

EFEITO DAS LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS NA RESPOSTA DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE AÇO

Andréa R.D. Silva, Ricardo A.M. Silveira e Francisco A. Neves

*Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Campus
Universitário, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto - MG - Brasil,
andreadiassilva@yahoo.com.br; ricardo@em.ufop.br; fassis@em.ufop.br*

Palavras Chave: Análise Dinâmica, Estruturas de Aço, Ligações Semirrígidas, Comportamento Histerético.

Resumo. Para se obter uma previsão mais realística sobre o comportamento de estruturas de aço, a flexibilidade da ligação entre seus membros deve também ser considerada na análise. Ainda hoje, a maioria das pesquisas se concentram na análise estática de estruturas de aço com ligações semirrígidas; poucas têm contribuído para a análise dinâmica e de vibração. O objetivo deste trabalho é avaliar os efeitos decorrentes do comportamento inelástico da ligação semirrígida na resposta dinâmica não linear de estruturas reticuladas planas em aço. A metodologia numérica usada na análise, que é baseada no Método dos Elementos Finitos, será discutida. Uma descrição completa sobre o comportamento da ligação e o modelo usado na sua simulação serão apresentados. A verificação e a validação da metodologia adotada será feita ao final do trabalho com o estudo de três sistemas estruturais. A partir das análises será possível observar que a histerese favorecida pela ligação semirrígida é uma importante fonte de amortecimento durante a vibração da estrutura.

1 INTRODUÇÃO

O uso de ligação viga-coluna, ou mesmo coluna-base, é inerente de toda construção estrutural em aço, seja constituída por um ou vários pavimentos. Devido à sua importância, ela se torna significativa em termos econômicos e também estrutural. O aprimoramento na análise e no projeto de estruturas com ligações semirrígidas permitem um custo efetivo melhor e, portanto, um impacto significativo nas empresas de fabricação e montagem dessas estruturas. É importante, então, que um engenheiro de projeto entenda o comportamento da ligação. Por esse motivo, diversas pesquisas vêm sendo desenvolvidas nos últimos tempos e as modernas normas (NBR 8800, 2008; AISC, 2005; Eurocode 3, 2005) já incluem procedimentos que definem tanto a rigidez quanto a resistência das ligações semirrígidas para os programas de análise e projeto estrutural em aço.

Vários estudos referentes à análise estática de sistemas estruturais de aço (King, 1994; Li et al., 1995; Kruger et al., 1995; Chen, 2000; Chan e Chui, 2000; Sekulovic e Nefovska, 2004; Cabrero e Bayo, 2005; Ihaddoudène et al., 2009) já mostraram que a deformabilidade e a capacidade de transmissão de momentos das ligações semirrígidas podem alterar significativamente a resposta da estrutura, influenciando a sua estabilidade e capacidade de carga, assim como a distribuição de esforços internos nos seus membros.

Porém, com o desenvolvimento das indústrias civil, naval, oceânica e aeronáutica, e o surgimento de materiais mais resistentes e novas técnicas construtivas, existe o interesse cada vez maior em se projetar estruturas mais leves e esbeltas. Isso as torna susceptíveis a problemas de vibração excessiva e, conseqüentemente, a análise dinâmica deve constituir também uma etapa obrigatória do projeto estrutural. Vale enfatizar que as pesquisas nesse sentido, considerando o efeito da flexibilidade das ligações, ainda são relativamente limitadas se comparadas à análise estática. Dentre os trabalhos que investigam numericamente o comportamento de estruturas de aço com ligações semirrígidas submetidas à excitação dinâmica podem ser citados: Chan e Ho (1990); Lui e Lopes (1997); Xu e Zhang (2001); Sophianopoulos (2003); Da Silva et al. (2008) e Galvão et al. (2010).

Cabe destacar que a resposta cíclica de ligações semirrígidas vem sendo avaliada também experimentalmente. Trabalhos como Bernuzzi et al. (1996), Calado (2003) e Shi et al. (2007) realizaram testes com um determinado tipo de ligação e propuseram modelos matemáticos para representar o seu comportamento.

Nesse contexto, este trabalho avalia, usando o programa CS-ASA (Silva, 2009), a resposta não linear dinâmica de estruturas reticuladas planas de aço. Os efeitos decorrentes da não linearidade geométrica e da semirrigidez da ligação entre os membros estruturais são considerados. Será mostrado que as ligações semirrígidas quando submetidas a ações repetidas e alternadas desenvolvem um comportamento inelástico que provoca o amortecimento histerético durante a vibração da estrutura. Sendo assim, para as estruturas atuais, pelas razões destacadas em parágrafos anteriores, torna-se bastante benéfico o aumento do amortecimento favorecido pelas ligações. Iniciando o estudo, a Seção 2 descreve o comportamento da ligação quando solicitadas por cargas monotônicas e cíclicas, apresentando também a técnica adotada para simulá-lo. Na Seção 3, a metodologia usada na obtenção da resposta transiente não linear do sistema estrutural será descrita. A formulação para o elemento finito usado na modelagem do sistema estrutural é descrita na Seção 4. Ao final do trabalho, três sistemas estruturais serão estudados e suas respostas avaliadas para validar a metodologia de análise utilizada, e mostrar que o comportamento estrutural pode ser bastante influenciado pelo efeito da semirrigidez das ligações, merecendo uma investigação cuidadosa.

2 LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA

Uma ligação é um meio através do qual forças e momentos são transferidos de um membro estrutural a outro. Como já mencionado, as ligações em estruturas de aço constituem um ponto chave no desempenho estrutural, no sistema construtivo e de montagem, e nos custos da estrutura. Contrariamente aos critérios correntemente adotados nos projetos, as ligações entre elementos de barra não se comportam conforme idealizado, com condições de extremidade perfeitamente rígidas ou idealmente rotuladas. No primeiro caso, o ângulo entre os eixos dos membros interligados não se altera, ou seja, a ligação não sofre rotação relativa quando a estrutura se deforma e, nesse caso, o momento na extremidade de um deles é completamente transferido ao outro. Já no segundo, nenhum momento é transmitido entre os membros, que se comportam de forma independente. Dessa forma, subestimam-se os deslocamentos estruturais e superestimam-se as forças atuantes nas ligações resultando em membros e ligações mais pesados. Tais hipóteses simplificam o processo de análise, mas não representam o real comportamento da estrutura.

Investigações experimentais como Jones et al. (1983, 1980) e Nethercot et al. (1998) mostraram que a maior parte das ligações usadas na prática atual apresenta o comportamento semirrígido que, como já destacado, pode influenciar substancialmente a estabilidade global do sistema estrutural e a distribuição de esforços nos seus membros.

Segundo Colson (1991), as ligações em estruturas de aço são a origem de discontinuidades geométricas e mecânicas que introduzem efeitos localizados e imperfeições, interferindo no comportamento global da estrutura. Por isso devem ser estudadas de modo rigoroso, não só do ponto de vista de fabricação e montagem, mas também com relação à função estrutural.

Esforços axiais, cisalhantes, de flexão e torção são transmitidos a uma ligação. Entretanto, para a grande maioria das estruturas de aço, os efeitos das forças axial e cisalhante na deformação da ligação são pequenos, se comparados àqueles causados pelo momento fletor (Chen et al., 1996). Por essa razão e sabendo que a deformação por torção é desprezada na análise de estruturas planas, apenas a deformação rotacional da ligação devido à flexão será considerada neste trabalho.

O comportamento de uma ligação é comumente descrito através de curvas momento-rotação, que são obtidas por ensaios experimentais, simulação numérica em elementos finitos ou por modelos teóricos. Esses últimos são desenvolvidos aplicando-se técnicas de ajuste de curva aos resultados obtidos de forma numérica e/ou experimental. Estudos vêm sendo realizados para avaliar o comportamento das ligações quando submetidas a cargas monotônicas ou cíclicas (Ackroyd e Gerstle, 1982; Azizinamini et al., 1985; Yee e Melchers, 1986; Kishi e Chen, 1987b,a; Korol et al., 1990; Tsai e Popov, 1990; Abolmaali et al., 2003). As duas próximas subseções descrevem tais comportamentos e as técnicas adotadas neste trabalho nas respectivas modelagens.

2.1 Comportamento sob cargas monotônicas

A Fig. 1, a seguir, ilustra o comportamento típico de três tipos de ligações semirrígidas: chapa de topo, cantoneira de topo e assento e cantoneira de alma simples. Mostra-se a variação da rotação ϕ_c , que corresponde à rotação relativa entre os membros interligados, com o momento aplicado. Observando-a, percebe-se que as ligações desenvolvem um comportamento não linear quando submetidas à flexão. O aspecto linear que a curva momento-rotação aparentemente assume no início do carregamento sugere a existência de uma fase elástica que deixa de existir à medida que o carregamento vai assumindo valores mais elevados. Essa mudança de

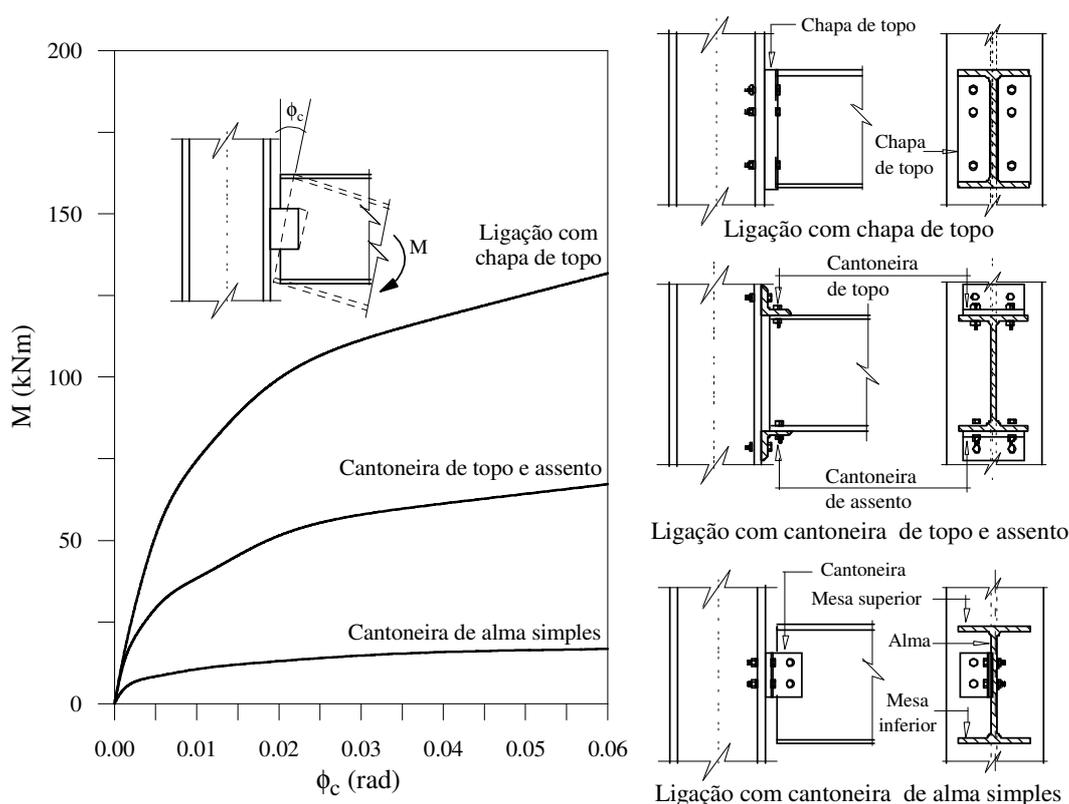


Figura 1: Comportamento de três tipos de ligações sob carga monotônica

comportamento é, em geral, provocada pela existência de concentração de tensões, imperfeições geométricas e descontinuidades nos elementos que compõem a ligação, ou mesmo plastificação dos seus componentes. Esses fatores, a partir de certo estágio do carregamento, passam a interferir na capacidade de rotação da ligação. Na fase final do carregamento, a curva momento-rotação tende para um valor assintótico conhecido como momento último ou capacidade de momento, a partir do qual a ligação entra na fase de colapso.

O momento último e a rigidez inicial são as características mais importantes que definem o comportamento de uma ligação (Bjorhovde et al., 1990). A rigidez, que será denotada neste trabalho por S_c , é determinada através de ensaios experimentais e descreve o desempenho da ligação durante o processo de carregamento. Matematicamente, representa a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação (Fig. 1). A intensidade da rigidez não determina se uma ligação se comportará de uma maneira rígida ou flexível. Esse comportamento só pode ser verificado através de algum parâmetro que relacione a rigidez da ligação com a rigidez à flexão (EI) do membro a ela interligado. Cunningham (1990) propôs a adoção do fator fixo de rigidez, $\gamma = (1 + 3EI/(S_cL))^{-1}$, na qual L representa o comprimento do membro, para fornecer uma melhor compreensão sobre o comportamento rotacional da ligação. Os valores extremos que o fator fixo assume são 0 e 1. Para uma ligação perfeitamente rotulada, a rigidez é nula e, portanto, $\gamma = 0$. Já para uma ligação idealmente rígida, o fator fixo γ tem valor 1, uma vez que sua rigidez é extremamente elevada ($S_c \rightarrow \infty$).

A rigidez pode ser calculada através da equação:

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} \quad (1)$$

sendo M o momento atuante na ligação e ϕ_c a sua deformação rotacional.

A incorporação das curvas momento-rotação na análise estrutural fornece resultados mais precisos que aqueles obtidos com as análises convencionais, que consideram as ligações como rígidas ou rotuladas. Tais curvas podem ser escritas, de uma forma geral, através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} M &= f(\phi_c) \\ \phi_c &= g(M) \end{aligned} \quad (2)$$

que relacionam o momento e a rotação através de funções matemáticas f e g que dependem, em geral, da geometria e disposição de componentes da ligação, e de parâmetros de ajuste de curva.

Devido ao comportamento não linear das ligações semirrígidas, influenciado por diversos fatores já destacados, torna-se bastante complicado representá-lo matematicamente usando aproximações simples e adequadas. Modelos analíticos foram desenvolvidos para avaliar o comportamento da ligação quando submetidas a cargas monotônicas e podem ser encontrados facilmente na literatura. Muitos deles, embora possam reproduzir perfeitamente o comportamento da ligação, são bastante complexos e só adequados para certos tipos de ligações. De acordo com [Chan e Chui \(2000\)](#), os modelos matemáticos devem gerar uma curva momento-rotação suave, com primeira derivada positiva, e conseguir representar vários tipos de ligações. Entre tais modelos, existem o linear e os não lineares. Para o modelo linear ([Arbabi, 1982](#); [Kawashima e Fujimoto, 1984](#); [Chan, 1994](#)), apenas um parâmetro definindo a rigidez da ligação é necessário. A relação momento-rotação pode, nesse caso, ser escrita como:

$$M = S_{cini}\phi_c \quad (3)$$

na qual S_{cini} representa a sua rigidez inicial, que é determinada no início do carregamento. Esse é o modelo de ligação mais simples e amplamente utilizado nos estágios iniciais de desenvolvimento de métodos de análise para ligações semirrígidas. No entanto, não é muito preciso em casos de grandes deslocamentos. Sua utilização é mais apropriada nas análises linear, de vibração e de bifurcação, onde os deslocamentos são pequenos ([Chan e Chui, 2000](#)).

Entre os vários modelos não lineares existentes na literatura, serão discutidos, aqui, apenas aqueles utilizados neste trabalho. Diferentemente do modelo linear, no qual se considera que a rigidez da ligação permanece inalterada, os não lineares simulam a degradação da rigidez quando o carregamento aumenta.

O primeiro é o modelo exponencial, proposto por [Lui e Chen \(1986\)](#), cuja expressão matemática para a curva momento-rotação é dada por:

$$M = M_o + \sum_{m=1}^n C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2m\alpha}\right) \right] + R_p |\phi_c| \quad (4)$$

sendo M_o o momento inicial, R_p a rigidez devido ao encruamento da ligação, α um fator de escala, e C_m , para $m = 1, 2, \dots, n$, coeficientes de ajuste da curva.

É utilizado também o modelo de potências com quatro parâmetros proposto por [Richard e Abbott \(1975\)](#), que descreve o comportamento de uma ligação através da relação:

$$M = \frac{(S_{cini} - R_p) |\phi_c|}{[1 + |(S_{cini} - R_p) |\phi_c| / M_o]^n]^{1/n}} + R_p |\phi_c| \quad (5)$$

na qual R_p é a rigidez devido ao encruamento da ligação quando ϕ_c tende a infinito, n é um parâmetro que define a forma da curva e M_o é um momento de referência. Recentemente, estudo feito por Kishi et al. (2004) mostrou que esse modelo é efetivo e preciso para prever o comportamento de ligações com placa de extremidade. Entretanto, vale ressaltar que tal função pode ser aplicada a qualquer tipo de ligação. Para isso basta que se avaliem, experimentalmente ou mesmo numericamente, os quatro parâmetros necessários para representá-la. Com esse modelo, três outros podem ser obtidos, linear ($R_p \approx S_{cini}$), bilinear ($n \rightarrow \infty$) e, desprezando o efeito do endurecimento do material, chega-se ao modelo de potências com três parâmetros apresentado por Kishi e Chen (1986).

Cabe enfatizar que a rigidez da ligação é calculada utilizando a Eq. (1), com M descrito através de algum dos modelos não lineares apresentados.

2.2 Comportamento sob cargas cíclicas

A aproximação da resposta cíclica de uma ligação é fundamental quando se deseja simular numericamente o comportamento real de um sistema estrutural. As ligações semirrígidas, ao serem submetidas a ações repetidas e alternadas, também desenvolvem um comportamento inelástico cujo aspecto típico é ilustrado na Fig. 2. Algumas fases ao longo da trajetória podem ser esclarecidas de acordo com essa figura. O trecho $0A$ descreve o comportamento da ligação durante o processo inicial de carregamento da estrutura. Quando ocorre uma inversão no sentido da sollicitação, tem-se caracterizado o processo de descarregamento. Sendo assim, a intensidade do momento fletor que atua na ligação diminui. As setas estabelecem o sentido dos caminhos, indicando a variação do momento ao longo da análise. Os caminhos AB e CD na figura exibem tal situação.

Após o descarregamento completo, no qual se tem $M = 0$, ocorre novamente o processo de carregamento, comumente referido como carregamento reverso. Os trechos BC e DE exemplificam o processo de carregamento reverso e recarregamento, respectivamente. Observa-se que, após a primeira etapa de descarregamento completo, apenas uma parcela da deformação total, ϕ_{ca} , é recuperada e a ligação permanece com uma deformação residual permanente, ϕ_{cb} . Isso acontece também após os outros ciclos de carga e descarga.

A histerese é caracterizada pelo laço resultante da não coincidência das curvas momento-

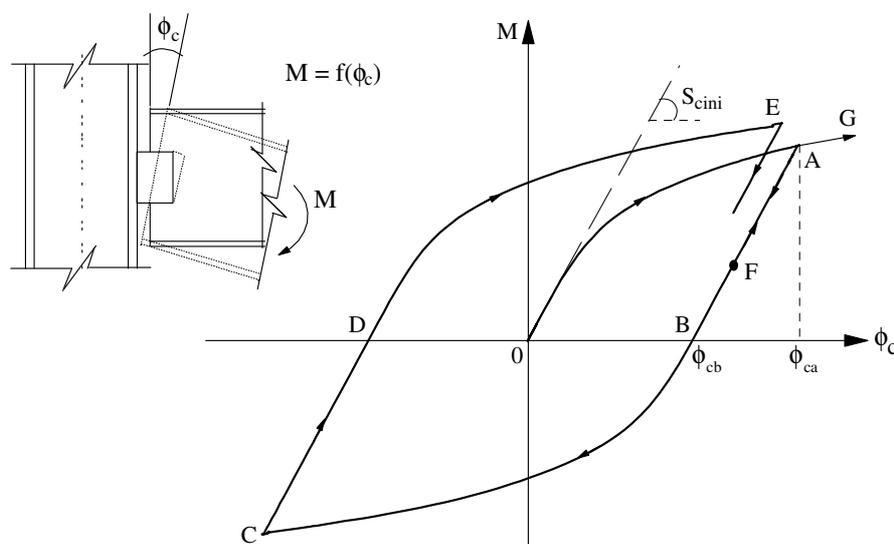


Figura 2: Comportamento da ligação sob carga cíclica

rotação da ligação nas etapas de carregamento e descarregamento. Como existem poucos dados experimentais referentes ao comportamento das ligações semirrígidas quando solicitadas por ações de natureza dinâmica, torna-se difícil simular o ciclo histerético em perfeito acordo com os resultados desses testes. Entretanto, estudos realizados por Tsai e Popov (1990), Korol et al. (1990) e Abolmaali et al. (2003) mostraram, através de testes com ligações, que as suas relações momento-rotação são estáveis e podem ser reproduzidas.

O comportamento inelástico das ligações semirrígidas ao serem submetidas a cargas cíclicas será simulado, neste trabalho, através da técnica do endurecimento independente (*independent hardening model*). Trata-se de um modelo utilizado por diversos autores, entre os quais citam-se, Ackroyd e Gerstle (1982), Shi e Atluri (1989), Azizinamini et al. (1987), Chen et al. (1996), Chan e Chui (2000) e Sekulovic e Nefovska (2008), para avaliar a rigidez da ligação nas etapas de carregamento e descarregamento. Uma importante vantagem do método é que qualquer função matemática que represente a relação momento-rotação da ligação sob cargas monotônicas pode ser adotada. É importante enfatizar que apenas a influência do momento fletor na deformação da ligação será considerada.

As etapas a seguir descrevem o procedimento usado para desenvolver um algoritmo que simule o comportamento histerético ilustrado na Fig. 2. Na condição de carregamento, as trajetórias, que são indicadas através de linhas contínuas na Fig. 3a, iniciam-se num ponto ao longo do eixo das abscissas cuja coordenada corresponde à última rotação residual permanente, ϕ_p . Na fase inicial de carregamento, $0A$, tem-se $\phi_p = 0$. Essa rotação, como mencionado anteriormente, é determinada após a fase de descarregamento completo. O momento fletor M em qualquer posição dessa trajetória que se inicia em D pode ser calculado, de uma forma geral, como:

$$M = f(\phi_c - \phi_p) \tag{6}$$

na qual a função f é definida de acordo com um modelo matemático que descreve o comportamento não linear momento-rotação da ligação quando submetida a carregamento monotônico.

Já a rigidez da ligação é dada por:

$$S_c = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{\phi_c = (\phi_c - \phi_p)} \tag{7}$$

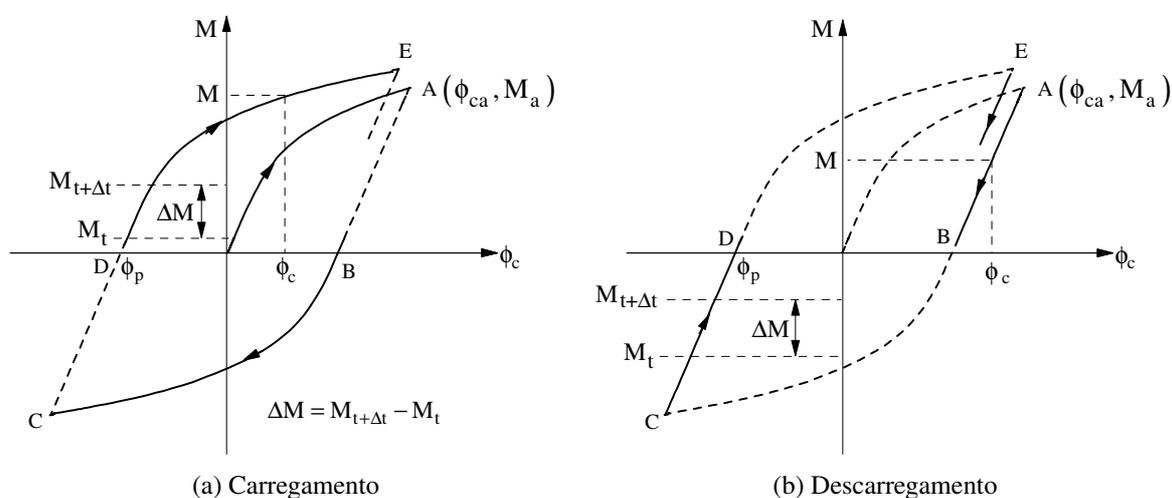


Figura 3: Modelo de endurecimento independente: etapas de carregamento e descarregamento

Pode-se notar que a fase de carregamento é caracterizada pelo acréscimo de momento fletor, ΔM , entre os instantes de tempo t (anterior) e $t + \Delta t$ (atual). Além disso, o sinal de ΔM é sempre igual ao do momento fletor atuante, M . Portanto, a condição de carregamento pode ser verificada se a relação $M \cdot \Delta M > 0$ for satisfeita.

No processo de descarregamento, admite-se a curva momento-rotação linear, com inclinação igual à rigidez inicial da ligação. A Fig. 3b exibe as regiões onde ocorre o descarregamento. A linha contínua é usada para tal finalidade. Na obtenção das equações momento-rotação nessa fase, considere o trecho AB do ciclo histerético representado nessa figura. Como a reta passa pelo ponto $A(\phi_{ca}, M_a)$ e tem inclinação conhecida, S_{cini} , sua equação é definida como:

$$M = M_a - S_{cini} (\phi_{ca} - \phi_c) \quad (8)$$

na qual M_a estabelece o momento a partir do qual o descarregamento ocorre. Essa grandeza, referida como momento reverso, é encontrada usando a expressão (6), para $\phi_c = \phi_{ca}$.

Observa-se facilmente que, durante o processo de descarregamento, a relação $M \cdot \Delta M < 0$ é obedecida. Entretanto, alguns esclarecimentos adicionais devem ser feitos para se evitar possíveis problemas. Para isso, considere novamente a Fig. 2. Se a ligação estiver sendo descarregada de A a F e voltar a ser carregada antes de completar o processo de descarregamento, o comportamento momento-rotação desse elemento deverá seguir a trajetória FA até alcançar o último momento reverso encontrado. A partir de então, o processo de carregamento segue a curva original momento-rotação obtida considerando a última rotação permanente ϕ_p encontrada.

É importante informar que, na implementação computacional do método do endurecimento independente, a rotação ϕ_p deve ser armazenada após cada situação de descarregamento completo, bem como o momento reverso, M_a , sempre que for detectada uma alteração no sinal do incremento de momento, ΔM . Adicionalmente, os intervalos entre dois instantes de tempo sucessivos devem ser pequenos para que essas grandezas sejam definidas com uma precisão adequada.

3 METODOLOGIA PARA ANÁLISE DINÂMICA NÃO LINEAR

A equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema estrutural pode ser obtida através do Princípio dos Trabalhos Virtuais ou do Princípio dos Deslocamentos Virtuais. Considerando que o sistema estrutural esteja submetido, além das tensões restauradoras provocadas pela deformação da estrutura e das forças externas, às forças inerciais e dissipativas, obtém-se a equação de equilíbrio para um elemento desse sistema, num instante $t + \Delta t$. Essa relação pode ser expressa como (Zienkiewicz e Taylor, 1991):

$$\int_{tV} \tau_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_{tV} \rho \ddot{d}_k \delta \ddot{d}_k dV + \int_{tV} \mu \dot{d}_k \delta \dot{d}_k dV = \delta d_k^T f_{ek} \quad (9)$$

onde τ_{ij} representa o tensor de Cauchy em equilíbrio com a excitação externa f_{ek} ; $\delta \varepsilon_{ij}$ são as componentes de deformações virtuais de Green-Lagrange correspondentes aos deslocamentos arbitrários e cinematicamente compatíveis com as condições de contorno, δd_k ; ρ é a densidade ou a massa volumétrica (massa por unidade de volume), e μ é o coeficiente de amortecimento viscoso do material. Para se determinar a configuração de equilíbrio da estrutura em $t + \Delta t$, será utilizado o referencial Lagrangiano atualizado. Nesse caso, toma-se, como referência para a análise, a configuração no instante t .

Seguindo o procedimento usual do Método dos Elementos Finitos, estabelecendo o campo de deformação e deslocamentos do elemento em função dos deslocamentos nodais e usando a

Eq. (9), é possível obter, na forma discretizada, a seguinte equação de movimento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_i(\mathbf{U}) = \lambda(t) \mathbf{F}_r \quad (10)$$

na qual \mathbf{M} e \mathbf{C} são as matrizes de massa e amortecimento, respectivamente; \mathbf{F}_i é o vetor de forças internas; \mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ e $\ddot{\mathbf{U}}$ representam, respectivamente, os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema estrutural; \mathbf{F}_r é o vetor que define a direção da excitação externa, e λ estabelece a intensidade e o sentido do carregamento em um determinado instante t .

No estudo do comportamento não linear de uma estrutura, como o que será realizado neste trabalho, a matriz de rigidez deve ser atualizada constantemente para capturar o estado de equilíbrio influenciado pelos efeitos de segunda ordem ($P - \Delta$ e $P - \delta$) e da flexibilidade da ligação. Tal matriz é função dos deslocamentos nodais, das forças internas em cada elemento e da rigidez das ligações. Torna-se necessário, então, realizar uma análise de forma incremental-iterativa. Sendo assim, um procedimento que combina os métodos de Newmark e Newton-Raphson é usado para produzir a resposta dinâmica não linear dos sistemas estruturais investigados neste trabalho. Os passos computacionais a serem seguidos para se alcançar esse objetivo são detalhados na Tabela 1. Observa-se, analisando a sequência de procedimentos, que a rigidez da ligação é atualizada ao final do ciclo iterativo. Isso é feito apenas se a relação momento-rotação não linear estiver sendo considerada na modelagem das ligações. Para isso, adota-se a técnica capaz de simular o comportamento da ligação quando submetida a cargas cíclicas descrita na Seção 2.

O elemento finito usado na discretização do sistema estrutural e uma das formulações detalhadas em Silva (2009) serão apresentados na próxima seção.

4 O ELEMENTO FINITO

A aproximação mais comum para modelar uma ligação em programas de análise estrutural é através de molas posicionadas nas extremidades do elemento finito. Na Fig. 4 está ilustrado o elemento reticulado plano de viga-coluna com pontos nodais i e j usado neste trabalho para modelar o sistema estrutural. Nas extremidades desse elemento, molas fictícias simulam a flexibilidade da ligação. Essas molas são fisicamente fixadas às extremidades do elemento de viga-coluna respeitando-se as condições de equilíbrio e compatibilidade, permitindo que os graus de liberdade das ligações possam ser incorporados na relação de rigidez tangente do elemento de viga-coluna. Apenas a deformação rotacional da ligação devido à flexão é considerada.

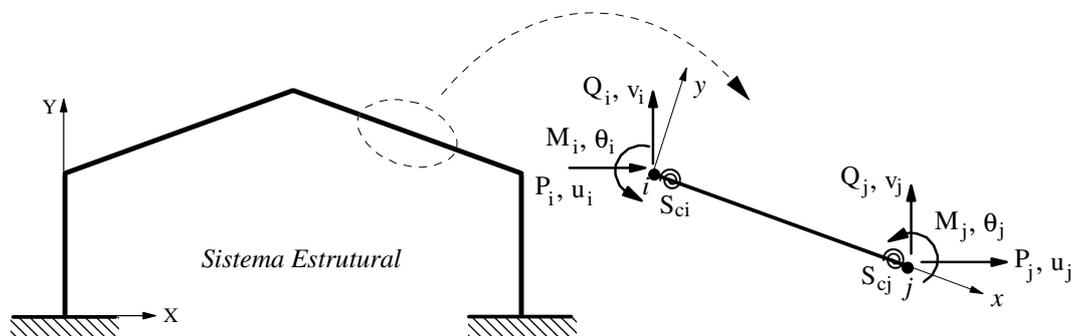


Figura 4: Elemento de viga-coluna com ligações semirrígidas

A presença das molas introduz rotações relativas nos nós das extremidades do elemento. Com isso, as equações que descrevem o comportamento não linear do sistema estrutural idealmente rígido se modificam. Nesta seção, um procedimento usado para modificar as equações

- i. Dados da estrutura: características geométricas e propriedades dos materiais e das ligações
 ii. Define-se o vetor de cargas nodais de referência, \mathbf{F}_r , que estabelece a direção da excitação externa
 iii. Consideram-se os deslocamentos ${}^t\mathbf{U}$, velocidades ${}^t\dot{\mathbf{U}}$ e acelerações ${}^t\ddot{\mathbf{U}}$ no instante t
 iv. **NO INSTANTE $t + \Delta t$**

1. Formam-se as matrizes de rigidez \mathbf{K} , massa \mathbf{M} e amortecimento \mathbf{C}
 2. Determinam-se as variáveis:

$$a_0 = \frac{1}{\beta\Delta t^2}; a_1 = \frac{\alpha}{\beta\Delta t}; a_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}; a_3 = \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right); a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1; a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2\right);$$

$$a_6 = a_0; a_7 = -a_2; a_8 = -a_3; a_9 = \Delta t(1 - \alpha); a_{10} = \alpha\Delta t$$

sendo α e β os parâmetros característicos do método de Newmark

3. Monta-se a matriz de rigidez efetiva: $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C}$
 4. Determina-se o vetor de cargas efetivo:

$$\hat{\mathbf{F}} = ({}^{t+\Delta t})\lambda\mathbf{F}_r + \mathbf{M} \left(a_2 {}^t\dot{\mathbf{U}} + a_3 {}^t\ddot{\mathbf{U}} \right) + \mathbf{C} \left(a_4 {}^t\dot{\mathbf{U}} + a_5 {}^t\ddot{\mathbf{U}} \right) - {}^t\mathbf{F}_i$$

5. Obtém-se o vetor de deslocamentos nodais incrementais $\Delta\mathbf{U}$: $\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U} = \hat{\mathbf{F}}$

PROCESSO ITERATIVO: $k = 1, 2, \dots$

6. Avaliam-se as estimativas para as acelerações, velocidades e deslocamentos nodais:

$$({}^{t+\Delta t})\ddot{\mathbf{U}}^k = a_0\Delta\mathbf{U}^k - a_2 {}^t\dot{\mathbf{U}} - a_3 {}^t\ddot{\mathbf{U}}; ({}^{t+\Delta t})\dot{\mathbf{U}}^k = a_1\Delta\mathbf{U}^k - a_4 {}^t\dot{\mathbf{U}} - a_5 {}^t\ddot{\mathbf{U}}$$

$$({}^{t+\Delta t})\mathbf{U}^k = {}^t\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^k$$

7. Atualizam-se as coordenadas nodais

8. Obtém-se o vetor de forças internas: $({}^{t+\Delta t})\mathbf{F}_i^k = {}^t\mathbf{F}_i + \mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^k$

9. Calcula-se o vetor de forças residuais:

$$({}^{t+\Delta t})\mathbf{R}^{(k+1)} = ({}^{t+\Delta t})\lambda\mathbf{F}_r - \left(\mathbf{M}({}^{t+\Delta t})\ddot{\mathbf{U}}^k + \mathbf{C}({}^{t+\Delta t})\dot{\mathbf{U}}^k + ({}^{t+\Delta t})\mathbf{F}_i^k \right)$$

10. Determina-se a correção dos deslocamentos, $\delta\mathbf{U}$: $\hat{\mathbf{K}}\delta\mathbf{U}^{(k+1)} = ({}^{t+\Delta t})\mathbf{R}^{(k+1)}$

11. Atualiza-se o vetor de deslocamentos incrementais: $\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} = \Delta\mathbf{U}^k + \delta\mathbf{U}^{(k+1)}$

12. Obtém-se as acelerações, velocidades e deslocamentos no tempo $t + \Delta t$:

$$({}^{t+\Delta t})\ddot{\mathbf{U}}^{(k+1)} = a_0\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} - a_2 {}^t\dot{\mathbf{U}} - a_3 {}^t\ddot{\mathbf{U}}; ({}^{t+\Delta t})\dot{\mathbf{U}}^{(k+1)} = a_1\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} - a_4 {}^t\dot{\mathbf{U}} - a_5 {}^t\ddot{\mathbf{U}}$$

$$({}^{t+\Delta t})\mathbf{U}^{(k+1)} = {}^t\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^{(k+1)}$$

13. Verifica-se a convergência do processo iterativo através da equação:

$$\left| \Delta\mathbf{U}^{(k+1)} \right| / \left| ({}^{t+\Delta t})\mathbf{U}^{(k+1)} \right| \leq \xi, \text{ sendo } \xi \text{ um fator de tolerância}$$

NÃO: Reinicia-se o processo iterativo

SIM: Encerra-se o processo iterativo e efetuam-se as atualizações a seguir

ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

14. Forças internas: $({}^{t+\Delta t})\mathbf{F}_i = {}^t\mathbf{F}_i + \mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(k+1)}$

15. Rigidez da ligação, S_c , através da técnica descrita na Seção 2

Tabela 1: Estratégia numérica para análise transiente não linear

matriciais de elementos de viga-coluna para a consideração dos efeitos da flexibilidade da ligação será apresentado.

A Fig. 5 mostra a configuração deformada do elemento, onde são exibidas também as forças internas e as deformações nas molas de ligação. As rigidezes dos elementos de mola são denotadas por S_{ci} e S_{cj} , e as ligações podem ter comportamentos distintos, ou seja, podem ser caracterizadas por curvas momento-rotação (Eq. (6)) diferentes. A rotação relativa da ligação, ϕ_c , é definida como a diferença entre os ângulos de rotação do lado conectado ao nó global do elemento, θ_c , e daquele conectado ao elemento de viga-coluna, θ_b . Com essa consideração, usando (6) e estabelecendo o equilíbrio de momentos nos elementos de mola, é possível

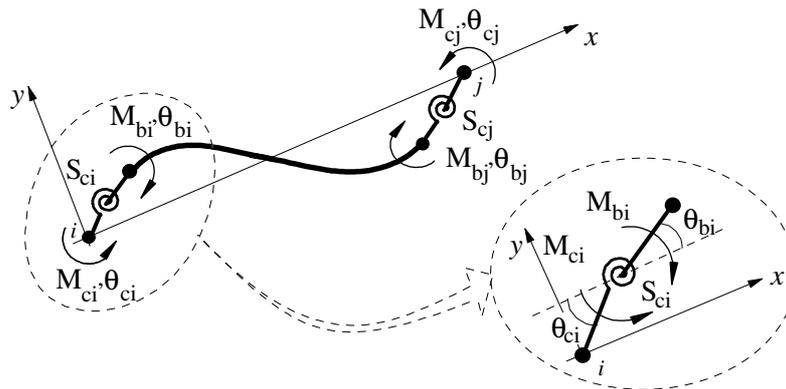


Figura 5: Graus de liberdade dos elementos de mola

escrever as seguintes relações:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{bi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} & -S_{ci} \\ -S_{ci} & S_{ci} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{bi} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{cj} \\ \Delta M_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{cj} & -S_{cj} \\ -S_{cj} & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{cj} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Nas duas equações anteriores, M_c e M_b são, respectivamente, os momentos fletores atuantes no elementos de mola e no elemento de viga-coluna. Os subscritos i e j referem-se às extremidades do elemento.

Ao se adicionar molas de ligação às extremidades do elemento de viga-coluna, a matriz de rigidez convencional desse elemento, em uma análise de segunda ordem, deverá ser modificada para considerar o efeito provocado pela consideração da flexibilidade das ligações. Os procedimentos necessários para que se faça a modificação dependem da formulação de elementos finitos adotada. Na formulação que será apresentada, os elementos de mola simulando a flexibilidade da ligação têm comprimentos nulos.

Para iniciar o estudo da formulação, consideram-se as seções internas do elemento de viga-coluna. A relação de equilíbrio momento-rotação desse elemento é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{bi} \\ \Delta M_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{(3,3)} & k_{(3,6)} \\ k_{(6,3)} & k_{(6,6)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

onde os termos de rigidez à flexão da matriz, $k_{(m,n)}$, são os coeficientes correspondentes à linha m e coluna n da matriz de rigidez do elemento de viga-coluna convencional, na qual as ligações são consideradas perfeitamente rígidas. Neste trabalho, esses termos são determinados através da formulação geometricamente não linear proposta [Yang e Kuo \(1994\)](#). A expressão detalhada de cada um deles pode ser encontrada também em [Silva \(2009\)](#). Cabe esclarecer que a não linearidade geométrica surge devido à modificação da geometria da estrutura ao longo do processo de deformação do corpo. Pode ocorrer devido a uma grande deformação, a grandes deslocamentos e rotações da configuração de referência, ou aos dois conjuntamente. Aqui, grandes deslocamentos e rotações, mas pequenas deformações são supostos.

Combinando as relações (11)-(13), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{bi} \\ \Delta M_{bj} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} & -S_{ci} & 0 & 0 \\ -S_{ci} & S_{ci} + k_{(3,3)} & k_{(3,6)} & 0 \\ 0 & k_{(6,3)} & S_{cj} + k_{(6,6)} & -S_{cj} \\ 0 & 0 & -S_{cj} & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Fazendo a multiplicação matricial e assumindo que as cargas são aplicadas apenas nos nós globais do elemento (ver Fig. 5), ou seja, que os momentos internos M_{bi} e M_{bj} são iguais a zero, chega-se à seguinte relação de equilíbrio momento-rotação:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} - \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{cj} + k_{(6,6)} & -k_{(3,6)} \\ -k_{(6,3)} & S_{ci} + k_{(3,3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

na qual $\beta = (S_{ci} + k_{(3,3)}) (S_{cj} + k_{(6,6)}) - k_{(6,3)} k_{(3,6)}$.

Comparando as Figs. 4 e 5, percebe-se que $M_i = M_{ci}$ e $M_j = M_{cj}$. Assim, as relações entre os esforços cisalhantes e os momentos fletores, obtidas por equilíbrio de força e momento ($\sum F_y = 0$ e, por exemplo, $\sum M_i = 0$), podem ser escritas, na forma incremental matricial, como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta Q_i \\ \Delta M_i \\ \Delta Q_j \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/L & 1/L \\ 1 & 0 \\ -1/L & -1/L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

sendo ΔM_i e ΔM_j os momentos nodais incrementais; ΔQ_i e ΔQ_j as forças cisalhantes incrementais; e L o comprimento desse elemento na configuração de equilíbrio t .

Observando a Fig. 6 a seguir, é possível estabelecer a seguinte relação:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_i \\ \Delta \theta_i \\ \Delta v_j \\ \Delta \theta_j \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Substituindo (15) em (16) e, na equação obtida, introduzindo (17), chega-se, após realizar as operações matriciais necessárias, a uma matriz na qual os elementos consideram de forma conjunta o efeito da flexibilidade da ligação e aqueles oriundos da não linearidade geométrica. Usando esses novos termos na matriz de rigidez completa (ordem 6x6) do elemento de viga-coluna convencional, chega-se, finalmente, à matriz de rigidez do elemento de viga-coluna com ligações semirrígidas definida no sistema local de coordenadas. Nessa formulação apresentada,

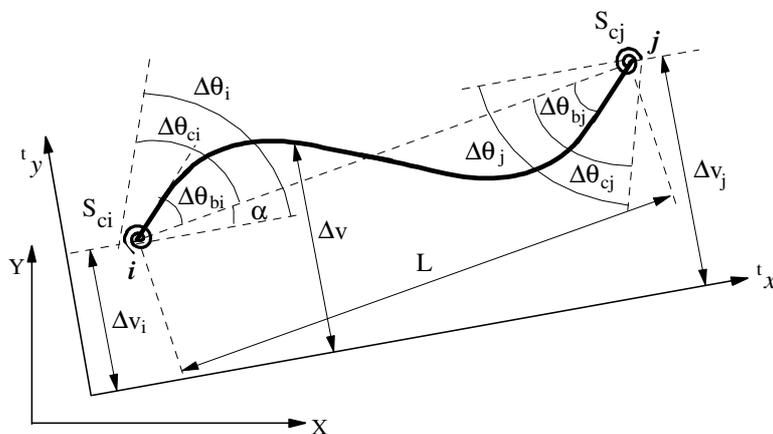


Figura 6: Configuração deformada do elemento

a relação entre as forças axiais, P_i e P_j , e os deslocamentos nodais não sofrem alteração ao se considerar o efeito da flexibilidade da ligação. A transformação do vetor de forças internas e da matriz de rigidez para o sistema global de coordenadas é realizada usando a matriz de rotação entre os dois sistemas de referências.

4.1 Matriz de massa

A matriz de massa consistente para o elemento de viga convencional é definida como (Chopra, 1995):

$$\mathbf{M}_e = \int_{tV} \mathbf{H}^T \rho \mathbf{H} dV \quad (18)$$

na qual \mathbf{H} é a matriz que contém as funções de interpolação e ρ , como já definido, é a massa volumétrica do elemento.

A metodologia usada por Chan e Chui (2000) é considerada aqui para se obter a matriz de massa do elemento de viga-coluna com ligações semirrígidas (Fig. 4). De acordo com esses pesquisadores, a função que descreve o campo de deslocamento transversal v para o elemento de viga pode ser escrita, na forma incremental, através da seguinte relação matricial:

$$\Delta v(x) = \begin{bmatrix} H_1^2 H_2 L & -H_2^2 H_1 L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (3 - 2H_1) H_1 & (3 - 2H_2) H_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_i \\ \Delta v_j \end{Bmatrix} \quad (19)$$

na qual Δv_i e Δv_j são, respectivamente, os deslocamentos verticais incrementais dos nós i e j , e $\Delta \theta_{bi}$ e $\Delta \theta_{bj}$ são as rotações desses mesmos nós como mostra a Fig. 6. Além desses, $H_1 = 1 - x/L$ e $H_2 = x/L$.

Para introduzir o efeito da flexibilidade da ligação na função anterior e assim obter a matriz de massa desejada, relacionam-se as rotações nodais do elemento de viga-coluna e as rotações nas extremidades do elemento com ligações semirrígidas. A equação que descreve essa relação é:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} + k_{(3,3)} & k_{(3,6)} \\ k_{(6,3)} & S_{cj} + k_{(6,6)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

sendo $k_{(3,3)} = k_{(6,6)} = 4EI/L$ e $k_{(3,6)} = k_{(6,3)} = 2EI/L$, onde E é o módulo de elasticidade do material e I , o momento de inércia da seção.

Substituindo a Eq. (17) na Eq. (20) e usando (19) encontra-se a função que descreve o campo de deslocamentos transversais para o elemento de viga com ligações semirrígidas:

$$\Delta v(x) = \mathbf{H}^* \{ \Delta v_i \quad \Delta \theta_i \quad \Delta v_j \quad \Delta \theta_j \}^T \quad (21)$$

na qual,

$$\mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} H_1^2 H_2 L & -H_2^2 H_1 L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ci} + k_{(3,3)} & k_{(3,6)} \\ k_{(6,3)} & S_{cj} + k_{(6,6)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (3 - 2H_1) H_1 & 0 & (3 - 2H_2) H_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

é a matriz que contém as funções de interpolação que consideram a semirrígidez da ligação.

Os elementos da matriz de massa que sofrem a influência da rigidez da ligação são encontrados usando essa nova matriz \mathbf{H}^* , ao invés de \mathbf{H} na Eq.(18). Os demais termos são idênticos ao da matriz de massa desenvolvida para o elemento de viga-coluna convencional, cujas ligações são supostas idealmente rígidas (Silva, 2009).

5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção, a metodologia apresentada para análise dinâmica não linear é usada para obter a resposta de três sistemas estruturais reticulados planos. As estruturas analisadas são um pórtico em L, outro de dois andares e o pórtico de seis andares de Vogel. Nos estudos, nenhum amortecimento viscoso será considerado para evidenciar o efeito provocado pelo comportamento não linear das ligações viga-coluna na resposta estrutural, e o material é assumido elástico. Além disso, as análises serão efetuadas considerando as ligações viga-coluna rígidas e semirrígidas com comportamento (curva $M-\phi_c$) linear e não linear.

5.1 Pórtico em L

A estrutura ilustrada na Fig. 7 é o primeiro problema a ser analisado. Trata-se de um pórtico em forma de L com as extremidades engastadas, constituído por uma viga e uma coluna de comprimentos 150 cm e 100 cm, respectivamente. No estudo, a ligação entre esses dois membros é considerada como sendo perfeitamente rígida e semirrígida. Nesse último caso, uma ligação com placa de extremidade (*header plate*) com rigidez inicial, S_{cini} , igual a 137.3 Nm/rad foi usada. As relações entre as propriedades geométricas da seção transversal e do material são mostradas também na figura.

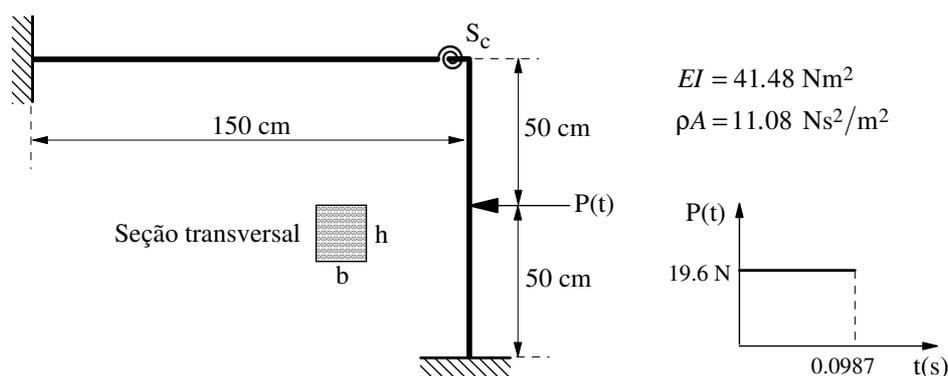


Figura 7: Pórtico em L: geometria e carregamento

Inicialmente, um estudo sobre as frequências naturais da estrutura é efetuado. [Kawashima e Fujimoto \(1984\)](#) mediram experimentalmente a frequência natural de vibração dessa estrutura com a hipótese de ligação viga-coluna rígida, e, também, a determinaram numericamente considerando a ligação semirrígida. Além desses autores, [Shi e Atluri \(1989\)](#) e [Chan e Chui \(2000\)](#) utilizaram essa estrutura para testar as formulações numéricas para análises estática e dinâmica por eles desenvolvidas. Na Tabela 2, comparam-se as frequências naturais correspondentes aos dois primeiros modos de vibração com os resultados encontrados por esses pesquisadores. Pode-se observar que os resultados estão em boa concordância com os da literatura.

Para avaliar a resposta dinâmica dessa estrutura, aplicou-se uma carga de impacto de curta duração $P(t)$ e de intensidade constante igual a 19.6 N na altura central da coluna, como mostrado anteriormente na Fig. 7. Nesse estudo, deseja-se verificar, principalmente, a influência do comportamento não linear da ligação na resposta. Para isso, a representação matemática da curva momento-rotação da ligação semirrígida torna-se necessária. Adicionalmente, para checar a importância da função adotada nessa representação, dois modelos serão considerados: exponencial ([Chen e Lui, 1991](#)) e de potências com quatro parâmetros ([Richard e Abbott, 1975](#)). Os parâmetros para o modelo exponencial, que é caracterizado pela Eq. (4), são: $m = 6$,

Tipo de Ligação	Presente Trabalho	Kawashima e Fujimoto (1989)		Shi e Atluri (1989)	Chan e Chui (2000)
		Numérico	Experimental		
Rígida	$\omega_1 = 15.81$	$\omega_1 = 16.30$	$\omega_1 = 15.50$	$\omega_1 = 15.87$	
	$\omega_2 = 34.74$	$\omega_2 = 35.90$	$\omega_2 = 30.80$	$\omega_2 = 35.30$	
Semirrígida	$\omega_1 = 14.90$	$\omega_1 = 14.90$		$\omega_1 = 14.75$	$\omega_1 = 15.22$
	$\omega_2 = 32.77$	$\omega_2 = 33.00$		$\omega_2 = 32.06$	$\omega_2 = 33.52$

Tabela 2: Duas menores frequências de vibração, ω_1 e ω_2 , em rad/s

$C_1 = 1.078915$, $C_2 = 18.148410$, $C_3 = 52.890917$, $C_4 = -34.035435$, $C_5 = -37.194613$, $C_6 = 43.896458$, $\alpha = 0.000384$, $R_p = 95.55031$ kgf cm/rad e $M_o = 0$. Para o modelo de potências com quatro parâmetros, Eq. (5), além da rigidez inicial fornecida anteriormente, os seguintes termos foram usados na modelagem: $R_p = 8.826$ Nm/rad, $M_o = 0.883$ Nm e $n = 1.7$.

A Fig. 8 exibe a resposta estrutural no tempo obtida considerando a ligação com comportamento linear, ou seja, com a rigidez S_c da ligação mantida constante durante a análise. Controlou-se o deslocamento horizontal u do ponto de aplicação da carga e a sua variação durante o tempo de análise, 1.8 s, é representada na figura citada. As respostas encontradas são comparadas àquelas obtidas por Chan e Chui (2000) e Shi e Atluri (1989). A estrutura é analisada, mais uma vez, considerando, entretanto, o comportamento não linear da ligação. Os resultados obtidos usando o modelo exponencial para descrever o comportamento da ligação são apresentados na Fig. 9. Novamente, usam-se para validação os resultados obtidos por Shi e Atluri (1989), que utilizaram o modelo de Ramberg-Osgood para descrever o comportamento não linear da ligação, e Chan e Chui (2000). Através da Fig. 10a, que compara as respostas encontradas assumindo o comportamento linear e não linear da ligação, verifica-se, claramente, a redução na resposta em decorrência da dissipação de energia resultante da deformação da ligação. Além disso, observa-se que os períodos de vibração foram praticamente iguais para a ligação com comportamento linear e não linear. Na Fig. 10b, o ciclo histerético representando

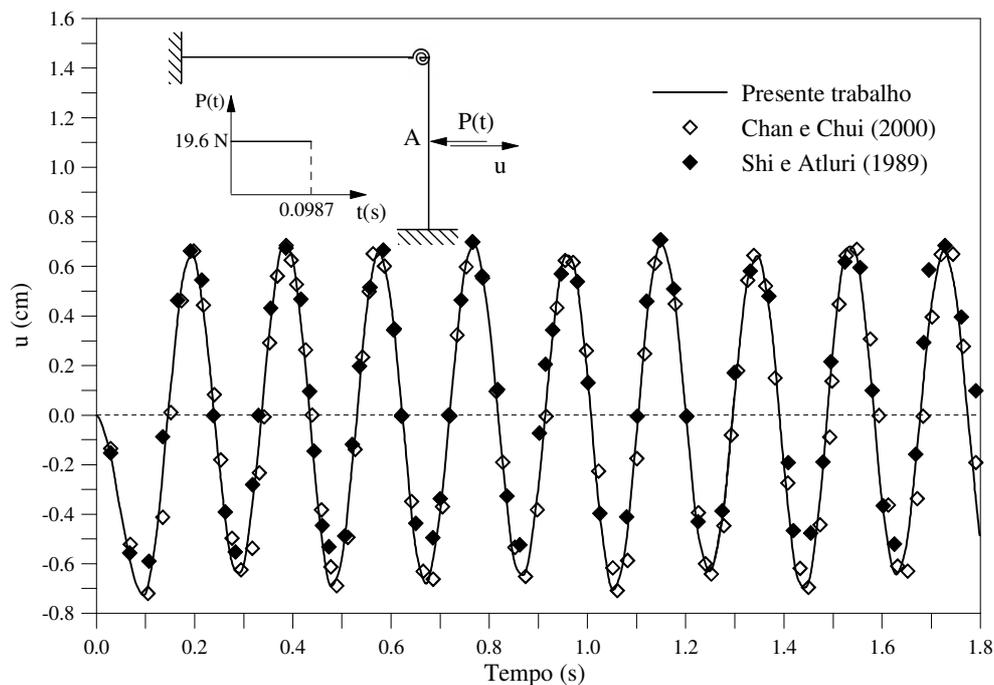


Figura 8: Resposta transiente considerando a ligação com comportamento linear

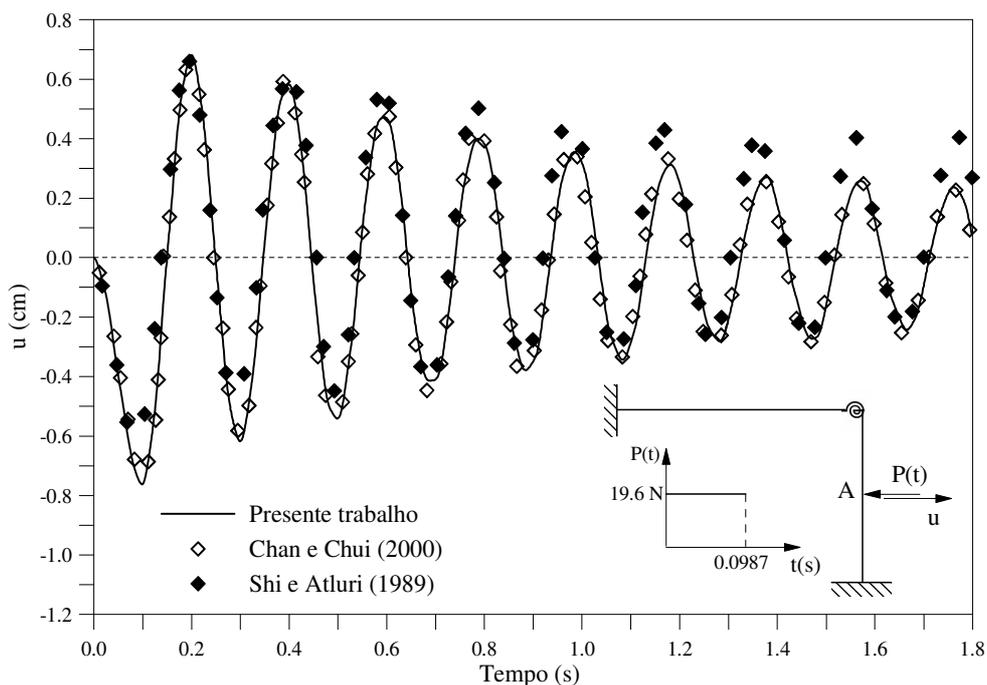
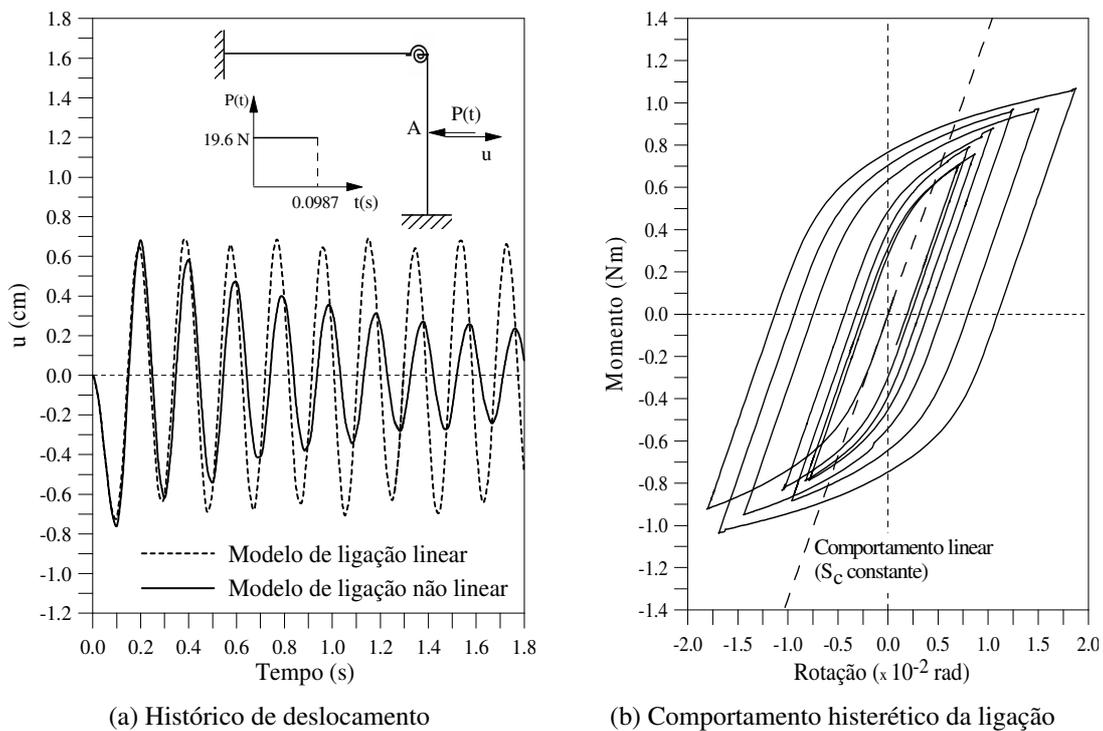


Figura 9: Resposta transiente considerando a ligação com comportamento não linear

a resposta momento-rotação da ligação obtida nessa análise dinâmica é ilustrado.

Para investigar a influência da escolha do modelo matemático na descrição do comportamento momento-rotação da ligação, a mesma análise é refeita usando, agora, o modelo de potências com quatro parâmetros. A variação do deslocamento horizontal do ponto de aplicação da carga com o tempo, e o comportamento histerético da ligação são mostrados na Fig. 11



(a) Histórico de deslocamento

(b) Comportamento histerético da ligação

Figura 10: Resposta transiente para o pórtico em L

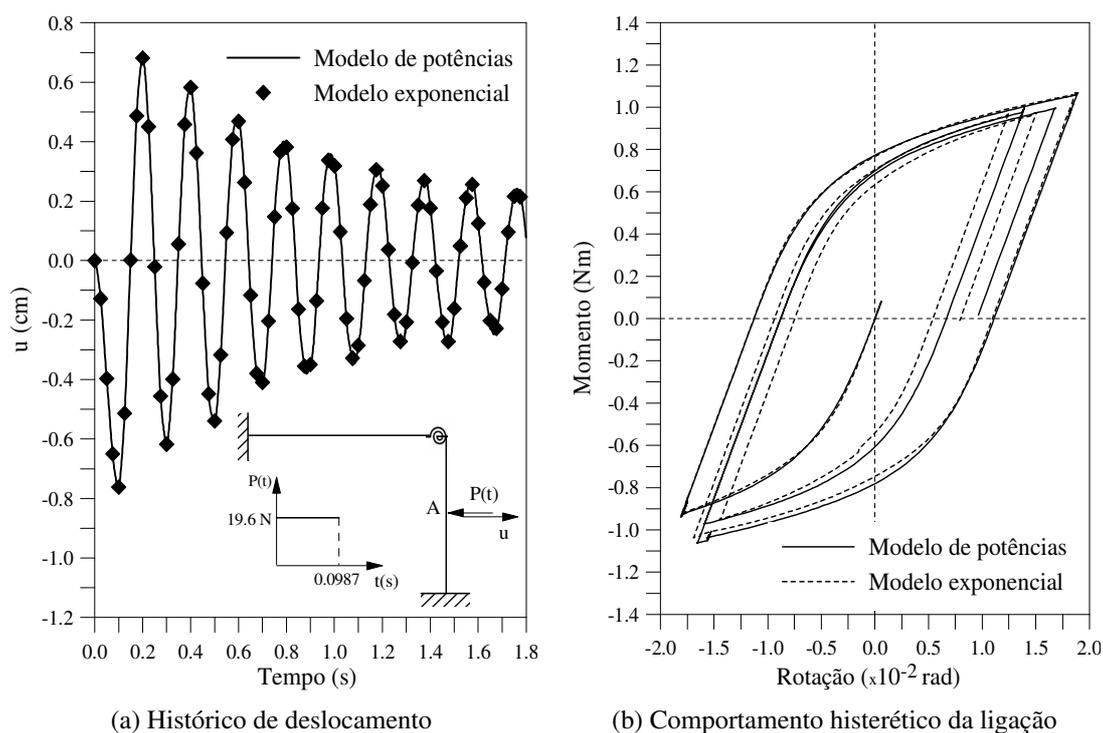


Figura 11: Comparação entre as respostas obtidas com os dois diferentes modelos de ligação

para os dois modelos, exponencial e de potências. Observa-se que os resultados obtidos para o histórico de deslocamentos, Fig. 11a, foram coincidentes, o que permite afirmar que o modelo usado para representar o comportamento da ligação não teve influência sobre a resposta. Uma pequena diferença é verificada no comportamento histerético da ligação, em virtude das aproximações estabelecidas para a rigidez da ligação nos dois modelos. Para permitir uma melhor visualização, apenas os dois primeiros ciclos de carregamento e descarregamento da ligação foram representados na Fig. 11b.

5.2 Pórtico de dois andares

O pórtico de dois andares ilustrado na Fig. 12 é a próxima estrutura a ser investigada. Para as vigas é adotado o perfil W360x72 e para as colunas, o perfil W310x143. Considerou-se em todas as seções o módulo de elasticidade igual a 205 GPa. Nas extremidades e no centro da viga foram adotadas massas concentradas de intensidades 3730 kg e 7460 kg, respectivamente. Uma ligação com chapa de topo com rigidez inicial igual a 34804 kNm/rad é usada para conectar os membros, viga e coluna. O seu comportamento não linear momento-rotação foi representado através do modelo exponencial. Os parâmetros adotados nesse modelo são: $m = 6$, $C_1 = -0.25038 \times 10^{-3}$, $C_2 = 0.50736 \times 10^6$, $C_3 = -0.30396 \times 10^5$, $C_4 = 0.75338 \times 10^5$, $C_5 = -0.82873 \times 10^5$, $C_6 = 0.33927 \times 10^5$, $\alpha = 0.31783 \times 10^{-3}$, $R_p = 0.96415 \times 10^3$ kip/rad e $M_o = 0$. Analisou-se a estrutura submetida a dois tipos de carregamentos, um cíclico e um pulso retangular, como mostra também a Fig.12. Essas cargas são aplicadas no topo dos pavimentos.

Primeiramente, a estrutura é submetida ao carregamento cíclico e a resposta obtida para o deslocamento horizontal no topo da estrutura é representado na Fig. 13a. Verifica-se que o deslocamento oscila, inicialmente, com amplitudes que variam em torno de ± 7 cm caracterizando o regime transiente e, após 6 s, aproximadamente, entra em regime permanente, que é percebido

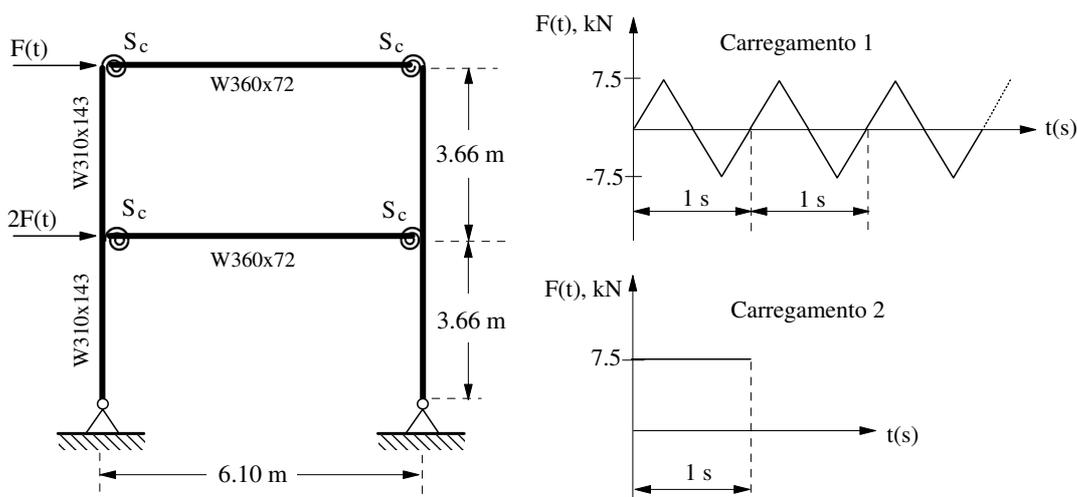


Figura 12: Pórtico de dois andares: geometria e carregamento

pele movimento constante com os deslocamentos variando em torno de ± 5 cm. Durante esse período de resposta constante, conclui-se, então, que a energia introduzida na estrutura pelas cargas externas excitantes e a energia dissipada por ela através das ligações semirrígidas são aproximadamente iguais. Isso pode ser verificado observando a Fig. 13b, que ilustra o comportamento momento-rotação da ligação durante o tempo total de análise, 16 s. Durante o regime permanente, os ciclos de carregamento e descarregamento são coincidentes. Comparam-se, mais uma vez, os resultados encontrados aos de Chan e Chui (2000).

Para prever de uma forma mais realística o comportamento da estrutura, foram consideradas cargas gravitacionais aplicadas estaticamente à estrutura, de magnitudes 36.6 kN e 73.2 kN, atuando nas extremidades e no centro das vigas, respectivamente. Essas cargas induzem es-

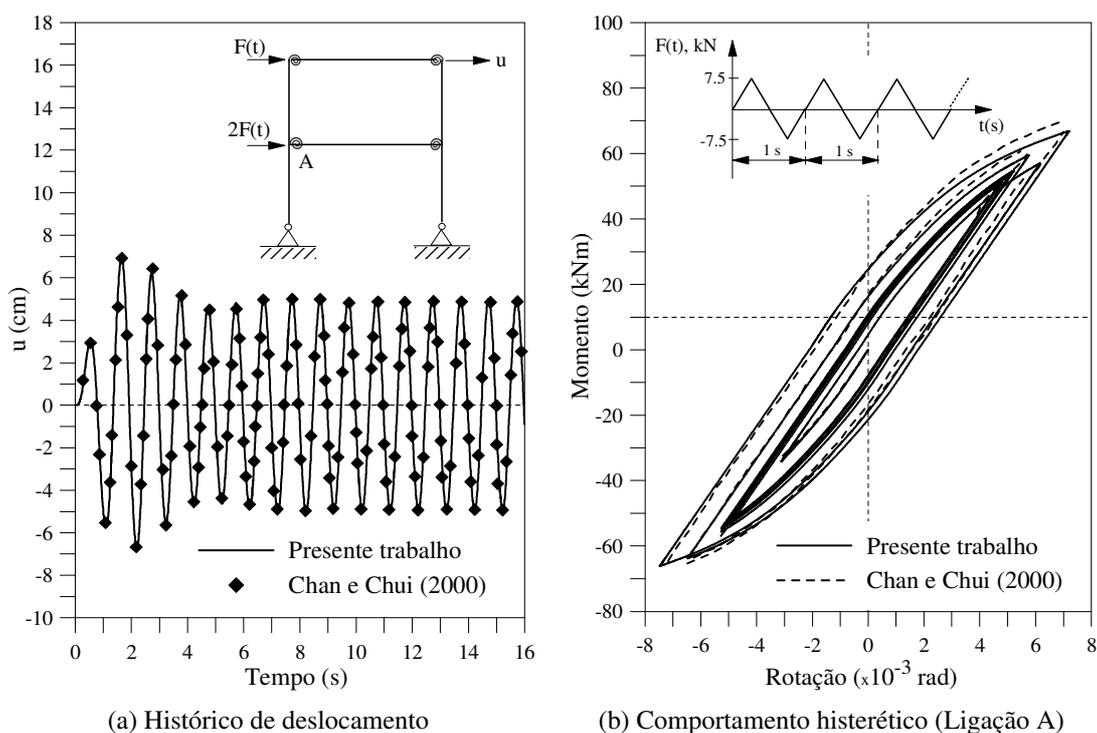
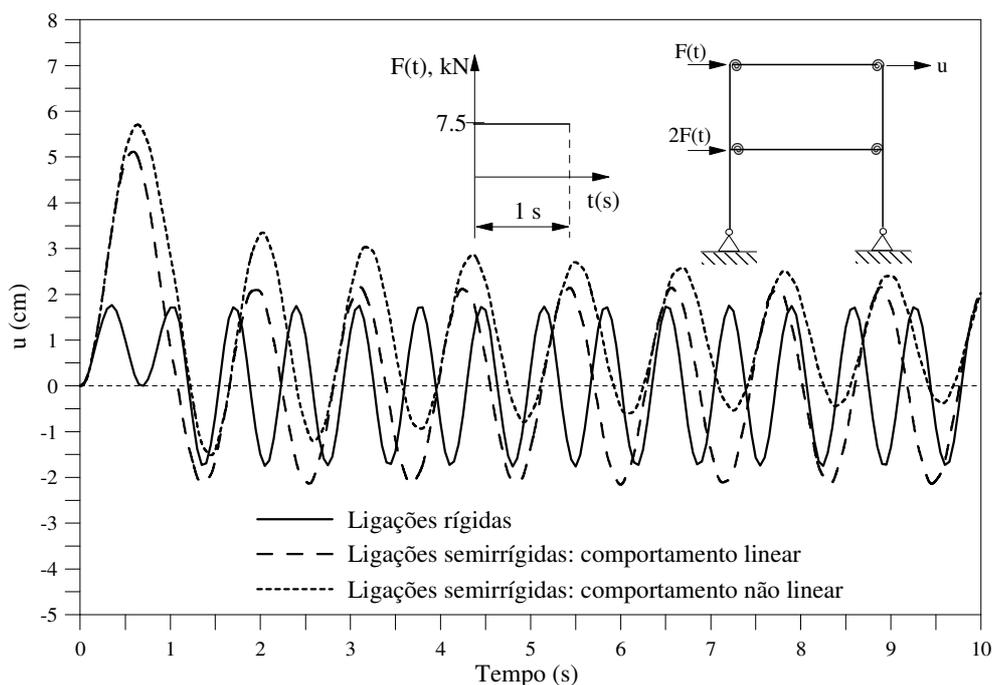
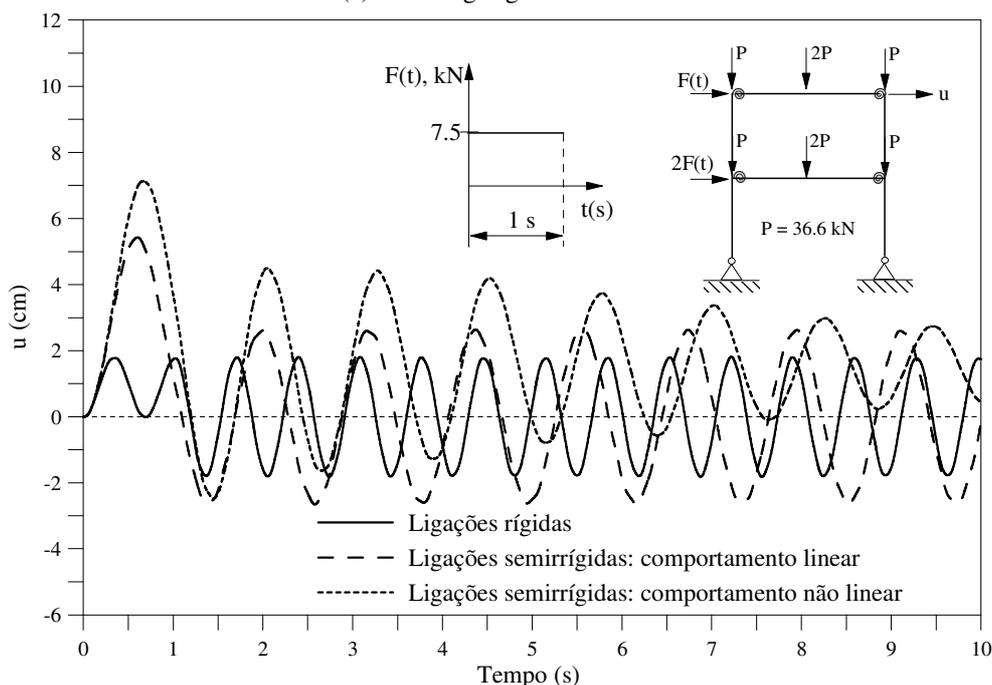


Figura 13: Análise transiente do pórtico de dois andares considerando o carregamento 1



(a) Sem cargas gravitacionais



(b) Com cargas gravitacionais

Figura 14: Respostas transientes do pórtico

forças axiais nas colunas e, em virtude desses esforços, surgem momentos fletores adicionais, reduzindo a rigidez desses membros e, conseqüentemente, do sistema estrutural. Para esse estudo, as análises serão realizadas, agora, considerando o carregamento 2 — um pulso retangular de 7.5 kN atuando durante 1s. As Figs. 14a e 14b exibem, respectivamente, os históricos de deslocamento horizontal no topo da estrutura sem e com a presença das forças gravitacionais. Observando essas figuras, verifica-se que as amplitudes dos deslocamentos são maiores quando as forças gravitacionais atuam. Como já destacado, isso ocorre devido à influência dos efeitos

de segunda ordem provocados pelas cargas gravitacionais que reduzem a rigidez das colunas. Essa influência é menor no caso das ligações rígidas. Nota-se ainda como o amortecimento histerético promovido pelas ligações semirrígidas com comportamento não linear faz com que as amplitudes dos deslocamentos diminuam sucessivamente durante a análise. Para a estrutura com ligações rígidas ou semirrígidas com rigidez constante, a resposta permanece constante após o período de atuação do carregamento dinâmico.

5.3 Pórtico de Vogel

Para finalizar o estudo, cujo objetivo é avaliar a influência do comportamento semirrígido das ligações na resposta dinâmica de estruturas de aço, tem-se o pórtico de seis andares com 22.5 m de altura e 6 m de vão em cada um dos dois quadros exibido na Fig. 15. A análise dessa estrutura com ligações rígidas entre vigas e colunas é um problema clássico, que foi proposto por Vogel (1985) para calibração de formulações inelásticas. Por essa razão, a estrutura é conhecida na literatura como pórtico de Vogel.

Nas vigas, cargas estáticas uniformemente distribuídas com intensidades 31.7 kN/m e 49.1 kN/m são transformadas em cargas nodais equivalentes e consideradas como massas adicionais que, juntamente com o peso próprio dos membros estruturais, constituem a matriz de massa do sistema. No topo das colunas em cada um dos seis pavimentos, cargas concentradas de intensidades $F_1 = 10.23 \sin(\omega_c t)$ e $F_2 = 20.44 \sin(\omega_c t)$ são aplicadas. Os perfis metálicos que constituem as vigas e as colunas estão também mostrados nessa figura. O módulo de elasticidade é assumido igual a 205 GPa e uma imperfeição geométrica inicial $\Delta_0 = 1/450$ nas

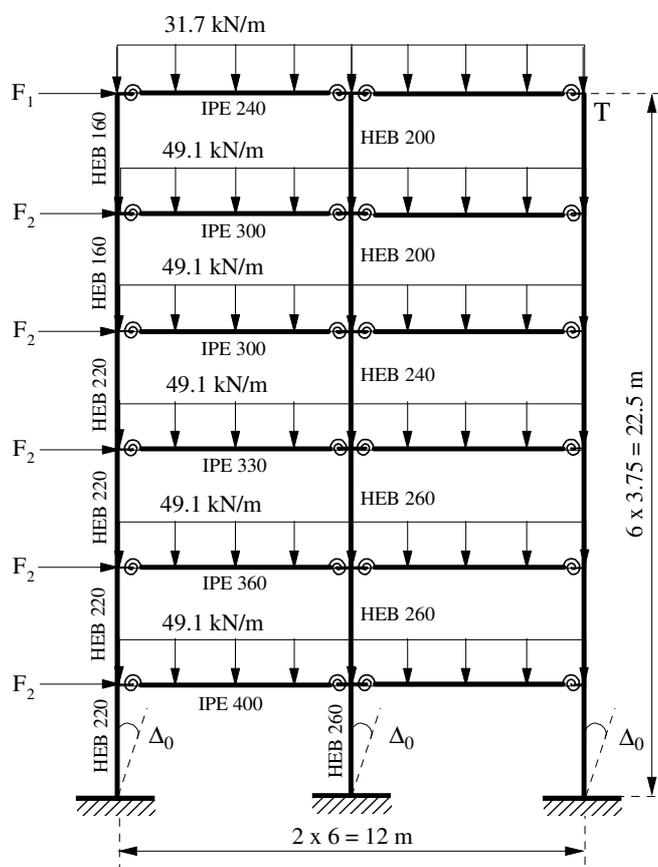


Figura 15: Pórtico de Vogel: geometria e carregamento

colunas é considerada. As ligações viga-coluna foram modeladas como rígidas e semirrígidas. A mesma ligação semirrígida usada no problema anterior é adotada aqui.

Assumindo as ligações rígidas, a frequência natural fundamental é 2.41 rad/s. Quando se adotam ligações semirrígidas, esse valor é 1.66 rad/s.

Os históricos de deslocamento no topo da estrutura são apresentados nas Figs. 16a-d. Quando a frequência de vibração das forças de excitação é baixa, observa-se que o deslocamento sofrido pela estrutura ao considerar o comportamento não linear das ligações (S_c variável) é bastante superior aos demais. O contrário é notado quando atuam cargas harmônicas com altas frequências.

Ressalta-se que, embora os deslocamentos obtidos considerando o comportamento não linear das ligações viga-coluna possam ser amplificados ou amortecidos dependendo da frequência de vibração das forças harmônicas F_1 e F_2 , o efeito de ressonância, observado na Fig. 16b para a ligação com comportamento linear e na Fig. 16c para as ligações rígidas, não ocorre. Isso acontece devido ao amortecimento histerético promovido pelas ligações semirrígidas, em função da sua capacidade de dissipação de energia em cada ciclo. Mais uma vez, torna-se evidente, então, a importância da consideração de ligações semirrígidas com comportamento momento-rotação não linear nas análises dinâmicas de estruturas de aço.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, uma metodologia para análise transiente de estruturas reticuladas planas de aço foi apresentada. Na avaliação do comportamento estrutural, os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade da ligação foram considerados. Os resultados das análises não lineares realizadas com os sistemas estruturais, apresentando diferentes geometrias e condições de carregamento, foram comparados com as soluções numéricas ou experimentais disponíveis na literatura. A boa concordância entre as respostas permite afirmar que a formulação não linear e a metodologia de solução adotada são eficientes, e podem ser usadas para avaliar o comportamento dinâmico de estruturas de aço reticuladas planas.

Foi possível observar que a importância de se considerar o comportamento não linear de uma ligação numa análise dinâmica está no amortecimento introduzido na estrutura. Esse amortecimento é medido pela capacidade de dissipação de energia da ligação em cada ciclo, que, por sua vez, pode ser avaliada através do cálculo da área interior à curva que relaciona a força atuante na ligação e a sua deformação. A dissipação se dá pela histerese resultante da deformação desse elemento quando submetido a cargas cíclicas. Cabe ressaltar que, nas análises, nenhum amortecimento viscoso foi considerado no sentido de evidenciar o amortecimento natural nas respostas ao se considerar o comportamento cíclico das ligações.

Nas análises realizadas, observou-se, ainda, a redução gradual nas amplitudes dos deslocamentos quando se considerou o comportamento histerético da ligação. Para as estruturas submetidas a carregamentos de curta duração, quando as ligações são consideradas rígidas ou com comportamento momento-rotação linear, as amplitudes se mantiveram constantes após um determinado período caracterizando o regime permanente. Além disso, o período de vibração foi maior quando se adotaram ligações mais flexíveis. Submetendo a estrutura a excitações harmônicas, verificou-se que, embora os deslocamentos obtidos considerando o comportamento histerético das ligações tenham sido amplificados ou amortecidos dependendo da frequência de vibração dessas forças, o efeito de ressonância não ocorreu.

Sendo assim, conclui-se que a omissão do verdadeiro comportamento da ligação pode levar a previsões não realísticas sobre a resposta e resistência de um sistema estrutural.

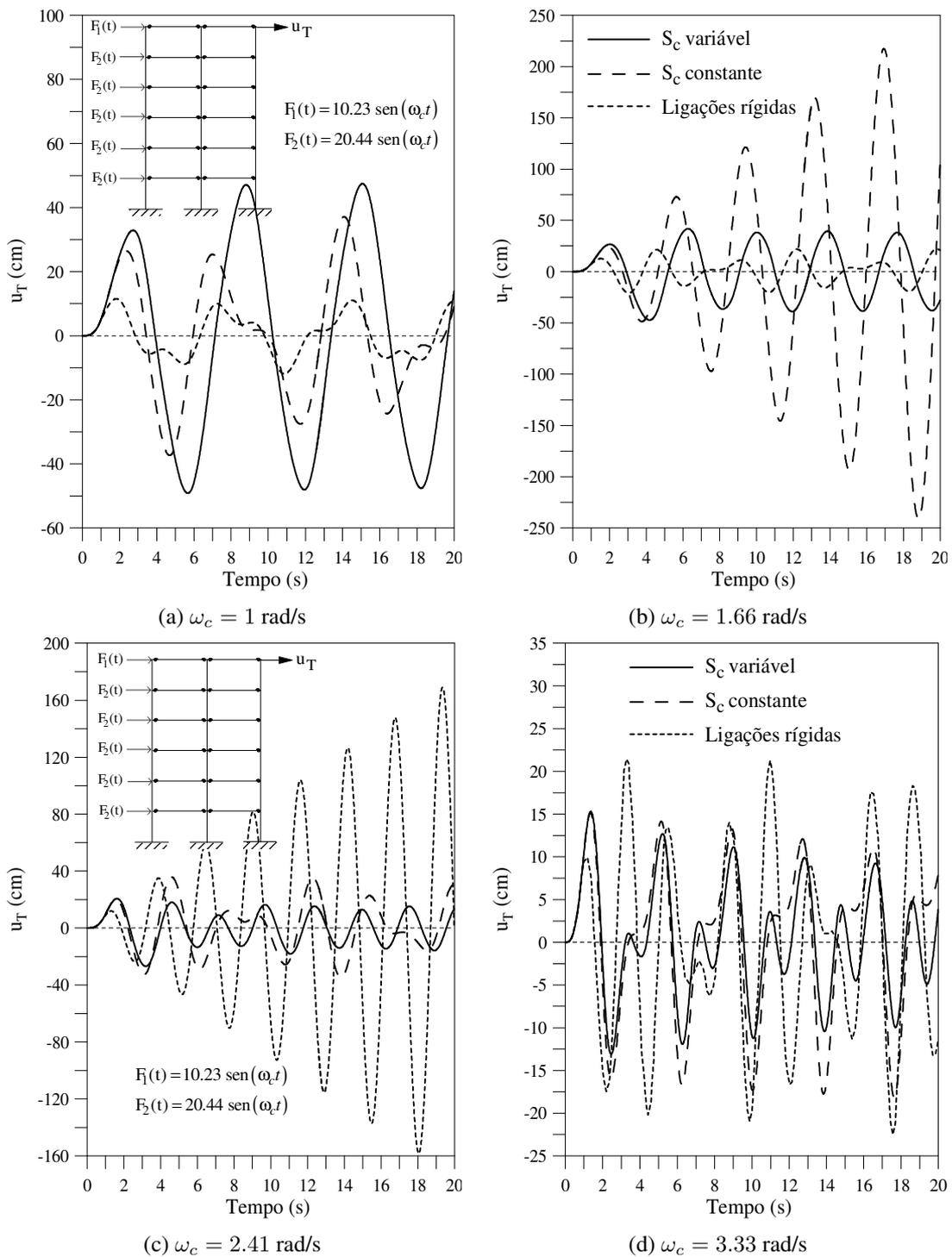


Figura 16: Resposta transiente para pórtico de Vogel

AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos à CAPES, ao CNPq e à FAPEMIG pelo apoio financeiro recebido para o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Abolmaali A., Kukreti A., e Razavi H. Hysteresis behavior of semi-rigid double web angle steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 59:1057–1082, 2003.
- Ackroyd M. e Gerstle K. Behavior of type 2 steel frames. *Journal of Structural Engineering*, 108:1541–1556, 1982.
- AISC. *Specification for Structural Steel Building*. American Institute of Steel Construction, ANSI/AISC 360-05, Chicago, IL, 2005.
- Arbabi F. Drift of flexibly connected frames. *Computers & Structures*, 15(2):102–108, 1982.
- Azizinamini A., Bradburn J., e Radziminski J. *Static and Cyclic Behavior of Semi rigid Steel Beam-Column Connections*. Technical Report, Dept. of Civil Engineering, University of South Carolina, Columbia, SC, 1985.
- Azizinamini A., Bradburn J., e Radziminski J. Initial stiffness of semi-rigid steel beam-to-column joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 8:71–90, 1987.
- Bernuzzi C., Zandonini R., e Zanon P. Experimental analysis and modelling of semi-rigid steel joints under cyclic reversal loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 38(2):95–123, 1996.
- Bjorhovde R., Colson A., e Brozzetti J. Classification system for beam-to-column connections. *Journal of Structural Engineering*, 116(11):3059–3077, 1990.
- Cabrero J. e Bayo E. Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, 27:1125–1137, 2005.
- Calado L. Non-linear cyclic model of top and seat with web angle for steel beam-to-column connections. *Engineering Structures*, 25:1189–1197, 2003.
- Chan S. Vibration and modal analysis of steel frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, 16(1)(1):25–31, 1994.
- Chan S. e Chui P. *Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*. Elsevier, Oxford, 2000.
- Chan S. e Ho G. Nonlinear vibration analysis of steel frames with semirigid connections. *Journal of Structural Engineering*, 120(4):1075–1087, 1990.
- Chen W. *Practical Analysis for Semi-rigid Frame Design*. Singapore: World Scientific, 2000.
- Chen W., Goto Y., e Liew J. *Stability Design of Semi-rigid Frames*. John Wiley & Sons Inc., 1996.
- Chen W. e Lui E. *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press, Boca Raton, Flórida, 1991.
- Chopra A. *Dynamics of Structures*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1995.
- Colson A. Theoretical modeling of semirigid connections behavior. *Journal of Constructional Steel Research*, 19:213–224, 1991.
- Cunningham R. Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork. *The Structural Engineer*, 68(5):85–92, 1990.
- Da Silva J., de Lima L., Vellasco P., de Andrade S., e Castro R. Nonlinear dynamic analysis of steel portal frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, 30:2566–2579, 2008.
- Eurocode 3. *Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints (prEN 1993-1-8)*. Comité Européen de Normalisation (CEN) Brussels, Belgium, 2005.
- Galvão A., Silva A., Silveira R., e Batista P. Nonlinear dynamic and instability of slender frames with semi-rigid connection. *International Journal of Mechanical Sciences*, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2010.07.002 (in press), 2010.
- Ihaddoudène A., Saidani M., e Chemrouk K. Mechanical model for the analysis of steel frames

- with semi-rigid joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 65:631–640, 2009.
- Jones S., Kirby P., e Nethercot D. The analysis of frames with semi-rigid connections — a state-of-the-art report. *Journal of Constructional Steel Research*, 3(2):2–13, 1980.
- Jones S., Kirby P., e Nethercot D. Effect of semi-rigid connections on steel column strength. *Journal of Constructional Steel Research*, 1:38–46, 1983.
- Kawashima S. e Fujimoto T. Vibration analysis of frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, 19:85–92, 1984.
- King W. The limit loads of steel semi-rigid frames analyzed with different methods. *Computers & Structures*, 51(5):475–487, 1994.
- Kishi N. e Chen W. *Data Base of Steel Beam-to-column Connections*. Structural Engineering Report No. CE-STR-93-15, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN, 1986.
- Kishi N. e Chen W. *Moment-rotation Relation of Semi-rigid Connections*. Structural Engineering Report No. CE-STR-87-29, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN., 1987a.
- Kishi N. e Chen W. *Moment-rotation Relation of Top and Seat Angle Connections*. Structural Engineering Report No. CE-STR-87-4, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN., 1987b.
- Kishi N., Komuro M., e Chen W. *Four-parameter power model for M-theta curves of end-plate connections*. In: ECCS/AISC workshop connections in steel structures V: Innovative steel connections, 2004.
- Korol R., Ghobarah A., e Osman A. Extended end-plate connections under cyclic loading: behavior and design. *Journal of Constructional Steel Research*, 16:253–280, 1990.
- Kruger T., van Rensburg B., e du Plessis G. Nonlinear analysis of structural steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 34:285–306, 1995.
- Li T., Choo B., e Nethercot D. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 32:143–171, 1995.
- Lui E. e Chen W. Analysis and behavior of flexible-jointed frames. *Engineering Structures*, 8(2):107–118, 1986.
- Lui E. e Lopes A. Dynamic analysis and response of semirigid frames. *Engineering Structures*, 19(8):644–654, 1997.
- NBR 8800. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. ABNT, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.
- Nethercot D., Li T., e Ahmad B. Unified classification system for beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 45(1):39–65, 1998.
- Richard R. e Abbott B. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of the Engineering Mechanics ASCE*, 101(5):511–515, 1975.
- Sekulovic M. e Nefovska M. Static inelastic analysis of steel frames with flexible connections. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 31(2):101–134, 2004.
- Sekulovic M. e Nefovska M. Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, 30:976–989, 2008.
- Shi G. e Atluri S. Static and dynamic analysis of space frames with nonlinear flexible connections. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28:2635–2650, 1989.
- Shi G., Shi Y., e Wang Y. Behaviour of end-plate moment connection under earthquake loading. *Engineering Structures*, 29:703–716, 2007.
- Silva A. *Sistema Computacional para Análise Avançada Estática e Dinâmica de Estruturas*

- Metálicas*. Tese de Doutorado, PROPEC/Deciv/UFOP, Ouro Preto, Brasil, 2009.
- Sophianopoulos D. The effect of joint flexibility on the free elastic vibration characteristics of steel plane frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 59:995–1008, 2003.
- Tsai K. e Popov E. Cyclic behavior of end-plate moment connections. *Journal of Structural Engineering*, 116(11):2917–2930, 1990.
- Vogel U. Calibrating frames. *Stahlbau*, 54 (october):295–311, 1985.
- Xu Y. e Zhang W. Modal analysis and seismic response of steel frames with connection dampers. *Engineering Structures*, 23:385–396, 2001.
- Yang Y. e Kuo S. *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*. Prentice Hall, 1994.
- Yee Y. e Melchers R. Moment-rotation curves for bolted connections. *Journal of Structural Engineering*, 112:615–635, 1986.
- Zienkiewicz O. e Taylor R. *The finite element method*, volume II. McGraw Hill, 1991.