

DIMENSIONAMIENTO ÓTIMO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÃO T

Ana Beatriz C. e Silva, Gines A. S. Falcón, Sergio L. G. Garcia

*Universidade Estadual do Norte Fluminense, Laboratório de Engenharia Civil, Avenida Alberto
Lamego, 2000 – Parque Califórnia, CEP: 28013-602, Fax: +55 22 27397047, Campos dos
Goytacazes, RJ, Brasil*

abeatrizcs@gmail.com

gines@uenf.br

liluiser@uenf.br

Palavras chave: Otimização estrutural, Concreto armado, Vigas reforçadas.

Resumo. Um tema de fundamental importância para a indústria da construção civil é a redução de custos na obra. Assim, a utilização de técnicas de projeto ótimo de estruturas está se tornando cada vez mais freqüente, principalmente no dimensionamento ótimo de vigas e pilares de concreto armado utilizados em edificações modernas. Neste contexto, este artigo apresenta uma metodologia para dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples. No modelo de otimização proposto, objetiva-se reduzir ao mínimo possível o custo de fabricação da viga. Com base no comportamento mecânico da viga, buscam-se configurações que aproveitem com máxima eficiência as características do aço e do concreto, ou seja, o modelo gera soluções próximas ao limite entre os domínios 3 e 4 – onde o concreto está em iminente ruptura e o aço encontra-se em escoamento. As dimensões principais da seção transversal da viga T e as áreas das armaduras nas zonas de tração e de compressão são consideradas variáveis de projeto, com limites laterais adotados segundo critérios arquitetônicos e normas usuais. As restrições de projeto consideradas verificam o funcionamento da viga no domínio mais eficiente por meio da posição da linha neutra, além de outras restrições mecânicas e geométricas. Adicionalmente, foi desenvolvida uma metodologia iterativa para análise da viga que, com base no estado limite último da seção crítica, possibilita a determinação da posição da linha neutra e do momento resistente, de forma automática para qualquer configuração corrente da seção. O problema de otimização foi implementado utilizando-se o método de Programação Quadrática Seqüencial. A partir de um dado momento fletor solicitante, os códigos computacionais implementados permitem o dimensionamento ótimo da seção. Os resultados obtidos mostram que os custos de fabricação das vigas são bastante competitivos em relação aos projetos usuais.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a indústria da construção civil vem se desenvolvendo aceleradamente. Com relativa freqüência são divulgadas novidades no desenvolvimento de novas metodologias relacionadas ao dimensionamento e projeto estrutural, bem como novas técnicas construtivas.

A redução do custo de fabricação de cada um dos elementos estruturais de uma construção em concreto armado traz uma economia significativa no custo final da obra. Além disso, a produção em grande escala de elementos pré-moldados é de grande interesse para o mercado da construção civil, uma vez que esta pode disponibilizar produtos de qualidade superior e de menor custo.

Os elementos estruturais em concreto armado apresentam um comportamento não-linear devido à associação do comportamento mecânico do aço e do concreto. Enquanto o concreto resiste bem à compressão e é deficiente na tração, o aço complementa o concreto de modo ideal, por possuir uma boa resistência tanto à tração como também à compressão, como ilustrado na Fig. 1, onde f_{yd} é a tensão de escoamento do aço, f_{cd} é a resistência à compressão do concreto (valor de cálculo), ε_c é a deformação do concreto e ε_s , a deformação do aço.

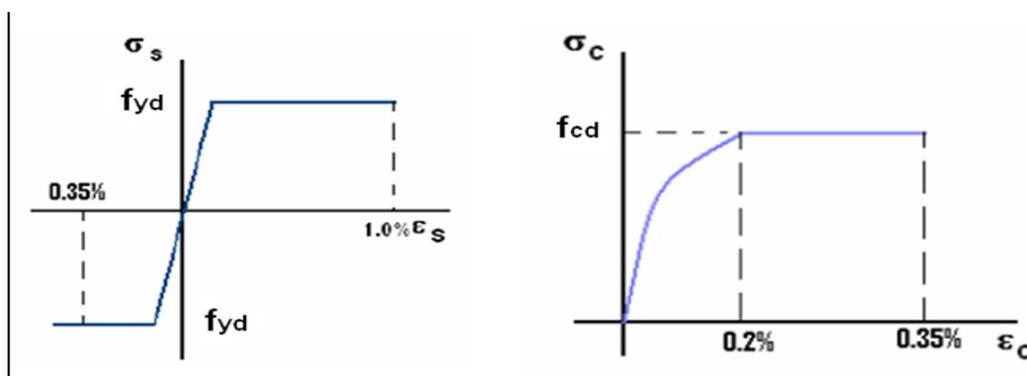


Figura 1: Diagramas tensão-deformação do aço e do concreto.

No projeto de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples, diversas configurações são possíveis. No entanto, existe uma onde os dois materiais são aproveitados ao máximo – o aço escoar e o concreto chegar a sua iminente ruptura. A esta configuração dá-se o nome de solução ótima. Portanto, a identificação desta configuração ótima é assunto de grande relevância na Engenharia Civil.

Além disso, vigas com seção T são elementos cada vez mais utilizados em estruturas como lajes maciças e nervuradas, galpões industriais, vigas de pontes etc. Na construção civil, em geral, a viga é moldada monoliticamente com a laje e, portanto, a seção da viga constitui, na realidade, uma seção T ao invés de uma simples seção retangular. Por outro lado, a seção T pode ser considerada mais

eficiente que a seção retangular, devido ao fato de que a seção T reduz a quantidade de concreto na zona tracionada da viga, onde este é ineficiente.

Nos últimos anos, diversos estudos referentes à otimização de peças estruturais de concreto armado foram publicados: CHAKRABARTY (1992), ZIELINSKI *et al.* (1995), RATH *et al.* (1999). No entanto, a maioria deles é destinada a vigas com seções retangulares e raramente se dedicam a vigas de seção T, como em FERREIRA *et al.* (2003), que apresentaram um modelo para maximização do momento fletor, utilizando como variável de projeto a razão entre a área de aço comprimido e a área de aço tracionado.

Os métodos clássicos de otimização baseados em Programação Matemática partem de uma configuração inicial e, iterativamente, esta solução é melhorada. Através desta técnica, é calculada uma direção de busca e o quanto se deve "andar" nesta direção e é necessário o cálculo dos gradientes das funções que compõem o modelo de otimização.

Uma característica importante destas técnicas é que elas convergem rapidamente para a solução ótima, porém, com a desvantagem de não garantirem uma solução global do problema multimodal, ou seja, quando a curva possui vários extremos.

Neste contexto, este artigo propõe a implementação de uma metodologia para projeto ótimo de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples utilizando-se o algoritmo de Programação Quadrática Seqüencial, com a finalidade de minimizar o custo total de fabricação.

No problema de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, o dimensionamento que apresenta resultados mais econômicos é aquele cuja posição da linha neutra se encontra próxima à fronteira dos domínios 3 e 4 de deformação, ou seja, quando o concreto está na iminência da ruptura e o aço está em escoamento gerando, portanto, uma ruptura com aviso prévio a partir de deslocamentos e fissurações visíveis.

Assim, neste trabalho, o dimensionamento ótimo é realizado exigindo-se, através de uma restrição de projeto, que a posição da linha neutra se encontre próxima a esta fronteira, considerando que este seja o comportamento mecânico que leva à configuração ótima do problema.

Como se sabe, para o mesmo momento fletor atuante, as soluções com armadura dupla requerem uma maior área total de aço do que as soluções com armaduras simples. Assim, espera-se, neste trabalho, que a solução de custo mínimo para o estado deformacional último seja obtida com armadura mínima de aço comprimido.

Além disso, a cada iteração é feita uma análise estrutural da viga a partir de valores das variáveis de projeto correntes a fim de obter respostas mecânicas atuantes na viga, como valores das tensões nas armaduras de tração e de compressão, posição da linha neutra e momento resistente último da seção.

2 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO T

A geometria da seção T da estrutura em concreto armado é mostrada na Fig. 2:

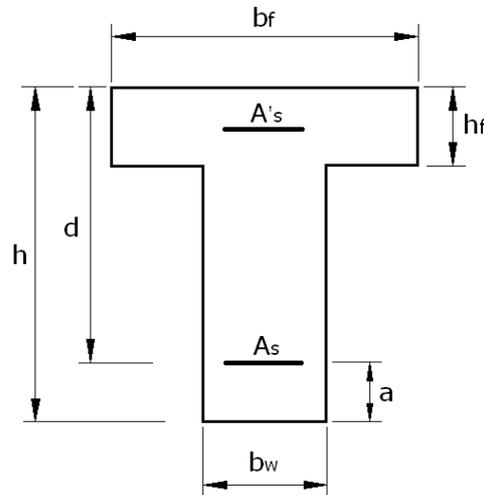


Figura 2: Geometria da seção T.

Sendo h_f a altura da mesa, b_f a largura da mesa, b_w a largura da nervura, d a altura útil, a a distância do centro de gravidade da armadura até a borda mais tracionada, A_s a área da armadura de tração e A'_s a área da armadura de compressão.

3 MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

De maneira geral, o processo de otimização de estruturas segue iterativamente o esquema mostrado na Fig. 3.

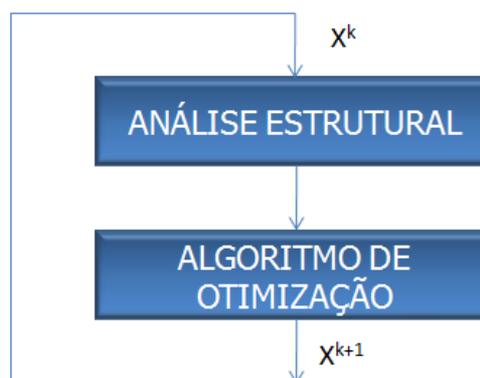


Figura 3: Esquema geral de otimização estrutural.

Neste esquema, considera-se que, a partir de uma configuração inicial (X^k), obtém-se uma configuração melhorada (X^{k+1}) por meio de um processo iterativo que integra dois módulos de cálculo importantes. No módulo de análise estrutural, a cada

iteração são calculadas as respostas mecânicas atuantes na estrutura. Enquanto que, no módulo otimizador são definidas novas configurações que reduzem o valor do objetivo e que, na solução, verificam todas as restrições impostas ao modelo.

Utilizando técnicas de programação matemática a solução do problema consiste, basicamente, em identificar a configuração que seja o máximo ou mínimo da função objetivo e que satisfaça todas as restrições do projeto, como segue

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && g_i(x) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m \\ & && h_j(x) = 0; \quad j = 1, \dots, p \\ & && l_b \leq x \leq u_b \end{aligned} \quad (1)$$

Onde $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ são funções diferenciáveis não necessariamente lineares e m e p são os números de restrições de desigualdade e de igualdade, respectivamente.

Neste algoritmo baseado no Método de Programação Quadrática Seqüencial, a função objetivo $f(x)$ é substituída por uma aproximação quadrática e as restrições $g(x)$ e $h(x)$ são substituídas por aproximações lineares, TELES e GOMES (2010). A atualização da matriz Hessiana é aproximada pelo método BFGS e os gradientes das funções são obtidos através do método aproximado das diferenças finitas.

Em particular, neste artigo é apresentada a formulação para o problema de minimização do custo de fabricação de vigas de concreto armado de seção transversal T considerando uma viga isostática simplesmente apoiada com carregamento homogêneo distribuído, ou seja, o momento fletor é positivo ao longo da viga.

As variáveis de projeto no processo de otimização são d , A_s , A'_s , b_f e h_f . A função objetivo é o custo de fabricação da viga, onde são considerados os custos das armaduras, concreto e formas. Assim, na função objetivo apresentada na Eq. (2), é considerado o custo por unidade de comprimento:

$$f(x) = \{(b_f h_f) + [b_w((d+a) - h_f)]\} C_c + (A_s + A'_s) C_s + [2(d+a) + b_f] C_f \quad (2)$$

Onde: C_c é o custo do concreto por unidade de volume, C_s é o custo do aço por unidade de volume e C_f é o custo da forma por unidade de área.

3.1 Análise estrutural da viga

Nesta etapa é realizado o processo de verificação da seção transversal, ou seja, é efetuado o cálculo do momento resistente último a partir dos diversos casos ilustrados na Fig. 4. A partir deste processo, é possível calcular a posição da linha neutra (x) e as tensões nas armaduras de tração e de compressão da viga.

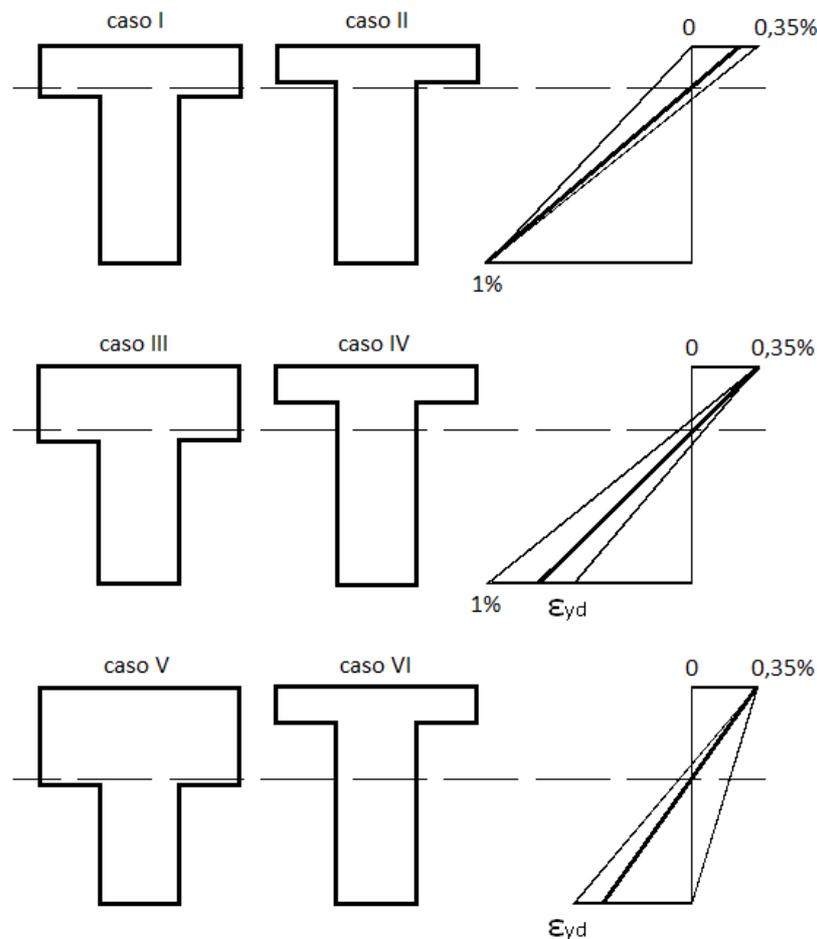


Figura 4: Diversos casos considerados na análise da seção transversal da viga.

Nos casos I, III e V, a seção se comporta como seção retangular de largura b_f , isto é, a posição da linha neutra se localiza na mesa. Já nos casos II, IV e VI, a linha neutra passa pela nervura: a seção se comporta como T verdadeira.

Os casos I e II, correspondem às seções que estão no domínio 2; os casos III e IV correspondem ao domínio 3 e os casos V e VI, ao domínio 4.

O domínio 2 corresponde à deformação por alongamento do aço de 1% e a deformação por compressão do concreto varia entre 0 e 0,35%. No domínio 3, a deformação do concreto é de 0,35% e a deformação do aço varia entre a deformação de escoamento ϵ_{yd} e 1%, ou seja, o concreto encontra-se na ruptura e o aço, em escoamento – a este tipo de seção, dá-se o nome de seção subarmada. No domínio 4 o concreto também atinge a ruptura (0,35%) e a deformação do aço varia entre 0 e a deformação de escoamento ϵ_{yd} . Conseqüentemente, o aço é mal aproveitado, e a seção, superarmada.

3.1.1 Cálculo das deformações das armaduras

Com base no estado limite último, para cada domínio há uma equação de compatibilidade para as deformações dos aços de compressão e de tração, como segue:

a) Domínio 2: $x \leq 0,259d$

Neste domínio, o aço tracionado possui uma deformação $\varepsilon_s = 1\%$ e a deformação do aço comprimido pode ser calculada por:

$$\varepsilon'_s = \frac{0,01(x-a)}{d-x} \quad (3)$$

b) Domínio 3: $0,259d \leq x \leq \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}$

Neste domínio, o aço tracionado também possui uma deformação $\varepsilon_s = 1\%$ e a deformação do aço comprimido pode ser calculada por:

$$\varepsilon'_s = \frac{0,0035(x-a)}{x} \quad (4)$$

c) Domínio 4: $x > \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}$

No domínio 4, a deformação do aço tracionado pode ser calculada por:

$$\varepsilon_s = \frac{0,0035(d-x)}{x} \quad (5)$$

A deformação do aço comprimido pode ser calculada pela Eq. (4).

3.1.2 Seção retangular de largura b_f e seção T verdadeira

O cálculo das equações de equilíbrio para a seção da viga com comportamento retangular de largura b_f foi baseado na Fig. 5.

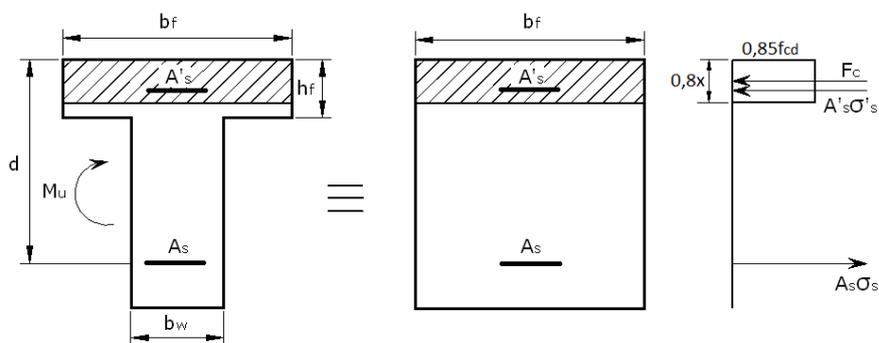


Figura 5: Diagrama de tensões da seção transversal da viga com comportamento retangular de largura b_f .

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e momentos são dadas a seguir:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A'_s \sigma'_s + 0,68 f_{cd} b_f x = A_s \sigma_s \quad (6)$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow M_u = A'_s \sigma'_s (d - a) + 0,68 f_{cd} b_f x (d - 0,4x) \quad (7)$$

Para o cálculo das equações de equilíbrio da seção da viga que se comporta como T verdadeira, a seção foi dividida em três partes, como ilustra a Fig. 6.

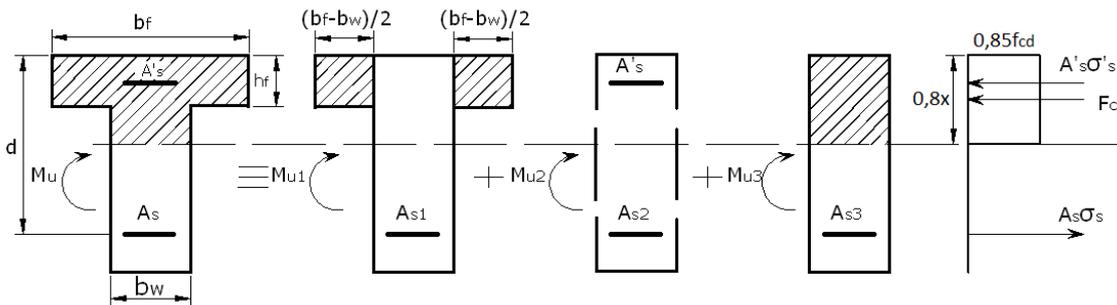


Figura 6: Diagrama de tensões da seção transversal da viga com seção T verdadeira, sendo $A_s = A_{s1} + A_{s2} + A_{s3}$ e $M_u = M_{u1} + M_{u2} + M_{u3}$.

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e momentos são dadas por:

$$\Sigma M_{A_{s1}}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = 0,85 f_{cd} h_f (b_f - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (8)$$

$$\Sigma M_{F_c}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = A_{s1} \sigma_s \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (9)$$

$$\Sigma F_x^2 = 0 \rightarrow A'_s \sigma'_s = A_{s2} \sigma_s \quad (10)$$

$$\Sigma F_x^3 = 0 \rightarrow 0,68 f_{cd} b_w x = A_{s3} \sigma_s \quad (11)$$

3.1.3 Particularidade no cálculo da posição da linha neutra

No caso onde a seção está no domínio 4 e se comporta como retangular de largura b_f , é utilizada a equação de equilíbrio de forças – Eq. (6), aplicando a lei de Hooke ($\sigma_s = E_s \varepsilon_s$):

$$A'_s \sigma'_s + 0,68 f_{cd} b_f x = A_s E_s \varepsilon_s \quad (12)$$

Sendo a deformação do aço tracionado ε_s para o caso de domínio 4, a partir das equações de compatibilidade, dada pela Eq.(5).

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra para o caso de seção com comportamento retangular de largura b_f é a equação de segundo grau:

$$0,68b_f f_{cd}x^2 + (A_s' \sigma_s' + 0,0035A_s E_s)x - 0,0035A_s E_s d = 0 \quad (13)$$

No caso onde a seção está no domínio 4 e se comporta como T verdadeira, é utilizada a equação de equilíbrio de forças – Eq.(11), fazendo $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$:

$$0,68 f_{cd} b_w x = A_{s3} E_s \varepsilon_s \quad (14)$$

Sendo, para o caso de domínio 4, ε_s dada pela Eq.(5).

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra para o caso de seção de comportamento T verdadeira é a equação de segundo grau:

$$0,68b_w f_{cd}x^2 + 0,0035A_{s3}E_s x - 0,0035A_{s3}E_s d = 0 \quad (15)$$

3.1.4 Cálculo do momento resistente da viga

Neste trabalho, propõe-se o calculo iterativo das tensões atuantes na viga. Segundo RIOS (2004), como aproximação inicial das tensões atuantes nas armaduras de tração e de compressão, podem ser adotados os valores de tensão de escoamento correspondentes e, posteriormente, determina-se o valor da posição da linha neutra e as deformações nas armaduras. Em seguida, considerando os valores anteriormente calculados, os valores das tensões atuantes podem ser corrigidos, aplicando-se a lei de Hooke para deformações menores que a deformação de escoamento; enquanto que, para deformações maiores que esta, assume-se que o aço escoou (a tensão passa a ser igual à tensão de escoamento f_{yd}). Este processo é repetido até que as tensões calculadas sejam muito próximas das tensões calculadas na iteração anterior, chegando, assim, ao valor real das tensões nas armaduras.

Finalmente, a partir dos valores calculados da posição da linha neutra e das tensões nas armaduras de tração e de compressão, é calculado o momento resistente último da seção da viga utilizando-se a Eq. (16) para o caso de seção retangular de largura b_f e a Eq. (17) para o caso de seção T verdadeira.

$$M_u = A_s' \sigma_s' (d - a) + 0,68 f_{cd} b_f x (d - 0,4x) \quad (16)$$

$$M_u = 0,85 f_{cd} h_f (b_f - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + A_s' \sigma_s' (d - a) + 0,68 f_{cd} b_w x (d - 0,4x) \quad (17)$$

3.2 Restrições de projeto ótimo

Neste trabalho consideram-se as seguintes limitações de projeto:

a) Restrição que limita o excesso de armadura, para evitar uma fissuração inaceitável do concreto:

$$A_s' + A_s \leq P_{AC} \cdot [b_w \cdot (d + a - h_f) + b_f \cdot h_f] \quad (18)$$

Onde P_{AC} é a relação entre área de aço e a área de concreto da seção transversal. Neste trabalho, considera-se $P_{AC}=0,04$ (4,0%) de acordo com recomendações da norma local.

b) Restrição que limita a porcentagem de armadura trabalhando à compressão em 50% da armadura de tração, visando à possibilidade do uso do vibrador para uma melhor execução da concretagem - SOARES e EL DEBS (1999):

$$A'_s \leq 0,5A_s \quad (19)$$

c) Restrição que considera a condição de que a linha neutra fique localizada abaixo da mesa:

$$h_f < 0,8x \quad (20)$$

Onde h_f é a altura da mesa e x é a posição da linha neutra.

d) Restrição que determina que h_f não pode ser menor e 20% da altura útil da viga:

$$0,2d \leq h_f \quad (21)$$

e) Restrição que determina que a seção deve estar no domínio 2 ou 3:

$$x \leq \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_{yd}} d \quad (22)$$

Onde ε_{yd} é a deformação de escoamento do aço, dado por $\frac{f_{yd}}{E_s}$.

f) Restrição para que o momento resistente da seção seja maior ou igual ao momento solicitante :

$$M_{sd} \leq M_u \quad (23)$$

Sendo M_{sd} o momento solicitante e M_u o momento resistente.

Adicionalmente, impõem-se critérios de segurança de acordo com as normas de projeto usuais. As restrições laterais definem limites mínimos e máximos para as variáveis de projeto. Usualmente, estas são exigências de normas locais – ABNT NBR 6118.

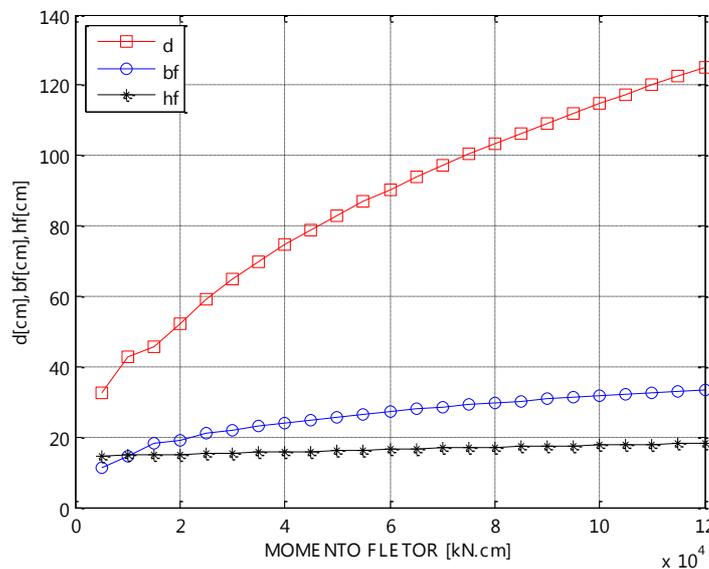
É importante lembrar que não foram utilizadas restrições de igualdade no processo de otimização.

Outro aspecto relevante é que as restrições do problema dependem de funções contínuas por partes, ou seja, são funções não diferenciáveis. Desta forma, devido ao algoritmo de Programação Seqüencial Quadrática utilizado, estas restrições contínuas por partes são substituídas de forma aproximada por uma restrição quadrática contínua.

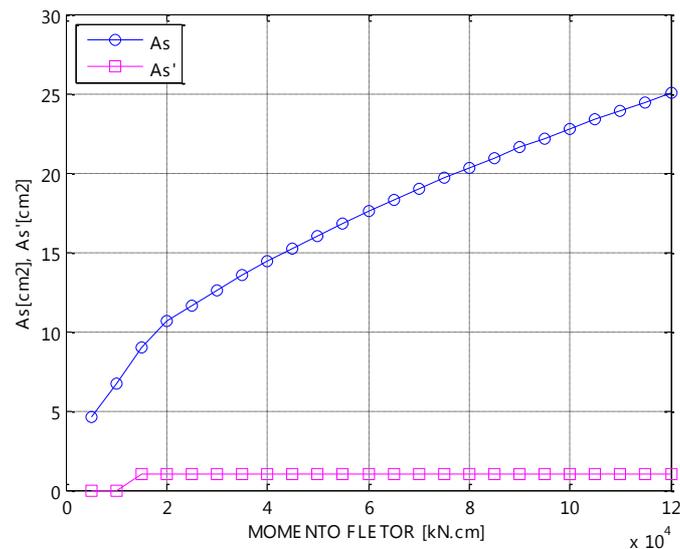
4 RESULTADOS OBTIDOS

Na avaliação numérica da metodologia proposta neste trabalho, diversas configurações iniciais, X^0 , foram testadas. Os limites inferiores e superiores podem ser definidos pelos usuários de acordo com as diversas situações de projeto possíveis. Todavia, de acordo com a prática corrente da construção civil, consideram-se diversos valores de momentos fletores solicitantes variando de 5000 kNcm a 120000 kNcm .

Nas Fig. 7(a) e 7(b) são mostradas as dimensões ótimas obtidas em função dos momentos solicitantes para $a = 4 \text{ cm}$, aço CA-50 e concreto classe C20. Em particular, na Tabela 1, são destacadas as dimensões ótimas para um momento fletor solicitante igual a 40000 kNcm .



(a)



(b)

Figura 7: Dimensões ótimas para viga de seção T: (a) altura útil d , largura do flange b_f e altura do flange h_f ; (b) área de aço tracionado A_s e de aço comprimido A_s' .

| M_{sd} (kNcm) | Variáveis ótimas de projeto | | | | |
|--------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------------------|------------|------------|
| | d (cm) | A'_s (cm ²) | A_s (cm ²) | b_f (cm) | h_f (cm) |
| 40000 | 74,6 | 1,0 | 14,4 | 24,0 | 15,8 |

Tabela 1: Variáveis ótimas de projeto para momento fletor solicitante de 40000 kNcm.

A Fig. 8 apresenta a curva do custo ótimo da viga de seção T em função do momento solicitante variando de 5000 kNcm a 120000 kNcm a partir da metodologia empregada. Como comparação, foram destacados os resultados obtidos pela referência – PINHEIRO (2004) – por meio de técnicas de pré-dimensionamento convencionais (respeitando o estado limite último e de serviço) para os valores de momentos solicitantes iguais a 44100 kNcm e 52920 kNcm.

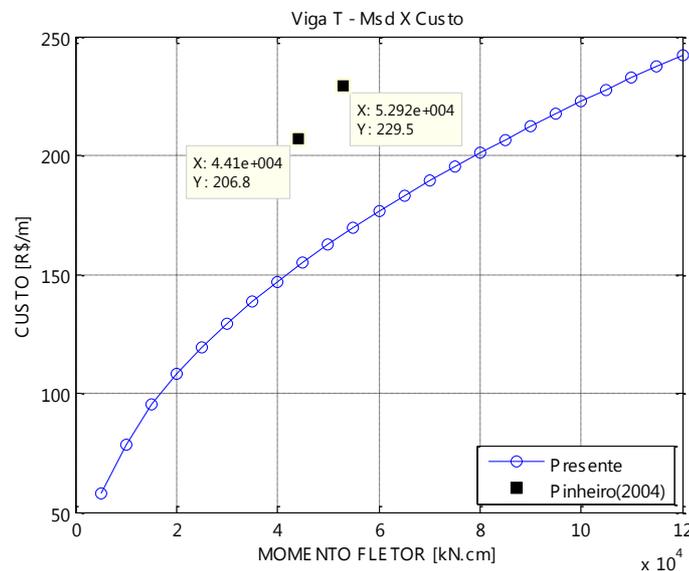


Figura 8: Custo ótimo da viga de seção T.

Na Tabela 2 são apresentadas as configurações ótimas obtidas neste trabalho – Trab1 – e em PINHEIRO (2004) – Trab2 – para momentos solicitantes iguais a 44100 kNcm e 52920 kNcm. Na Tabela 3 são comparados os custos de fabricação da viga de seção T obtidos por meio desta metodologia com os custos obtidos no trabalho da referência.

| M_{sd} (kNcm) | Variáveis ótimas de projeto | | | | | | | | | |
|--------------------|-----------------------------|-------|---------------------------|-------|--------------------------|-------|------------|-------|------------|-------|
| | d (cm) | | A'_s (cm ²) | | A_s (cm ²) | | b_f (cm) | | h_f (cm) | |
| | Trab1 | Trab2 | Trab1 | Trab2 | Trab1 | Trab2 | Trab1 | Trab2 | Trab1 | Trab2 |
| 44100 | 79,0 | 42,0 | 1,0 | 0 | 15,2 | 27,3 | 25,0 | 80,0 | 16,0 | 10,0 |
| 52920 | 87,0 | 42,0 | 1,0 | 0 | 16,8 | 33,9 | 26,5 | 80,0 | 16,3 | 10,0 |

Tabela 2: Comparação com as dimensões de referência – PINHEIRO (2004).

| M_{sd} (kNcm) | Custo (R\$/m) | | Redução de custo (%) |
|--------------------|---------------|--------|----------------------------|
| | Trab1 | Trab2 | |
| 44100 | 154,90 | 206,80 | 25 |
| 52920 | 169,60 | 229,50 | 26 |

Tabela 3: Comparação com os custos de referência – PINHEIRO (2004).

Na Tabela 2, pode-se notar que os valores de área de aço tracionado obtidos neste trabalho foram bem menores que os valores de referência, havendo uma compensação no aumento da altura útil. Acredita-se que este comportamento se deve aos custos relativos entre o aço e o concreto que, como se sabe, variam de acordo com a localização da obra e com a época da construção. Na Tabela 3, observa-se claramente que houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga em relação aos valores de referência.

5 CONCLUSÕES

Foi proposta uma metodologia de dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples, por meio de um algoritmo baseado no Método de Programação Quadrática Seqüencial.

A metodologia proposta apresentou resultados satisfatórios uma vez que houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga quando comparado aos valores de referência, atendendo a todas as restrições impostas ao problema.

Além disso, o programa desenvolvido é amigável e de fácil compreensão. São necessários dados de entrada como as dimensões da seção e as áreas de aço, resistências do aço e do concreto, custos do concreto, do aço e das formas.

Assim, a cada iteração, as dimensões da seção da viga são melhoradas e o programa é capaz de fornecer as dimensões ótimas e o custo ótimo da seção para um dado momento solicitante.

Adicionalmente, foi proposta uma metodologia para análise estrutural da seção baseada no estado limite último, que torna possível o cálculo da posição da linha neutra, das tensões nas armaduras de tração e de compressão e do momento resistente da seção.

Os resultados obtidos são bastante sensíveis à configuração inicial e às restrições geométricas impostas no modelo de otimização. Acredita-se que isto ocorra devido ao fato de que o problema tem inúmeros mínimos locais que satisfazem plenamente ao modelo de otimização proposto neste trabalho.

6 BIBLIOGRAFIA

ABNT. *NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

- CHAKRABARTY, B.K. (1992) *A model for optimal design of reinforced concrete beam. Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.118, n.11, p. 3238-3242, Nov.
- FERREIRA, C. C., BARROS, M. H. F. M., BARROS, A. F. M. (2003) *Optimal design of reinforced concrete T-sections in bending. Engineering Structures*, v.25, n.7, p.951-964, Jun.
- PINHEIRO, L. M.; 2004. *Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios*; Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas; p.96-97, Set.
- RATH, D.P., AHLAWAT, A.S., RAMASWAMY, A. (1999) *Shape optimization of RC flexural members. Journal of Structural Engineering, ASCE*, v.125, n.12, p.1439-1446, Dez.
- RIOS, R. (2004) *Fundamentos de Concreto Armado. Escola de Engenharia Universidade Federal do Rio Grande do Sul*. Disponível em: <http://www.ppgec.ufrgs.br/rrios>.
- SOARES, R. C., EL DEBS, A. L. H. C. (1999) *Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitas à Flexão: Aplicação a Pavimentos. Dissertação (mestrado)*, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- TELES, M. L., GOMES, H. M. (2010) *Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática seqüencial para otimização de problemas em engenharia, Teoria e Prática na Engenharia Civil*, v.10, n.15, p.29-39, Abr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- ZIELINSKI, Z.A., LONG, W., TROITSKY, M.S. (1995) *Designing reinforced concrete short-tied columns using the optimization technique. ACI Structural Journal*, v.92, n.5, p.619-626, Set/Out.