

## **SIMULATED ANNEALING APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE SALAS EM INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR**

**Rosana Maria Luvezute Kripka<sup>a</sup> e Moacir Kripka<sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *Instituto de Ciências Exatas e Geociências, Universidade de Passo Fundo, Campus Bairro São José – 99001-970, Passo Fundo, RS – Brasil, rkripka@upf.br*

<sup>b</sup> *Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Campus Bairro São José – 99001-970, Passo Fundo, RS – Brasil, mkripka@upf.br*

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática, Alocação de salas de aula, Otimização Combinatorial, *Simulated Annealing*.

**Resumo.** A otimização combinatória é comumente utilizada na resolução de aplicações reais complexas, onde geralmente a solução pertence à um conjunto discreto, resultante de todas as combinações possíveis. Um problema desta natureza é o de alocação de salas de aula em instituições de ensino onde, na distribuição das salas de aula disponíveis, devem ser respeitados tanto o número de alunos de cada disciplina/turma, como as capacidades das salas. Assim, neste trabalho apresenta-se uma formulação desenvolvida para a otimização do problema de alocação de salas na Universidade de Passo Fundo. Ao se buscar a solução automatizada para este problema, foi elaborado um modelo de otimização, no qual objetiva-se minimizar a distância total percorrida pelos alunos, com intuito de realizar a distribuição das salas de aula, dos diversos prédios, de modo a manter os alunos o mais próximo possível das suas respectivas unidades. O processo de otimização foi realizado através do método *Simulated Annealing*, uma vez que é de fácil implementação e apresenta um bom desempenho na resolução de problemas de otimização combinatorial. Foram realizados testes diversos que comprovaram a validação do modelo. Acredita-se que a formulação matemática apresentada, com pequenas adaptações, poderá resolver problemas específicos de outras Instituições de ensino.

## 1. INTRODUÇÃO

A resolução de problemas reais através de técnicas de otimização tem sido muito empregada atualmente, tendo em vista que, no planejamento econômico, a busca das melhores soluções possíveis, para problemas restritos, possui grande importância comercial. Seja na minimização de custos ou tempo, ou, ainda, na maximização da eficiência ou dos lucros, a aplicação de técnicas adequadas possibilita não somente encontrar uma solução viável para os problemas tratados, como também alcançar algum objetivo pré-determinado, tendo em vista as condições existentes. Neste contexto tem-se o Problema de Alocação de Salas de aula (PAS, ou Classroom Assignment Problem), em instituições de ensino superior de médio e grande porte, o qual se refere à atribuição de salas de aula às turmas, respeitando restrições tais como o número de alunos e a capacidade de cada sala.

O Problema de Alocação de Salas é referido na literatura como um problema pertencente à classe NP-difícil, para os quais a obtenção da solução ótima do problema, em um período de tempo aceitável, não é uma tarefa simples (Subramanian et al., 2006). Para problemas combinatórios dessa natureza, a utilização de métodos baseados em programação matemática exata se mostra pouco eficiente mesmo para problemas de pequena ou média dimensão. Em função disso, métodos heurísticos vêm sendo empregados com êxito não apenas para a alocação de salas, mas para outras classes de problemas de organização acadêmica (Alvarez-Valdés, Crespo and Tamarit, 2001; Dammak et. all., 2008).

Diversos estudos e formulações foram e vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de efetuar a otimização da alocação de salas, abordando particularidades e interesses específicos das instituições de ensino. O presente trabalho apresenta uma formulação desenvolvida com o objetivo de contemplar o problema enfrentado na Universidade de Passo Fundo (UPF), localizada na região sul do Brasil. A UPF possui mais de 17 mil alunos de graduação, a maioria destes estudando no campus central, sendo uma parcela significativa no período da noite. A formulação elaborada objetiva não apenas a alocação das salas, mas também a minimização dos deslocamentos dos alunos pelo campus, buscando acomodá-los em salas próximas aos prédios onde seus cursos estão sediados. Para a otimização foi empregado o método *Simulated Annealing*. A opção por esse método se deve a sua vasta aplicação ao tipo de problema em estudo (Martínez–Alfaro e Flores–Terán, 1998; Silva, Sampaio e Alvarenga, 2005), bem como à experiência anterior dos autores em outros problemas de natureza combinatória (Kripka, 2004; Kripka, Oro e Kripka, 2005).

O item seguinte deste trabalho apresenta de forma sucinta os princípios do método *Simulated Annealing*. No item 3 é descrita a formulação do problema, incluindo as hipóteses que a embasaram. Segue-se no item 4 a aplicação da formulação a um problema de pequena dimensão. Por fim, no item 5, são apresentadas as conclusões e algumas considerações.

## 2. SIMULATED ANNEALING

A grande maioria dos métodos de otimização adota estratégias descendentes para a minimização de uma função. Nestas, a partir de uma solução inicial, uma nova solução é gerada e o valor da função obtido para esta solução é ao inicial. Caso uma redução no valor da função seja verificada, a mesma passa a ser adotada como solução corrente e o processo é repetido, até que nenhuma melhora seja verificada no valor da função, dentro da precisão desejada. O resultado obtido deste processo, dependendo das características das funções envolvidas, pode constituir-se na melhor solução nas vizinhanças da solução inicial, mas não necessariamente no ótimo global. A estratégia usual para melhorar a solução obtida consiste na análise do problema a partir de diversas soluções iniciais.

O Método do Recozimento Simulado, ou *Simulated Annealing*, utiliza uma estratégia diferente da descrita, visto que tenta evitar a convergência para um mínimo local aceitando também, a partir de um determinado critério, soluções que incrementem o valor da função objetivo.

O método foi desenvolvido em analogia ao processo de recozimento de um sólido, quando se busca a obtenção de um estado que apresenta mínima energia. O termo recozimento é dado ao processo de aquecimento de um sólido até seu ponto de fusão, seguido de um resfriamento lento. Neste processo, o resfriamento lento é essencial para a manutenção do equilíbrio térmico no qual os átomos possam se reorganizar em uma estrutura de mínima energia. Caso o sólido seja resfriado de forma abrupta, seus átomos formarão uma estrutura irregular e, portanto, fraca. Computacionalmente, o recozimento pode ser considerado como um processo estocástico de determinação da organização dos átomos com mínima energia. A altas temperaturas os átomos movem-se livremente podendo, com grande probabilidade, atingir posições que acarretam em aumento na energia do sistema. A redução gradual da temperatura possibilita aos átomos a gradual movimentação no sentido de formarem uma estrutura regular, e a probabilidade de aumento na energia é reduzida.

A simulação do recozimento como uma técnica de otimização foi originalmente proposta por Kirkpatrick (1983), na qual a função objetivo corresponde à energia do sólido. De forma análoga, ao recozimento em termodinâmica, o processo inicia com um alto valor a temperatura  $T$ , para a qual uma nova solução é gerada. Esta nova solução será automaticamente aceita caso gere uma redução no valor da função. Sendo o novo valor maior que o anterior, o aceite se dará de acordo com um critério probabilístico, sendo dada pela equação:

$$p = \exp\left(\frac{-\Delta f}{T}\right) \quad (1)$$

Na Eq. 1,  $\Delta f$  representa a diferença no valor da função entre a solução atual e nova solução. Essa nova solução será aceita se  $p$  for maior que um número entre zero e um, gerado aleatoriamente. Para valores altos de  $T$ , a maioria das soluções será aceita, sendo  $T$  gradualmente reduzido até que o critério de parada seja atendido. A estratégia usual para redução da temperatura, e considerada no presente estudo, consiste no emprego de um fator de redução  $\alpha$  pelo qual a temperatura atual vai sendo multiplicada. Caso seja adotado um valor grande para  $\alpha$  (próximo da unidade), o processo pode se tornar demasiadamente lento. Em contrapartida, um valor pequeno para  $\alpha$  pode acarretar na convergência para um mínimo local.

### 3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Usualmente, em problemas de alocação de salas, a função objetivo é composta por um somatório das restrições, às quais são atribuídas pesos conforme sua importância relativa. No presente problema, o objetivo consiste na minimização da distância a ser percorrida pelos alunos, com relação ao prédio de origem de seu curso (aqui chamado de “sede”). Assim, caso uma turma necessite ser acomodada em outro prédio que não sua sede, o custo dessa operação será obtido pelo produto da distância até a sede pelo número de alunos matriculados na disciplina correspondente.

As restrições empregadas na formulação do problema, que são comuns aos problemas de alocação de salas, são as seguintes:

- as aulas de duas disciplinas não podem ocorrer simultaneamente em uma mesma sala;
- a aula de uma disciplina não pode ocorrer em mais de uma sala no mesmo instante;
- a capacidade da sala deve ser maior que o número de alunos inscritos para aquela aula.

Todas as restrições listadas possuem caráter impeditivo, ou seja, só serão aceitas as soluções que atendam simultaneamente a todas. Além dessas, foi considerada ainda uma restrição de caráter não impeditivo, relativa à existência de uma sobra de lugares na sala, com relação ao número de alunos inscritos na disciplina a ser ministrada nesta sala. Essa restrição se deve ao fato de que o período de complementação de matrículas na UPF normalmente se estende por alguns dias após o início das aulas. Cabe observar que, em caso de necessidade de mudança em uma das salas originalmente atribuídas, pode ocorrer a alteração de um número significativo de trocas de sala, justificando-se assim que se atribua, sempre que possível, uma sala com número de lugares maior que o número exato de alunos originalmente matriculados.

Em função das considerações efetuadas, o problema de alocação de salas de aula foi formulado como:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{ns} X_{ij} D_i N_i \quad (2)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^{ns} X_{ij} = 1, \quad i=1, \dots, nd \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{nd} X_{ij} \leq 1, \quad j=1, \dots, ns \quad (4)$$

$$N_i \leq C_i, \quad i=1, \dots, nd \quad (5)$$

$$N_i + \delta \leq C_i, \quad i=1, \dots, nd \quad (6)$$

Na formulação anterior,  $X_{ij}$  é uma matriz binária, na qual cada coeficiente assume valor unitário se a disciplina  $i$  for atribuída à sala  $j$ , e valor nulo em caso contrário. Na função objetivo (Eq.2),  $D_i$  indica a distância da disciplina  $i$  à sede, ou seja, da sala atribuída à disciplina ao prédio de origem do curso, e  $N_i$  o número de alunos da disciplina  $i$ . Nos somatórios,  $nd$  representa o número total de disciplinas e  $ns$  o número de salas disponíveis. As Eq. 3 e 4 correspondem, respectivamente, às condições de que cada disciplina deve ser atribuída a uma sala, e cada sala deve comportar no máximo uma disciplina. Na Eq. 5 tem-se que o número de alunos da turma  $i$  não deve superar a capacidade da sala  $C_i$  à ela atribuída. Por fim, a relação descrita na Eq. 6 corresponde à restrição não impeditiva, segundo a qual é aconselhável um folga ou reserva  $\delta$  em cada sala.

Segundo a formulação desenvolvida, a atribuição das salas é efetuada para cada dia de forma isolada, sem a preocupação de que uma turma tenha aula em uma mesma sala nos diversos dias da semana, mas apenas que, a cada noite, os alunos que estejam regularmente matriculados nas disciplinas de um determinado nível do curso não precisem se deslocar de

um prédio a outro. Assim, a atribuição é feita com base na disciplina com maior número de alunos daquele turno.

#### 4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A formulação proposta foi implementada em linguagem Fortran, sendo a otimização efetuada com o método *Simulated Annealing*. As restrições não atendidas foram consideradas por meio da penalização da função objetivo, empregando-se fatores de penalização distintos para cada grupo de restrições, conforme o caráter impeditivo ou não destas restrições.

A partir da implementação da formulação, diversas simulações numéricas foram efetuadas. Com o objetivo de ilustrar o procedimento empregado, apresentam-se, na sequência, os dados e correspondentes resultados de uma destas simulações. Em todas essas simulações, os parâmetros empregados específicos do *Simulated Annealing* foram temperatura inicial  $T=100$  e redutor de temperatura  $\alpha=0,95$ .

O problema apresentado é composto de 15 disciplinas, as quais devem ser alocadas nas 17 salas disponíveis em quatro prédios do campus. Na tabela 1 estão relacionados, para cada disciplina, o correspondente número de alunos matriculados e a sede (prédio de origem) do curso a que pertence. Já a tabela 2 relaciona, para cada sala, a respectiva capacidade e o prédio onde se situa.

Disciplina	Número de alunos	Origem
1	48	1
2	45	1
3	38	1
4	30	1
5	23	1
6	20	1
7	40	3
8	35	3
9	27	3
10	22	3
11	13	3
12	41	4
13	34	4
14	29	4
15	18	4

Tabela 1 – Dados das Disciplinas

Sala	Capacidade	Prédio
1	20	1
2	25	1
3	35	1
4	40	1
5	40	1
6	45	1
7	50	1
8	20	2
9	40	2
10	50	2
11	20	3
12	25	3
13	30	3
14	50	3
15	35	4
16	40	4
17	50	4

Tabela 2 – Dados das salas disponíveis

A matriz de distâncias  $D$  é constituída a partir do conhecimento das distâncias entre os prédios, e é empregada para o cálculo da função objetivo. No exemplo, em metros, tem-se:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 100 & 300 & 250 \\ 100 & 0 & 200 & 150 \\ 300 & 200 & 0 & 100 \\ 250 & 150 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

As análises foram efetuadas com e sem a consideração da reserva de lugares (diferença entre a capacidade da sala e o número de alunos matriculados). Nas simulações com reserva de lugares, foram buscadas cinco vagas adicionais por disciplina.

Para as simulações foram efetuadas análises a partir de diversas soluções iniciais, todas elas infactíveis. O resultado, invariavelmente, convergiu para um mesmo valor da função objetivo, permitindo supor que a solução obtida corresponde a um ponto de ótimo global.

A tabela 3 apresenta os resultados obtidos para as simulações sem reserva de vagas. O custo da solução ótima é composto do somatório dos valores constantes da última coluna. Nas parcelas onde esse custo é nulo a disciplina ocorrerá na própria sede do curso.

Disciplina	Sala atribuída	Número de alumnos	Sede (origem)	Local da Sala (destino)	Custo
1	7	48	1	1	0
2	6	45	1	1	0
3	5	38	1	1	0
4	3	30	1	1	0
5	2	23	1	1	0
6	1	20	1	1	0
7	14	40	3	3	0
8	10	35	3	2	7000
9	13	27	3	3	0
10	12	22	3	3	0
11	11	13	3	3	0
12	17	41	4	4	0
13	15	34	4	4	0
14	16	29	4	4	0
15	8	18	4	2	2700

Tabela 3- Resultados obtidos sem reserva de lugares nas salas

A tabela 4 ilustra, também para a solução ótima, a existência de lugares excedentes nas salas (folgas). Observa-se que a solução factível é aquela na qual obrigatoriamente o número de alunos é inferior à capacidade da sala.

Disciplina	Sala atribuída	Número de alumnos	Capacidade	Folga
1	7	48	50	2
2	6	45	45	0
3	5	38	40	2
4	3	30	35	5
5	2	23	25	2
6	1	20	20	0
7	14	40	50	10
8	10	35	50	15
9	13	27	30	3
10	12	22	25	3
11	11	13	20	7
12	17	41	50	9
13	15	34	35	1
14	16	29	40	11
15	8	18	20	2

Tabela 4- Resultados obtidos sem reserva de lugares nas salas (folgas)

Conforme comentado na descrição da formulação do problema, é interesse da instituição que, sempre que possível, haja um excedente prevendo eventuais matrículas posteriores ao início das aulas. Com o objetivo de obter uma reserva de lugares adicionais, foram efetuadas simulações com a consideração das restrições relativas à folga de cinco lugares por sala. Os resultados obtidos estão sintetizados na tabela 5, onde as linhas em negrito indicam as alterações com relação à solução obtida sem essa restrição.

Observa-se que, apesar de corresponder a uma solução de mesmo custo da anterior, o número de salas com excedente de cinco lugares passou de seis para dez. No entanto, em função da capacidade das salas disponíveis, a restrição não pode ser integralmente atendida.

Disciplina	Sala atribuída	Número de alunos	Capacidade	Folga
1	7	48	50	2
2	6	45	45	0
3	4	38	40	2
<b>4</b>	<b>5</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>3</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>2</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>5</b>
7	14	40	50	10
8	10	35	50	15
9	13	27	30	3
10	12	22	25	3
11	11	13	20	7
12	17	41	50	9
<b>13</b>	<b>16</b>	<b>34</b>	<b>40</b>	<b>6</b>
<b>14</b>	<b>15</b>	<b>29</b>	<b>35</b>	<b>6</b>
<b>15</b>	<b>9</b>	<b>18</b>	<b>40</b>	<b>22</b>

Tabela 5- Resultados obtidos com reserva de lugares nas salas (folgas)

## 5. CONCLUSÕES

Com o objetivo de atender a uma demanda específica da Universidade de Passo Fundo foi desenvolvida uma formulação matemática para a otimização da alocação das salas de aula no campus. Nesta formulação, além do atendimento às restrições usuais nesse tipo de problema, buscou-se manter os alunos o mais próximo possível da sede de seus respectivos cursos, através da minimização das distâncias a serem percorridas.

A formulação foi implementada com o emprego do método *Simulated Annealing*, o qual já havia sido empregado com êxito pelos autores em aplicações de natureza semelhante.

Diversas simulações envolvendo um número crescente de variáveis vêm sendo feitas com o programa desenvolvido. Os resultados obtidos evidenciam a importância do emprego de técnica de otimização a esse tipo de problema, bem como a validade da abordagem efetuada.

Acredita-se que a formulação matemática apresentada, com pequenas adaptações, poderá resolver problemas específicos de outras Instituições de ensino.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Dammak, A., Elloumi, A., Kamoun, H. and Ferland, J.A. Course Timetabling at a Tunisian University: A Case Study. *J Syst Sci Syst Eng*, 17(3), 2008.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. Optimization by Simulated Annealing, *Science* 220, 4598, pp. 671-680, 1983.
- Kripka, M., Discrete optimization of trusses by simulated annealing. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 26, n. 2, p. 170-173, 2004.
- Kripka, R.M.L., Oro, N.T., e Kripka, M. Distribuição de Cargas Horárias em Instituições de Ensino Superior: Uma Formulação para a maximização do Aproveitamento dos Recursos Humanos. *Ciência & Engenharia*, V. 14, N. 1, 65-72, 2005.
- Martínez–Alfaro, H., & Flores–Terán, G. Solving the Classroom Assignment Problem with Simulated Annealing. In *IEEE Int. Conf. On Systems, Man, & Cybernetics*. San Diego, Ca, 1998.
- Ramón Alvarez-Valdés, R., Crespo, E. and Tamarit, J.M., Tabu Search: an Efficient Metaheuristic for University Organization Problems. *Investigacion Operacional*, vol. 22, no. 2, 2001.
- Silva, A.S.N., Sampaio, R.M. e Alvarenga, G.B. Uma Aplicação de Simulated Annealing para o Problema de Alocação de Salas. *Journal of Computer Science*, vol.4, n.3, 59-66, 2005.
- Subramanian, A., Medeiros, J.M.F., Cabral, L.A.F.e Souza, M.J.F. Aplicação da metaheurística Busca Tabu na resolução do Problema de Alocação de Salas do Centro de Tecnologia da UFPB. *ENEGEP*, 2006.