

MODELACIÓN DEL HORMIGÓN EN RÉGIMEN DE ALTO CONFINAMIENTO

Gabriel F. Aráoz y Bibiana M. Luccioni

*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Av. Independencia 1800, CP4000, S. M. de Tucumán, Argentina
garaoz@herrera.unt.edu.ar, bluccioni@herrera.unt.edu.ar, <http://www.herrera.unt.edu.ar/ies>*

Palabras clave: Confinamiento, Compactación, Plasticidad

Resumen. En la actualidad, existen numerosos trabajos experimentales y numéricos relacionados al estudio del hormigón para distintos estados de carga, tanto a tracción como compresión. Para estados de compresión, el comportamiento del hormigón presenta una importante sensibilidad al confinamiento, observándose un crecimiento de la resistencia máxima a medida que se incrementa la presión. El comportamiento hasta el estado límite está caracterizado por una transición entre un proceso de compactación y un proceso de dilatancia. Como consecuencia de la compactación, se observa un endurecimiento plástico no lineal, y un incremento en la rigidez elástica. Por otro lado, los resultados de ensayos de compresión hidrostática y de ensayos edométricos, muestran que la respuesta desviadora no puede desacoplarse de la respuesta volumétrica. Los resultados de ensayos triaxiales estáticos disponibles en la bibliografía, alcanzan niveles de confinamiento en el orden de los 650 MPa, mientras que los niveles más elevados corresponden a ensayos dinámicos de impacto, donde es posible obtener presiones de hasta 7 GPa.

Para la modelación del hormigón, bajo estas condiciones de carga, se utilizan modelos basados en las teorías de plasticidad y daño. Para estados de carga dinámicos, además existe la posibilidad de realizar simulaciones a través de hidrocódigos comerciales, en los cuales los modelos requieren la definición de una ecuación de estado (para el comportamiento hidrostático) y un modelo de resistencia (para la respuesta desviadora).

En este trabajo, se presenta un modelo de plasticidad modificado, que permite el cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático (cap) con el objeto de simular la compactación del material. La función de cierre depende de la deformación volumétrica plástica y está relacionada al concepto de ecuación de estado, propio de los hidrocódigos. El proceso de dilatancia se controla mediante un flujo plástico no asociado. En el trabajo, se comparan los resultados experimentales presentes en la bibliografía con los resultados numéricos obtenidos a través del modelo propuesto y con otros modelos disponibles en los hidrocódigos.

1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento del hormigón bajo condiciones de carga no convencionales, tanto estáticas como dinámicas, ha sido objeto de estudio por numerosos investigadores en los últimos años.

Debido a su heterogeneidad característica, el comportamiento del hormigón resulta marcadamente no lineal, aún para niveles bajos de carga estática. En ensayos de compresión uniaxial, luego de alcanzar la capacidad de carga máxima, se observa en las curvas tensión-deformación, una rama descendente (ablandamiento) ocasionada por el proceso de fisuración en la microescala (ver figura 1).

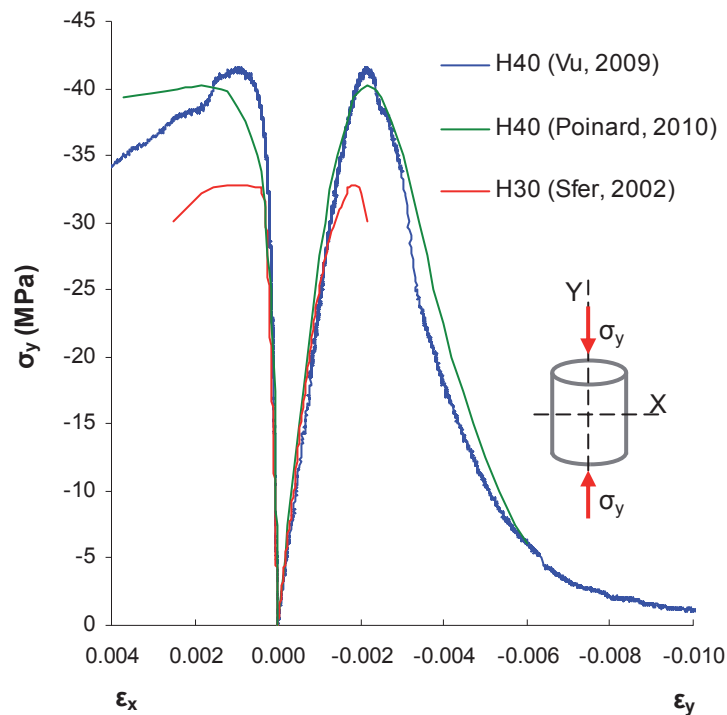


Figura 1 – Ensayos de compresión uniaxial (Vu, 2009; Poinard, 2010; Sfer, 2002)

En el caso de ensayos multiaxiales de compresión cuasi-estáticos, se distinguen tres transiciones en la curva tensión-deformación. El hormigón presenta un comportamiento elástico, hasta el primer punto de transición, que corresponde al comienzo de la propagación estable de fisuras. Luego, la respuesta continúa hasta la segunda transición que coincide con el comienzo de la propagación inestable de fisuras, y corresponde al punto de mínima deformación volumétrica (o de máxima compactación). Finalmente, la última transición se trata del estado de carga última o carga pico, que corresponde a la capacidad de carga máxima del material (carga de rotura). Dependiendo de la magnitud del confinamiento, pueden producirse deformaciones importantes (en el orden de 15% en el caso de deformaciones axiales y 12% para deformaciones volumétricas). Los valores pico de tensión y deformación crecen a medida que se incrementa el confinamiento (Pivonka, 2001; Dupray et al, 2009).

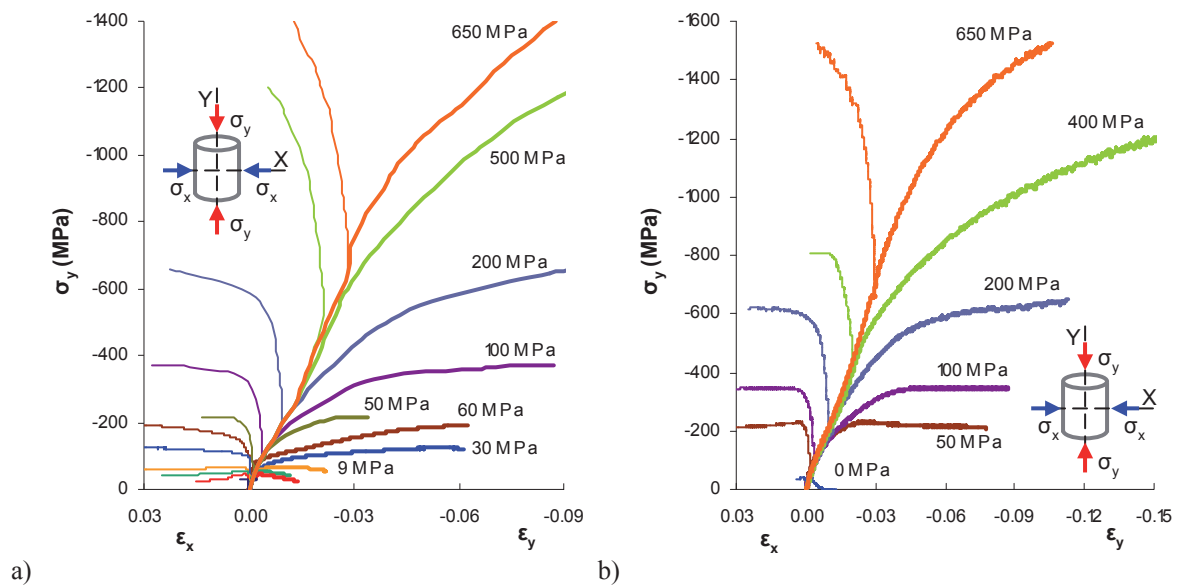


Figura 2 – Ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento:
 a) Ensayos de Sfer (2002) y Gabet (2008) para hormigón tipo H30
 b) Ensayos de Vu (2009) para hormigón tipo H40

En general, el punto de máxima compactación en los ensayos multiaxiales de compresión, se alcanza para estados de tensión mayores que en el caso uniaxial.

La rama post-pico de la curva de respuesta corresponde a la localización de deformaciones. Las mayores deformaciones se concentran en la vecindad de las fisuras, mientras que el resto de las zonas del elemento exhiben una disminución de deformaciones debido a la descarga.

En la bibliografía se pueden encontrar diversas referencias de ensayos experimentales estáticos para estados multiaxiales de carga, en hormigón (Johansson et al, 2000; Sfer et al, 2002; Lu et al, 2006; Oh et al, 2007; Gabet et al, 2006, 2008; Vu et al, 2009; Poinard, 2010; Burlion et al, 2001) y mortero (Bazant et al, 1986; Burlion et al, 2001; William et al, 2005). De la evaluación comparativa entre hormigón y mortero, con presiones de confinamiento de hasta 500 Mpa, es posible determinar que la respuesta del mortero sometido a alto confinamiento no es representativa del comportamiento del hormigón. (Akers y Phillips, 2004). Los resultados obtenidos por distintos autores para hormigones tipo H30 y H40, se presentan en la figura 2.a y 2.b, respectivamente.

Los resultados presentados por Johansson (2000), Sfer (2002), Oh (2007) y Lu (2006), como la mayoría de los resultados experimentales disponibles en la bibliografía, corresponden a estados triaxiales con un nivel de confinamiento moderado (hasta 60 MPa), mientras que en los trabajos de Gabet (2008), Vu (2009) y Poinard (2010), se presentan resultados correspondientes a presiones de confinamiento elevadas (en el orden de los 650 MPa). Todos estos autores han observado que el hormigón, en estado seco, alcanza un estado límite (de rotura), caracterizado por una transición entre un comportamiento de compactación a un comportamiento de dilatancia. Esto puede ocurrir para el nivel de carga pico (para confinamiento bajo o moderado) o durante el proceso de incremento de carga axial (para confinamiento elevado). Dicho comportamiento puede observarse en la figura 3, donde se representa el comportamiento volumétrico de los resultados de los ensayos de Vu (2009).

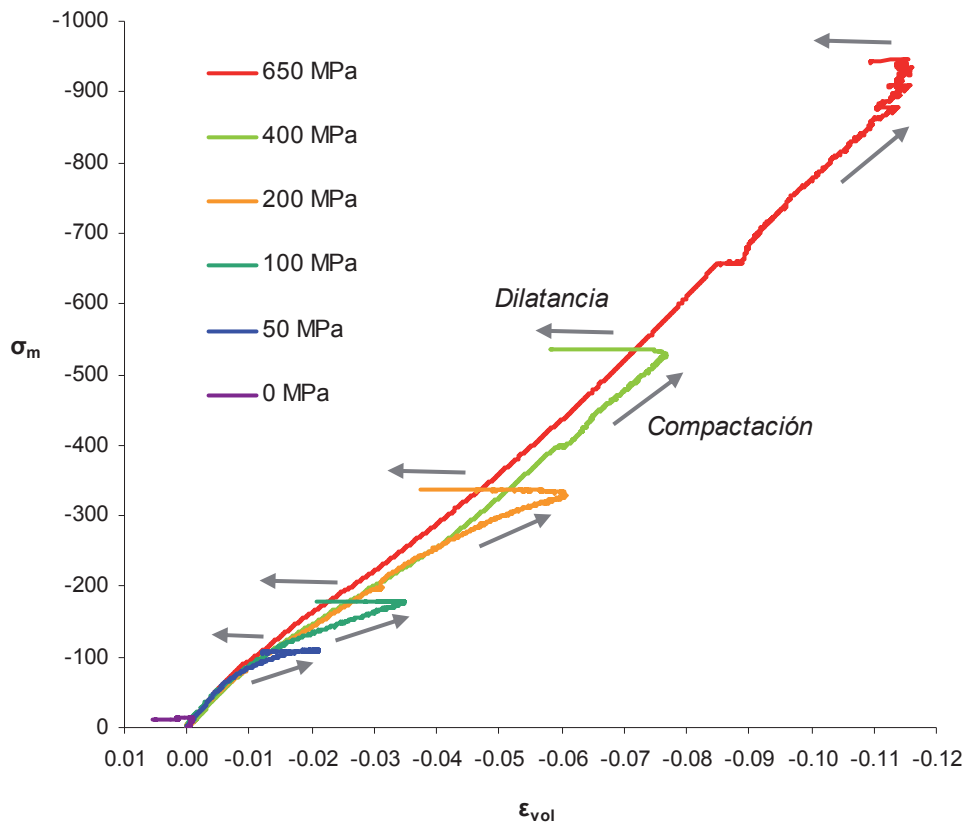


Figura 3 – Comportamiento volumétrico en ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento (Vu, 2009)

Poinard (2010) realiza ensayos en probetas cilíndricas de hormigón tipo H40, sometidas a compresión hidrostática hasta 600 MPa y a compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento entre 20 y 400 MPa. Además, presenta en los ensayos, ciclos de carga y descarga para las diferentes etapas, con el objeto de determinar la evolución de los parámetros elásticos del hormigón a medida que se incrementa el confinamiento. Los ensayos de presión hidrostática muestran que la mayor parte del daño en la matriz cementicia ocurre entre los 60 y 150 MPa. Para presiones de confinamiento inferiores a los 60 MPa el comportamiento del hormigón es elástico lineal, mientras que para presiones superiores a los 150 MPa el comportamiento es del tipo elasto-plástico, característico de materiales granulares compactados. Por otro lado, los ensayos triaxiales muestran una importante influencia del confinamiento en la respuesta desviadora.

En la figura 4 se pueden observar los distintos estados límite en el plano q, σ_m con sus esquemas de falla asociados, donde $q=|\sigma_y - \sigma_x|$ es la tensión desviadora, y $\sigma_m=(\sigma_y + 2\sigma_x)/3$, es la tensión media. Estos estados corresponden a la transición entre los procesos de compactación y de dilatancia. Gabet (2008) establece a partir de sus estudios, que el estado límite del hormigón es independiente del camino de carga.

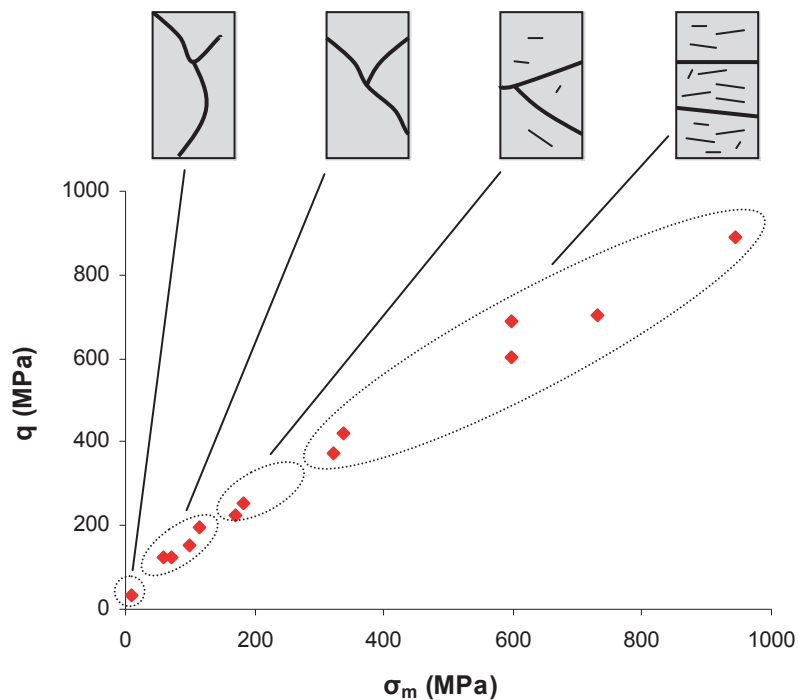


Figura 4 – Estados límite de transición compactación-dilatancia a partir de curvas de deformación volumétrica y esquemas de falla correspondientes a cada etapa (Gabet et al, 2008)

Para bajo confinamiento, la matriz de cemento sólo está levemente dañada. La rotura está causada por un mecanismo de daño considerablemente localizado dada la escala de la probeta y está asociado con la pérdida de la homogeneidad en las deformaciones, este modo de falla se caracteriza por la presencia de una tensión pico que indica el comportamiento frágil del hormigón. Durante los ciclos de carga y descarga, aparece un fenómeno de histéresis, el cual se hace más pronunciado luego de la tensión pico. En relación a la pérdida de rigidez, el comportamiento del hormigón es cohesivo-friccional y está gobernado por un fenómeno de daño.

Para alto confinamiento, la matriz cementicia pierde una parte significativa de su cohesión durante el proceso de carga hidrostática. La falla bajo carga axial se debe entonces a un proceso de daño difuso, sin pérdida de homogeneidad en las deformaciones. Esta falla está relacionada al comportamiento de dilatancia del hormigón, el cual se produce aún sin alcanzar una carga pico. El hormigón presenta, para estos niveles de confinamiento, un comportamiento dúctil, y tanto la evolución de los parámetros elásticos como el fenómeno de histéresis se hacen despreciables. La respuesta tiende entonces a la de un material granular, gobernado por un proceso plástico, mientras que el fenómeno de daño, observado para bajo confinamiento, prácticamente desaparece.

Es necesario remarcar además la diferencia en la respuesta del hormigón para ensayos hidrostáticos y ensayos edométricos. La figura 2.6 muestra los resultados obtenidos por [Burlion et al \(1997, 2001\)](#), donde se comparan las respuestas según ambos tipos de ensayos.

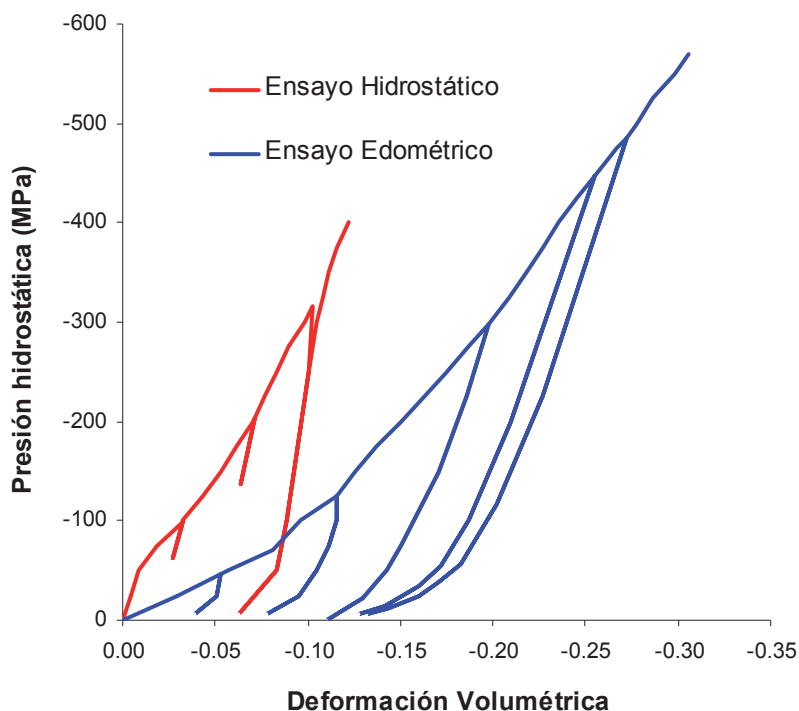


Figura 5 – Ensayos de compresión triaxial:
Ensayo de presión hidrostática y ensayo edométrico (Burlion, 1997, 2000, 2001)

De estos ensayos se puede concluir que la compactación del hormigón está caracterizada por un endurecimiento elástico y plástico (Burlion et al, 2001). El endurecimiento elástico corresponde al incremento, no muy pronunciado, de la rigidez, debido al proceso de compactación. El endurecimiento plástico es inicialmente, lineal y luego marcadamente no lineal con un crecimiento del módulo de compresión.

Las curvas de respuesta al ensayo hidrostático y al ensayo edométrico presentan marcadas diferencias entre sí. Según estos resultados, no es posible separar la parte desviadora de la respuesta hidrostática del material, en contraposición a la hipótesis comúnmente adoptada por la mayoría de los modelos materiales. Si las respuestas hidrostática y desviadora estuvieran desacopladas, las curvas de la figura 5 deberían coincidir (Burlion et al, 2000).

2 MODELOS EXISTENTES

La simulación del hormigón, sometido a estados de confinamiento elevado, requiere de modelos constitutivos capaces de describir los efectos de la compactación y degradación de rigidez, así como la sensibilidad al confinamiento, que se manifiesta como un crecimiento de la resistencia máxima a medida que se incrementa la presión. En general, se utilizan modelos basados en las teorías de plasticidad y daño. Entre los numerosos modelos disponibles, se pueden mencionar el modelo de plasticidad de Este y William (1994), y los modelos de plasticidad acoplada con daño de Burlion et al. (2000), y Luccioni y Rougier (2005).

El modelo de Etse y William (1994), conocido también como “Modelo extendido de León”, ha sido utilizado por Sfer et al. (2004) para estudiar el comportamiento del hormigón sometido a presiones de confinamiento de hasta 60 MPa. Se trata de un modelo de plasticidad, donde la superficie de fluencia depende de los 3 invariantes de tensión y presenta una

intersección con el eje hidrostático ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) en régimen de tracción. A su vez, la superficie presenta una fuerte curvatura o variación de su tangente en el régimen correspondiente a tracción uniaxial, biaxial o triaxial con nulo o bajo confinamiento, y curvatura invariable en el régimen de alto confinamiento. La evolución de la superficie de fluencia hasta alcanzar la superficie de resistencia máxima, está determinada a través de un parámetro de endurecimiento. Dicho parámetro depende de una deformación plástica equivalente, determinada a través de un factor de ductilidad plástica que está afectado por el nivel de confinamiento. El proceso de ablandamiento se desarrolla para niveles bajos de confinamiento. Este proceso implica la degradación de los parámetros de cohesión y fricción del material, basados en el concepto de energía de fractura. La decohesión resultante está descrita a través de un parámetro de ablandamiento que representa la variación del espaciamiento entre fisuras. A fin de ajustar el comportamiento volumétrico se introduce una regla de flujo no asociada. Para esto el flujo plástico se formula en base a una modificación volumétrica de la condición de fluencia.

Este modelo ha sido además extendido para considerar efectos tiempo dependientes (Lorefice et al, 2008).

El modelo de Burlion et al (2000) está basado en la mecánica de materiales porosos, daño y plasticidad, y fue desarrollado para reproducir el comportamiento a tracción y el proceso de compactación en hormigón. El proceso de compactación se considera en el modelo como un colapso de vacíos, el cual produce deformaciones plásticas en el material, y, a la vez, un incremento del módulo volumétrico. El modelo permite, por su formulación, el cierre sobre el eje hidrostático (cap) y, a la vez, considerar la variación de la rigidez elástica del material. La degradación del módulo elástico depende de dos escalares de daño, a tracción y compresión, respectivamente. Tanto el daño a tracción, como el daño a compresión, son variables internas (de estado) independientes ya que obedecen a mecanismos micromecánicos diferentes. En el caso de tracción, el daño se refiere al crecimiento y desarrollo de las microfisuras, mientras que en el caso de compresión, más específicamente con estados de confinamiento, se refiere al colapso de vacíos. La evolución de las deformaciones plásticas se tiene en cuenta a través de la función de fluencia de Gurson modificada, y reglas de flujo asociado. La variación de la relación de vacíos (porosidad) dentro de la función de fluencia de Gurson está directamente relacionada al daño por compresión. Cuando éste decrece, se produce un incremento en la rigidez del material, y de esta forma, una disminución en el daño. Por lo tanto, la evolución del daño a compresión y la de la deformación plástica están totalmente acopladas. El modelo presenta un adecuado comportamiento en la simulación de ensayos de compresión hidrostática y edométricos, así como para reproducir la respuesta a tracción. Sin embargo, presenta ciertas limitaciones para estados de compresión uniaxial.

El modelo de Luccioni y Rougier (2005) está basado en las teorías de plasticidad generalizada y daño isótropo, y se trata de una extensión del modelo de Luccioni et al (1996) a fin de reproducir el comportamiento del hormigón sometido a compresión triaxial para presiones de confinamiento moderado y bajo (hasta 60 MPa). Las características de este modelo, así como las modificaciones propuestas para reproducir la respuesta del hormigón en régimen de alto confinamiento, serán descriptas en el capítulo 3.

Para estados de carga dinámicos, existe la posibilidad de realizar simulaciones a través de hidrocódigos comerciales, en los cuales se trata en forma desacoplada la parte volumétrica y la parte desviadora de las relaciones constitutivas, a través de una Ecuación de Estado (EoS) y

un modelo de resistencia respectivamente. De esta manera, la ecuación constitutiva general, que describe las tensiones en función de la deformación, la velocidad de deformación, la energía, el daño y otras variables internas, se divide en dos ecuaciones constitutivas independientes. La EoS representa la relación entre la presión hidrostática, la densidad (o volumen específico), y la energía específica (o temperatura), mientras que el modelo de resistencia determina la parte desviadora de tensión, en función de las deformaciones desviadoras y las variables internas. El comportamiento desviador está determinado a través de las superficies de fluencia, de rotura, y en algunos casos, de resistencia residual. La evolución de la superficie de fluencia o umbral elástico, depende de las reglas de endurecimiento adoptadas en cada caso para las variables internas. Zukas (2004) describe la metodología general de trabajo de los hidrocódigos, y puede encontrarse una amplia descripción de los distintos tipos de EoS y de modelos materiales en ANSYS (2009). Entre las EoS más utilizadas para materiales porosos se destacan: EoS de tramos lineales (piecewise-linear porous), EoS de compactación y EoS p - α . De los modelos de resistencia más recientes para hormigón, se pueden destacar al modelo RHT (Riedel et al, 1999) y el modelo HPG (Hartmann et al, 2010).

El modelo RHT (Riedel et al. 1999) incluye la dependencia del tercer invariante e incorpora una superficie de rotura independiente para simular el ablandamiento del material. La resistencia a tracción hidrostática depende de la velocidad de deformación y la superficie de falla está definida en función de la presión, el ángulo de Lode y la velocidad de deformación. En este modelo, la superficie que marca el umbral de comportamiento elástico se obtiene escalando la superficie de falla, y se introduce una superficie de resistencia residual independiente. Las superficies de carga más allá del límite elástico se obtienen por interpolación entre la superficie de fluencia y la de falla, y de igual forma, las superficies post-falla se determinan interpolando la superficie de falla con la superficie residual utilizando un índice de daño. En el trabajo de Tu y Lu (2009) se resaltan varios aspectos de este modelo que requieren ser rectificadas. Por ejemplo, la resistencia residual está considerada independiente del ángulo de Lode, lo que puede devenir en un endurecimiento luego de que se ha alcanzado la resistencia última.

El modelo HPG (Hartmann et al. 2010) combina enfoques existentes de diferentes modelos materiales con nuevas propuestas para el incremento de resistencia dinámico, el daño y degradación del material. El modelo está basado en el comportamiento estático del material y extendido al rango dinámico. La formulación de la superficie de rotura (estática) en el espacio de tensiones parte del conocimiento de las resistencias uniaxiales a compresión f_c , a tracción f_t y a corte f_s . La formulación no tiene la suficiente flexibilidad para reflejar con precisión los resultados experimentales para bajas presiones ($p < 1/3 f_c$). A fin de superar esta limitación, el modelo incorpora una formulación por tramos lineales (piecewise) en el rango de bajas presiones. La sensibilidad a la velocidad de deformación se tiene en cuenta a través de una amplificación dinámica de la superficie de fluencia, a través de factores de incremento dinámico (DIF) para compresión y tracción. El proceso de endurecimiento está controlado por un factor que representa el máximo cociente entre la tensión efectiva y la tensión efectiva máxima (de rotura). Para el cálculo de las deformaciones plásticas durante el proceso de endurecimiento se utiliza, flujo asociado para presiones hidrostáticas bajas ($p < 1/3 f_c$), y se utiliza la función de Von Mises como función de potencial para presiones mayores.

Respecto al proceso de daño, el modelo HPG tiene una formulación separada para el daño debido al corte y el daño debido a la compactación volumétrica. Además, la formulación

considera comportamiento diferente a fractura para estados de compresión y tracción, así como un incremento de la ductilidad a tracción debido a cargas de pre-compresión.

3 MODELO PROPUESTO

3.1 Introducción

Con el objeto de describir adecuadamente la respuesta del hormigón para estados de compresión triaxial con presiones elevadas de confinamiento, se propone la modificación del modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#). En un trabajo anterior, se realizó la extensión viscoplástica de ese modelo ([Aráoz y Luccioni, 2010](#)) a fin de considerar los efectos tiempo dependientes. En el presente trabajo, se profundiza el estudio respecto al cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático y su evolución a medida que se incrementa el confinamiento. A fin de simplificar la presentación, se describirá el modelo independiente del tiempo, ya que se ha demostrado que para, estados de compresión, es posible trabajar con modelos independientes de la velocidad de deformación. Se puede considerar que el efecto de amplificación dinámica en estos casos se debe únicamente al efecto de confinamiento inercial y no a propiedades viscosas del material ([Aráoz y Luccioni, 2010](#)). Para un caso general de carga se debe utilizar la extensión viscoplástica de este modelo.

El proceso plástico se describe a través de una generalización de la teoría de plasticidad clásica, a fin de tener en cuenta distintos aspectos del comportamiento de materiales cohesivo-friccionales. El modelo puede ser también extendido para tratar plasticidad acoplada con daño como se describe en [Luccioni y Rougier \(2005\)](#). Para régimen de alto confinamiento, la degradación de las propiedades elásticas del material es despreciable, por lo que no es necesario considerar el daño para estos estados de carga ([Poinard et al, 2010](#)).

3.2 Bases termodinámicas

El modelo está basado en la hipótesis de elasticidad desacoplada. De acuerdo a esta hipótesis, la densidad de energía libre total por unidad de volumen Ψ está formada por dos partes independientes: una parte elástica Ψ^e y una parte plástica Ψ^p , correspondientes a los procesos elástico y plástico respectivamente.

$$\Psi(\varepsilon_{ij}^e, \kappa^p, \varepsilon_v^p) = \Psi^e(\varepsilon_{ij}^e) + \Psi^p(\kappa^p, \varepsilon_v^p) \quad (1)$$

Donde ε_{ij}^e es el tensor de deformaciones elásticas, κ^p es la variable de endurecimiento plástico isótropo y ε_v^p es la deformación volumétrica plástica.

Para pequeñas deformaciones, la parte elástica de la densidad de energía libre puede escribirse como:

$$\Psi^e(\varepsilon_{ij}^e) = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ij}^e C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e) \quad (2)$$

Donde C_{ijkl} es el tensor constitutivo. El cumplimiento de la desigualdad de Clausius-Planck para un determinado estado termodinámico, está garantizado si la tensión se obtiene como:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) \quad (3)$$

donde ε_{ij} y ε_{ij}^p son los tensores de deformación total y plástica respectivamente.

La disipación mecánica debe satisfacer la primera desigualdad de Clausius-Planck: y puede descomponerse en dos partes:

$$\Xi_m^p = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\partial \Psi^p}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p - \frac{\partial \Psi^p}{\partial \dot{\varepsilon}_v^p} \dot{\varepsilon}_v^p \geq 0 \quad (4)$$

El límite del comportamiento elástico se define a través de una función de fluencia:

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p) = 0 \quad (5)$$

3.3 Función de fluencia

Tanto para condiciones de carga cuasiestáticas como dinámicas, la respuesta del hormigón se ve influenciada por los niveles de confinamiento en el material. La resistencia crece con la presión hidrostática pero la variación no es lineal, sobre todo para altas presiones de confinamiento. Más aún se puede producir compactación plástica bajo estados hidrostáticos. Por este motivo, el umbral elástico se define a través de una función de fluencia con meridianos curvos y que además permite un cierre (o “cap”) sobre el eje hidrostático de presiones. La superficie propuesta en este trabajo, representa una mejora de la superficie con “cap” desarrollada en [Aráoz y Luccioni \(2008\)](#), y surge de la extensión del modelo de [Luccioni-Rougier \(2005\)](#). La superficie de fluencia propuesta queda definida a través de la ecuación (6):

$$F^p = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2}{K(\kappa^p) \cdot (1-\alpha) \cdot (1+\delta)} - 1 = 0 \quad (6)$$

donde α , β , γ y δ son constantes que determinan la forma de la función de fluencia. I_1 es el primer invariante del tensor de tensiones, J_2 es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones, $K(\kappa^p)$ representa la evolución del umbral de fluencia equivalente y σ_{\max} es la tensión principal mayor: $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$, cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (7)$$

donde θ es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode:

$$\operatorname{sen}(3\theta) = \frac{3\sqrt{3} J_3}{2(J_2)^{3/2}} \quad (8)$$

y J_3 es el tercer invariante del tensor desviador de tensiones.

La función F_{cap} permite el cierre sobre el eje hidrostático, y depende de la deformación volumétrica plástica ε_v^p . La expresión para F_{cap} tiene la siguiente forma:

$$F_{cap} = \begin{cases} 1 & I_1 \geq I_u(\varepsilon_v^p) \\ 1 - \left(\frac{I_u(\varepsilon_v^p) - I_1}{I_0(\varepsilon_v^p) - I_1} \right)^2 & I_1 < I_u(\varepsilon_v^p) \end{cases} \quad (9)$$

$I_0(\varepsilon_v^p)$ e $I_u(\varepsilon_v^p)$ definen los límites entre los cuales actúa la función de cierre.

En la [figura 6](#) se presenta esquemáticamente la función de cierre F_{cap} y su evolución a medida que se incrementa la presión hidrostática de compresión.

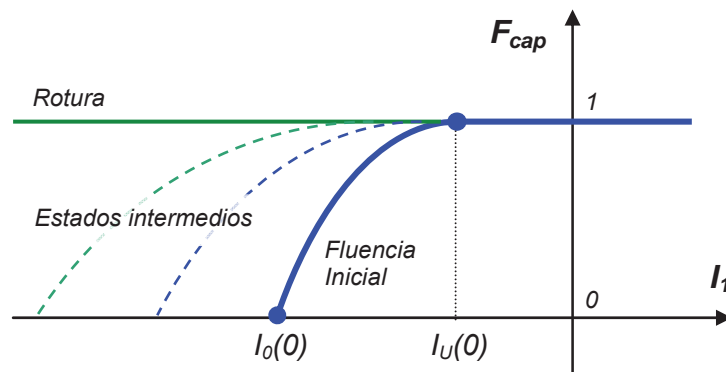


Figura 6: Función F_{cap}

En la [figura 7](#) se puede observar el efecto de la función F_{cap} sobre la superficie de fluencia original. A través de la utilización de dicha función es posible lograr un mejor ajuste en relación a los resultados experimentales, cuando el material está sometido a un confinamiento elevado. Las curvas corresponden a los datos del modelo detallados en la [Tabla 1](#) y los parámetros del hormigón tipo H40 descritos en la [Tabla 2](#).

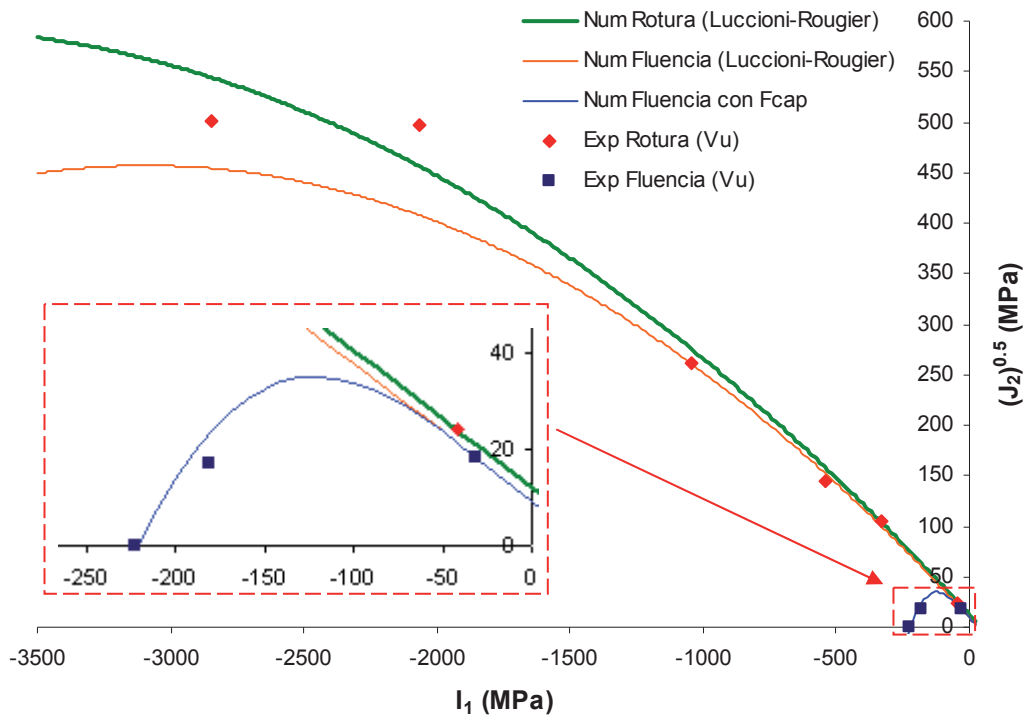


Figura 7: Superficie de fluencia modificada para confinamiento elevado.
 Datos experimentales de Vu et al (2009) para un hormigón H-40

Parámetro		
Constantes que definen la superficie de fluencia: (Luccioni-Rougier (2005))		$\alpha = 0.1361$ $\beta = 7.5469$ $\delta = 0.0052$ $\gamma = 2.2$
Tensión máxima (según datos experimentales):	σ_{max}	650 MPa
Valores iniciales de los límites de F_{cap} :	$I_u(0)$	60 MPa
	$I_o(0)$	150 MPa

Tabla 1: Parámetros utilizados en el modelo Luccioni-Rougier y el modelo con F_{cap} propuesto.

3.4 Variables internas

En el caso general, la superficie de fluencia es capaz de aumentar o disminuir su volumen isotrópicamente; es decir que puede tener endurecimiento o ablandamiento isotrópico respectivamente. Es suficiente para describir este comportamiento utilizar un escalar κ^p dependiente de las deformaciones inelásticas a través de una medida escalar de las mismas. Para representar el comportamiento descrito en el apartado 1 no se puede trabajar con endurecimiento isotrópico y una única variable interna, sino que hace falta controlar en forma independiente la evolución del “cap” dado por la función F_{cap} . Para ello, se trabaja con dos variables de endurecimiento plástico, que están vinculadas a las deformaciones plásticas pero pueden variar de manera distinta según la evolución del proceso de deformaciones permanentes. Las variables de endurecimiento utilizadas son: una variable de endurecimiento

plástico isotrópico relacionada con el trabajo plástico y la deformación volumétrica plástica. De esta manera se obtiene un endurecimiento plástico no isotrópico, caracterizado por un cambio de tamaño y de forma de la superficie de carga plástica.

Se define la siguiente regla de evolución para las deformaciones plásticas:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (10)$$

donde $\dot{\lambda}$ es el factor de consistencia plástica y $G(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)$ es la función de potencial plástico, la cual será descrita en la sección 3.6.

Para la variable de endurecimiento plástico isotrópico se usa una regla de evolución con la siguiente forma general:

$$\dot{\kappa}^p = H_{ij}(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p) \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (11)$$

κ^p se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad. Varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. Se propone para la misma la siguiente regla de evolución que tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial del hormigón (Luccioni et al. 1996; Luccioni y Rougier 2005).

$$\dot{\kappa}^p = \left[\frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (12)$$

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (13)$$

σ_i son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij}) \cdot F_{cap}^2} \right)^{1+J(-r)} g_f^p \quad g_c^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij}) \cdot F_{cap}^2} \right)^{1+J(-r)} g_c^p \quad (14)$$

$$J(-r) = \begin{cases} 0 & r > 0 \\ 1 & r \leq 0 \end{cases}$$

R^{op} es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial, g_f^p y g_c^p son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el caso de un proceso termodinámico sin daño, estas energías pueden ser evaluadas

como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (15)$$

donde G_f y G_c son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y l_c es un parámetro externo (longitud característica) que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

Se considera a la deformación volumétrica plástica ε_v^p como una variable interna adicional, que permite controlar la evolución de F_{cap} y tiene importancia para estados de confinamiento elevado. Se puede comprobar que para niveles altos de confinamiento, la resistencia última depende casi exclusivamente de la evolución de la deformación volumétrica plástica ε_v^p . La influencia de la variable κ^p es prácticamente despreciable.

3.5 Función de endurecimiento (isótropo y no isótropo). Control de dilatación

Se usa la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente a fin de definir el endurecimiento plástico isótropo (Luccioni y Rougier, 2005):

$$K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = \left[r \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \right] \cdot F_{cap} \quad (16)$$

donde $\sigma_t(\kappa^p)$ and $\sigma_c(\kappa^p)$ representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

El endurecimiento no isótropo está definido por la evolución de los límites $I_0(\varepsilon_v^p)$ e $I_u(\varepsilon_v^p)$ de la función F_{cap} (ver figura 6).

El límite $I_0(\varepsilon_v^p)$ representa la evolución del primer invariante de tensiones ($I_1 = 3 p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$) en función de la deformación volumétrica plástica, para el ensayo puramente hidrostático ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Esto presenta una analogía directa con el concepto de Ecuación de Estado (EoS) descrito en el apartado 2. Conocida la densidad inicial del hormigón ρ_0 , es posible determinar la densidad actual ρ a partir de la deformación volumétrica plástica, a partir de la siguiente expresión:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \varepsilon_v^p \right) \quad (17)$$

La definición del límite $I_u(\varepsilon_v^p)$ sólo es necesaria para los procesos de compresión triaxial donde existen componentes desviadoras de tensión, es decir, con valores no nulos del segundo invariante del tensor desviador de tensiones J_2 .

Tanto $I_u(\varepsilon_v^p)$ como $I_0(\varepsilon_v^p)$ deben ser definidos adecuadamente para representar los procesos de compactación y dilatación, en función del nivel de compactación alcanzado. A partir de cierto valor (de máxima compactación o mínima deformación volumétrica), las deformaciones volumétricas tienden a crecer (dilatación), sin embargo el material continua en proceso de endurecimiento. Esto puede observarse en la figura 3, donde para un nivel de confinamiento dado, luego de alcanzar una deformación volumétrica mínima, comienza el proceso de dilatación siguiendo con el incremento de tensión. Este cambio es muy

pronunciado, y el punto de la curva donde se produce el mismo depende del nivel de confinamiento presente en el material.

En la figura 8, se presenta un esquema de las etapas de carga en un ensayo triaxial donde se aplica una presión hidrostática y luego se incrementa la tensión axial, obteniendo un estado desviador de tensiones. Se observa que el material se compacta hasta un determinado punto donde comienza el proceso de dilatación. Dicho punto corresponde a la intersección con una curva envolvente de deformaciones volumétricas mínimas (o de máxima compactación) que puede determinarse en función de los resultados experimentales.

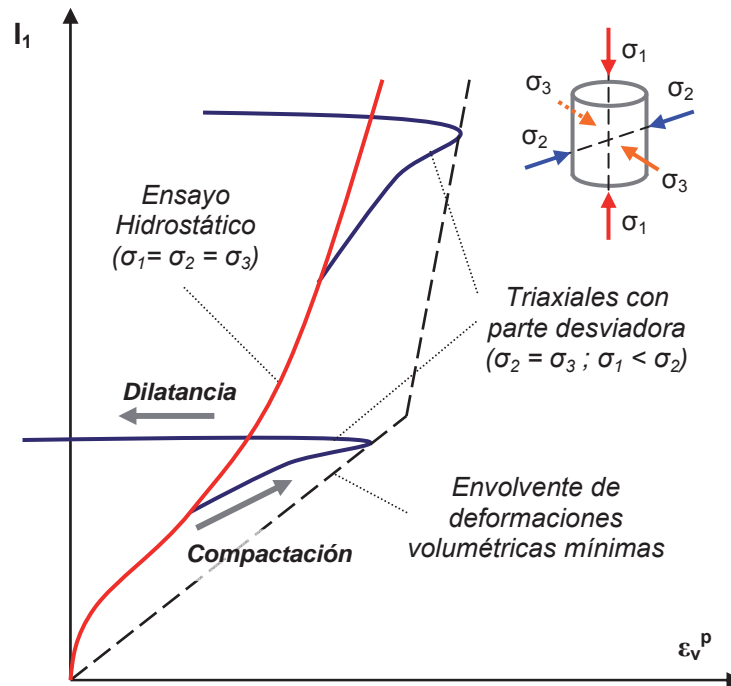


Figura 8: Esquema de transición entre compactación y dilatación en ensayos de compresión triaxial

El modelo propuesto considera esta transición a través de un control de dilatación, que consiste en comparar la deformación volumétrica plástica (en cada paso) con el valor mínimo posible para ese estado tensional ($I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$). Cuando es alcanzada dicha deformación, cambia la evolución de los límites I_0 e I_u , tanto para la superficie de fluencia como para la superficie potencial, a fin de continuar con el proceso de endurecimiento en dilatación.

3.6 Función de potencial plástico

Para la superficie de potencial se adopta una expresión idéntica a la de la superficie de fluencia:

$$G = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{G_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^P)}(1-\alpha)I_1^2}{K(\kappa^P).(1-\alpha).(1+\delta)} - 1 = 0 \quad (18)$$

La única diferencia respecto de la ecuación (6) radica en la utilización de una nueva función de cierre G_{cap} , que se define como:

$$G_{cap} = \begin{cases} 1 & I_1 \geq I_u^G(\varepsilon_v^p) \\ 1 - \left(\frac{I_u^G(\varepsilon_v^p) - I_1}{I_0^G(\varepsilon_v^p) - I_1} \right)^2 & I_1 < I_u^G(\varepsilon_v^p) \end{cases} \quad (19)$$

La ecuación (19) es similar a la expresión (9) para F_{cap} , sin embargo los límites $I_0^G(\varepsilon_v^p)$ e $I_u^G(\varepsilon_v^p)$ permiten establecer adecuadamente la dirección del flujo plástico para las distintas etapas de carga y niveles de confinamiento.

Para bajas presiones de confinamiento, donde $G_{cap}=F_{cap}=1$, se obtiene flujo asociado y la superficie de fluencia corresponde a la del modelo original de Luccioni y Rougier (2005).

Para altas presiones de confinamiento, la adecuada definición del límite $I_u^G(\varepsilon_v^p)$ permite orientar el flujo volumétrico plástico de tal forma de obtener, según corresponda, incrementos de deformación volumétrica negativos en el caso de compactación o positivos en el caso de dilatación. En el último caso, puede adoptarse $I_u^G(\varepsilon_v^p) = I_1$ y $I_0^G(\varepsilon_v^p) \rightarrow (-\infty)$.

4 RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a través de la utilización del modelo propuesto. Teniendo en cuenta distintos estados de carga, se realizan comparaciones con resultados de ensayos a compresión uniaxial y compresión triaxial (Vu et al, 2009). Por otro lado, se comparan los resultados numéricos con los resultados obtenidos de ensayos hidrostáticos y edométricos en mortero (Burlion et al, 2001). Dichos resultados, así como las observaciones pertinentes a cada uno de ellos, se describen en las secciones siguientes.

En todas las simulaciones se consideran probetas cilíndricas de 70mm de diámetro y 140mm de altura, formadas por un elemento bidimensional de 4 nodos con simetría axial, de 35mm de diámetro y 140 mm de altura, con 4 puntos de integración (de Gauss).

En la Tabla 2 se resumen los parámetros materiales utilizados en la modelación para los ensayos de Vu et al (2009) correspondientes a un hormigón tipo H40. En la Tabla 3 se presentan los parámetros utilizados para los ensayos en mortero de Burlion et al (2001).

Propiedad / Parámetro		
Módulo de Elasticidad:	E	24000 MPa
Coefficiente de Poisson:	ν	0.13
Resistencia cuasi-estática a compresión:	f_{c0}	41.54 MPa
Tensión límite de fluencia a compresión:	σ_y	32 MPa
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	κ^p	0.12
Resistencia cuasi-estática a tracción:	f_{t0}	4.15 MPa
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	G_{c0}	1.0 E-02 MPa.m
Energía de fractura cuasi-estática:	G_{f0}	1.2 E-04 MPa.m

Tabla 2: Propiedades materiales para hormigón tipo H-40 en ensayos de Vu et al (2009)

Propiedad / Parámetro		
Módulo de Elasticidad:	E	20000 MPa
Coefficiente de Poisson:	ν	0.2
Resistencia cuasi-estática a compresión:	f_{c0}	45 MPa
Tensión límite de fluencia a compresión:	σ_y	30 MPa
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	κ^P	0.12
Resistencia cuasi-estática a tracción:	f_{t0}	4.5 MPa
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	G_{c0}	1.0 E-02 MPa.m
Energía de fractura cuasi-estática:	G_{f0}	1.2 E-04 MPa.m

Tabla 3: Propiedades materiales para mortero en ensayos de Burlion et al (2001)

4.1 Compresión uniaxial

Se utiliza el modelo propuesto para la simulación de un ensayo a compresión uniaxial, con el fin de analizar el comportamiento del modelo en condiciones sin confinamiento. En la figura 9 se observan las curvas tensión-deformación obtenidas y se comparan con las curvas experimentales.

En este caso, el modelo original de Luccioni y Rougier (2005) presenta una adecuada respuesta, por lo que la modificación con la función de cierre sólo tiene influencia en régimen de alto confinamiento ($p < -50$ MPa).

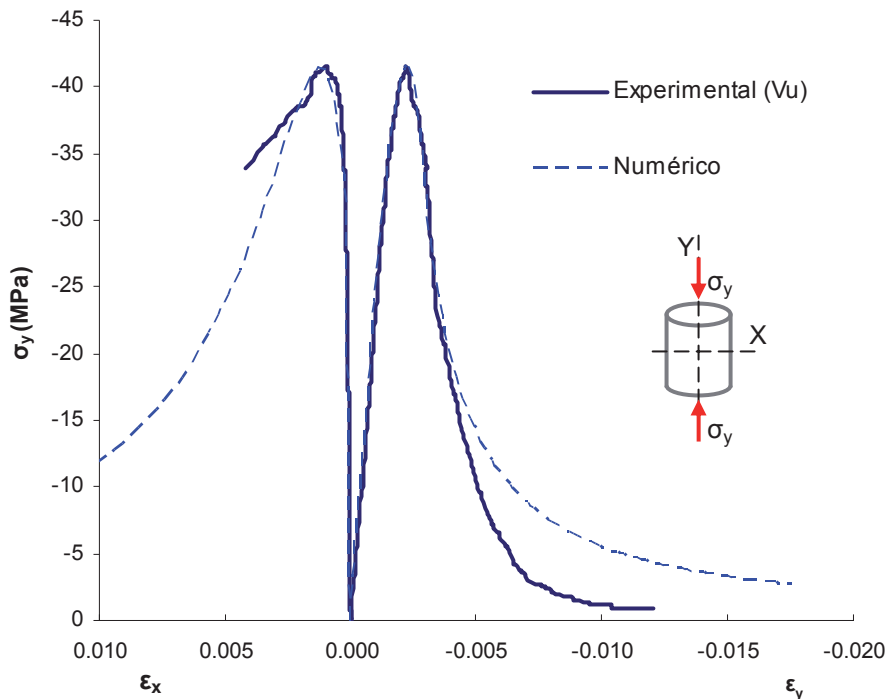


Figura 9: Ensayo de compresión uniaxial en hormigón tipo H40. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

4.2 Ensayos de compresión triaxial

Se realiza la simulación de ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento entre 50 y 650 MPa. La aplicación de la carga se realiza en dos etapas: En la primera se aplica una presión puramente hidrostática hasta un determinado nivel de confinamiento, y en la segunda, se mantiene el confinamiento lateral y se incrementa la tensión axial, a fin de obtener tensiones desviadoras. En la [figura 10](#) se pueden observar los resultados obtenidos para distintos niveles de confinamiento y su comparación con los resultados experimentales de [Vu et al. \(2009\)](#).

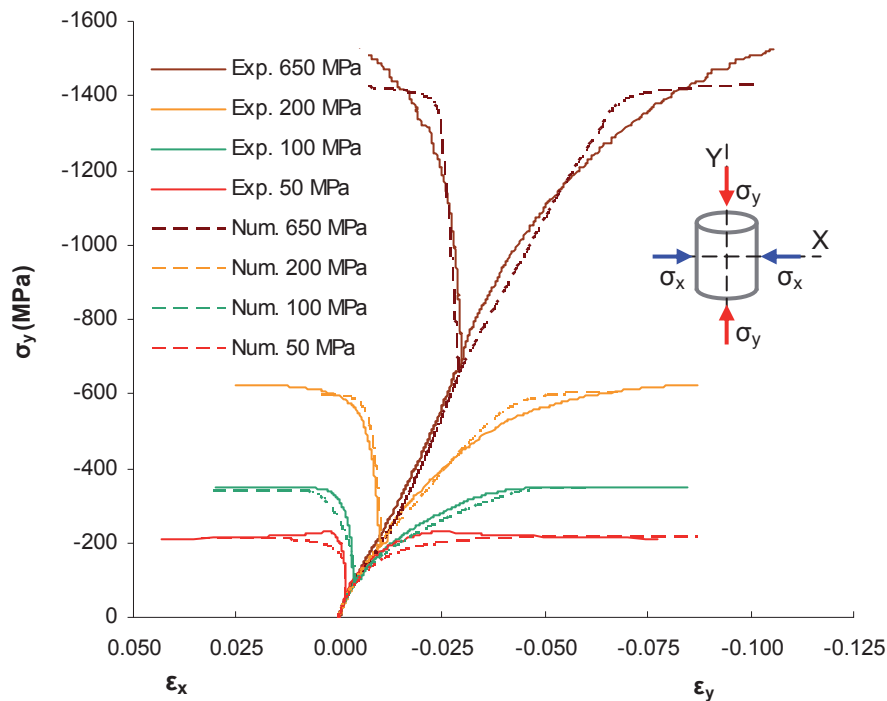


Figura 10: Ensayos de compresión triaxial en hormigón tipo H40.
Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En este caso, se observa que la consideración de la función de cierre (cap) permite una adecuada respuesta para niveles de confinamiento elevado.

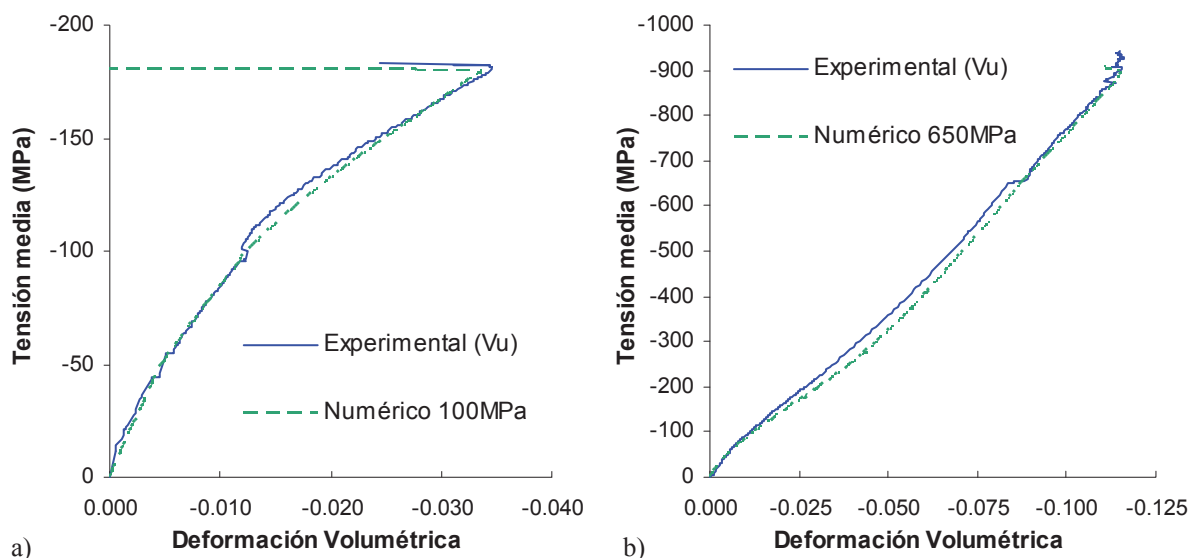


Figura 11: Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100 Mpa y b) 650 Mpa Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En las [figuras 11.a\)](#) y [11.b\)](#) se muestran las respuestas volumétricas para los ensayos con 100 MPa y 650 MPa de confinamiento, respectivamente. Se puede apreciar que el modelo permite representar la transición entre los procesos de compactación y dilatación adecuadamente.

4.3 Ensayo hidrostático y ensayo edométrico

Se realizan en este caso las simulaciones del ensayo hidrostático y el ensayo edométrico en mortero, utilizando el modelo propuesto. Para ello se consideran las propiedades del modelo detalladas en la [Tabla 3](#). Se comparan los resultados obtenidos numéricamente con los datos experimentales de [Burlion et al \(2001\)](#).

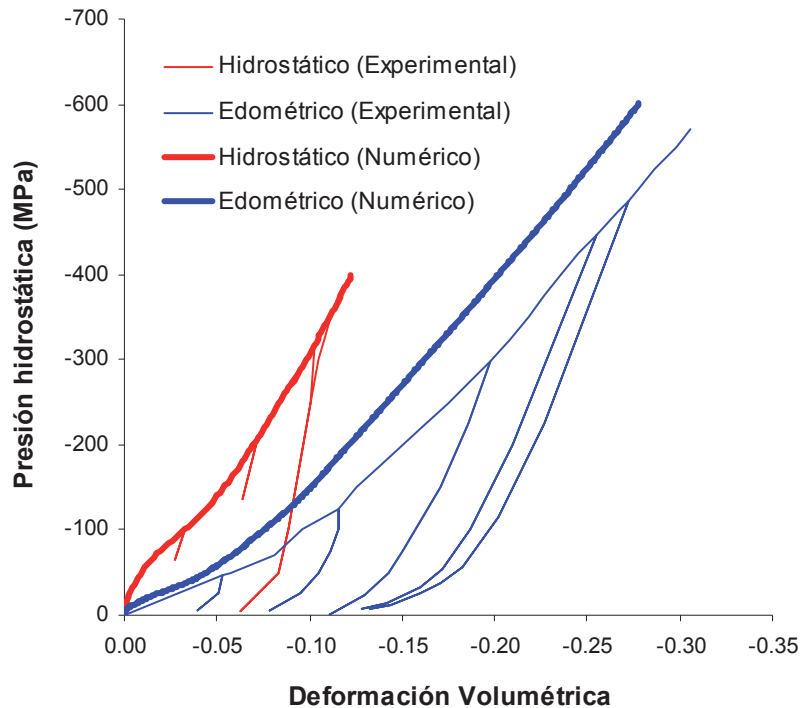


Figura 12: Ensayo hidrostático y edométrico en mortero. Comparación con resultados experimentales (Burlion et al, 2001)

En la figura 12 se puede observar que los resultados obtenidos se ajustan adecuadamente a los resultados experimentales en el caso del ensayo hidrostático. En el ensayo edométrico, si bien los resultados numéricos presentan valores mayores de tensión, la respuesta numérica presenta un comportamiento similar a la experimental. Por otro lado, estos resultados permiten confirmar que el modelo describe correctamente el acoplamiento que existe entre las respuestas volumétrica y desviadora, en materiales cohesivo-friccionales como el hormigón y el mortero.

5 COMPARACIÓN CON MODELO RHT

En este punto se presentan los resultados obtenidos mediante la utilización del modelo RHT disponible en el hidrocódigo comercial AUTODYN (ANSYS, 2009). El objeto de esta simulación es estudiar la respuesta de este tipo de modelos en estados de compresión con elevado confinamiento en condiciones de carga cuasiestática. A tal efecto se realiza la simulación de los ensayos de compresión triaxial con 100 MPa y 650 MPa de confinamiento, respectivamente. En la Tabla 4 se resumen los parámetros adoptados en el modelo RHT, los cuales son consistentes con el modelo propuesto. Se utiliza la EoS definida por defecto, que corresponde a la ecuación $p-\alpha$ (ANSYS, 2009).

Propiedad / Parámetro		
Módulo de Corte:	G	10.7 GPa
Resistencia cuasi-estática a compresión uniaxial:	f_c	41.54 MPa
Relación de resistencias a tracción y compresión:	f_t/f_c	0.10
Relación de resistencias de corte y compresión:	f_s/f_c	0.18
Superficie de falla:	Constante: A	1.90
	Exponente: N	0.76
Relación de meridianos de tracción y compresión:	$Q_{2,0}$	0.7025
Exponentes para Función F_{rate} : (Función de amplificación dinámica)	α	0.0
	δ	0.0

Tabla 4: Parámetros adoptados en el modelo RHT para hormigón tipo H-40

Cabe destacar que los parámetros por defecto que brinda el programa, para la superficie de falla, resultan en tensiones menores que las obtenidas en ensayos experimentales. Dicha superficie está definida como:

$$\sqrt{J_2} = \frac{f_c}{\sqrt{3}} A \left(\frac{I_1}{3f_c} - \frac{f_t}{f_c} F_{rate}(\dot{\epsilon}) \right)^N F_{rate}(\dot{\epsilon}) R_3(\theta') \quad (20)$$

$F_{rate}(\dot{\epsilon})$ es una función de amplificación dinámica dependiente de la velocidad de deformación, y la función $R_3(\theta')$ permite definir la forma de la superficie en el plano octaédrico, a través del ángulo $\theta' = \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$. Dichas funciones se definen como:

$$F_{rate}(\dot{\epsilon}) = \begin{cases} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{30 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}} \right)^\alpha & (\text{Compresión}) \\ \left(\frac{\dot{\epsilon}}{3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}} \right)^\delta & (\text{Tracción}) \end{cases} \quad (21)$$

$$R_3(\theta') = \frac{2(1-Q_2^2)\cos\theta' + (2Q_2-1)\sqrt{4(1-Q_2^2)\cos^2\theta' + 5Q_2^2 - 4Q_2}}{4(1-Q_2^2)\cos^2\theta' + (1-2Q_2)^2} \quad (22)$$

$$\text{con} \quad Q_2 = Q_{2,0} + 0.0105 \cdot \frac{I_1}{3} \quad (23)$$

La aplicación de la carga es cuasiestática, con velocidades de deformación resultantes en el orden de 0.00008s^{-1} . Asimismo, considerando los exponentes α y δ iguales a cero, se obtiene $F_{rate}=1$, es decir que se desprecia la amplificación de la superficie por efecto de la velocidad de deformación.

En la [Figura 13](#) se muestra la superficie de falla con los parámetros por defecto y la superficie de falla modificada a partir de los datos experimentales.

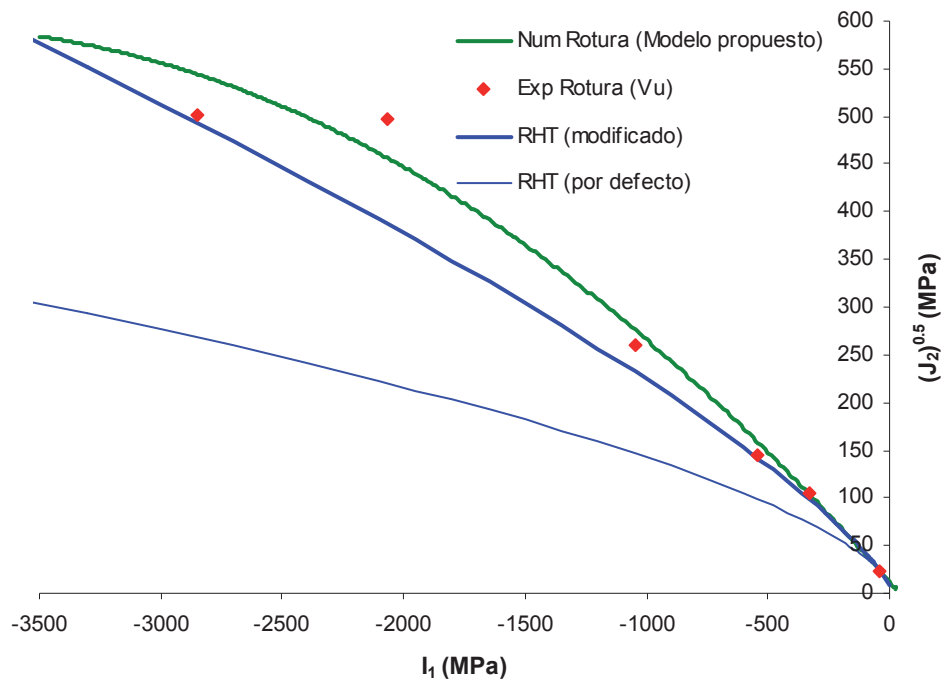


Figura 13: Superficies de falla del modelo propuesto y del modelo RHT. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En las figuras 14 y 15 se pueden observar los resultados obtenidos con el modelo RHT, en ensayos triaxiales con 100 Mpa y 650 Mpa de confinamiento, y su comparación con los resultados experimentales.

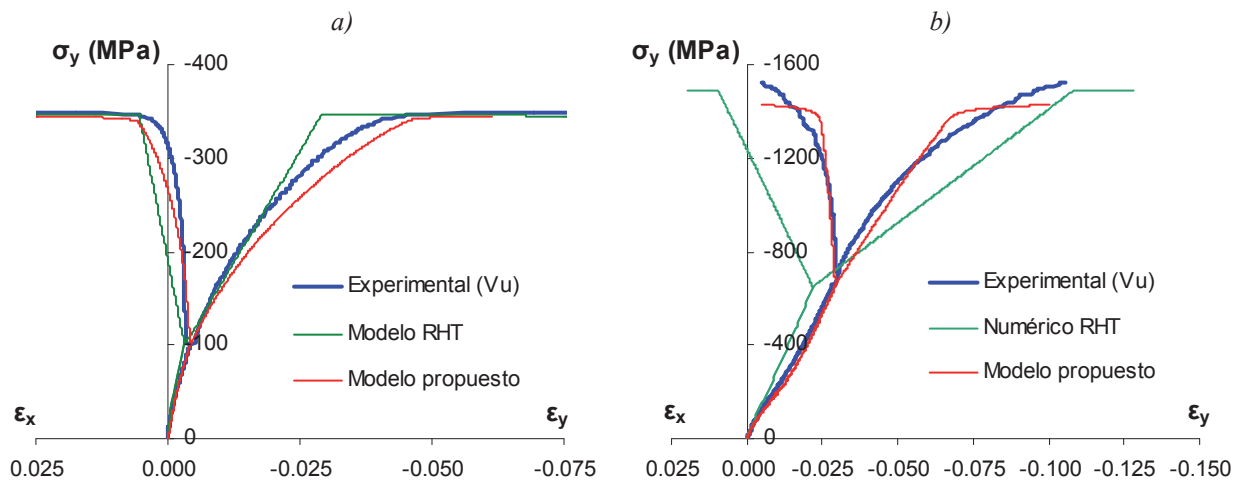


Figura 14: Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100 Mpa y b) 650 Mpa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

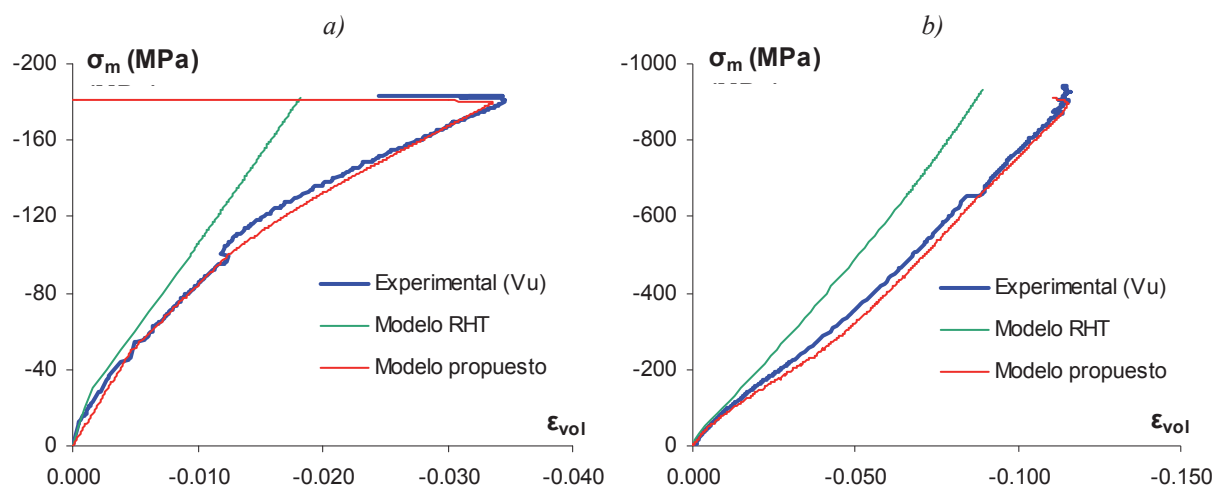


Figura 15: Respuesta volumétrica en ensayos triaxiales con distinto confinamiento: a) 100 Mpa y b) 650 Mpa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En la figura 14 se observa que las tensiones pico alcanzadas con el modelo RHT son consistentes con los resultados experimentales. En la figura 15 se observa que el modelo no describe adecuadamente la respuesta volumétrica durante la etapa de carga hidrostática ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), por lo tanto deben modificarse los parámetros asignados por defecto en la EoS, a fin de obtener una mejor respuesta. Por otro lado, una vez alcanzada la tensión pico, se observa que el modelo no es capaz de reproducir el fenómeno de dilatancia. Esto se debe a que la superficie potencial utilizada por el programa, para altas presiones de confinamiento, corresponde al criterio de Von Mises, con lo cual no se consideran las componentes volumétricas en la determinación de las deformaciones plásticas.

6 CONCLUSIONES

La comparación de los resultados numéricos, obtenidos con el modelo presentado, con resultados experimentales muestra que el modelo es capaz de reproducir adecuadamente la respuesta del material cuando está sometido a estados de compresión con elevado confinamiento. Para estados de confinamiento bajo o sin confinamiento, el modelo en su versión original brinda buenos resultados. La adopción de una función de cierre F_{cap} , cuyos límites dependen de la deformación volumétrica plástica, permite simular la respuesta del hormigón bajo distintos caminos de carga. Los resultados del ensayo edométrico e hidrostático permiten comprobar que el modelo reproduce correctamente el acoplamiento existente entre la respuesta volumétrica y la desviadora.

La evolución del límite sobre el eje hidrostático es análoga al concepto de Ecuación de Estado (EoS), propio de los hidrocódigos. En este sentido, es de destacar que el nivel de presiones hidrostáticas en ensayos cuasiestáticos disponibles en bibliografía alcanza los 650 MPa. Esto representa una limitación ya que prácticamente no se dispone de información experimental para la calibración del modelo. Para rangos de presiones superiores, y dada la analogía con las EoS, podrían adoptarse las formas propuestas para las mismas en los hidrocódigos.

La utilización del modelo RHT para estados de carga cuasi-estáticos conduce a buenos

resultados en cuanto a los niveles de tensión alcanzados en ensayos triaxiales con confinamiento hasta 650 Mpa. Sin embargo, por las características del flujo plástico (Von Mises) utilizado en el hidrocódigo, no es posible reproducir el fenómeno de dilatación observado en los ensayos experimentales.

La incorporación de un control de dilatación en la formulación del modelo propuesto, a través de una envolvente de deformaciones volumétricas mínimas (o máxima compactación), así como la adecuada definición de la superficie de potencial, permiten simular correctamente la transición entre los procesos de compactación y dilatación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET y al CIUNT por el apoyo económico brindado para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- ANSYS AUTODYN. Interactive Non-Linear Dynamic Analysis Software, Version 12, User's Manual. *SAS IP Inc.*, 2009.
- Akers S.A. and Phillips B.R. Concrete modeled as an inhomogeneous material: numerical simulations of contact detonation charges. *18th International symposium on the military aspects of blast and shock*, Oberjettenberg, 2004.
- Aráoz G.F. y Luccioni B.M. Materiales cohesivo-friccionales bajo confinamiento elevado. *XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2008.
- Aráoz G.F. y Luccioni B.M. Efectos tiempo dependientes en hormigones sometidos a cargas impulsivas. *MECOM – CILAMCE*, 2010.
- Bazant Z.P., Bishop F.C. and Chang T.P., Confined compression tests of cement paste and concrete up to ksi, *ACI J.33*: 553-560, 1986.
- Burlion N. Compaction des betons: Elements de modelisation et caracterisation experimentale. Doctoral Thesis. *ENS de Cachan*. Cachan, France, 1997.
- Burlion N., Gatuingt F., Pijaudier-Cabot G. and Daudeville L., Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 183: 291-308, 2000.
- Burlion N., Pijaudier-Cabot G., Dahan N., Experimental analysis of compaction of concrete and mortar, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1467-1486, 2001.
- Dupray F., Malecot Y., Daudeville L. and Buzaud E. A mesoscopic model for the behaviour of concrete under high confinement. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 33:1407–1423. 2009.
- Etse, G., Willam, K. Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120, 1983-2009, 1994.
- Gabet T., Malecot Y. and Daudeville L. Ultimate strength of plain concrete under extreme combined stresses: triaxial and proportional stress paths. *Laboratoire Sols, Solides, Structures*, France, 2006.
- Gabet T., Malecot Y. and Daudeville L. Triaxial behaviour of concrete under high stresses: Influence of the loading path on compaction and limit status. *Laboratoire Sols, Solides, Structures*, France, 2008.
- Hartmann T., Pietzsch A. and Gebbeken N. A hydrocode material model for concrete. *International Journal of Protective Structures*. Vol. 1, N° 4, 443-468, 2010.
- Johansson M., Akesson M., Finite element study of Concrete-Filled Steel tubes using a new confinement-sensitive concrete compression model, *Department of Structural Engineering*,

- Concrete Structures, Chalmers Univ. of Technology, Sweden, 2000.*
- Loreffice R., Etse, G. y Carol, I. Viscoplastic approach for rate-dependent failure analysis of concrete joints and interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 45: 2686–2705, 2008.
- Lu X. and Hsu C., Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression, *Cement and Concrete Research*, 36: 1679–1685, 2006.
- Luccioni B., Oller S. and Danesi R., Coupled plastic damage model. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 129: 81-9. 1996.
- Luccioni B. and Rougier V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, 83: 2238-2256, 2005.
- Oh, Bohwan; Lee, Myung-Ho and Park, Sang-Joon. Experimental study of 60 MPa Concrete under triaxial stress, *Center for Concrete Corea*, 2007.
- Pivonka P. Constitutive modeling of triaxially loaded concrete considering large compressive stresses: Application to pull-out tests of anchor bolts. Doctoral Thesis. *Institute of Strength of Materials. Vienna University of Technology*. 2001.
- Poinard C., Malecot Y. and Daudeville L. Damage of concrete in a very high stress state: Experimental investigation. *Materials and Structures* 43:15–29. 2010.
- Riedel, W., Thoma, K. y Hiermaier, S. Numerical analysis using a new macroscopic concrete model for hydrocodes. *Proc. 9th Int. Symposium on Interaction of effects of Munitions with Structures*, 315-322, 1999.
- Sfer D., Carol I., Gettu R., and Etse G. Experimental study of the triaxial behaviour of concrete. *Journal of Eng. Mech. ASCE*, volume 128 N° 2, pag 156-163, 2002.
- Sfer D. y Carol I. Efecto del confinamiento en las propiedades de fisura del hormigón. *XIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2004.
- Tu, Z. y Lu Y. Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 132–146, 2009.
- Vu, X.H.; Malecot, Y., Daudeville L. and Buzaud E. Experimental analysis of concrete behavior under high confinement: Effect of the saturation ratio. *International Journal of Solids and Structures* 46: 1105–1120. 2009.
- William E.M., Akers S.E. and Reed P.A. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. Report N° ERDC/GSL TR-05-16, *Geotechnical and Structures Laboratory, U.S. Army*. 2005.
- Zukas J. Introduction to hydrocodes. *Studies in applied mechanics (Elsevier)* 49, 2004.