

EFFECTO DEL CAMPO MAGNETICO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD RECTANGULAR CON CONVECCION LIBRE

Gustavo Gutierrez y Ezequiel Médici

Departamento de Ingeniería Mecánica
Universidad de Puerto Rico
Mayagüez, PR 00681-9045
e-mail: ggutier@uprm.edu

Key words: flujo en una cavidad, magneto convección, convección libre.

Abstract. *Algunos procesos industriales como el crecimiento de un cristal implican la presencia un líquido eléctricamente conductor sujeto a un campo magnético. Debido al movimiento inducido por la convección natural el líquido experimenta una fuerza de Lorenz que tiende a reducir las velocidades. Hay también aplicaciones en tecnología solar donde la convección natural juega un papel principal. Un campo magnético se puede utilizar para controlar el campo de flujo de manera de aumentar o reducir la transferencia del calor. En este trabajo, se estudia numéricamente el efecto del campo magnético en un flujo con convección natural en una cavidad rectangular de un líquido eléctricamente conductor. Las dos paredes de lados de la cavidad se mantienen isotérmicamente a dos temperaturas diferentes mientras la pared de arriba y la pared de abajo están completamente aisladas térmicamente. El acoplamiento de las ecuaciones de Navier-Stokes con las ecuaciones de Maxwell es discutido con las suposiciones y simplificaciones principales asumidas en algunos problemas de magnetohidrodinámica. Se desarrolla un código en volumen finito en variables primitivas para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes bajo el efecto de un campo magnético. Las simulaciones numéricas se llevan a cabo para diferentes números de Grashof y de Hartmann. El efecto del campo magnético en el número de Nusselt es discutido y cómo la convección se puede suprimir para ciertos valores del número de Hartmann y dirección del campo magnético. La implementación numérica es discutida en detalle con las dificultades principales encontradas en la convergencia de las ecuaciones.*

NOMENCLATURA

u = Velocidad en x	c_p = Coeficiente de calor específico
v = Velocidad en y	g = Gravedad
x = Coordenada	ρ = Densidad
y = Coordenada	T = Temperatura
z = Coordenada	T_0 = Temperatura de Referencia
p = Presión	L = Longitud de los lados de la cavidad
b_x = Campo Magnético en x	X = Altura Adimensional
b_y = Campo Magnético en y	Y = Ancho Adimensional
b_z = Campo Magnético en z	U = Velocidad en x Adimensional
Ψ = Angulo de orientación del campo Magnético	V = Velocidad en y Adimensional
m_0 = Permeabilidad Magnética Relativa	q = Temperatura Adimensional
S = Conductividad eléctrica	T_h = Temperatura de la Pared Caliente
m = Viscosidad Dinámica	T_c = Temperatura de la Pared Fría
n = ν viscosidad Cinemática	f = Propiedad Genérica
b = Coeficiente de Expansión	Γ = Difusividad de la propiedad ϕ
k = Conductividad Termal	S_f = Término Fuente
	a = Coeficiente de Difusión

1 - INTRODUCCIÓN

La convección natural en una cavidad rectangular ha sido objeto de numerosos estudios tanto teóricos como experimentales, en dos y tres dimensiones, y para diferentes condiciones de borde [1,2,3]. En este trabajo se estudiara el caso de un fluido conductor de corriente eléctrica, confinado en una cavidad y sometido a la acción de un campo magnético externo.

Al ser el fluido conductor de electricidad y al estar bajo los efectos de un campo magnético externo, al producirse el movimiento por convección natural, el fluido experimenta el efecto de la fuerza de Lorenz. Los primeros trabajos que reportaron el efecto de un campo magnético sobre la convección natural de un fluido conductor fue realizado por Sparrow y Cess [4]. En este trabajo los autores desarrollaron las ecuaciones de movimiento que gobiernan al flujo sobre una placa plana vertical caliente. El análisis se basó en el estudio del efecto de un campo magnético perpendicular a la gravedad y paralelo al flujo de calor para bajos números de Reynolds magnético. Para este estudio utilizaron variable de similaridad. En la misma línea, Hunt y Wilks [5] realizaron un análisis similar pero para un campo magnético de gran intensidad. Luego Hunt [6], estudió el flujo en un conducto rectangular y analizó el efecto del número de Reynolds magnético y de la conductividad de los bordes del conducto sobre la estabilidad de la capa límite. Estos trabajos, sin bien analizaron el efecto del campo magnético sobre un flujo originado por convección natural no se focalizaron en el estudio de la transferencia de calor. Continuando en esta línea algunos autores como Papailipu at. [7], Seki at. [8] y Michiyoshi at. [9] realizaron experimentos tendientes a comprender el efecto del campo magnético sobre la convección natural. En todos los caso se pudo apreciar que el efecto neto del campo magnético lograba una atenuación de la transferencia de calor. Esto es debido a que la fuerza originada sobre un elemento de fluido en movimiento (Fuerza de Lorenz), es opuesta al efecto de flotación

originado por la convención libre. Como consecuencia, la velocidad de circulación del fluido es atenuada y con ello la transferencia de calor.

La aplicación más importante y que históricamente ha sido la motivación de este tipo de estudio fue la capacidad de controlar el crecimiento de cristales mediante la aplicación de un campo magnético. Entre los primeros trabajos se puede mencionar el realizado por Ozoe y Mauro [10], el cual realiza una formulación en dos dimensiones, para un campo magnético contenido en el mismo plano. Luego Garandet, Alboussiere y Moreau [11] realizaron un estudio analítico para el caso de una cavidad rectangular con un campo magnético contenido en el plano de la cavidad y paralelo a la gravedad. Rudraiah, Barron, Venkatachalappa y Subbaraya [12]. Juel, Mullin, Ben Hadid y Henry [13], analizaron experimentalmente el efecto de un campo magnético perpendicular a la gravedad y paralelo al flujo de calor en un dominio rectangular. Ozoe y Okada [14,15], estudiaron el efecto del campo magnético en las tres direcciones cartesianas en un dominio cúbico (modelo tridimensional), tanto en forma numérica como experimental. Luego Mößner y Müller [16] extendieron el análisis numérico tridimensional realizado por Ozoe y Okada para otras direcciones diferentes a las direcciones preferenciales de la cavidad. En todos estos trabajos el objetivo de la investigación se centró en cuantificar el efecto amortiguador del campo magnético sobre la velocidad de movimiento del fluido y de la transferencia de calor para utilizarlos como mecanismo de control de enfriamiento y control de crecimiento de cristales.

Otros trabajos de investigación relativos a fluidos conductores en una cavidad fueron desarrollados como sistema de bombeo para metales líquidos como mercurio o para sales líquidas como sodio y potasio, gases ionizados y plasmas. Lemoff y Lee [17], Zhong, Yi y Bau [18] y Wang, Chang y Chang [19] diseñaron algunos dispositivos para tal fin, pero en estos casos fue necesario la existencia de un campo eléctrico adicional al campo magnético. Estos sistemas de bombeo son conocidos como bombas magnetohidrodinámicas (MHD).

En los trabajos mencionados anteriormente siempre se consideró que el campo magnético estaba alineado con alguna de las direcciones principales de la cavidad, ya sea en la dirección paralela o perpendicular a la gravedad o en la dirección saliente al plano. En este trabajo se estudia el flujo en una cavidad y el efecto que produce sobre un fluido conductor un campo magnético que no tenga ninguna dirección preferencial. También se presenta una breve discusión teórica de los términos que aparecen en las ecuaciones de movimiento debido al campo magnético y las dificultades numéricas encontradas.

2 - FORMULACION MATEMÁTICA

El esquema analizado en este trabajo es un modelo de dos dimensiones de una cavidad rectangular tal como se muestra en la figura 1. En la cual las dos paredes, superior e inferior, están aisladas térmicamente. Las otras dos paredes laterales son mantenidas a temperatura constante, llamadas aquí pared caliente y pared fría (ver figura 1). El sentido de la gravedad es perpendicular al sentido del flujo de calor. Se asumió un flujo bidimensional y los efectos de flotación se contemplaron a través del uso de la aproximación de Boussinesq. El efecto Joule de calentamiento no fue tenido en cuenta en este análisis ni tampoco los efectos de disipación viscosa.

El número de Reynolds magnético definido como $R_m = \frac{\sigma V L}{\mu}$ define en cierta medida la forma en que se acoplan las ecuaciones de movimiento del flujo con las ecuaciones de Maxwell. Si el número de Reynolds magnético es pequeño, el campo magnético inducido por el

movimiento del fluido conductor es pequeño y el campo magnético impuesto permanece imperturbado. En este caso, las ecuaciones de movimiento se acoplan a través de la fuerza de Lorenz que aparecen como fuerzas de volumen en las ecuaciones de Navier-Stokes, pero las ecuaciones de Maxwell no juegan ningún papel. Cuando el número de Reynolds es grande y las corrientes que se inducen son significativas como para inducir un campo del mismo orden que el impuesto, entonces el acoplamiento se da tanto en las ecuaciones de movimiento como en las ecuaciones de campo de Maxwell. En este trabajo se asumieron números de Reynolds magnéticos bajos de manera que no es necesario resolver las ecuaciones de electromagnetismo.

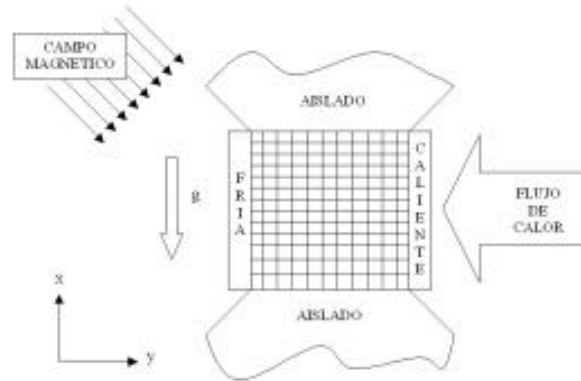


Figura 1: Diagrama de la cavidad

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del fluido en estado estacionario, en dos dimensiones y bajo la acción de un campo magnético general con componentes b_x y b_y , para bajos números de Reynolds magnético se pueden escribir como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vu)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \mathbf{s}b_y(ub_y - vb_x) + \mathbf{m}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \mathbf{g}\mathbf{r}\mathbf{b}(T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} - \mathbf{s}b_x(vb_x - ub_y) + \mathbf{m}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uT)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vT)}{\partial y} = \frac{k}{C_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \quad (4)$$

Es importante notar aquí el término de flotación $\mathbf{g}\mathbf{r}\mathbf{b}(T - T_0)$ originado debido al gradiente de temperaturas en la cavidad. Este término es el responsable del flujo en la cavidad. Siendo el fluido un líquido conductor, su movimiento dentro de un campo magnético induce una corriente. El producto cruz de esta corriente con el campo magnético genera una fuerza sobre el fluido en movimiento denominada fuerza de Lorenz. La fuerza de Lorenz acopla el efecto del campo magnético con el movimiento del fluido originado por las fuerzas de flotación.

Introduciendo las siguientes variables adimensionales: $X = x/L$, $Y = y/L$, $U = u/(vL)$, $V = v/(vL)$, $\mathbf{q} = (T - T_0)/(T_h - T_0)$, siendo $T_0 = (T_h + T_0)/2$, las ecuaciones anteriores pueden adimensionalizarse, quedando:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - UHa_y + VHa_{xy} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + Gr\mathbf{q} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + UHa_{xy} - VHa_x + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(U\mathbf{q})}{\partial X} + \frac{\partial(V\mathbf{q})}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

Otro caso que también se analizara en este trabajo es cuando el campo magnético tiene una sola componente y es saliente al plano de la cavidad. Cuando se hace el producto vectorial de la velocidad del flujo con el campo magnético, eso origina una corriente que esta pasando en a través del plano de la cavidad. Luego el producto vectorial de esa corriente por el campo magnético origina una fuerza (fuerza de Lorenz) que vuelve a quedar en el plano de la cavidad. Para ese caso las ecuaciones gobernantes, bajo las mismas consideraciones que el caso anterior quedan:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vu)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \mathbf{s}b_z u + \mathbf{m} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g\mathbf{r}b(T - T_0) \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} - \mathbf{s}b_z v + \mathbf{m} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}uT)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}vT)}{\partial y} = \frac{k}{C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

Adimensionalizando las ecuaciones anteriores con el mismo criterio expuesto para el primer caso resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - UHa_z + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + Gr\mathbf{q} \quad (14)$$

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} - VHa_z + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial(U\mathbf{q})}{\partial X} + \frac{\partial(V\mathbf{q})}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial Y^2} \right) \quad (16)$$

Los parámetros adimensionales resultantes para ambos caso son:

$$Pr = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{a}}, \text{ Número de Prandtl}$$

$$Gr = \frac{g\mathbf{b}(T_h - T_c)L^3}{v^2}, \text{ Número de Grashof}$$

$$Ha_x = b_x L \sqrt{\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{m}}}, \text{ Número de Hartmann en X}$$

$$Ha_y = b_y L \sqrt{\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{m}}}, \text{ Número de Hartmann en Y}$$

$$Ha_{xy} = L \sqrt{b_x b_y \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{m}}}, \text{ Número de Hartmann cruzado XY}$$

$$Ha_z = b_z L \sqrt{\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{m}}}, \text{ Número de Hartmann en Z}$$

Las condiciones de borde necesarias para resolver en ambos casos el sistema de ecuaciones diferenciales parciales anteriores son:

$$U = 0 \text{ en } X = 0 \text{ y } X = 1$$

$$V = 0 \text{ en } Y = 0 \text{ y } Y = 1$$

$$\partial \mathbf{q} / \partial Y = 0 \text{ en } Y = 0 \text{ y } Y = 1$$

$$\mathbf{q} = -1 \text{ en } X = 0$$

$$\mathbf{q} = 1 \text{ en } X = 1$$

De las ecuaciones adimensionales, la fuerza de flotación está caracterizada por el número de Grashof. El efecto del campo magnético a través de la fuerza de Lorenz está representado por el número de Hartmann. Siendo el campo magnético una cantidad vectorial, aparecen en las ecuaciones de movimiento números de Hartmann caracterizando la componente X, Y, Z y además un Hartmann cruzado, definido mas arriba. En la ecuación de energía aparece el número de Prandtl como el cociente de la difusividad de momento respecto de la difusividad térmica. La ecuación de energía se acopla con las ecuaciones de momento a través del termino de flotación. Las ecuaciones se resolvieron secuencialmente en forma iterativa.

3 - MODELACIÓN NUMÉRICA

Es importante destacar que a este nivel muchos autores utilizaron en trabajos previos la formulación en función de corriente y vorticidad para independizarse de la presión como variable. Tal es el caso de Rudraiah y Barron [12] y Oosthuizen y Naylor [20] quienes resuelven

el flujo en la cavidad utilizando función de corriente y vorticidad. En este trabajo se utiliza una formulación en variables primitivas. Para resolverlas se utilizó como técnica de discretización el método de volumen finito [21]. Como estrategia para resolverlas numéricamente se utilizó el método SIMPLEC desarrollado por Doormal y Raithby [22], y para resolver el sistema lineal resultante de la discretización se utilizó el método del Gradiente Conjugado Estabilizado CGE desarrollado por Van der Vost [23].

Para propósitos numéricos, es útil tener una ecuación genérica de conservación, de la cual las ecuaciones de conservación de masa, el momento y de energía puedan ser derivadas. Esta ecuación genérica de conservación, según Patankar [24], en coordenadas cartesianas puede ser escrita como:

$$\frac{\partial(\mathbf{r}V_x\mathbf{f})}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{r}V_y\mathbf{f})}{\partial y} = \Gamma \left(\frac{\partial^2\mathbf{f}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{f}}{\partial y^2} \right) + S_f \quad (17)$$

Se puede ver de la tabla 1 que uno puede reproducir las ecuaciones gobernantes (en este caso se presentan las ecuaciones adimensionalizadas) de esta ecuación genérica. La ventaja principal de esta ecuación genérica de conservación es que se tiene que tratar con sólo una ecuación de la misma forma en el código numérico que desarrolla. El gradiente de presión se incluye en el término fuente solamente por conveniencia en la formulación. Sin embargo, en el código, este término se trata separadamente ya que el campo de presión se tiene que calcular como parte de la solución. El algoritmo de la ecuación de presión corregida (o la ecuación de la presión) es derivado de la ecuación del momento para imponer conservación de masa. Esto es la base de los algoritmos tipo SIMPLE (Semi Implicit Method for the Pressure Linked Equation).

Tabla 1 – Términos en la ecuación de conservación genérica

ϕ	Γ	S_f	Ecuación
1	-	0	continuidad
U	1	$-\frac{\partial P}{\partial X} - U Ha_y + V Ha_x + Gr \theta$	x-momento
V	1	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + U Ha_y - V Ha_x$	y-momento
T	$\frac{1}{Pr}$	0	ecuación de energía

La malla utilizada para discretizar el dominio fue de 80 intervalos en ambas direcciones. Para optimizar la velocidad de convergencia, se utilizó un coeficiente de expansión para cada intervalo de 1.03, Figura 2.

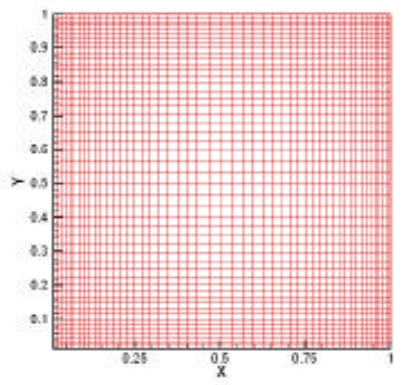


Figura 2: Grilla de discretización de la cavidad

4 - DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados numéricos obtenidos para el modelo bi-dimensional de un fluido conductor confinado en una cavidad. El análisis de los resultados se centro en la cuantificación del cambio de la razón de transferencia inducida por la presencia de un campo magnético. Por tal motivo, una forma elegida para la visualización de tal efecto fue graficar la variación del número de Nusselt en función del número de Grashof, parametrizando para distintos número de Hartmann. El número de Nusselt local en las paredes laterales se define como:

$$Nu = \frac{1}{2} \frac{\partial q}{\partial Y} \Big|_{X=0}^{X=1} \quad (18)$$

y el número de Nusselt promedio en estas paredes laterales se define como:

$$Nu \Big|_{X=0}^{X=1} = \frac{1}{A} \int_0^{X_L} Nu dX \quad (19)$$

donde X_L es el ancho de la cavidad y en este caso igual a 1. A es el área en la cual ocurre la transferencia de calor. En este caso $A=Y_L \times 1$. donde el área se tomó por unidad de profundidad y Y_L es la altura de la cavidad, $Y_L=1$.

La Figura 3a muestra el número de Nusselt promedio para distintos números de Grashof para un campo magnético impuesto en la dirección positiva de X. El campo magnético se adimensionalizó a través del número de Hartmann. $Hax=0$ indica un flujo sin campo magnético. Ya que las dimensiones de la cavidad se mantuvieron constantes en todas las corridas, diferentes números de Hartmann indican diferentes magnitudes del campo magnético impuesto. De la Figura 3a se puede inferir que la presencia del campo magnético tiende a disminuir la transferencia de calor y este efecto es más notable para crecientes números de Hartmann. Por ejemplo para un número de Grashof de $Gr=2 \times 10^5$ y un número de Hartmann de $Hax=200$ el número de Nusselt promedio disminuye significativamente de 6.5 a 2.5. lo que implica una reducción notable de la transferencia de calor.

La Figura 3b muestra un comportamiento similar para el caso de un campo magnético en la dirección de la coordenada positiva de Y. Para el caso de $Hay=50$, se encontraron problemas de convergencia numérica para números de Grashof mayores de $Gr=2 \times 10^5$. Estos problemas no aparecieron para Hartmann más altos. Una de las razones podría ser que para esta condición en particular los patrones de flujo estén cambiando y la grilla numérica elegida no sea la adecuada. Es importante notar que cada punto de estas curvas representa un corrida diferente. Para mejorar la convergencia se usaron como condición inicial los valores que convergieron en la corrida anterior donde el número de Grashof fue aumentándose paulatinamente para un número de Hartmann fijo.

En la Figura 3c se muestra el número de Nusselt promedio para distintos números de Grashof para un campo magnético impuesto en la dirección positiva de Z. Notar que aunque el campo magnético es perpendicular al plano, la fuerza de Lorenz sigue estando en el plano y el flujo se puede seguir considerando bidimensional.

El comportamiento obtenido mantiene la misma tendencia de disminución de la transferencia de calor a medida que se aumenta la intensidad del campo magnético que para los dos casos anteriores.

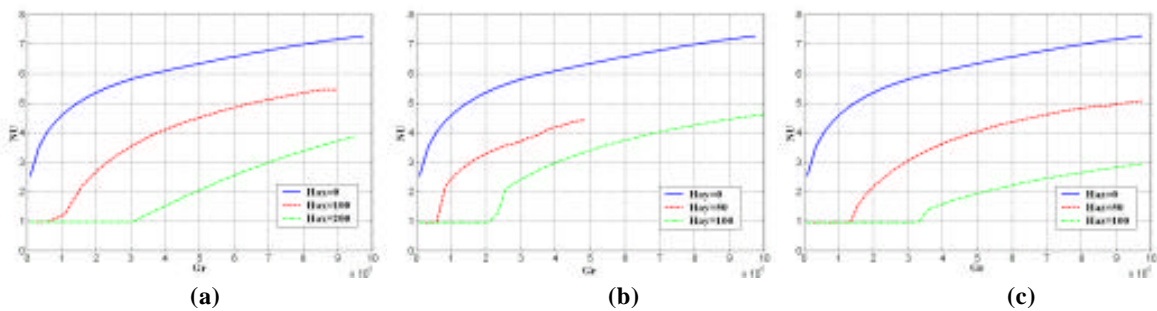


Figura 3: Núm. de Nusselt en función del núm. de Grashof para distintos num. de Hartmann

En todos los casos el mecanismo de atenuación se origina por una distorsión en el patrón de velocidad comparado con el caso de convección libre sin campo magnético. Es importante notar que con la presencia de un campo magnético de importante intensidad se puede lograr una distribución de temperatura donde las isothermas son líneas rectas y paralelas a las paredes laterales. Esto es equivalente al comportamiento obtenido en un medio sólido. La figura 4a muestra la distribución de temperatura para un número de Prandtl de 0.75 y un número de Grashof de 10^5 y un número de Hartmann en la dirección X de 100. Como se puede observar las isothermas son verticales como en el caso de pura conducción. La figura 4b muestra el campo de velocidades para este caso. Se pueden observar claramente dos regiones de recirculación.

La figura 5a muestra la distribución de temperatura para un número de Grashof creciente de 4.5×10^5 y el mismo Prandtl y Hartmann que en el caso anterior. La figura 5b muestra el campo de velocidades. Como puede observarse, la transferencia de calor aumenta debido a que se incrementa la recirculación dentro de la cavidad.

La figura 6a y 6b muestran la distribución de temperatura y el campo de velocidades respectivamente para un número de Grashof creciente de 10^6 . En este caso se distinguen cinco regiones con recirculación.

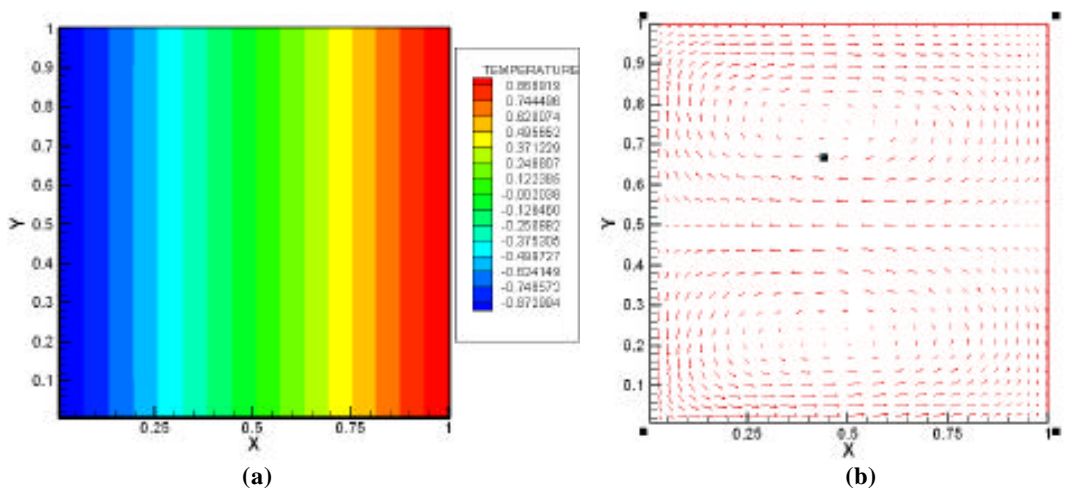


Figura 4: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^5$ $Hax=100$

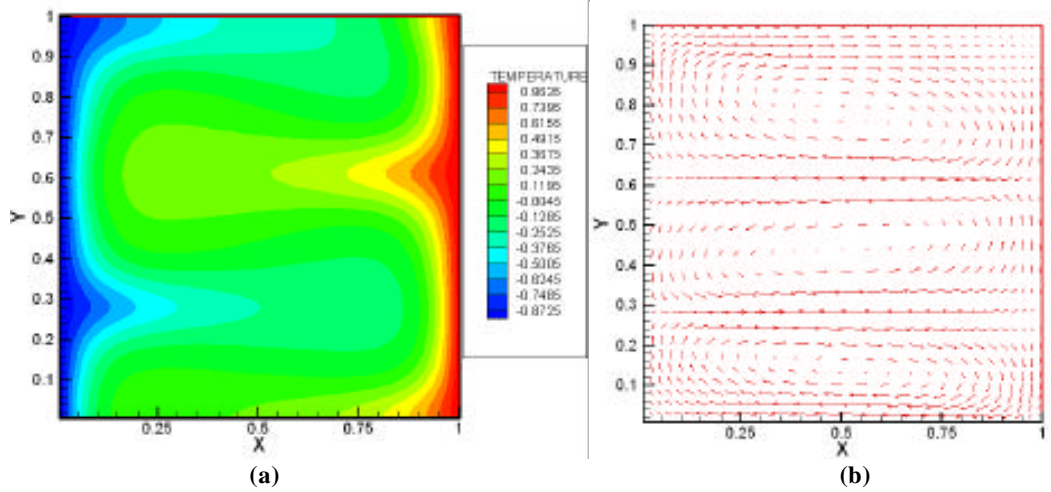


Figura 5: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=4.5 \cdot 10^5$ $Hax=100$

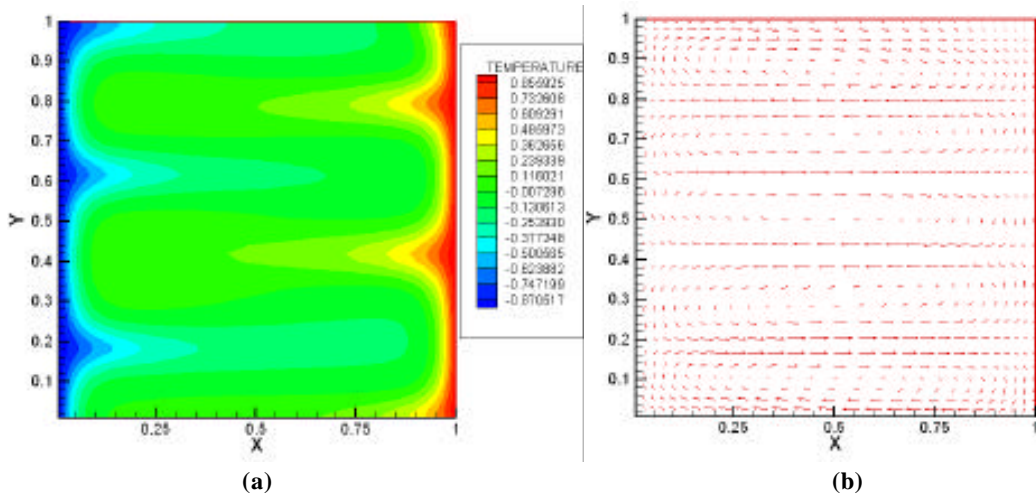


Figura 6: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Hax=100$

Las Figuras 7a,7b y 8a, 8b muestran de distribución de temperatura y campo de velocidades respectivamente pero ahora para el caso en que el campo magnético esta alineado en la dirección Y. Para este caso, a diferencia del caso anterior no se produce una recirculación del fluido, sino que lo que se observa es una atenuación en la velocidad del fluido. Notar que este caso la gravedad y el campo magnético son paralelos.

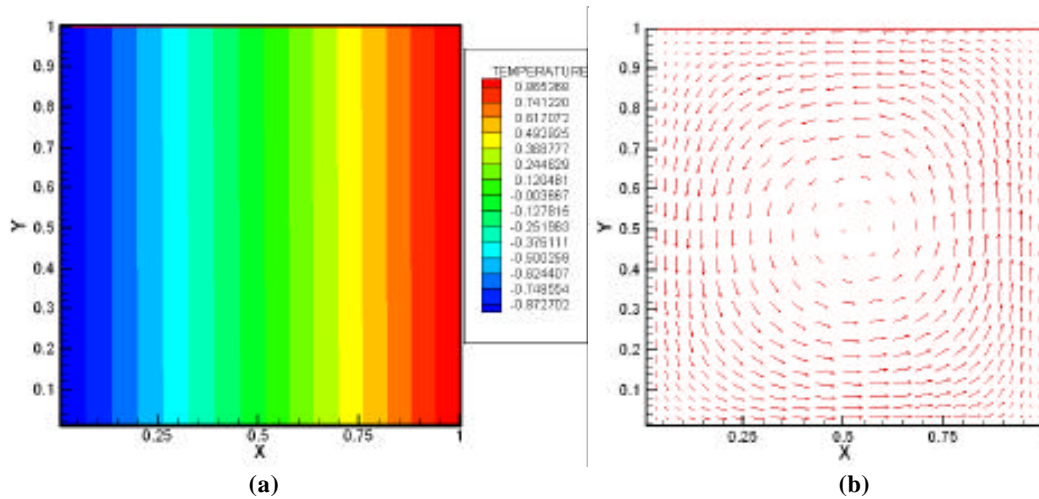


Figura 7: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=2 \cdot 10^5$ $Hay=100$

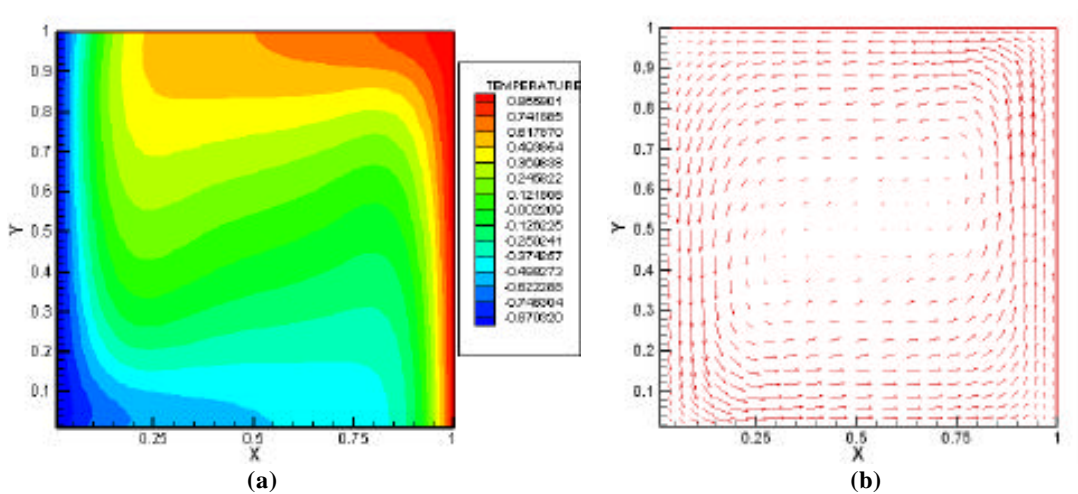


Figura 8: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Hay=100$

Las Figuras 9a, 9b y 10a, 10b, corresponden al caso de un campo magnético en la dirección Z, perpendicular al plano de la cavidad para dos diferentes números de Grashof, 4.5×10^5 y 10^6 , respectivamente. Para este caso, por efecto del campo magnético, disminuye la transferencia de calor como lo indica la figura 3c, sin embargo el “patrón” de velocidades no cambia respecto al caso de ausencia de campo magnético y se observa una simple recirculación.

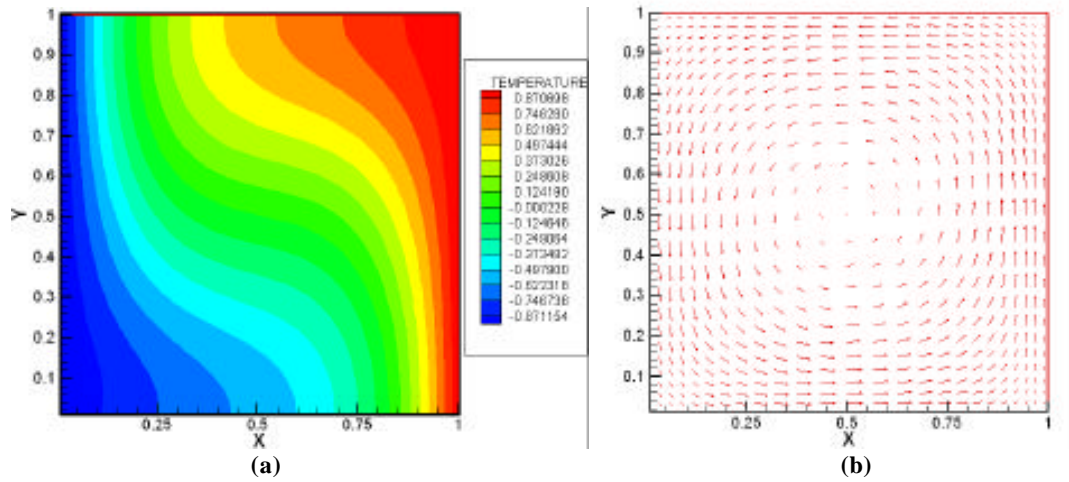


Figura 9: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=4.5 \times 10^5$ $Haz=100$

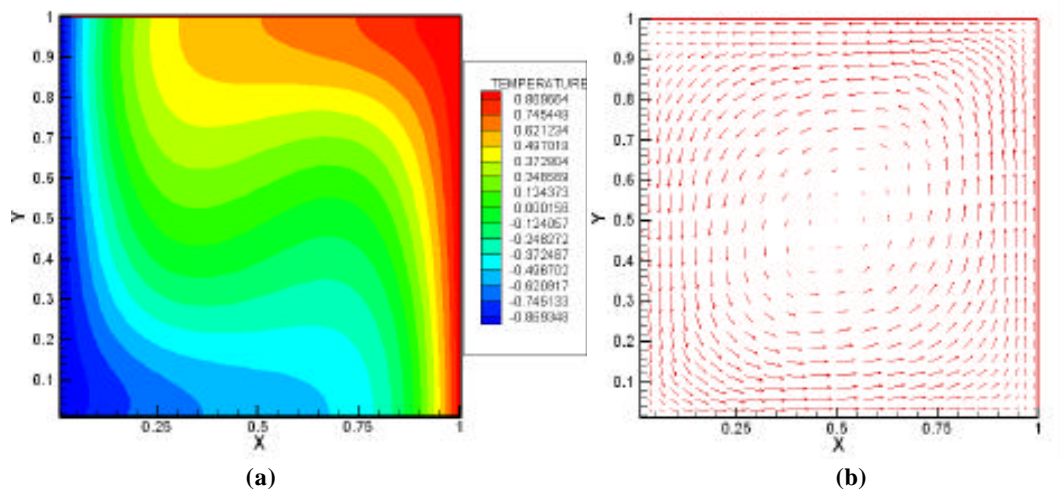


Figura 10: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Haz=100$

También se analizó el caso de un campo magnético con componentes en las direcciones X e Y. La Figura 11 muestra el efecto que tiene la dirección del campo magnético sobre el número de Nusselt. Estas curvas fueron trazadas para un valor constante de número de Grashof y para dos valores del módulo de campo magnético, variando su dirección desde 0 hasta 90 grados. La forma de medir la orientación del campo magnético fue asumiendo que el ángulo cero es cuando se halla alineado con el eje Y y 90 grados cuando esta orientado con el eje X. Dicho ángulo será designado con la letra griega Ψ . Como puede verse, la orientación del campo hace cambiar el número de Nusselt, sin embargo este cambio no es necesariamente monotónicamente creciente.

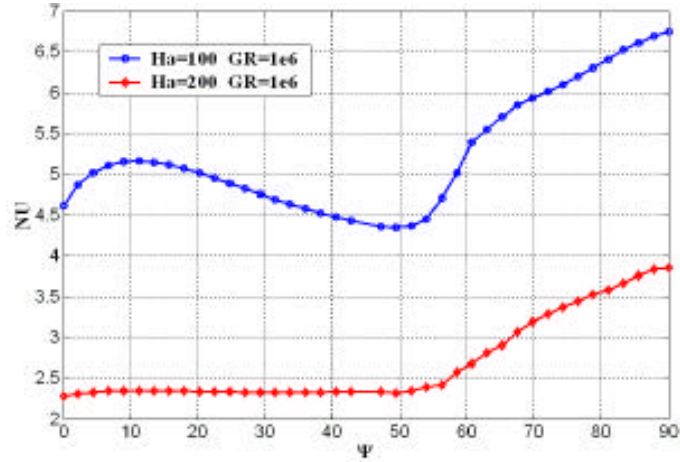


Figura 11: Número de Nusselt en función de la orientación del campo magnético

Las figuras 12a y 12b se muestran la distribución de temperatura y la distribución de velocidades para el caso de un campo magnético a 45 grados y un número de Hartmman de 100. Las figuras 13a y 13b se muestran la distribución de temperatura y velocidades para el caso de un campo magnético a 45 grados y un número de Hartmman de 200. Las figuras 14a, 14b y 15a, 15b muestran la distribución de temperaturas y velocidades para un módulo del número de Hartmman de 100 y de 200 respectivamente y un ángulo de 70 grados. En este caso, el campo de velocidades tiende a elongarse en la dirección del campo magnético. Este efecto es más marcado al incrementarse el campo magnético. El campo de velocidades tiende a arrastrar consigo las isotermas, como puede observarse también en estas figuras. Se puede observar como se van generando distintas subregiones de circulación del fluido.

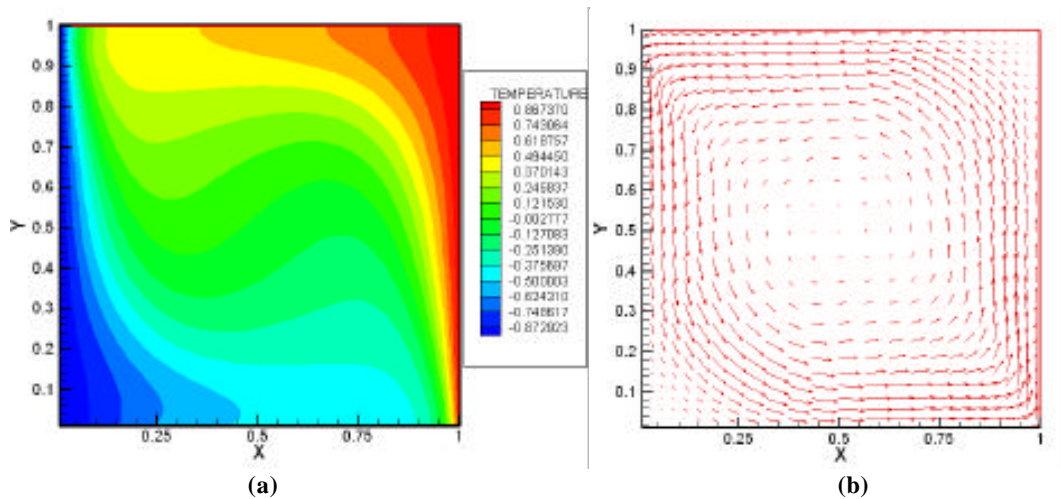


Figura 12: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Ha=100$ y $\Psi = 45^\circ$

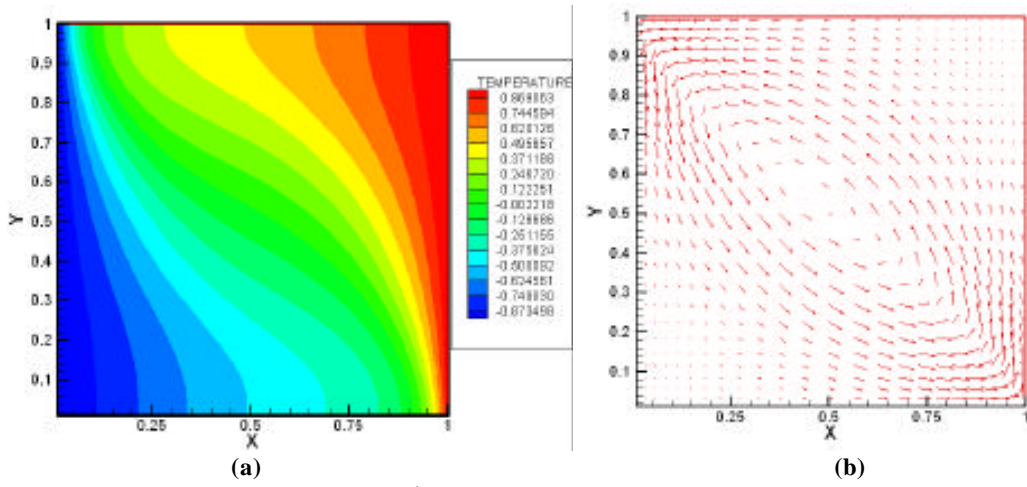


Figura 13: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Ha=200$ y $\Psi = 45^\circ$

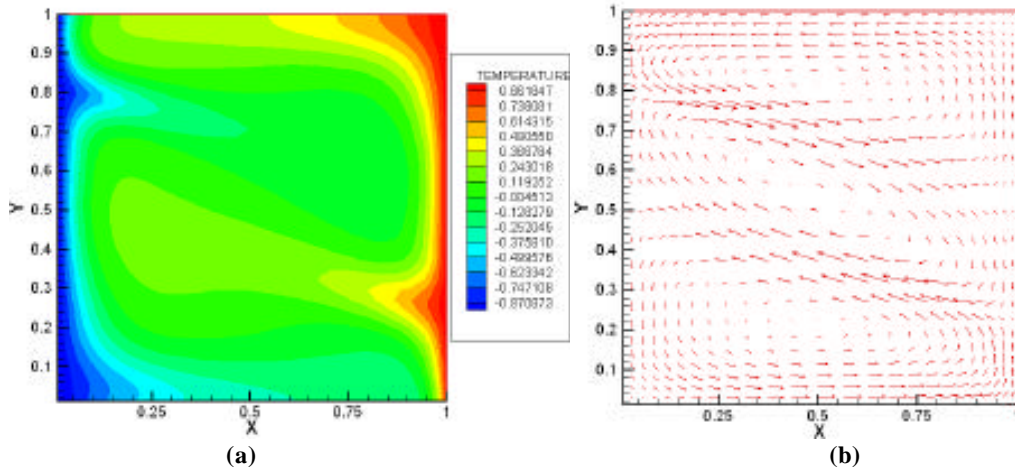


Figura 14: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Ha=100$ y $\Psi = 70^\circ$

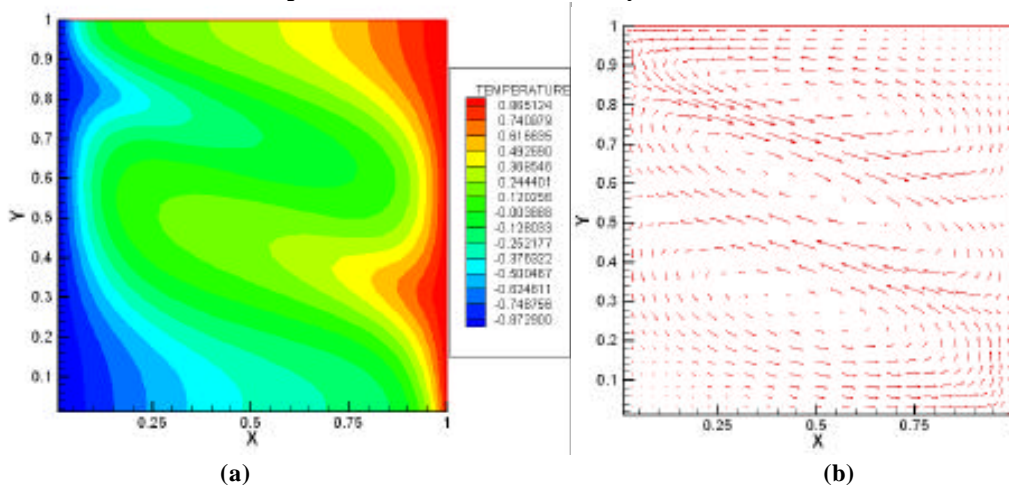


Figura 15: Distribución de temperatura y Vectores de velocidad para $Pr=0.75$ $Gr=10^6$ $Ha=200$ y $\Psi = 70^\circ$

5 - CONCLUSIONES

En este trabajo, se llevó a cabo una investigación numérica del efecto del campo magnético en la transferencia de calor en una cavidad rectangular con convección libre. Se estudiaron distintas orientaciones del campo magnético, para distintos números de Grashof. El efecto del campo magnético se adimensionalizó a través del número de Hartmann. La transferencia de calor se adimensionalizó a través del número de Nusselt. Se presentaron curvas de la variación del número de Nusselt con el número de Grashof, para diferentes valores del número Hartmann. En todos los casos, el campo magnético reduce la transferencia de calor. Para el caso de un campo magnético perpendicular a la gravedad, las isotermas pueden ser verticales con un patrón similar al de conducción pura. Esto podría ser usado como un mecanismo de control de gradientes de temperaturas requerido en ciertos procesos metalúrgicos o en el crecimiento de cristales. Se observó también que para un campo magnético horizontal o alrededor de la horizontal, los problemas de convergencia numérica fueron más serios.

6 - AGRADECIMIENTO

El Dr. Gustavo Gutierrez y el Ingeniero Ezequiel Médici desean agradecer a la Universidad de Puerto Rico – Mayagüez por el apoyo brindado a este trabajo.

7 - REFERENCES

- ¹ M. Strada and J. C. Heninrich, "Heat Transfer Rates in Natural Convection a High Rayleigh Number in Rectangular Enclosure: a Numerical Study ", Num. Heat Transfer, vol. 5, pp. 81-93, 1892.
- ² H. Bertin and H. Ozoe, "Numerical study of Two-Dimensional Natural Convection in a Horizontal fluid Layer Heated from Below, by Finite-Element Methods: Influence of Prandtl Number", Int. J. Heat Mass Transfer, vol 29 No. 3, pp. 439-449, 1986.
- ³ R. Viskanta, D. M. Kim and C. Gau, "Three-Dimensional Natural Convection Heat Transfer of a Liquid Metal in a Cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 29 No. 3, pp. 475-485, 1986.
- ⁴ E. M. Sparrow and R. D. Cess, "The Effect of a Magnetic Field on Free Convection Heat Transfer", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 3, pp. 267-274, 1961.
- ⁵ R. Hunt and G. Wilks, "Low Prandtl Number MagnetoHydrodynamic Natural Convection in a Strong Cross Field", Num. Heat Transfer, vol. 4, pp. 303-316, 1981.
- ⁶ J. C. R. Hunt, "MagnetoHydrodynamic Flow in Rectangular Ducts", J. Fluid Mech., vol. 21, part 4, pp. 577 -590, 1965.
- ⁷ D. D. Papailiou and P. S. Lykoudis, "Magneto-fluid –Mechanic Laminar Natural Convection – An Experiment", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 11, pp. 1385-1391, 1968.
- ⁸ M. Seki, H. Kawamura and K. Sanokawa, "Natural Convection of Mercury in a Magnetic Field Parallel to the Gravity", J. of Heat Transfer, vol. 101, pp. 227-232, 1979.
- ⁹ I. Michiyoshi, O. Takahashi and A. Serizawa, "Natural Convection Heat Transfer from Horizontal Cylinder to Mercury under Magnetic Field", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 19, pp. 1021 -1029, 1975.
- ¹⁰ H. Ozoe and E. Mauro, "Magnetic and Gravitational Natural Convection of Melted Silicon- Two-Dimensional Numerical Computations for the Rate of Heat Transfer", JSME Int. J., vol. 30 No. 263, pp.774 -784, 1987.
- ¹¹ J. P. Garandet, T. Alboussiere and R. Moreau, "Buoyancy Driven Convection in a Rectangular enclosure with a transverse magnetic field", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 35 No. 4, pp. 741 -748, 1992.
- ¹² N. Rudraiah, R. M. Barron, M. Venkatachalappa y C. K. Subbaraya, "Effect of a Magnetic Field on Free Convection in a Rectangular Enclosure", Int. J. Engng. Sci., vol. 33, No. 8, pp. 1075-1084, 1995.
- ¹³ A. Juel, T. Mullin, H. Ben Hadid and D. Henry, "MagnetoHydrodynamic Convection in Molten Gallium", J. Fluid Mech., vol. 378, pp. 97, 1999.

- ¹⁴ H. Ozoe and K. Okada, "The Effect of the Direction of the External Magnetic Field on the Three -Dimensional Natural Convection in a Cubical Enclosure", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 32 No. 10, pp. 1939-1954, 1989.
- ¹⁵ K. Okada and H. Ozoe, "Experimental Heat Transfer Rates of Natural Convection of Molten Gallium Suppressed Under an External Magnetic Field in Either the X, Y, or Direction", *J. of Heat Transfer*, vol. 114, pp. 107-114, 1992.
- ¹⁶ R. Mößner and U. Müller, "A Numerical Investigation of Three-Dimensional Magnetoconvection in Rectangular cavities", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 42, pp. 1111-1121, 1999.
- ¹⁷ V. Lemoff and A. P. Lee, "An AC Magneto hydrodynamic Micropump", *Sensors and Actuators*, vol. B 63, pp. 178-185, 2000.
- ¹⁸ J. Zhong, M. Yi and H. H. Bau, "Magneto Hydrodynamic (MHD) Pump Fabricated with Ceramic Tapes", *Sensors and Actuators*, vol. A 96, pp. 59-66, 2002.
- ¹⁹ P. J. Wang, C.Y. Chang and M. L. Chang, "Simulation of Two -Dimensional Fully Developed Laminar Flow for a Magneto-Hydrodynamic (MHD) Pump", *Biosensors and Bioelectronics*, vol. 20, pp. 115-121, 2004.
- ²⁰ P. H. Oosthuizen and D. Naylor, *Introduction to Convective Heat Transfer Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1999.
- ²¹ Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. (1995), *An Introduction to Computational Fluid Dynamic: the Finite Volume Method*. Logman Scientific and Technical, London.
- ²² Van Doormal, J.P. and Raithby, G.D., (1984), Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, *Numerical Heat Transfer*, 7, 147-163.
- ²³ Van der Vost, H.A., (1992), BI-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of BI-CG for the Solution of Non-Symmetric Linear Systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 13, 631-644.
- ²⁴ Patankar Patankar, S.V. (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.