DAF é o fator de amplificação dinâmica.

A Tabela 2 apresenta o cálculo do fator de amplificação dinâmico (DAF) para a coluna estaiada sem carga de protensão nos estais, juntamente com os deslocamentos horizontal (Eixo X) e vertical (Eixo Y) obtidos, no nó central (nó 7 – Figura 16a), para cada nível de carga súbita aplicada. Ressalta-se que para uma carga súbita de 60% da carga crítica para cima, o deslocamento no nó central extrapola o limite máximo de $L/500$ sugerido na Norma Brasileira (ABNT NBR 8800, 2008). E extrapola o limite sugerido pelo Eurocódigo (EUROCODE 3 EN 1993, 2005) de $L/300$ (40 mm) para toda carga de impacto maior ou igual a 80% da carga crítica do sistema estrutural.

Sem Protensão nos Estais						
P_{cr} 21086,8 N	Eixo X (mm)		Eixo Y (mm)		DAF - X	DAF - Y
	Δ_e	Δ_d	Δ_e	Δ_d	Δ_d/Δ_e	Δ_d/Δ_e
P_{cr} 10%	1,17	2,17	0,074	0,13	1,86	1,82
P_{cr} 20%	2,58	4,83	0,15	0,27	1,87	1,80
P_{cr} 30%	4,33	8,15	0,22	0,40	1,88	1,79
P_{cr} 40%	6,55	12,40	0,30	0,54	1,89	1,77
P_{cr} 50%	9,47	18,04	0,39	0,67	1,90	1,73
P_{cr} 60%	13,50	25,89	0,48	0,80	1,92	1,69
P_{cr} 70%	19,44	37,53	0,58	0,94	1,93	1,61
P_{cr} 80%	29,17	56,89	0,73	1,07	1,95	1,47

Tabela 2: Deslocamentos no nó central (nó 7) e fator de amplificação dinâmico do sistema estrutural sem protensão nos estais.

As Figuras 17 e 18 apresentam a resposta da análise não-linear dinâmica do sistema estrutural sem protensão para os casos onde uma carga súbita de 10% e de 60% da carga crítica do sistema estrutural foi aplicada no topo da coluna, respectivamente.

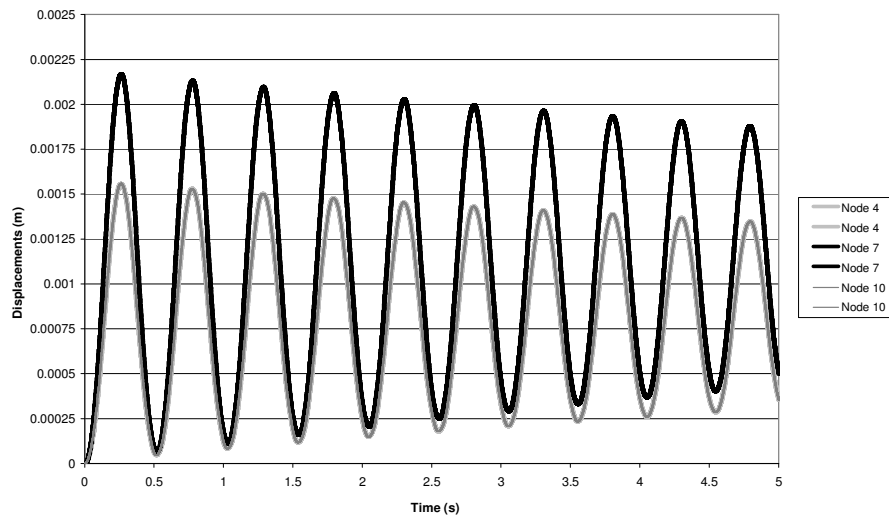


Figura 17: Deslocamento lateral relacionado à carga de 10% P_{cr} do sistema estrutural sem protensão.

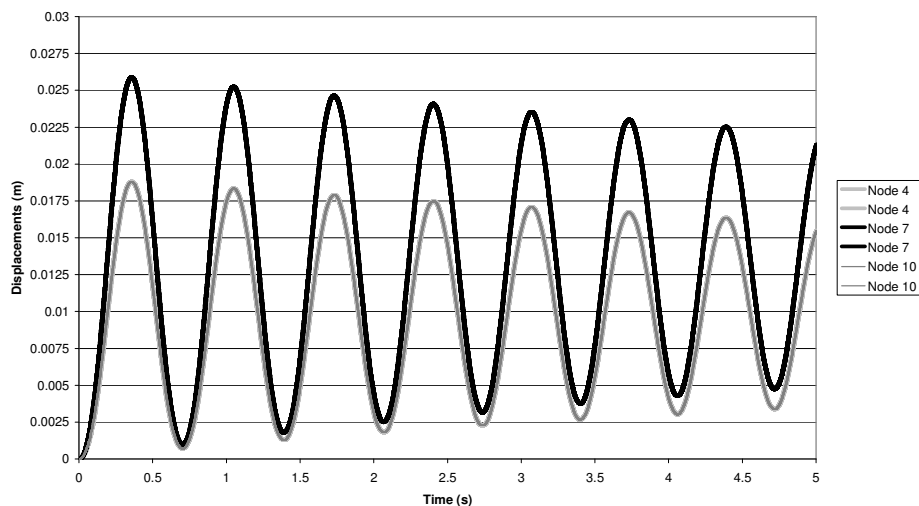


Figura 18: Deslocamento lateral relacionado à carga de 60% P_{cr} do sistema estrutural sem protensão.

A Tabela 3 apresenta o cálculo do fator de amplificação dinâmico (DAF) para a coluna estaiada com carga de protensão nos estais, juntamente com os deslocamentos horizontal (Eixo X) e vertical (Eixo Y) obtidos, no nó central (nó 7 – Figura 16a), para cada nível de carga súbita aplicada. Ressalta-se que para uma carga súbita de 70% da carga crítica para cima, o deslocamento no nó central extrapola o limite máximo de $L/500$ sugerido na Norma Brasileira (ABNT NBR 8800, 2008). E extrapola o limite sugerido pelo Eurocódigo (EUROCODE 3 EN 1993, 2005) de $L/300$ (40 mm) para toda carga de impacto maior ou igual a 80% da carga crítica do sistema estrutural.

Com Protensão nos Estais						
P_{cr} 21086,8 N	Eixo X (mm)		Eixo Y (mm)		DAF - X	DAF - Y
	Δ_e	Δ_d	Δ_e	Δ_d	Δ_d/Δ_e	Δ_d/Δ_e
P_{cr} 10%	1,15	2,39	0,42	0,78	2,08	1,85
P_{cr} 20%	2,11	4,26	0,52	0,96	2,02	1,85
P_{cr} 30%	3,30	6,65	0,63	1,15	2,01	1,84
P_{cr} 40%	4,83	9,70	0,73	1,34	2,01	1,84
P_{cr} 50%	6,86	13,69	0,84	1,53	1,99	1,83
P_{cr} 60%	9,70	19,20	0,95	1,72	1,98	1,81
P_{cr} 70%	13,93	27,58	1,07	1,91	1,98	1,78
P_{cr} 80%	20,94	41,32	1,21	2,09	1,97	1,73

Tabela 3: Deslocamentos no nó central (nó 7) e fator de amplificação dinâmico do sistema estrutural com protensão nos estais.

As Figuras 19 e 20 apresentam a resposta da análise não-linear dinâmica do sistema estrutural com protensão para os casos onde uma carga súbita de 10% e de 70% da carga crítica do sistema estrutural foi aplicada no topo da coluna, respectivamente.

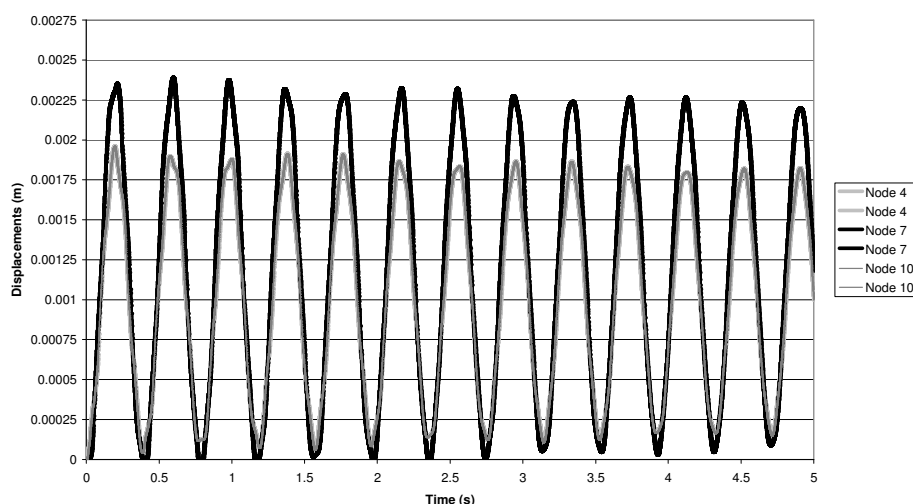


Figura 19: Deslocamento lateral relacionado à carga de 10% P_{cr} do sistema estrutural com protensão.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A corrente investigação vem a confirmar que colunas de aço esbeltas estaiadas são sistemas estruturais eficientes para qualquer tipo de situação onde seja necessário suportar cargas com rapidez e de fácil montagem por serem sistemas mais leves que os tradicionais. Estes sistemas estruturais ainda admitem várias configurações geométricas diferentes da apresentada neste trabalho, podendo ser projetada para diversos níveis de carga e comprimentos de forma a atender com economia e segurança às diversas situações dentro da engenharia estrutural.

Uma análise não-linear dinâmica foi realizada em uma coluna de aço estaiada e protendida com 12 metros de comprimento. A capacidade portante deste sistema estrutural é significativamente aumentada com a utilização de estais protendidos. Essa estratégia reduz efetivamente o comprimento de flambagem da coluna em pelo menos 50%, aumentando substancialmente a sua capacidade resistente. Esse incremento na resistência ocorre devido ao

fato de que os esforços gerados pelos estais são transferidos para a coluna principal, através de barras soldadas perpendicularmente no vão central da mesma, criando uma restrição adicional aos deslocamentos.

No estudo paramétrico, as principais variáveis foram: os estais (cabo ou vergalhão) e a protensão aplicada. Estes dois parâmetros alteram substancialmente o resultado dinâmico e provaram serem os elementos chaves para um melhor entendimento no que tange a resposta dinâmica deste sistema estrutural.

O carregamento foi introduzido no sistema por uma carga concentrada posicionada no topo da coluna, através de um pulso retangular com duração de cinco segundos, para simular uma situação de carga de impacto súbita. Este estudo foi centrado na variação da magnitude do carregamento aplicado de 10% à 80% da carga crítica de flambagem da coluna sem e com protensão, considerando, ou não, o amortecimento. Ao longo desta investigação observou-se que para uma carga súbita de 60% da carga crítica para cima da coluna sem protensão e de 70% da carga crítica para cima da coluna com protensão, o deslocamento no nó central extrapola o limite máximo de $L/500$ (24 mm) sugerido na Norma Brasileira. Por outro lado, este limite ($L/300 - 40$ mm) aumenta para 80% da carga crítica do sistema estrutural, com e sem protensão, sugerido pelo Eurocódigo. Outra importante observação da presente investigação foi que a força de protensão nos estais diretamente influenciam nos resultados deslocamentos do modelo alterando os limites mencionados acima.

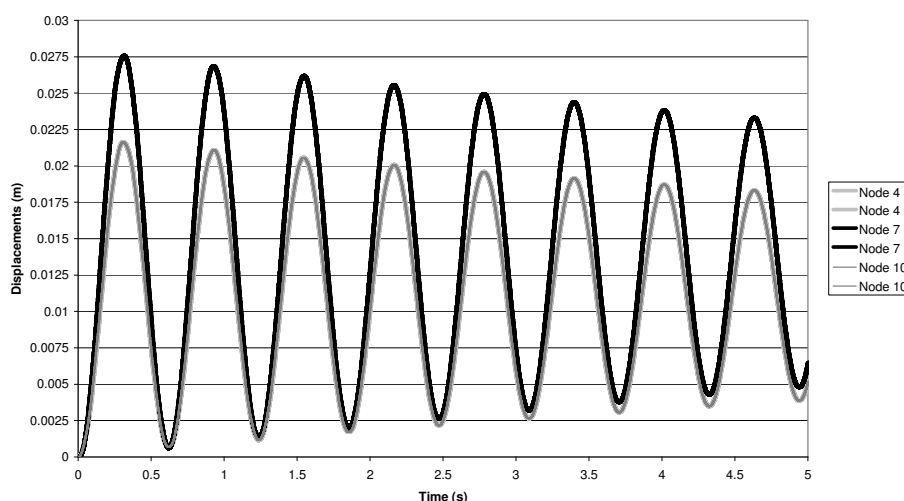


Figura 20: Deslocamento lateral relacionado à carga de 70% P_{cr} do sistema estrutural com protensão.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro provido pelas agências de suporte científico e tecnológico: CNPq, CAPES e FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 8800. Projeto de Estruturas de Aço e Estruturas Mistas de Aço e Concreto de edifícios (in portuguese). *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 237p, Brazil, 2008.
- ANSYS. *Basic Analysis Procedures Guide*, Release 11 (www.ansys.com).
- Araujo, R. R. Estudo Teórico-Experimental de Colunas de Aço Estaiadas e Protendidas. *MSc Dissertation (in portuguese)*, PUC-Rio, 128p, Rio de Janeiro, 2005.
- Araujo, R. R. ; Andrade, S. A. L. ; Vellasco, P. C. G. S. ; Silva, J. G. S. ; Lima, L. R. O. Structural Response of Pre-Stressed Stayed Steel Columns. *Proceedings of the*

- International Colloquia on Stability and Ductility of Steel Structures - SDSS'06*, v. 1. p. 241-248, Lisboa : IST Press, 2006.
- Araujo, R. R. ; Andrade, S. A. L. ; Vellasco, P. C. G. S. ; Silva, L. A. P. S. Avaliação estrutural de colunas de aço estaiadas pré-esforçadas (in portuguese). *VI Congresso de Construção Metálica e Mista*, v. 1. p. II-671-II-678, Coimbra - Portugal, 2007.
- Araujo, R. R. ; Andrade, S. A. L. ; Vellasco, P. C. G. S. ; Silva, L. A. P. S. Dynamic Response of Pre-Stressed Steel Columns. *Eleventh International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing - Civil-Comp Press*, St. Julians, 2007.
- Araujo, R. R.; Andrade, S.; Vellasco, P.; Silva, J.; Lima, L. Experimental and numerical assessment of stayed steel columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, p. 1020-1029, 2008.
- Araujo, R. R. ; Silva, L. Simões da ; Andrade, S. A. L. ; Vellasco, P. C. G. S. ; Silva, J. G. S. ; Lima, L. R. O. Experimental Analysis of Prestressed Stayed Steel Columns. *Proceedings of the Fifth European Conference on Steel and Composite Structures - EUROSTEEL*, v. B. p. 1605-1610, Graz, Austria, 2008.
- Araujo, R. R. Comportamento Estrutural de Colunas de Aço Estaiadas e Protendidas. *DSc Thesis (in portuguese)*, PUC-Rio, 301p, Rio de Janeiro, 2009.
- Araujo, R. R. ; Silva, L. Simões da ; Andrade, S. A. L. ; Vellasco, P. C. G. S. ; Silva, J. G. S. ; Lima, L. R. O. Structural Evaluation of Steel Columns With Reinforced Bar Stays. *7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*, v. 1. p. 1-10, LISBOA, 2009.
- Belenya, E. *Prestressed load-bearing metal structures*. English Translation, MIR Publishers Moscow, 1977.
- Chan, S.; Shu, G.; Lü, Z. Stability analysis and parametric study of pre-stressed stayed columns. *Engineering Structures*, Elsevier, 24, 115-124, 2002.
- Clough, R.W. and Penzien, J. *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 634 pages, 1993.
- EUROCODE 3. EN 1993. Design of steel structures Part 1-1: General rules and rules for buildings. *CEN-European Committee for Standardisation*, Brussels, 2005.
- Hafez, H. H.; Temple, M. C.; Ellis, J. S. Pretensioning of single-cross-arm stayed columns. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 108(7), 1623-1640, 1982.
- Saito, D.; Wadee, M. A. Post-buckling behaviour of prestressed steel stayed columns. *Engineering Structures*, Elsevier, 30, 1224-1239, 2008.
- Saito, D.; Wadee, M. A. Buckling behaviour of prestressed steel stayed columns with imperfections and stress limitation. *Engineering Structures*, Elsevier, 31, 1-15, 2009.
- Saito, D.; Wadee, M. A. Numerical studies of interactive buckling in prestressed steel stayed columns. *Engineering Structures*, Elsevier, 31, 432-443, 2009.
- Voevodin, A. A. *Ustoichivost predvaritelno-napryazhennoy shprengelnoy stoiki (Stability of a Prestressed Trussed Column)*, Trudy NIIR, Rússia, 1970.
- Wong, K. C.; Temple, M. C. Stayed column with initial imperfection. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 105(2), 359-375, 1979.