

MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS DE VIGAS DE PAVIMENTOS DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO

Guilherme Fleith de Medeiros e Moacir Kripka

*Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Campus Bairro São José
– 99001-970, Passo Fundo, RS – Brasil, 76875@upf.br, mkripka@upf.br*

Palavras-chave: Otimização Estrutural, Minimização de Custo, Concreto Armado, Simulated Annealing.

Resumo. No projeto estrutural convencional, o cálculo é realizado através de um processo de tentativa e erro. Através da otimização estrutural, a melhor solução para um projeto é obtida através de um processo sistemático de busca, onde se estabelece um modelo matemático para descrever o problema, sendo definidos o objetivo a ser alcançado, os parâmetros de projeto e as restrições. O presente trabalho objetiva minimizar o custo de vigas de pavimentos de edifícios em concreto armado. Com esta finalidade foi desenvolvido um software que associa a análise e o dimensionamento de estruturas com um método de otimização. Os esforços e deslocamentos são obtidos pelo método dos deslocamentos, para a análise das vigas do pavimento segundo o modelo de grelha, enquanto a otimização é efetuada com o emprego da metaheurística *Simulated Annealing*. Os custos relativos ao volume de concreto, peso do aço e área de fôrmas constituem a função objetivo do problema de otimização. As alturas das vigas são consideradas como variáveis de projeto, devendo atender aos Estados Limites Últimos e de Serviço de acordo com o que preconiza a Norma Brasileira NBR-6118/07. Exemplos são apresentados com o objetivo de validação da formulação desenvolvida, bem como da obtenção de parâmetros para o pré-dimensionamento de vigas de concreto armado.

1 INTRODUÇÃO

A utilização de estruturas de concreto armado é uma característica predominante nas edificações brasileiras, por motivos econômicos e culturais. Desta forma, é de grande importância se estudar maneiras de diminuir os custos dessas estruturas, trazendo economia e maior lucro para o setor da construção civil, além de se diminuir o consumo de materiais de construção e o conseqüente impacto ambiental referente à produção dos mesmos.

A competitividade do mercado obriga as construtoras e os escritórios de cálculo a cada vez mais estudar formas de diminuir os custos das edificações. E para alcançar esse objetivo, no que diz respeito aos projetos estruturais, têm-se destacado a importância das chamadas técnicas de otimização, as quais vão auxiliar na busca da solução que atenda aos requisitos de segurança de norma e seja a mais econômica possível.

O projeto estrutural costuma ser fundamentado em um processo iterativo, onde, a partir de uma solução inicial, parte-se para um processo de melhora da mesma, por tentativa e erro. Chegando-se a uma solução dita aceitável economicamente, e que atenda aos requisitos de segurança e funcionalidade prescritos por norma, o processo é interrompido. Entretanto, essa metodologia não apresenta garantias de que não haja soluções ainda melhores em termos de custo e consumo de materiais, tendo em vista o grande número de variáveis envolvidas no dimensionamento (área de aço, volume de concreto, características mecânicas dos materiais empregados, entre outras).

As técnicas de otimização, ao contrário, fundamentam a procura pela melhor solução através da representação matemática do problema e da utilização de metodologias sistemáticas de busca, as quais diferenciam os diversos métodos de otimização existentes. O modelo matemático define o objetivo a ser alcançado, estabelece as variáveis que poderão ser alteradas durante o processo, e determina quais as restrições que devem ser atendidas no dimensionamento. O processo sistemático de busca objetiva que se chegue à melhor solução, ou a uma condição de projeto bastante próxima a essa.

O presente trabalho apresenta um processo de minimização dos custos de vigas de pavimentos de edifícios de concreto armado. Com esta finalidade, foi desenvolvido um software que associa a análise e o dimensionamento de estruturas com um método de otimização. Os esforços e deslocamentos são obtidos pelo método dos deslocamentos, para a análise das vigas do pavimento segundo o modelo de grelha, enquanto a otimização é efetuada com o emprego da metaheurística *Simulated Annealing*. As vigas são dimensionadas à flexão e ao cisalhamento, havendo também a verificação da flecha, atendendo-se aos Estados Limites Últimos e de Serviço estabelecidos na Norma Brasileira [NBR 6118 \(2007\)](#). Considerou-se, na solução, os custos referentes ao volume de concreto, peso de aço e área de fôrmas, sendo a altura das vigas tratada como variável do problema.

A partir do estudo, são fornecidos parâmetros de pré-dimensionamento para vigas

de concreto armado, para carregamentos e vãos usuais, auxiliando o engenheiro projetista de estruturas na busca por projetos otimizados. Também é realizada uma avaliação da influência da resistência do concreto e de cada parcela componente do custo, referente aos diferentes materiais envolvidos, no valor total da estrutura.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Um problema de otimização pode, de forma geral, ser descrito como a minimização (ou maximização) de uma função (Eq. (1)), sujeita a restrições (Eq. (2), Eq. (3) e Eq. (4)).

$$f(x_i), \text{ sendo } i = 1, n \quad (1)$$

$$g_j(x_i) \leq 0, \text{ sendo } j = 1, m \quad (2)$$

$$h_k(x_i) = 0, \text{ sendo } k = 1, l \quad (3)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (4)$$

Na Eq. (1), f designa a função objetivo e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ consiste no vetor das variáveis de projeto. As demais funções são as chamadas restrições do problema (respectivamente, restrições de desigualdade, de igualdade e restrições laterais ou canalizadas). As funções envolvidas no problema podem conter as variáveis de projeto de forma explícita ou não, além de poderem ser desenvolvidas numérica ou analiticamente. Tanto a função objetivo como as funções de restrição podem ser lineares ou não-lineares.

Um dos principais motivos para o pouco emprego das técnicas de otimização estrutural em problemas usuais da engenharia, ficando as aplicações normalmente restritas a estudos de caráter acadêmico, consiste no fato das funções envolvidas nos cálculos serem não-lineares e apresentarem características como descontinuidade e não-convexidade. Neste sentido, um maior emprego vem sendo dado aos métodos metaheurísticos, os quais se caracterizam por serem processos globais de busca, atuando diretamente na busca das soluções no espaço viável com estratégias que objetivam escapar dos mínimos locais.

Dentre as principais metaheurísticas ganha destaque o método *Simulated Annealing*, o qual foi desenvolvido em analogia ao processo termodinâmico de recozimento de metais (Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi, 1983). No processo físico, o resfriamento do sólido deve ser suficientemente lento para que os átomos se organizem em um estado de mínima energia, o que irá garantir maior tenacidade ao material. De forma análoga, o método de otimização começa a busca a partir de uma solução inicial qualquer, sendo gerada uma nova solução que, caso provoque a diminuição do valor da função objetivo, será aceita de maneira automática. Caso a nova solução acarrete um aumento do valor da função, o aceite se dará a partir do

chamado Critério de Metrópolis, descrito na Eq. (5).

$$p = \exp\left(\frac{-\Delta f}{T}\right) \quad (5)$$

A probabilidade de aceite p , exposta na Eq. (5), vai diminuindo na medida que se aproxima da solução ótima, uma vez que a temperatura T é alta no início do processo e vai sendo gradualmente reduzida. Na mesma expressão, Δf corresponde à variação no valor da função entre a solução atual e a solução proposta.

2.1 Minimização do custo de vigas de concreto armado

Conforme já descrito, o presente trabalho propõe a minimização do custo de vigas de concreto armado analisadas pelo modelo de grelha, considerando a contribuição do concreto, armaduras e fôrmas na composição dos gastos com materiais.

Na formulação proposta, o custo do aço compreende na multiplicação entre o consumo de aço, somadas as armaduras longitudinais (P_A) e estribos (P_{Asw}), pelo custo unitário do material (C_A), em unidade de massa (kg). De forma simplificada, a quantidade de aço das armaduras longitudinais de uma viga (P_A), em unidade de massa, é determinada multiplicando-se a soma das áreas de aço a tração (A_{si}) e compressão (A'_{si}) pelo respectivo comprimento da viga (L_i), e pelo peso específico do material (ρ_s), conforme a Eq. (6).

$$P_A = (A_{si} + A'_{si})L_i\rho_s \quad (6)$$

A quantidade de aço do estribo de uma viga, em unidade de massa, é obtida multiplicando-se a área de aço dos estribos (A_{sw}) por metade do perímetro da seção transversal da viga ($b_w h$), de maneira aproximada. Dividindo-se o comprimento da viga (L_i) pelo espaçamento entre estribos adotado (s), obtém-se o número de estribos utilizados. Multiplicando-se o número de estribos, pela quantidade de aço de 1 estribo, e pelo peso específico do material (ρ_s), obtém-se a quantidade total de aço das armaduras transversais da viga (P_{Asw}), conforme a Eq. (7).

$$P_{Asw} = \frac{L_i}{s} A_{sw} b_w h \rho_s \quad (7)$$

O custo das fôrmas é dado pela multiplicação entre o consumo de fôrmas (A_F), em unidade de área, e o respectivo custo unitário do material (C_F). A área de fôrmas é calculada multiplicando-se a soma de 2 alturas e 1 base pelo comprimento da viga (L_i), de acordo com a Eq. (8).

$$A_F = (2h_i + b_{wi})L_i \quad (8)$$

O custo do concreto é obtido multiplicando-se o consumo do material, em

unidade de volume, e o respectivo custo unitário (C_C). O volume de concreto (V_C) é obtido multiplicando-se a área da seção transversal da viga pelo seu comprimento (L_i), segundo a Eq. (9).

$$V_C = h_i b_{wi} L_i \quad (9)$$

Finalmente, a função objetivo do problema de otimização deste trabalho, a ser minimizada, é dada pela Eq. (10), onde o custo total da viga é igual ao somatório dos custos individuais do aço, concreto e fôrmas, desprezando-se a mão de obra. As restrições do problema de otimização são representadas pela Eq. (11), Eq. (12), Eq. (13), Eq. (14), Eq. (15) e Eq. (16).

$$C_t = [(P_A + P_{A_{sw}}) \cdot C_A] + (A_F \cdot C_F) + (V_C \cdot C_C) \quad (10)$$

$$\delta \leq \delta_{lim} \quad (11)$$

$$\frac{M_{As'}}{M_{As}} \leq 0,30 \quad (12)$$

$$0,15\% A_C \leq A_s + A'_s \leq 4\% A_C \quad (13)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (14)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (15)$$

$$\rho_{SW_{min}} = \frac{A_{SW}}{b_w S} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (16)$$

A primeira restrição (Eq. (11)) diz respeito aos Estados Limites de Utilização. A flecha máxima em cada elemento, considerando-se os efeitos de longa duração, deve ser menor que a flecha limite, de acordo com o estabelecido na Norma Brasileira [NBR 6118 \(2007\)](#).

Para as armaduras de flexão, as restrições consideradas são as seguintes: a razão entre as parcelas do momento fletor absorvidas pelas faces comprimidas e tracionadas de um determinado elemento não deve ultrapassar 30% (Eq. (12)), visando evitar uma grande concentração de armaduras que dificulte a concretagem; a taxa mínima de armadura deve ser maior que 0,15% da área de concreto, enquanto que a taxa máxima deverá ser de até 4% da área da seção transversal (Eq. (13)), de acordo com a [NBR 6118 \(2007\)](#).

Na verificação do cisalhamento, segundo a [NBR 6118 \(2007\)](#), o esforço resistido pelo concreto nas bielas comprimidas (V_{Rd2}) deve ser maior que a respectiva

solicitação (V_{Sd}), segundo a Eq. (14), assim como a resistência do concreto e das armaduras nas bielas tracionadas (V_{Rd3}) deve ser maior que o esforço solicitante (V_{Sd}), de acordo com a Eq. (15). A taxa de armadura de cisalhamento mínima, segundo a norma, é dada pela Eq. (16).

3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

3.1 Vigas Biapoiadas de Custo Mínimo

As primeiras simulações numéricas efetuadas consistiram na análise e dimensionamento otimizado de vigas biapoiadas. Foram determinadas, através do software de otimização desenvolvido, quais as alturas que conduzem ao custo mínimo para vigas de comprimento entre 1,5 m e 10 m, variando-se os valores a cada 0,5 m. Testaram-se as seguintes resistências para o concreto: 20, 25, 30 e 45 MPa. Tanto para estribos como para a armadura longitudinal, utilizou-se aço CA-50. A largura das vigas foi fixada em 0,15 m. Foram estudados dois carregamentos, um mínimo e um máximo, visando abranger uma faixa de carregamento a qual esteja submetida a maioria das vigas de obras residenciais. A carga mínima corresponde a um carregamento permanente de 9,86 kN/m, e acidental de 2 kN/m. A carga máxima constitui-se num carregamento de 16 kN/m e sobrecarga de 7 kN/m. A flecha foi limitada no que diz respeito aos efeitos visuais (1/250 do vão). Os valores de insumos utilizados são mostrados na Tabela 1, referentes ao preço médio para o estado do Rio Grande do Sul citados no trabalho de Kripka e Pagnussat (2010).

Material	Unidade	Custo unitário (R\$)
Aço CA-50	kg	3,15
Fôrma de madeira	m ²	7,29
Concreto 20 MPa	m ³	188,00
Concreto 25 MPa	m ³	206,07
Concreto 30 MPa	m ³	222,97
Concreto 45 MPa	m ³	267,98

Tabela 1: Custo unitário dos materiais utilizados.

3.2 Exemplo de Pavimento de Concreto Armado

Após a análise isolada de vigas biapoiadas, fez-se o estudo das vigas de um pavimento de concreto armado, composto de 3 lajes e 6 vigas, de acordo com a Figura 1, segundo modelo adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2001, p. 296). A largura das vigas foi fixada em 14 cm. Para efeito da composição do carregamento nas vigas, todas as lajes foram engastadas entre si, ficando apoiadas apenas em relação às extremidades do pavimento. Todas possuem 12 cm de altura, sendo

utilizado um contrapiso de concreto simples de 2 cm de espessura.

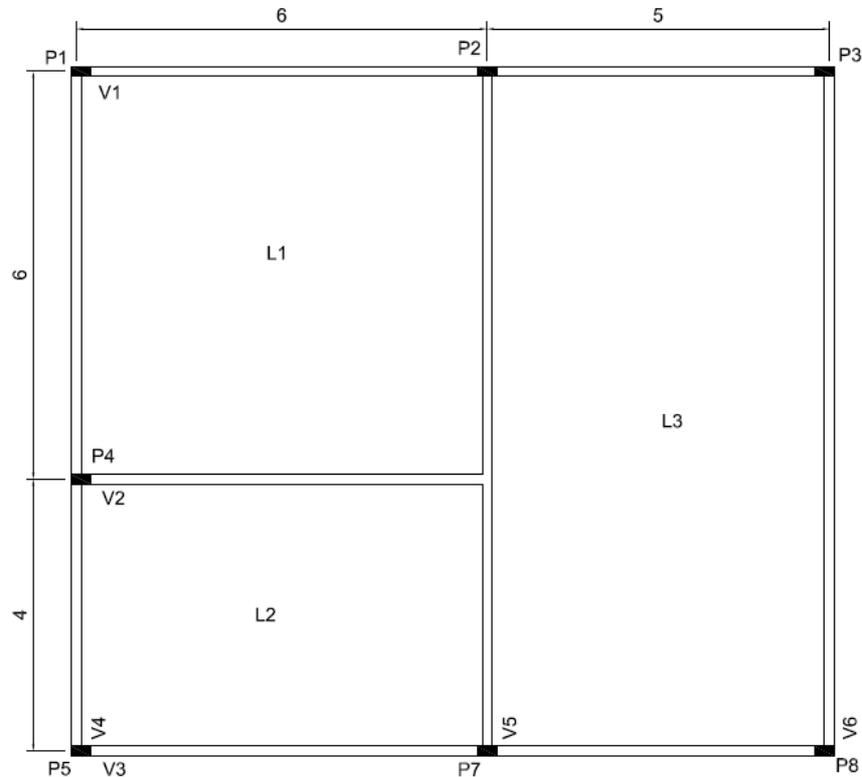


Figura 1: Planta de forma do pavimento analisado (dimensões em m.)

A determinação do custo mínimo das vigas foi realizada de maneira conjunta (análise de toda a grelha constituinte do pavimento) e individual (cada viga analisada de forma isolada), comparando-se estes resultados. Na análise da grelha foram feitas três simulações. Na primeira, todas as vigas variaram sua altura de maneira separada (seis variáveis de projeto). Na segunda, as vigas externas (V1, V3, V4 e V6) formaram um conjunto único, assumindo o mesmo valor de altura ótima (três variáveis). E na terceira possibilidade, além das vigas externas assumirem o mesmo resultado, as duas vigas internas (V2 e V5) constituíram outro grupo (duas variáveis no total). Foi utilizado concreto de f_{ck} igual a 20 MPa. A flecha foi limitada em 1/250 em todos os vãos da viga. Adotaram-se os mesmos custos de materiais expostos na [Tabela 1](#). Os carregamentos distribuídos para cada viga do pavimento de exemplo são apresentados na [Tabela 2](#).

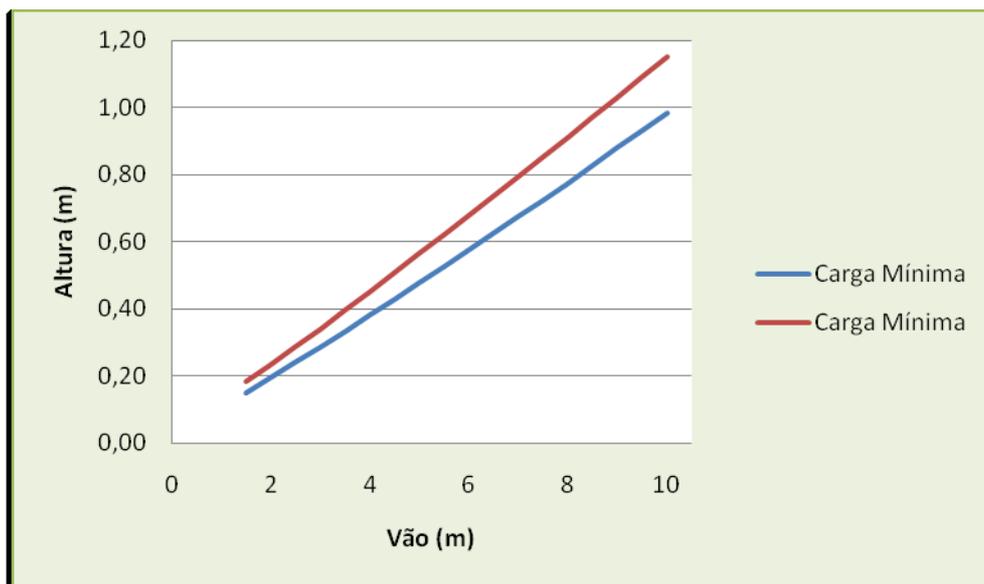
Viga	Carga Permanente (kN/m)	Carga Acidental (kN/m)
V1 (trecho de 6 m)	10,66	2,09
V1 (trecho de 5 m)	10,02	1,73
V2	18,97	6,84
V3 (trecho de 6 m)	10,23	1,85
V3 (trecho de 5 m)	10,02	1,73
V4 (trecho de 4 m)	9,38	1,36
V4 (trecho de 6 m)	10,66	2,09
V5 (trecho de 4 m)	19,87	7,36
V5 (trecho de 6 m)	22,08	8,62
V6	12,03	2,87

Tabela 2: Carregamentos atuantes nas vigas do pavimento.

4 RESULTADOS

4.1 Vigas Biapoiadas de Custo Mínimo

No estudo das vigas apoiadas, os resultados obtidos mostram que a altura ótima possui relação vão/altura média de 10,5, para carga mínima, e próxima de 9, para a carga máxima. Na [Figura 2](#) tem-se o gráfico que relaciona os vãos considerados no estudo com as respectivas alturas ótimas obtidas, para os dois carregamentos, considerando a resistência de 20 MPa para o concreto. Na [Figura 3](#) tem-se gráfico similar, porém para o f_{ck} de 45 MPa.

Figura 2: Alturas ótimas de vigas biapoiadas de f_{ck} 20 MPa para diferentes vãos

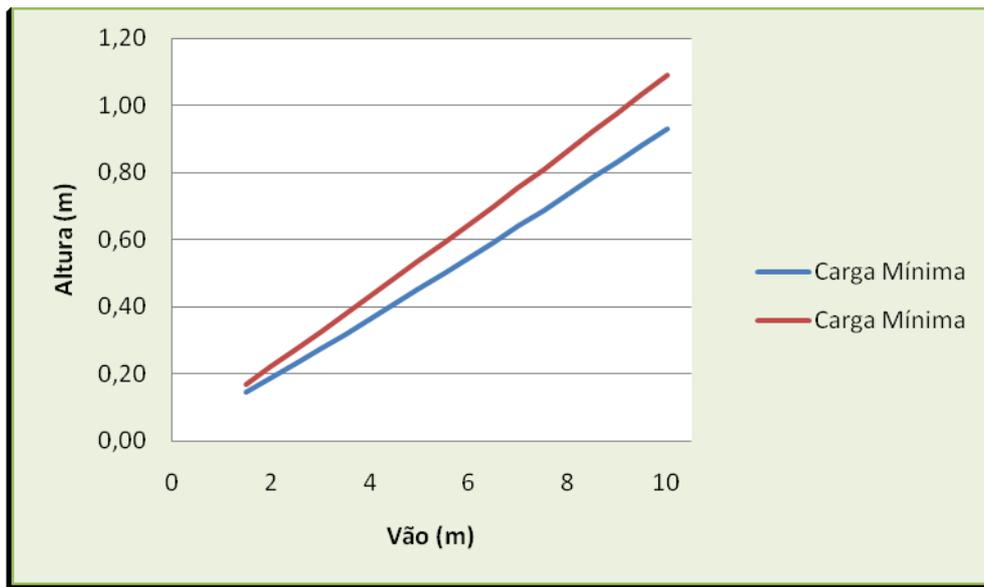


Figura 3: Alturas ótimas de vigas biapoiadas de f_{ck} 45 MPa para diferentes vãos

Com o aumento da resistência do concreto, é possível perceber uma diminuição da altura ótima, como era, de certa forma, esperado. No gráfico da Figura 4, isto se torna claro, ao relacionar os diferentes vãos estudados com as alturas ótimas obtidas para o carregamento mínimo, considerando as quatro classes de resistência do concreto estudadas. Na Tabela 3, têm-se especificadas as relações entre vão e altura ótima para todas as classes de resistência de concreto consideradas, tanto para o carregamento mínimo como para máximo.

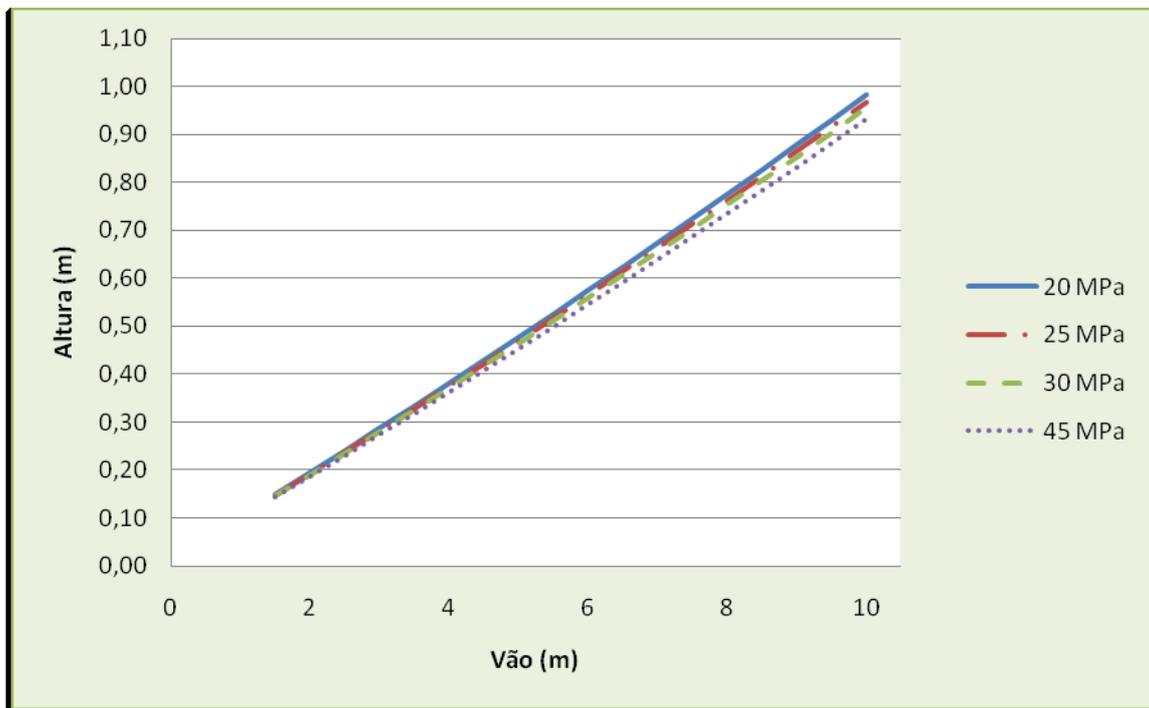


Figura 4: Gráfico comparativo das alturas ótimas obtidas para diferentes resistências do concreto, considerando o carregamento mínimo

f_{ck} (MPa)	Carregamento	Relação Vão/Altura
20	Mínimo	10,4
	Máximo	8,8
25	Mínimo	10,5
	Máximo	8,9
30	Mínimo	10,6
	Máximo	9,0
45	Mínimo	10,6
	Máximo	9,2
Geral	Mínimo	10,5
	Máximo	9,0

Tabela 3: Relações vão/altura médias para diferentes resistências do concreto.

Ao observarem-se os custos ótimos obtidos, percebe-se que os concretos de maior f_{ck} resultaram em um maior custo, ou seja, a maior resistência obtida com um f_{ck} maior não foi suficientemente grande para compensar o maior custo unitário do material. Isto pode ser percebido na [Figura 5](#), onde o gráfico relaciona a variação de custo com os diferentes vãos, para as 4 classes de concreto (20 MPa, 25 MPa, 30 MPa e 45 MPa), considerando-se o carregamento máximo.

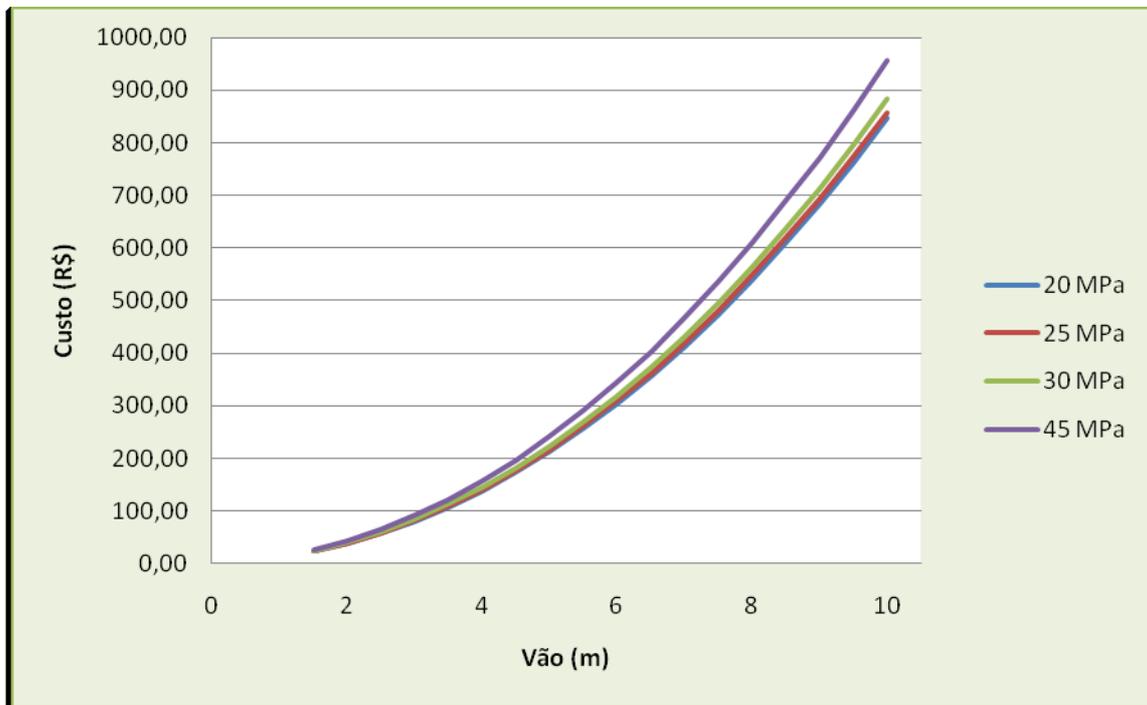


Figura 5: Variação no custo ótimo das vigas de acordo com o f_{ck} do concreto

Em relação ao custo, também se observa que, para a carga mínima, o custo do concreto costuma ser, na grande maioria dos casos, maior do que o gasto com aço. O custo do aço supera o de concreto apenas para pequenos vãos, utilizando f_{ck} igual a 20 e 25 MPa. As fôrmas representam o menor custo dos três materiais considerados. Na Figura 6, tem-se um gráfico apresentando a porcentagem do custo de cada material no custo ótimo de viga biapoiada, para todos os vãos considerados, utilizando concreto de f_{ck} 20 MPa e carga mínima. Na Figura 7, apresenta-se um gráfico similar, porém obtido para concreto de f_{ck} igual a 45 MPa.

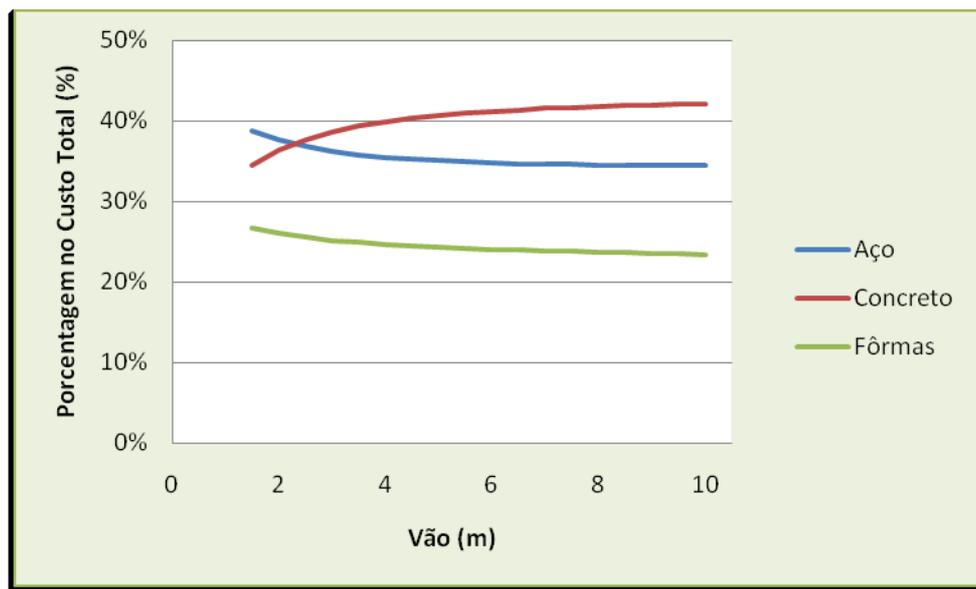


Figura 6: Participação de cada material na composição do custo para vigas de 20 MPa e carregamento mínimo

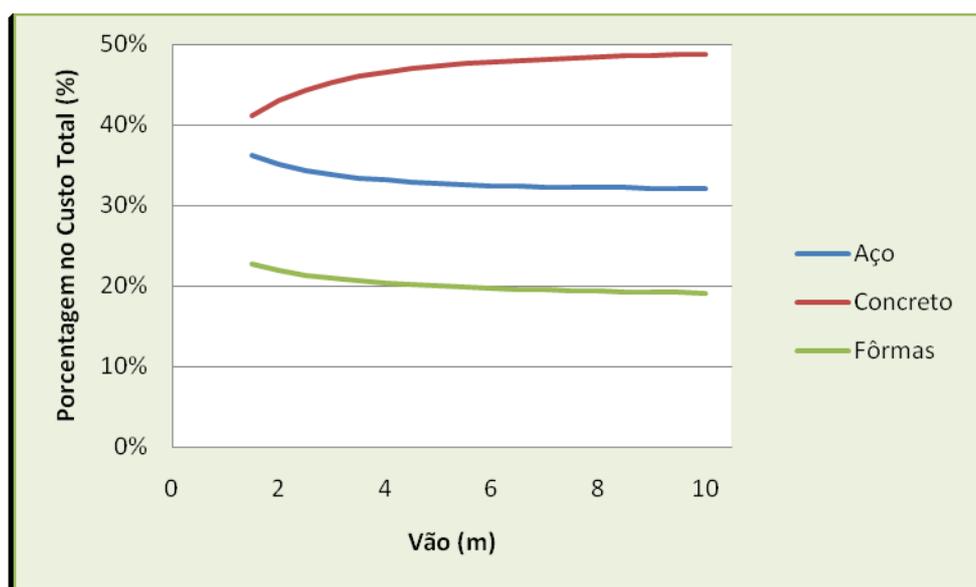


Figura 7: Participação de cada material na composição do custo para vigas de 45 MPa e carregamento mínimo

Para a carga máxima, observa-se que a contribuição do aço no custo da viga torna-se maior. Para concreto de f_{ck} 20 MPa, o aço corresponde ao material de maior custo. Para f_{ck} de 45 MPa, o concreto é o material de maior contribuição no custo total. Para as resistências intermediárias, o concreto e o aço se alternam como materiais de maior custo, sendo a contribuição do aço no preço da viga maior para os menores vãos. As fôrmas representam o menor custo dos três materiais considerados também para a carga máxima. Além disso, é possível observar que as porcentagens entre os custos dos materiais mantêm-se praticamente constantes, principalmente, a partir de 4 m de vão, o que já ocorrera para a carga mínima. Na Figura 8, o gráfico apresenta a porcentagem do custo de cada material no custo ótimo de viga biapoiada, para todos os vãos considerados, utilizando concreto de f_{ck} 20 MPa e carga máxima. Na Figura 9, apresenta-se um gráfico similar, porém obtido para concreto de f_{ck} igual a 45 MPa.

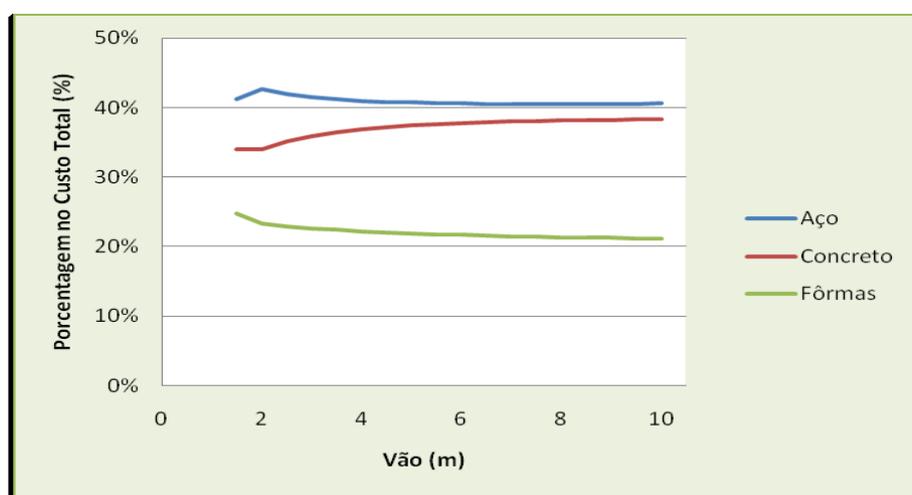


Figura 8: Participação de cada material na composição do custo para vigas de 20 MPa e carregamento máximo

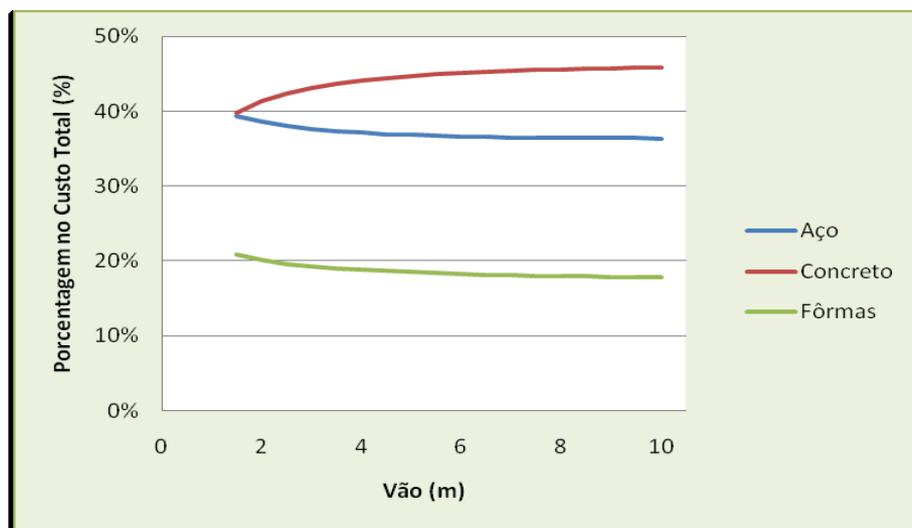


Figura 9: Participação de cada material na composição do custo para vigas de 45 MPa e carregamento máximo

Na [Tabela 4](#), apresentam-se as porcentagens médias obtidas pelos três materiais considerados na composição do custo ótimo total para as quatro classes de concreto consideradas, tanto para carregamento mínimo como máximo. Como se vê, para o carregamento mínimo o concreto representou em média 43% do custo total, seguido do aço (34%) e fôrmas (21%). Para o carregamento máximo, o percentual médio de participação do concreto caiu para 40%, sendo que o do aço foi de 39% e o de fôrmas 21%.

f_{ck} (MPa)	Carregamento	Participação no Custo Total (%)		
		Aço	Concreto	Fôrmas
20	Mínimo	35	40	24
	Máximo	41	37	22
25	Mínimo	35	42	23
	Máximo	39	39	21
30	Mínimo	34	43	22
	Máximo	39	41	21
45	Mínimo	33	47	20
	Máximo	37	44	19
Geral	Mínimo	34	43	23
	Máximo	39	40	21

Tabela 4: Participação percentual média dos materiais no custo das vigas para diferentes resistências do concreto.

Na análise das vigas biapoiadas também se observou que a flecha é o fator preponderante no dimensionamento, sendo a altura ótima das vigas limitada pela mesma. A taxa de armadura média para o carregamento mínimo foi de 0,59%, enquanto que para o carregamento máximo a taxa obtida foi de 0,73%. O consumo médio de aço por m^3 de concreto, para o carregamento mínimo, foi de 56 kg, e para o carregamento máximo, obteve-se 67 kg. Os dados de taxa de armadura e consumo de aço por volume de concreto são apresentados na [Tabela 5](#), para todas as classes de resistência de concreto.

f_{ck} (MPa)	Carregamento	Kg de Aço/m ³ de Concreto	Taxa de Armadura (%)
20	Mínimo	53	0,58
	Máximo	66	0,72
25	Mínimo	54	0,58
	Máximo	66	0,73
30	Mínimo	56	0,59
	Máximo	67	0,73
45	Mínimo	60	0,60
	Máximo	71	0,75
Geral	Mínimo	56	0,59
	Máximo	67	0,73

Tabela 5: Taxas de armadura e consumo de aço para diferentes resistências do concreto.

4.2 Exemplo de Pavimento de Concreto Armado

Ao se analisar os resultados obtidos para a altura ótima de vigas de um pavimento de concreto armado composto de três lajes e seis vigas, foi possível verificar alguma diferença ao se considerar as vigas de forma individual ou pelo modelo de grelha. Na Tabela 6 apresentam-se os resultados de altura ótima obtidos na análise individual das vigas e na otimização da grelha onde todas as seis vigas puderam assumir um valor distinto de seção.

Elemento	Altura ótima (m)		Variação (%)
	Vigas isoladas	Grelha (6 grupos de Vigas)	
V1	0,4412	0,4415	0
V2	0,6878	0,6654	-3
V3	0,4344	0,4346	0
V4	0,4229	0,4081	-4
V5	1,3964	1,4275	2
V6	0,8785	0,8777	0

Tabela 6: Alturas ótimas obtidas para as vigas pela análise individual e do pavimento como um todo.

Como se observa, em duas das vigas (V2 e V4) houve diminuição na altura ótima através da análise da grelha, em relação ao resultado obtido de forma individual (3% e 4%, respectivamente). Em contrapartida, a rigidez da viga V5 sofreu acréscimo, aumentando-se em 2% a sua altura ótima. Na análise de vigas isoladas, o custo total obtido foi de R\$ 3.167,26, similar ao custo do dimensionamento a partir dos valores ótimos fornecidos pelo modelo de grelha (R\$ 3.166,03) As relações vão/altura obtidas

paras as vigas nas duas análises variaram entre 7,01 e 14,70.

Quando as vigas externas do pavimento assumiram um valor único de altura (análise com dois e três grupos de vigas), obteve-se como altura ótima 0,78 m, um valor intermediário entre a maior e a menor viga ótima da análise com seis grupos de viga (0,88 m e 0,41 m, respectivamente). Na análise com três grupos de vigas, as alturas obtidas para as vigas internas V2 e V5 foram bastante próximas às alcançadas na análise com seis grupos de viga. Na análise onde as vigas internas assumiram o mesmo resultado, houve uma diminuição na altura da viga V5 e um aumento para a viga V2, obtendo-se uma viga de rigidez intermediária em comparação com as obtidas nas demais análises. Os resultados de altura ótima obtidos, bem como o custo total para as três análises, são apresentados na [Tabela 7](#).

f_{ck} (MPa)	Altura (m)		
	Análise da Grelha (2 grupos de vigas)	Análise da Grelha (3 grupos de vigas)	Análise da Grelha (6 grupos de vigas)
V1	0,7847	0,7844	0,4414
V2	1,2770	0,6607	0,6653
V3	0,7847	0,7844	0,4346
V4	0,7847	1,4283	0,4081
V5	1,2770	1,4283	1,4274
V6	0,7847	0,7844	0,8777
Custo Total (R\$)	3602,52	3477,91	3166,03

Tabela 7: Resultados da análise do pavimento com dois, três e seis grupos de vigas.

5 CONCLUSÕES

As análises efetuadas neste trabalho permitiram uma série de considerações pertinentes ao projeto de vigas de pavimentos de concreto armado. De maneira geral, através do estudo das vigas biapoiadas, foi possível observar que: a relação entre vão e altura ótima das vigas foi aproximadamente linear, situando-se entre 10,5 e 9; o concreto de f_{ck} menor conduziu a vigas mais econômicas, apesar de sua maior altura ótima; o custo do concreto representou a maior parcela no valor total dos materiais de uma viga, sendo seguido pelo aço e fôrmas, sendo a flecha o fator limitante no dimensionamento ótimo das vigas; a taxa de armadura ótima variou entre 0,59% e 0,73%, sendo ainda o consumo de aço médio de 56 kg e 67 kg para os carregamentos mínimo e máximo, respectivamente. No estudo do pavimento, onde as vigas foram analisadas de forma individual e através do modelo de grelha, foi possível perceber diferenças na altura ótima de algumas vigas segundo o modelo empregado, sem alteração significativa no custo total dos elementos. De forma geral, quanto maior o número de variáveis de projeto maior a economia resultante.

Por fim, foi possível observar que o método *Simulated Annealing* tem apresentado

ótimo desempenho na solução do problema de otimização proposto, conduzindo às alturas ótimas independentemente da solução inicial adotada.

Atualmente, está sendo incluído o dimensionamento à torção no software desenvolvido, bem como a verificação do limite de abertura de fissuras, o que permitirá a obtenção de dimensionamento otimizado de estruturas de concreto armado.

REFERÊNCIAS

- Carvalho, R. C.; Figueiredo Filho, J. R. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. São Carlos: EdUFSCar, 2001.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. Optimization by Simulated Annealing, *Science* 220, 4598, pp. 671-680, 1983.
- Kripka, M.; Pagnussat, R. Parâmetros para o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado. *Revista Técnica*, vol. 160, p. 70-73, jul. 2010.
- NBR 6118. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007.