

## **APLICACIÓN DE REDES NEURONALES PARA APROXIMAR EL DESPLAZAMIENTO DE FLUENCIA EN LA CIMA DE PÓRTICOS SISMORRESISTENTES**

**Oscar Roberto Lucca<sup>a</sup>, Oscar Möller<sup>b</sup>, Marcelo Rubinstein<sup>b</sup>**

<sup>a</sup>*Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Av Las Heras 727, 3500 Resistencia, e-mail: olucca@ing.unne.edu.ar*

<sup>b</sup>*Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Facultad de Cs.Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina, e-mail: moller@fceia.unr.edu.ar*

**Palabras clave:** Estructuras sismorresistentes, desplazamiento de fluencia, redes neuronales.

**Resumen.** Los métodos actuales de diseño sismorresistentes están basados en desplazamientos, es decir que a partir de los valores límites exigidos a la estructura en cada nivel de desempeño, se calculan los parámetros de resistencia y rigidez que se deben proveer al sistema. En ese proceso de diseño inicial o preliminar, el desplazamiento de fluencia en la cima de un edificio juega un papel principal por ser un parámetro invariante a partir de las dimensiones geométricas y las propiedades del material. En este trabajo se propone una metodología para aproximar el desplazamiento de fluencia en pórticos sismorresistentes que consiste en aproximar los resultados discretos obtenidos con análisis estático no lineal (push-over) mediante redes neuronales. La modelización de la estructura se realiza con un número de variables que son consideradas esencialmente influyentes en la determinación de la respuesta. Se eligen aleatoriamente combinaciones de las variables dentro de sus límites, y para cada una se determina el desplazamiento de fluencia en la cima mediante análisis estático no lineal (push-over). Luego, con la base de datos y resultados discretos se entrena una red neuronal que permite aproximar en forma continua el desplazamiento de fluencia en todo el dominio de las variables. Se presentan aplicaciones numéricas a pórticos sismorresistentes con diferentes números de pisos y vanos, comparándose los resultados con otras metodologías existentes, mostrando las ventajas y posibilidades de la aproximación con redes neuronales.

## 1 INTRODUCCION

### 1.1 Antecedentes

El método tradicional de diseño sismorresistente basado en fuerzas estáticas que determina tanto la capacidad como la demanda, presentaba la falencia de falta de control del daño estructural ante la máxima demanda. En las investigaciones realizadas en los últimos años (Priestley, 1993, 1998, Rubinstein y otros, 2003) surgió el criterio de que sean los desplazamientos, sus deformaciones correspondientes, la ductilidad e índices de daño, y no las fuerzas los que dirijan el diseño, aceptándose además que la estructura satisfaga condiciones de desempeño preestablecidas para distintos niveles de terremotos (SEAOC, 1995).

El diseño preliminar por desplazamientos consiste en definir, y luego verificar, las características de rigidez y resistencia de los elementos componentes del sistema estructural sismorresistente que determinan la curva de capacidad del sistema: corte basal versus desplazamiento en la cima, donde el desplazamiento de fluencia es el invariante. La detección de ello se debió a estudios realizados en los últimos años, donde se observó que cuando una estructura incursiona en el campo inelástico, su rigidez elástica no es invariante sino que depende de la resistencia suministrada (armadura), es decir que una misma estructura con diferentes niveles de resistencia, tiene distintas rigideces elásticas y diferentes períodos propios, permaneciendo constante el desplazamiento de fluencia (Priestley, 1998, Paulay, 2001). La implementación de los criterios actuales de diseño sismorresistente antes mencionados, requiere contar con metodologías simples y precisas que permitan la determinación del desplazamiento de fluencia.

Las metodologías disponibles para la determinación de dicho parámetro son: (i) *Método Elástico* (Rubinstein y otros, 2004), basado en aplicar resultados de la respuesta elástica al mecanismo de colapso propuesto, es decir la determinación del desplazamiento como límite del campo elástico; (ii) *Método del Principio de los Trabajos Virtuales* (Rubinstein y otros, 2004), consistente en aplicar dicho principio al mecanismo de disipación propuesto; (iii) *Método de Priestley* (Priestley, 1998), determinado por la aplicación de una fórmula de rotación del nudo, desarrollada en base a investigaciones en distintos tipos de pórticos regulares, la que luego por adición da lugar al desplazamiento de fluencia en la cima.

Se observa que la dificultad esencial, común a todos los métodos mencionados, consiste en que se pretende evaluar una cualidad que surge de la respuesta inelástica, obviando este tipo de análisis.

### 1.2 Motivación del trabajo

La presencia de la dificultad esencial comentada, la consiguiente necesidad de superarla, como así también la de contar con un procedimiento ágil y confiable, simple y preciso motiva el desarrollo del presente trabajo, que está basado en la tesis de maestría en ciencias de la ingeniería (Lucca, 2011).

### 1.3 Breve resumen de la propuesta

En este trabajo se evalúan varias metodologías para determinar el desplazamiento de fluencia en la cima de pórticos planos de hormigón armado sismorresistentes, y se propone una nueva alternativa que consiste en aproximar los resultados discretos obtenidos con análisis estático no lineal (push-over) mediante redes neuronales.

La modelización de la estructura se realiza con un número de variables que son consideradas esencialmente influyentes en la determinación de la respuesta. Las combinaciones de las variables que definen el problema, se obtienen a través del “diseño de experimentos por computadoras” dentro del entorno dado por sus valores límites. Con esta base de datos y los resultados de los desplazamientos de fluencia en la cima de cada combinación obtenidos con análisis estático no lineal (push-over), se entrenan tres redes neuronales.

Cuando se realiza un diseño preliminar particular, la red neuronal permite rápida y eficientemente calcular el desplazamiento de fluencia en la cima. Se valida el método propuesto frente a resultados experimentales disponibles y se presentan ejemplos numéricos, analizando comparativamente las diferentes alternativas.

## **2 METODOLOGÍA PARA DETERMINAR EL DESPLAZAMIENTO DE FLUENCIA**

### **2.1 Tipo de estructuras a analizar y variables involucradas**

Las estructuras a analizar son pórticos planos de hormigón armado sismorresistentes. Se los representa a través de modelos que incluyen las variables independientes consideradas más influyentes en las respuestas buscadas: el desplazamiento de fluencia en la cima del pórtico ( $\Delta y$ ), el esfuerzo de corte en la base ( $V_y$ ) y la rigidez en el campo plástico de la estructura ( $K_r$ ). Las variables independientes, llamadas también de diseño, determinan el espacio del diseño con sus valores límites. Su participación se extiende al campo elástico, tradicional en una estructura aperturada, y al plástico a través del denominado “mecanismo de colapso”, o de disipación de energía sísmica, en el cual se prevé la formación de una serie de rótulas en los extremos de los elementos (vigas y columnas).

Las variables de diseño son: Número de pisos, número de vanos, longitud de los vanos, alturas de vigas, ancho de vigas, altura de columnas, ancho de columnas, cuantía geométrica en tramo de vigas, cuantía geométrica en apoyo de vigas, cuantía de columnas, resistencia característica del hormigón ( $f'_c$ ), tensión de fluencia del acero ( $f_y$ ), y carga Vertical.

Los parámetros de respuesta son: Desplazamiento de fluencia en la cima del pórtico ( $\Delta y$ ), Esfuerzo de corte en la base ( $V_y$ ) correspondiente a la curva de respuesta ó de capacidad, y la Rigidez de la parte plástica de la curva de capacidad ( $K_r$ ).

### **2.2 Diseño de experimentos por computadoras (simulaciones)**

Tradicionalmente la fabricación de un nuevo producto se realizaba sobre la base de experimentos físicos en prototipos ó modelos. La desventaja que presentaba este tipo de experimentos es el de ser generalmente costoso y demandar una gran cantidad de tiempo.

Actualmente, las simulaciones (ó experimentaciones) computacionales son procedimientos casi imprescindibles en el análisis y diseño de los modernos proyectos de ingeniería. Sin embargo, incluso con las computadoras más avanzadas, las simulaciones numéricas de los grandes y complejos sistemas de la ingeniería continua siendo costoso para la optimización del diseño y el análisis de la confiabilidad.

Una técnica que se utiliza en la actualidad para reducir el costo computacional es realizar solo algunos análisis numéricos complejos y luego aproximar esos resultados discretos con superficies de respuesta, por ejemplo redes neuronales.

La secuencia para la construcción de dichas aproximaciones se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Especificación del problema: elecciones de las variables de diseño y respuesta
2. Selección de combinaciones de las variables con diseño de experimentos
3. Cálculo de los parámetros de respuesta con software específico
4. Desarrollo de superficies de respuesta: entrenamiento de redes neuronales
5. Utilización de las redes neuronales como modelo sustituto

### 2.3 Diseño hipercubo latino optimizado

El diseño experimental por computadora utilizado en este trabajo es el denominado diseño hipercubo latino (LHD) (Zhang, 2003), que consiste en el uso del muestreo hipercubo latino (LHS) en  $s$  dimensiones con la combinación al azar de los  $n$  niveles de la variable aleatoria; el LHS por su parte, es un método estratificado de la simulación de Monte Carlo.

El LHD es fácil de construir, y cada variable se muestrea para los  $n$  niveles previstos. Cuando los puntos de referencias se proyectan en una sola dimensión, hay exactamente  $n$  puntos. Ésta es una cualidad deseable para los experimentos deterministas de la computadora, porque los puntos de referencias no se solapan, lo que reduce al mínimo cualquier pérdida de la información. No obstante, puesto que los puntos de referencia se separan aleatoriamente en el espacio del diseño, algunos puntos pueden generar racimos en ciertas regiones, dejando vacíos en otras. A fin de evitar esta situación se han propuesto algunas aproximaciones para tratar esta falta de uniformidad en la aplicación práctica del LHD. La optimización consiste en mantener los puntos de referencias vecinos en una distancia de separación mínima.

Para un hipercubo de dimensión  $s$  que contiene  $n$  puntos de referencias, existen  $n$  sub-cubos que tienen un volumen de  $1/n$ . Así la longitud lateral de cada sub-cubo es  $\sqrt[s]{1/n}$ . Éste es el criterio de la distancia mínima adoptado en la optimización para dos puntos adyacentes.

Habitualmente se generan más puntos de referencias que los necesarios, luego los puntos de referencias que tienen una distancia menor que el límite adoptado se fusionan, y finalmente se clasifican los puntos a fin de encontrar el número de los puntos de referencias que tienen las distancias de separación más grandes.

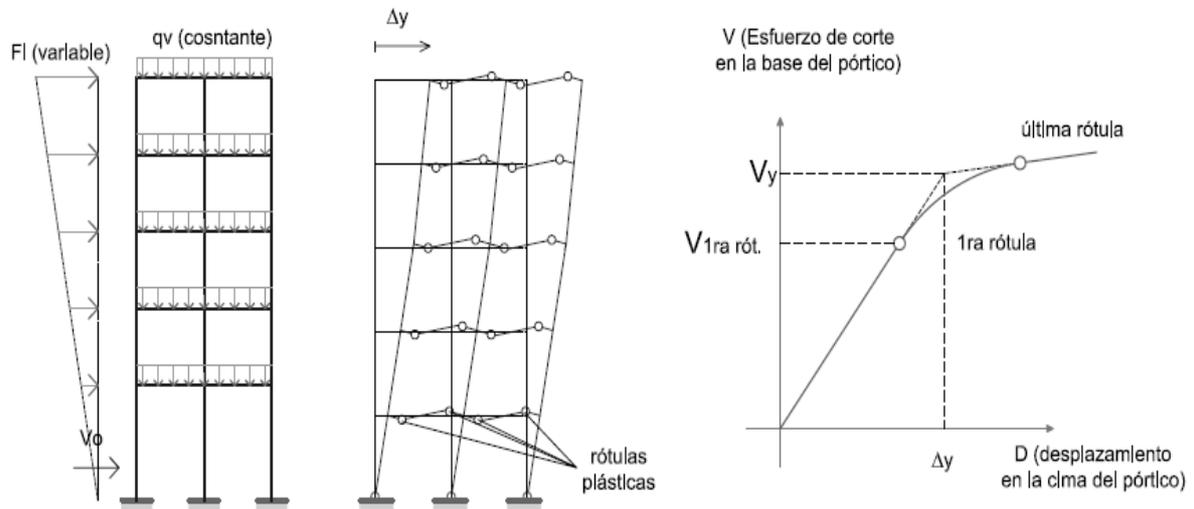
### 2.4 Análisis estático no lineal “push-over”, modelo utilizado, curvas de respuestas ó capacidades

Una vez seleccionadas las combinaciones de variables independientes de diseño, se procede a la determinación de los parámetros de respuesta, a través de un análisis estático no lineal denominado “pushover”, el cual determina la curva de respuesta ó de capacidad global del sistema, que representa el modelo de comportamiento bajo las acciones combinadas de cargas verticales y horizontales. Las características propias del análisis son las de estático, monótonico y proporcional.

El objetivo que persigue este tipo de análisis es el de estudiar el comportamiento de la estructura sometida a cargas verticales y horizontales de un modo aproximado al que pudiera ocurrir durante un sismo. La información obtenida a través de la citada curva de respuesta, trata sobre la interrelación de los conceptos de rigidez, resistencia y ductilidad.

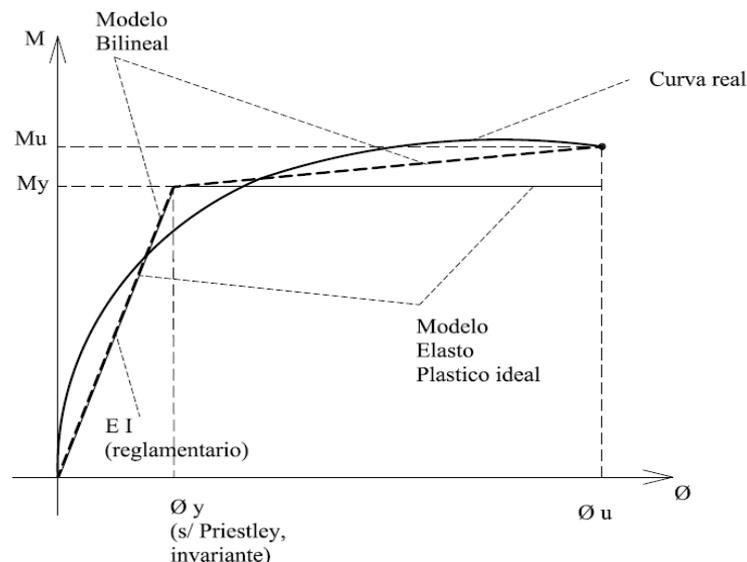
La curva de respuesta global, ver figura 1, está definida usualmente por el esfuerzo de corte en la base y el desplazamiento lateral de la cima de la estructura. Para determinarla se aplican al sistema cargas verticales constantes que corresponden al peso propio y sobrecarga, y cargas horizontales en cada nivel con distribución triangular inversa, que empujan lateralmente la estructura, con valor creciente desde cero hasta el valor que produce la falla total. A dicha curva se simplifica por lo general de manera bilineal, donde se pone de manifiesto en el punto de intersección de las rectas, los parámetros que constituyen la

finalidad del presente trabajo: el desplazamiento de fluencia de la cima y el esfuerzo de corte de la base correspondiente.



**Figura 1:** - Análisis "Pushover". Esquema general de cargas, mecanismo de colapso y curva de respuesta.

En este trabajo se utiliza el software SAP 2000 para realizar el pushover. Se debe prever en el plano resistente de interés la ubicación de resortes rotacionales no lineales que representan a las rótulas plásticas, ver figura 1, garantizando la formación de un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible, y cuya función es la de disipar de energía sísmica a través de incursiones en el campo plástico. Las características de las rótulas plásticas están definidas por su relación momento – curvatura de la sección, ver figura 2, denominada también curva de comportamiento local, y una longitud de rótula plástica equivalente.



**Figura 2:** Curvas de la relación Momento – Curvatura para las rótulas plásticas – Modelo simplificado bilineal y elasto-plástico ideal

Es aceptado en forma amplia que el mecanismo disipador deberá basarse en la flexión, por

ello se ubican rótulas plásticas en los extremos de cada tramo de viga del pórtico como también en la base de las columnas de planta baja, manteniendo las demás zonas de los elementos en el campo elástico es decir con mayor resistencia que la de la demanda en el sistema cuando se formen las rótulas plásticas. Las recomendaciones de diseño a seguir es el de “columnas fuertes y vigas débiles” y evitar la formación de “pisos blandos” con rótulas en base y capitel de todas las columnas de un mismo piso.

Sin embargo, en este trabajo, se colocan resortes rotacionales en todos los extremos de barra para posibilitar la formación de diversos mecanismos de disipación de acuerdo a la combinación de valores de las variables en cada caso analizado, teniendo presente que se buscan resultados en todo el rango de las variables para luego aproximar los resultados con redes neuronales.

### 3 VALIDACIÓN DEL MODELO CON RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA BIBLIOGRAFÍA

Antes de efectuar los análisis no lineales para las combinaciones de variables independientes obtenidas con el diseño de experimentos por computadoras, se efectúa la validación de la utilización del SAP 2000 contrastando los resultados numéricos con resultados de ensayos experimentales encontrados en la bibliografía.

#### 3.1 Ensayo sobre un prototipo de pórtico biarticulado de un piso y un vano

El ensayo del pórtico plano de 1 piso y 1 vano biarticulado (Rubinstein y otros, 1994), consistió en el estudio de la respuesta inelástica del pórtico para valores crecientes de la ductilidad de traslación exigida a nivel de la viga. El análisis estático no lineal de este pórtico se realizó con 2 rótulas ubicadas en los extremos de la viga del pórtico, con elementos resistentes de gran inercia (rígidos) en sus extremos de longitud igual a la mitad de altura de columna, y articulado en sus dos bases de apoyo con la variante en la inercia fisurada de columna de 0.4 y 0.5 de la inercia inicial no fisurada  $I_g$ .

Los resultados experimentales, numéricos y la comparación se presenta en la tabla 1 y en la figura 3.

Resultados	$D_y$ ( mm )	$V_y$ ( Tn )	$K_e$ ( Tn/mm )	$K_p$ ( Tn/mm )
Experimental	25.00	4.74	0.19	0.01
Análisis no lineal	20.30	4.50	0.22	0.0083
Relación ANL / EXP	0.81	0.95	1.17	0.83

**Tabla 1:** Resultados del pórtico de un piso y un vano

De la superposición de las curvas del ensayo físico y de los obtenidos por el análisis tipo pushover, se pueden realizar las siguientes observaciones, ver tabla 1 y figura 3:

- Se observa claramente el quiebre de la curva que indica el paso entre los dos campos, el elástico y el plástico en ambas tipos de curvas, la experimental y las correspondientes al análisis no lineal.

- Al estar los dos tramos prácticamente alineados las estimaciones de los correspondientes puntos de fluencia es de una determinación sencilla, así se construyen las simplificaciones bilineales: 1) del ensayo experimental, la 2) de análisis numérico. A éstas se agrega dos más,

la 3 de igual energía disipada y la 4 de resistencia nominal, las que fueron realizadas en el trabajo de Rubinstein y otros (1994).

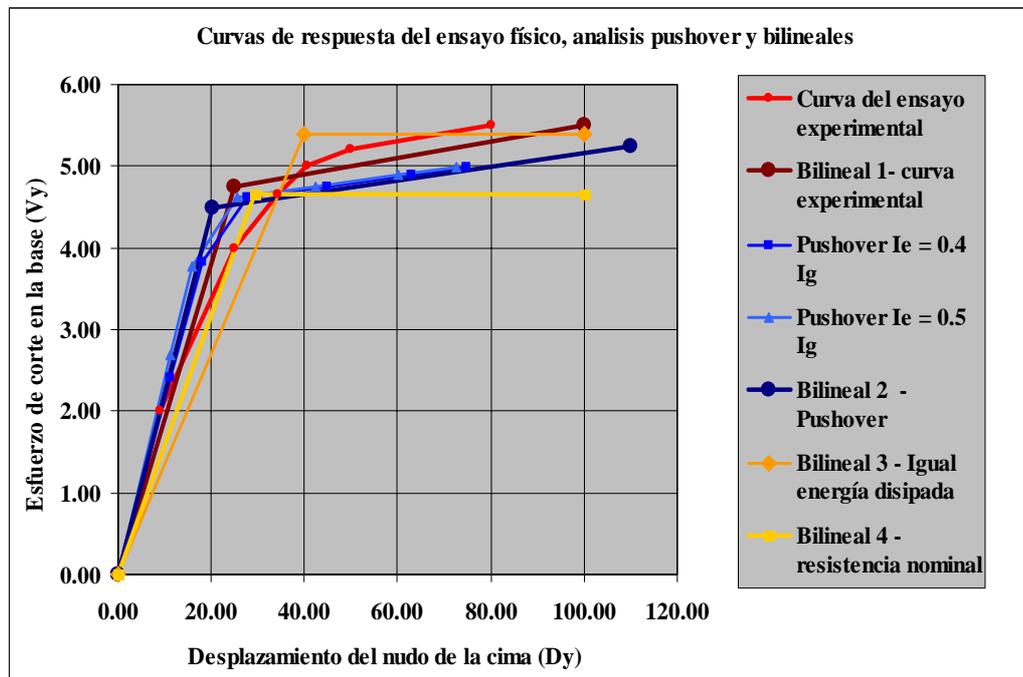


Figura 3: Comparación de las curvas del ensayo físico y el análisis teórico

- Hasta el nivel de carga lateral de  $2 T_n$  el modelo teórico funciona junto al real, luego debido a la fisuración en el hormigón (no existe todavía fluencia en la armadura) el resultado experimental se aparta del modelo teórico, que sigue con su función lineal correspondiente a la rigidez fisurada constante hasta la primera rótula. Se observa como incide en forma notable el considerar la correcta fisuración de la columna en esta parte de la curva ( $I_e = 0.4 I_g$ , ó bien  $I_e = 0.5 I_g$ ).

- La formación de la primera rótula ocurre en ambos modelos teóricos alrededor del nivel de carga de  $3.8 T_n$  y desplazamiento de  $18 \text{ mm}$ , luego aparece la correspondiente al modelo real para valores de cargas y desplazamientos cercanos a  $4 T_n$  y  $23 \text{ mm}$  respectivamente.

- La formación de la segunda rótula plástica ocurre en un nivel de carga coincidente  $4.7 T_n$  para ambos tipos de análisis, e igual diferencia en el valor del desplazamiento que la plastificación anterior,  $28 \text{ mm}$  y  $33 \text{ mm}$  para las curvas de naturaleza numérica y la experimental, respectivamente.

- A partir de la segunda plastificación el modelo teórico fluye en forma recta mientras el real dispone de cierta resistencia que hace incrementar el valor de la carga en el orden del 10 %, aproximadamente, respecto a su correspondiente valor de fluencia.

- Se puede apreciar que las inclinaciones de la curva en el campo plástico de la curva del ensayo experimental coincide con las previstas en ambos modelos teóricos, estimada en el orden del 3 %.

- Comparando las dos simplificaciones bilineales representativas, ver tabla 1, se observa que la correspondiente al modelo numérico presenta una diferencia de valores respecto a la experimental de -19%, -5%, +17%, -17% correspondientes a los parámetros de desplazamiento de fluencia ( $D_y$ ), esfuerzo de corte en la base ( $V_y$ ), rigidez elástica ( $K_e$ ) y rigidez plástica ( $K_p$ ), respectivamente.

- Se concluye que por las características comparativas en ambos tipos de curvas, el modelo numérico es suficientemente representativo del ensayo experimental y puede ser adoptado en el análisis de este tipo de pórtico.

### 3.2 Ensayo de pórticos de hormigón armado efectuadas en la Universidad Cornell, bajo cargas de gravedad y laterales combinadas

Se trata de un modelo de pórtico de 3 pisos y 2 vanos, en escala 1:10, cuyas datos de dimensiones, cuantías de armaduras y características de los materiales se hallan descriptos en la publicación del CEB (1980). El ensayo se realizó sobre un mismo pórtico con diferentes cargas, uno denominado pórtico A fue sujeto a carga lateral unidireccional incrementada gradualmente y el otro, pórtico B, fue cargado con incrementos graduales invirtiendo las cargas laterales, obteniéndose comportamientos muy semejantes simplificados en una sola bilineal experimental para ambas curvas. A partir de los datos disponibles de las dimensiones de secciones, cuantías de armaduras y datos de materiales, se estimaron los parámetros de los momentos y rotaciones de fluencia que permitieron realizar el “pushover” y cuyos resultados junto a los experimentales se los resumen en la tabla 2 y la figura 4 respectivamente.

Resultados	$D_y$ ( mm )	$V_y$ ( KN )	$K_e$ ( KN/mm )	$K_p$ ( KN/mm )
Experimental	7.3	5.45	0.75	0.08
Análisis no lineal	8.5	6.03	0.71	0.06
Relación ANL / EXP	1.16	1.11	0.95	0.85

**Tabla 2:** Resultados del pórtico de tres pisos y dos vanos

De la comparación de los resultados experimentales y del pushover surgen los siguientes comentarios y observaciones, ver tabla 2 y figura 4:

- Las curvas del ensayo físico sobre modelo y del análisis no lineal coinciden en su tramo de rigidez elástica hasta el nivel de carga de 3 KN en el que la numérica comienza su fluencia. Las curvas experimentales configuran la típica curva de una estructura de hormigón armado en la que en el modelo físico recién se producen la primeras fisuras luego de alcanzar un cierto nivel de carga, 4 KN, mientras que la correspondiente al análisis pushover es prácticamente una recta de menor inclinación dada la consideración de inercia inicial fisurada, como un porcentaje de la correspondiente sección bruta.

- Alrededor de una carga del orden de 5 KN las curvas se cortan, por haber cambiado su pendiente la curva correspondiente al ensayo físico, debido a la inflexión producida como consecuencia de la formación de las rótulas plásticas. En el modelo teórico se han formado algunas rótulas pero con poco efecto modificadorio en la inclinación de su correspondiente curva.

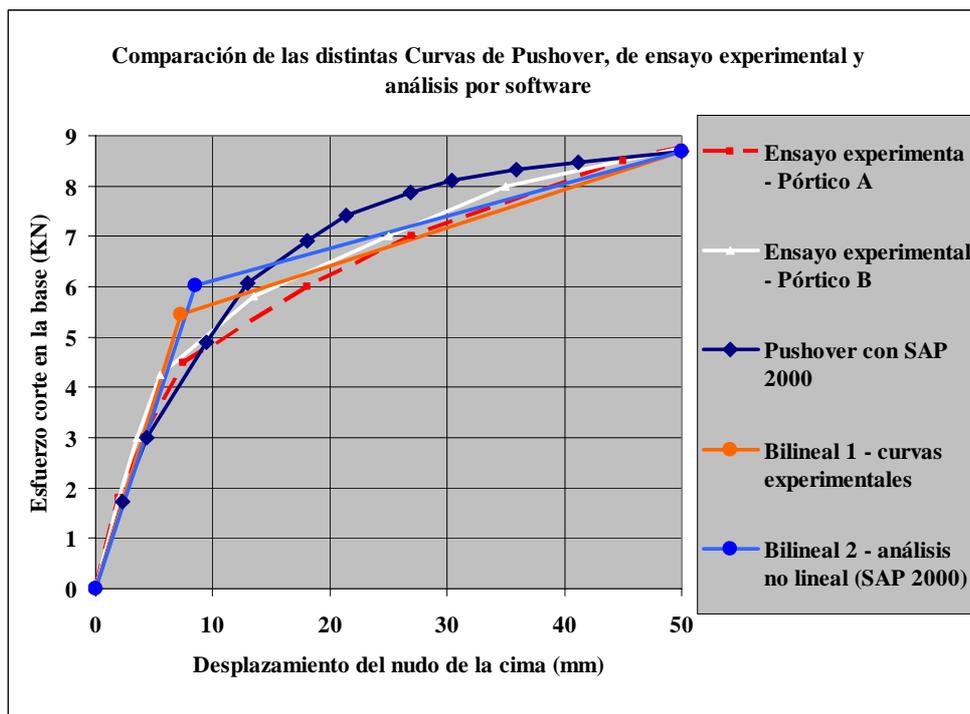
- Luego de la intersección, la curva del análisis no lineal sigue su progresión en forma curva, entran en fluencia rótulas en casi todas las vigas y en la base de las columnas del primer piso, luego las de la parte superior del segundo piso, hasta completar su escalón de fluencia de manera gradual no pronunciada, ingresando a una meseta de “rigidez plástica” con poca inclinación respecto de la horizontal.

- Considerando el punto de 5 KN y 10 mm como el de intersección simplificado para las tres curvas, e imaginando el trazado de una “cuerda ideal” entre dicho punto y el final de las curvas (9 KN, 50 mm), se presentan tres arcos distintos, el del pórtico A más aplastado, luego

sigue el del pórtico B un poco más curvo y por último el correspondiente a la curva del análisis no lineal, bastante más curvo.

- Visualizando los valores de la tabla 2, podemos observar de la comparación de las dos simplificaciones bilineales, que la correspondiente a la curva del análisis no lineal presenta un valor en los parámetros de  $D_y$  y  $V_y$  superior en un 16% y un 11% respectivamente, mientras que sus rigideces elásticas y plásticas resultan inferior en un 5% y un 15% respectivamente respecto a la bilineal de los ensayos físicos.

- La conclusión es el hecho que las curvas siguen una misma tendencia en líneas generales, con las particularidades que se han descrito, y poca diferencia en los valores de sus parámetros representativos, por lo que el modelo de análisis estático no lineal (pushover) puede representar aceptablemente el comportamiento de este tipo de pórticos.



**Figura 4:**– Comparación curvas de pushover de ensayo experimental y análisis por software

#### 4 APROXIMACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DE FLUENCIA CON REDES NEURONALES

Una vez obtenidas las combinaciones de las variables independientes, o de datos de ingreso, a través del Diseño de Experimentos por Computadoras y su correspondiente variable de respuesta, ó dependiente, por el análisis de pushover con SAP 2000, se procede al entrenamiento de la red neuronal que significa encontrar los valores óptimos de los factores de peso. Luego, con la hipersuperficie de respuesta así definida, puede ser utilizada para hacer predicciones del desplazamiento de fluencia. Se presenta un breve resumen del significado, características y atributos fundamentales.

##### 4.1 Definición, estructura y propiedades de la red neuronal artificial

En los últimos años se ha desarrollado rápidamente la denominada “Inteligencia Artificial”

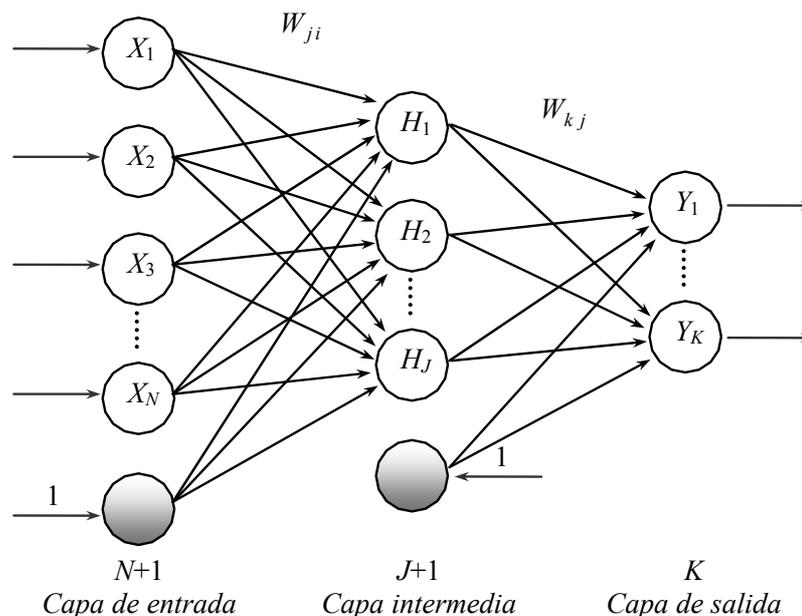
proporcionando instrumentos robustos y eficaces que pueden aplicarse al análisis de respuesta estructural. Aunque se han realizado aplicaciones satisfactorias en varios campos, sus capacidades potenciales apenas han sido explotadas para el análisis en ingeniería estructural.

En este trabajo se aplica una metodología de inteligencia artificial mediante redes neuronales artificiales, cuya denominación se debe a la similitud con el funcionamiento de estructuras biológicas, para la estimación de parámetros de respuesta estructural de pórticos sismorresistentes: desplazamiento de fluencia en la cima, esfuerzo de corte en la base y rigidez de la curva de capacidad en el campo plástico de la estructura.

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son dispositivos computacionales de muchas unidades de procesamiento interconectadas. Cada unidad de procesamiento recibe información, realiza cálculos simples y transmite el resultado. Las redes en total tienen la capacidad de responder a “estímulos” (datos) y de producir la respuesta correspondiente (Zhang, 2003, Möller y otros, 2007).

## 4.2 La arquitectura de red

De los varios paradigmas de redes neuronales artificiales que existen, en este trabajo se utilizará un modelo multicapas cuya arquitectura se muestra en la figura 5.



**Figura 5:** Red neuronal multicapa

Los elementos básicos son:

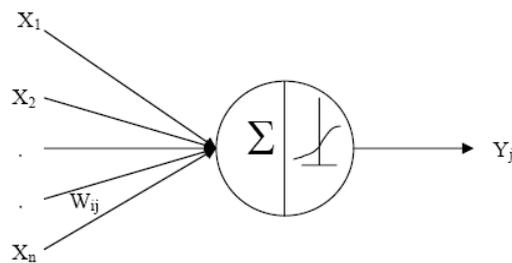
- Una capa de entrada cuyas neuronas reciben los datos de entrada, y las transmite a las neuronas de la capa intermedia u oculta.
- Una o varias capas de neuronas ocultas, cuyas neuronas reciben información de las neuronas de la capa precedente, realizan algunos cálculos, y transmiten los resultados a las neuronas de la siguiente capa.
- Una capa de salida con una ó varias neuronas, las que producen las respuestas finales o predicciones de la red.
- Los factores de peso que modifican los valores transmitidos entre capas de neuronas.
- Una función de transferencia (función de activación) para procesar las entradas a cada

neurona.

- Una regla ó protocolo utilizado para entrenar las redes.
- Base de datos y resultados para entrenar la red, con la cual se establece la relación funcional entre entradas y salidas.

### 4.3 Modelo de la neurona artificial

La neurona artificial es el componente básico del sistema de la red neuronal. Su operación determina la función de la red entera. Un diagrama esquemático de una neurona artificial es ilustrado en la figura 6.



**Figura 6:** Esquema de una neurona artificial

La neurona recibe información de las neuronas de la capa precedente  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , calcula la suma ponderada de las entradas y resta un umbral  $\theta_j$  que es un valor que la neurona debe sobrepasar para activarse, esto es:

$$t = \sum_{i=1}^n W_{ji} X_i - \theta_j \quad (1)$$

La neurona procesa esta información con una función de transferencia no lineal  $h(t)$ , sigmoidea usada en este trabajo, y produce la salida de la neurona como:

$$Y_j = h(t) \quad \text{con} \quad h(t) = \frac{1}{1 + \exp(-t)} \quad (2)$$

### 4.4 Diseño de la topología y entrenamiento de la red

El primer paso es definir la arquitectura de la red, es decir el número de capas ocultas y el número de neuronas por capa. En este trabajo se utiliza una sola capa intermedia y una capa de salida con una única neurona, es decir que cada red sólo se utiliza para obtener un único resultado a partir de la información de entrada. El número de neuronas de la capa de entrada resulta de la cantidad de variables de entrada más una neurona, y puede tener un valor máximo de 50.

Existen relaciones empíricas entre el número óptimo de neuronas de la capa intermedia u oculta y el número de variables de entrada, pero en general debe determinarse de acuerdo a cada problema en particular. En general una red con pocas neuronas en la capa intermedia no logra capturar las relaciones entre los datos y los resultados, mientras que una con muchas neuronas tiende a no poder generalizar para datos distintos a los de entrenamiento.

El número máximo de neuronas, para poder realizar el cálculo de los factores de peso, está en función del número de variables de entrada  $NINT$  y del número de conjunto de datos  $NDAT$ , cuyos valores para el presente trabajo es de 12 y 5 respectivamente.

$$NEUMAX = \frac{0.8 \text{NDAT} - 1}{\text{NINT} + 2} \quad (3)$$

El proceso para encontrar el número óptimo de neuronas de la capa intermedia consiste en evaluar el error generalizado para diferente cantidad de neuronas desde 1 a  $NEUMAX$ , y adoptar la de menor error. En cada arquitectura, el total de la muestra de datos y resultados se divide en 5 conjuntos, de los cuales 4 se utilizan para entrenar la red, es decir el 80%, y el restante, 20%, para la validación de los resultados obtenidos. Se realizan 5 pruebas en las que se combinan los grupos de entrenamiento y de validación de a uno por vez, es decir para el primer caso el primer grupo para validación y los demás para entrenamiento, y así sucesivamente para los 5 grupos. En cada una de estas pruebas se determina el error generalizado (total), el cual se minimiza utilizando un algoritmo iterativo de retropropagación de errores. Es un método de gradiente descendente en el cual los factores de peso  $W$  se van optimizando iterativamente (aprendizaje) en forma proporcional a la diferencia entre los valores objetivos  $T_k$  (resultados disponibles) y las predicciones de la red  $Y_k$ .

El error generalizado, sobre las muestras de entrenamiento y de validación, se calcula con el algoritmo detallado a continuación.

#### 4.5 El algoritmo de retropropagación

Este error generalizado, sobre las  $p$  muestras de entrenamiento y de validación, se calcula:

$$E = \frac{1}{2} \sum_p \sum_k (Y_k^p - T_k^p)^2 \quad (4)$$

Luego para minimizarlo se debe cumplir para los coeficientes de peso que conectan la capa oculta con la capa de salida:

$$W_{kj}(g+1) = W_{kj}(g) + \Delta W_{kj}(g) = W_{kj}(g) - \eta \frac{\partial E}{\partial W_{kj}} \quad (5)$$

donde  $g$  es el número de la iteración y  $\eta$  es la tasa de entrenamiento. Para compactar las expresiones se define:

$$I_j^p = \sum_{i=1}^N W_{ji} X_i^p + W_{j0} \quad H_j^p = h(I_j^p) \quad (6)$$

$$I_k^p = \sum_{j=1}^J W_{kj} H_j^p + W_{k0} \quad Y_k^p = h(I_k^p) \quad (7)$$

Usando la regla de derivación en cadena, se puede escribir:

$$\Delta W_{kj} = \eta \sum_p (Y_k^p - T_k^p) h'(I_k^p) H_j^p \quad (8)$$

Llamando:

$$\delta_k^p = (Y_k^p - T_k^p) h'(I_k^p) \quad (9)$$

Entonces (8) resulta:

$$\Delta W_{kj} = \eta \sum_p \delta_k^p H_j^p \quad (10)$$

Para las neuronas de la capa oculta, para las cuales no hay valores objetivos de salida, se

propaga el error hacia atrás según el mismo criterio.

$$W_{ji}(g+1) = W_{ji}(g) + \Delta W_{ji}(g) = W_{ji}(g) - \eta \frac{\partial E}{\partial W_{ji}} \quad (11)$$

Usando la regla de derivación en cadena

$$\Delta W_{ji} = \eta \sum_p \sum_k (Y_k^p - T_k^p) h'(I_k^p) W_{kj} h'(I_j^p) X_i^p = \eta \sum_p \delta_j^p X_i^p \quad (12)$$

donde:

$$\delta_j^p = h'(I_j^p) \sum_k \delta_k^p W_{kj} \quad (13)$$

La tasa de entrenamiento  $\eta$  depende de cada problema, en general si es demasiado alta la red podrá no converger nunca al resultado para algunas muestras, si en cambio es demasiado baja la convergencia será muy lenta. En este trabajo se utilizó  $\eta = 0.01$ .

En este método de retropropagación el entrenamiento es rápido al principio pero luego se hace lento en una región plana de la superficie del error. Para mejorar esta situación se fijan inicialmente los coeficientes de peso a valores pequeños y se agrega un segundo término de momento.

$$\Delta W(g) = -\eta \nabla E(g) + \alpha \Delta W(g-1) \quad (14)$$

donde  $g$  es el número de la iteración y  $\alpha$  es el denominado momento. En este trabajo se utilizó  $\alpha = 0.05$ .

El número de iteraciones límite  $g_{lim}$  para determinar el mínimo error generalizado en la selección del número óptimo de neuronas de la capa oculta es:

$$g_{lim} = NITET \sqrt{NHID} \quad (15)$$

siendo NITET una constante y NHID el número de neuronas de la capa intermedia. En este trabajo se utilizó  $NITET = 5000$ .

Una vez determinada la arquitectura óptima se procede al entrenamiento final de la red. En primer lugar se divide de la misma forma la muestra en 5 subconjuntos y se utiliza el mismo algoritmo de retropropagación del error para actualizar los coeficientes de peso  $W$ . Se calcula el error relativo de entrenamiento y de validación para cada elemento de la muestra y se obtiene el mayor de todos.

$$\max E_{rel} = \max (Y_k^p - T_k^p) / T_k^p \quad (16)$$

En caso que este error máximo no sea inferior a un error límite de 10% se reordenan los grupos que se utilizaban para entrenar y para validar, ubicando a las muestras con mayores errores relativos en el conjunto de entrenamiento y a las que tenían errores menores en el de validación. Se vuelven a actualizar los coeficientes de peso  $W$  hasta que se cumpla la condición del error máximo del 10% o hasta un número de ciclos límite, igual a 50 para este trabajo.

## 5 APLICACIONES NUMÉRICAS

### 5.1 Geometría y límites de las variables

En la figura 7 se muestra un pórtico plano sismorresistente genérico, donde las variables y los límites considerados son: número de pisos  $NP = 3$  a  $13$ , número de vanos  $NV = 1$  a  $4$ , luz de los vanos  $XL = 300$  a  $600$  cm todos iguales, altura de la sección de vigas  $h_v = 40$  a  $80$  cm, ancho de la sección de vigas  $b_v = 20$  a  $40$  cm, altura de la sección de columnas  $h_c = 40$  a  $100$  cm, ancho de la sección de columnas  $b_c = 20$  a  $40$  cm,. De acuerdo al número de pisos las dimensiones de vigas y columnas se reducen con la altura, como se indica en la tabla 3.

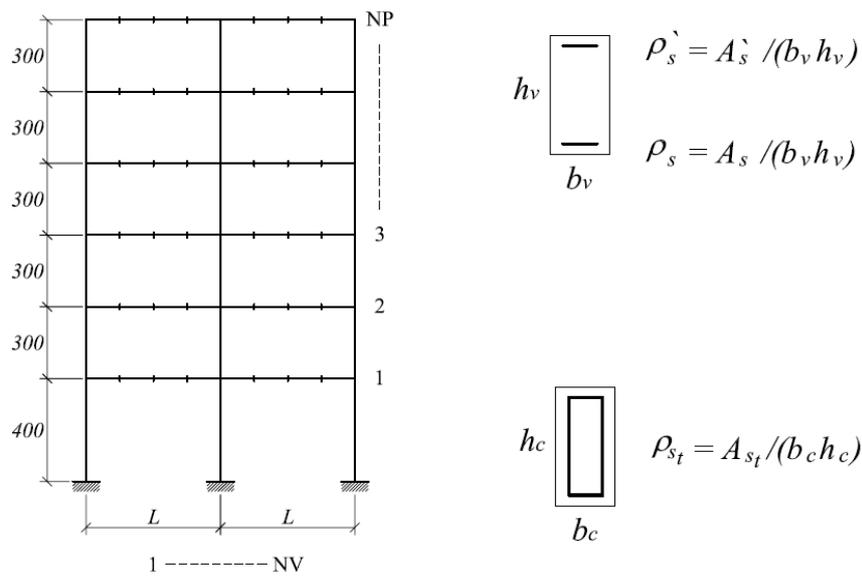


Figura 6: Pórtico genérico. Variables independientes

NP	G1	G2	G3
3	2	1	
4	2	2	
5	3	2	
6	3	3	
7	3	2	2
8	3	3	2
9	3	3	3
10	4	3	3
11	4	4	3
12	5	4	3
13	5	5	3

Dimensiones en cada grupo de pisos

G1:  $b_v, h_v$   $b_c, h_c$

G2:  $b_v, 0.8h_v$   $b_c, 0.8h_c$

G3:  $b_v, 0.6h_v$   $b_c, 0.6h_c$

Tabla 3: Número de pisos con dimensiones de vigas y columnas

Los límites de las cuantías de armadura, que respetan los límites reglamentarios, tanto para el tramo  $\rho_{str}$  como para el apoyo  $\rho'_{sap}$  en vigas  $\sqrt{f'_c} / (4 f_y)$  a  $(f'_c + 10) / (6 f_y)$ , y en

columnas  $\rho_{st} = 0.008$  a  $0.04286$ . Además, las cuantías de armadura deben proveer una resistencia adecuada para las cargas gravitacionales sobre las vigas:

$$\phi (M_{tramo} + M_{apoyo}) \geq \frac{q_u XL^2}{8} \tag{17}$$

La resistencia característica del hormigón ( $f_c'$ ) de 20 a 40 MPa; tensión de fluencia del acero  $f_y = 420$  MPa y la carga vertical de 20 a 50 KN/m;

Las variables dependientes (respuesta) son el desplazamiento de fluencia en la cima del pórtico  $D_y$ , el esfuerzo de corte en la base  $V_y$  y la rigidez de la parte plástica de la curva de capacidad  $K_r$ .

### 5.2 Resultados de los 250 experimentos

En la tabla 4 se transcribe un 10% de los resultados obtenidos de las 250 combinaciones.

Resumen (10 %) de los 250 análisis estático no lineal (Pushover) realizados con el SAP 2000															
Combinación Nº	Nº de pisos	Nº de vanos	Longitud de vanos	Viga				Columna			$f_c$ (Resistencia del Hº)	$q_v$ (carga vertical)	$D_y$ - Desplazamiento de fluencia en la cima	$V_y$ - Corte en la base	Rigidez plástica
				h	b	$\rho$ tramo	$\rho$ apoyo	h	b	$\rho$ total					
			cm	cm	cm			cm	cm		Mpa	KN/m	cm	KN	KN / cm
1	10	3	514	68	37	0.0067	0.0087	79	27	0.0086	28	21.16	22.00	970	1.70
2	10	4	381	42	36	0.0039	0.0039	72	36	0.0344	32	35.48	20.70	308	1.54
3	10	2	541	52	30	0.0078	0.0178	62	35	0.0290	36	32.06	62.00	720	0.76
4	7	3	470	56	27	0.0119	0.0044	73	38	0.0353	32	40.84	16.12	354	3.43
5	9	3	479	65	28	0.0097	0.0111	88	22	0.0178	40	38.05	19.50	980	2.90
6	11	2	548	42	38	0.0132	0.0115	99	31	0.0291	28	40.22	81.00	670	0.37
7	7	2	559	50	35	0.0151	0.0029	59	38	0.0285	23	26.29	9.50	160	2.64
8	13	1	404	69	25	0.0101	0.0121	91	20	0.0225	30	20.55	48.00	477	0.50
9	11	3	352	48	33	0.0054	0.0190	46	33	0.0167	31	34.89	34.00	501	0.58
10	5	4	501	51	32	0.0117	0.0152	52	34	0.0309	24	23.38	22.00	1483	1.95
11	10	2	413	59	28	0.0123	0.0184	58	21	0.0235	32	41.31	18.00	388	1.36
12	12	3	333	50	31	0.0123	0.0052	42	23	0.0370	28	39.67	30.00	329	0.80
13	5	1	576	79	31	0.0030	0.0144	80	36	0.0405	28	25.32	26.00	1722	2.08
14	9	3	435	40	20	0.0095	0.0125	97	33	0.0380	26	44.46	80.00	1865	0.80
15	3	3	308	44	27	0.0083	0.0114	55	26	0.0107	31	35.22	5.70	480	2.46
16	13	2	456	55	32	0.0148	0.0087	53	35	0.0351	38	25.03	37.00	450	0.71
17	10	3	329	74	26	0.0072	0.0186	43	33	0.0137	27	29.88	20.00	385	0.59
18	12	3	309	49	23	0.0182	0.0062	79	36	0.0110	25	37.14	12.00	372	0.96
19	13	3	378	65	27	0.0046	0.0098	69	38	0.0239	20	47.42	24.50	910	2.05
20	6	3	423	79	22	0.0076	0.0126	94	31	0.0382	26	37.47	12.00	2240	6.94
21	12	2	479	67	33	0.0071	0.0045	85	37	0.0193	21	29.38	16.00	457	1.16
22	8	2	457	66	25	0.0152	0.0163	67	32	0.0152	34	32.47	27.70	767	0.94
23	4	3	337	51	31	0.0130	0.0039	83	30	0.0098	28	40.97	3.50	615	6.20
24	7	1	577	73	32	0.0150	0.0055	58	25	0.0258	39	29.00	13.70	287	0.90
25	7	3	404	51	32	0.0075	0.0109	97	29	0.0194	40	49.77	19.00	1091	1.99

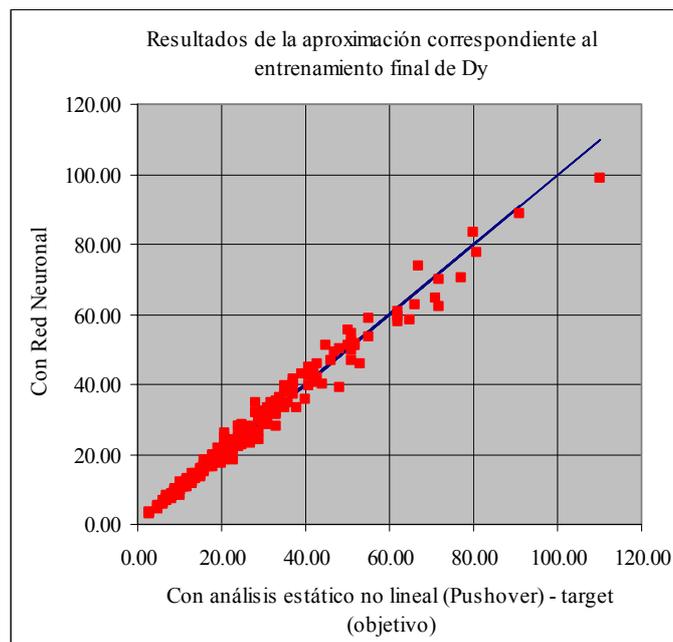
Tabla 4: Resumen de los resultados obtenidos para algunas de las 250 combinaciones de variables de diseño

### 5.3 Aproximación de los resultados con redes neuronales

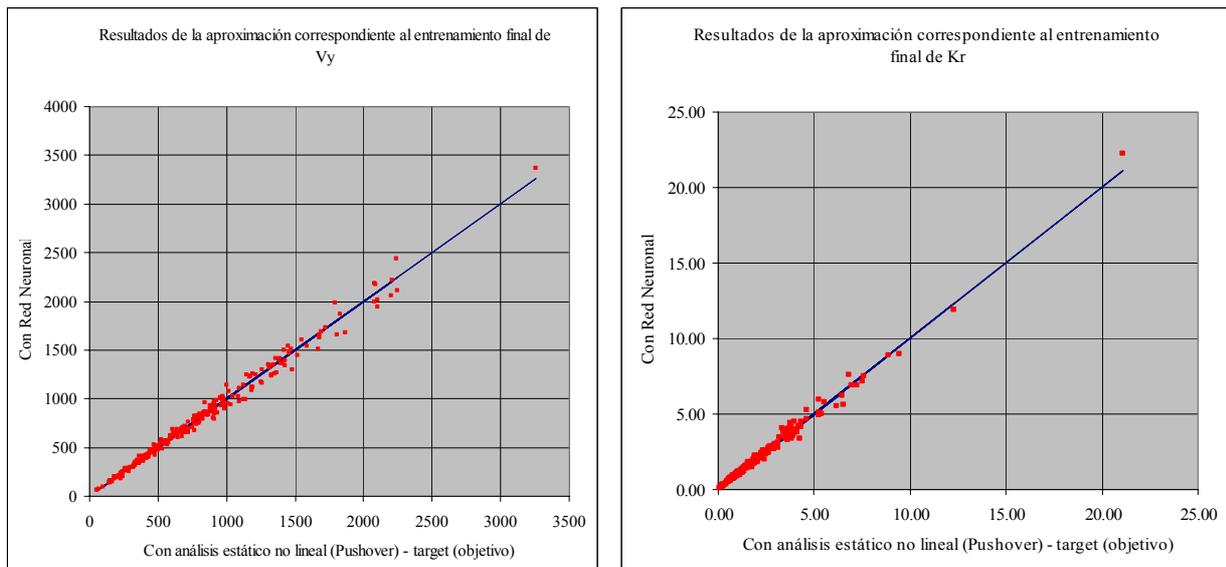
En la tabla 5 y en las figuras 7 y 8 se muestran los resultados correspondientes al entrenamiento de las redes de  $D_y$ ,  $V_y$  y  $K_r$ , respectivamente. Se observa una buena aproximación del valor del parámetro con redes neuronales respecto a los resultados del análisis estático no lineal (pushover).

Resultados de la aproximación correspondiente al entrenamiento final de:	N° rótulas entrenamiento completo	Error medio cuadrático (RMS)	Porcentaje de datos con error relativo < 0.10			Error final del valor cuadrático medio (RMS)	Error relativo máximo de entrenamiento	Error relativo máximo de validación	Estadísticas finales del Error relativo	
			Conjunto de datos de entrenamiento	Conjunto de validación de datos	Todos los datos				Media	Desviación Estandar
			%	%	%					
<b>Dy</b>	14	2,58E-02	79,00	90,00	81,20	1,51E-02	0,248	0,170	5,50E-03	7,50E-02
<b>Vy</b>	14	2,44E-02	95,00	80,00	92,00	1,29E-02	0,142	0,194	-5,63E-03	5,62E-02
<b>Kr</b>	14	2,48E-02	88,00	64,00	83,20	1,27E-02	0,181	0,217	1,99E-03	7,48E-02

**Tabla 5:** Aproximación del entrenamiento final de las redes para  $D_y$ ,  $V_y$  y  $K_r$



**Figura 7:** Resultados del entrenamiento de  $D_y$



**Figura 8:** Resultados del entrenamiento de  $V_y$  y  $K_r$

Si la aproximación fuera perfecta, todos los puntos deberían estar sobre la línea a  $45^\circ$ . Se observa una dispersión alrededor de esta línea, que puede cuantificarse con el desvío estándar del error relativo, que es un coeficiente de variación promedio, dado por:

$$\sigma_{\varepsilon_r} = \sqrt{\frac{1}{N_E - 1} \sum_{k=1}^{N_E} \left( \frac{Y_k - T_k}{T_k} \right)^2} \quad (18)$$

donde  $Y_k$  es el valor calculado con la red,  $T_k$  es el valor obtenido con pushover. Entonces el desplazamiento de fluencia se puede escribir:

$$D_y = Y_i (1 + \sigma_{\varepsilon_r} X_N) \quad (19)$$

con  $Y_i$  la predicción de la red y  $X_N$  una variable normal estándar. Expresiones equivalentes se escriben para los otros parámetros de respuesta.

#### 5.4 Utilización de las redes neuronales en tres pórticos de diferentes alturas

Las redes neuronales entrenadas para los parámetros de respuesta estructural se aplican ahora a tres pórticos representativos de diferentes alturas: (i) 5 pisos y 2 vanos; (ii) 9 pisos y 3 vanos; (iii) 13 pisos y 4 vanos.

Los resultados son comparados con los obtenidos con análisis no lineal (SAP 2000), principio de los trabajos virtuales (PTV), Priestley (Pr) y elástico (Ela). En la tabla 6 se resumen los resultados obtenidos para los tres parámetros de interés: el desplazamiento de fluencia, el esfuerzo de corte en la base y la rigidez del campo plástico.

Adoptando como valores de referencia los obtenidos a través del análisis no lineal (SAP 2000), se ordenan los logrados por los demás métodos en progresión hacia aquel. Los de menor valor corresponden a los obtenidos con el método del Principio de Trabajos Virtuales (PTV), luego se ubican los del método de Priestley, a continuación los más próximos a la referencia, pertenecientes al método elástico y red neuronal.

Desplazamiento de Fluencia - $\Delta y$							
Eljemplo	Combinación	Descripción	Método Principio de los Trabajos Virtuales (Rótulas en todos los niveles)	Método de Priestley	Método elástico (rótulas en los 2/3 de H)	Red Neuronal	Análisis estático no lineal - SAP 2000
Nº	Nº		cm	cm	cm	cm	cm
1	104	5 pisos y 2 vanos	11.19	12.09	16.15	16.76	17.00
2	222	9 pisos y 3 vanos	36.82	47.22	55.48	51.30	45.00
3	90	13 pisos y 4 vanos	32.19	30.2	35.85	37.63	35.00

Esfuerzo de Corte en la base - $V_y$							
Eljemplo	Combinación	Descripción	Método Principio de los Trabajos Virtuales (Rótulas en todos los niveles)	Método de Priestley	Método elástico (rótulas en los 2/3 de H)	Red Neuronal	Análisis estático no lineal - SAP 2000
Nº	Nº		KN		KN	KN	KN
1	104	5 pisos y 2 vanos	1294	-	1336	1657	1807
2	222	9 pisos y 3 vanos	425	-	609	474	471
3	90	13 pisos y 4 vanos	1637	-	1881	1621	1680

Rigidez del campo plástico - $K_p$							
Eljemplo	Combinación	Descripción	Método Principio de los Trabajos Virtuales (Rótulas en todos los niveles)	Método de Priestley	Método elástico (rótulas en los 2/3 de H)	Red Neuronal	Análisis estático no lineal - SAP 2000
Nº	Nº					KN/cm	KN/cm
1	104	5 pisos y 2 vanos	-	-	-	3.69	3.91
2	222	9 pisos y 3 vanos	-	-	-	0.52	0.48
3	90	13 pisos y 4 vanos	-	-	-	2.36	2.51

**Tabla 6:** Resultados obtenidos con los diferentes métodos

## 5.5 Análisis de resultados

El análisis de los resultados del desplazamiento de fluencia en la cima obtenidos con el método del Principio de Trabajos Virtuales (PTV) respecto del patrón de comparación, SAP 2000, muestra una diferencia del orden del -34 % , -18 % y -8 % para los ejemplos 1, 2 y 3 respectivamente. Los resultados reflejan un comportamiento no muy similar en el mecanismo de formación de rótulas. Mientras en el método del PTV se prevé un mecanismo con rótulas en los extremos de vigas de todos los pisos y en la base de las columnas de planta baja, en el análisis no lineal (SAP 2000), se forman rótulas no solo en los lugares previstos en el método del PTV, sino que también en los extremos superiores de todas las columnas interiores y hasta en la base del 3er piso. Esto se debe a que el método del PTV tiene un campo de aplicación específico que son los pórticos con criterio sismorresistente, mientras que los métodos Elástico y de Redes neuronales son de aplicación general.

El método de Priestley presenta variaciones del orden de -29%, +5% y -14 % en los ejemplos 1, 2 y 3 respectivamente, ver tabla 6. Con relación a las diferencias entre este método y el análisis no lineal (SAP 2000) se hace extensivo el comentario efectuado en el método anterior, respecto de que este método tiene un campo específico de aplicación que son los pórticos diseñados con criterio sismorresistentes, no siendo así para los métodos Elástico y Redes neuronales.

El Método Elástico presenta una mejor aproximación, respecto a los dos antes comentados, dado que los valores obtenidos están ubicados más cerca de los correspondientes al análisis no lineal (SAP 2000); las diferencias logradas fueron de -5%, +23%, y +2% para los ejemplos 1, 2 y 3 respectivamente.

Visualizando los valores de la tabla 6 se puede apreciar que los resultados de Red Neuronal son los que más se aproximaron a los obtenidos por el análisis no lineal (SAP 2000); las diferencias fueron de -1%, +14%, y +8% para los ejemplos 1, 2 y 3 respectivamente. Estos resultados se explican con lo comentado respecto del campo de aplicación de los distintos métodos y porque además las redes neuronales han sido entrenadas a partir de los resultados obtenidos con SAP 2000. En el caso de los métodos Elástico y de Red neuronal su aplicación es general, diferenciándose de los específicos para pórticos con diseño sismorresistentes, como son el del PTV y el de Priestley.

En cuanto a los resultados para los valores del esfuerzo de corte en la base, la tendencia es similar a la ocurrida en los del desplazamiento de fluencia, por tanto las respectivas diferencias en los ejemplos 1, 2 y 3 para los distintos métodos son: para el PTV de -28%, -10%, y -3 %; el método de Priestley no suministra valores, el método elástico da los porcentajes de -26, +29 y +12% y el de la red neuronal presenta las diferencias menores con -8%, +1%, y -4 %.

## 6 CONCLUSIONES

La elaboración del presente trabajo se efectuó en el marco de los criterios directores del diseño sísmico actual: métodos de diseño preliminar basados en desplazamientos, ingeniería sísmica basada en el desempeño y dimensionamiento por capacidad.

Se explicó la necesidad, fundamento de la motivación, de conocer el desplazamiento de fluencia en la cima de pórticos sismorresistentes, que es un parámetro invariante en el proceso de diseño. Se consideró como referencia las metodologías existentes de aplicación del Principio de Trabajos Virtuales, de Priestley y Elástico.

Se realizó una propuesta de un método basado en la aplicación de las técnicas de redes neuronales, entrenadas a partir de resultados discretos obtenidos con análisis estático no lineal sobre combinaciones aleatorias de las variables dentro de los límites fijados a cada una de ellas. El análisis estático no lineal fue realizado con SAP 2000, verificando su aproximación con los ensayos experimentales sobre prototipos y/o modelos disponibles en la bibliografía.

Finalmente, las diferentes metodologías se aplicaron a pórticos de variadas características, obteniéndose las siguientes conclusiones:

- La metodología de redes neuronales presenta rapidez y buena aproximación en la determinación de uno de los parámetros de mayor interés en los métodos de diseños preliminar de estructuras sismorresistentes: el desplazamiento de fluencia en la cima.
- La misma técnica se utiliza para aproximar otros parámetros de respuesta estructural como el corte en la base y la rigidez en el campo plástico, con muy pequeño esfuerzo computacional adicional.
- La modelización del comportamiento no lineal físico de pórticos sismorresistentes con el software SAP 2000 resultó satisfactoria al compararla con resultados experimentales disponibles.
- La técnica de redes neuronales se puede aplicar a cualquier tipo de pórtico, mientras los valores de las variables estén dentro del rango para el cual se entrenó la red, pero no está restringida a pórticos que cumplan ciertos requisitos de diseño como es el caso del método de Priestley, o con un mecanismo de disipación de energía previamente establecido como el caso del PTV.

## REFERENCIAS

- CEB, Comité Euro-International du Beton, RC Frames under earthquake loading state of the art report. Geometry of frames at Cornell University (Chowdhury and White, 1980) – RC Frames under earthquake loading, 1996.
- Lucca, O.R., Metodologías para la determinación del desplazamiento de fluencia en la cima de pórticos de hormigón armado sismorresistentes, *Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería*, Universidad Nacional del Nordeste, 2011
- Möller, O., Foschi, R., O. Rubinstein, M. y Quiroz, L., Optimización de pórticos sismorresistentes utilizando redes neuronales y algoritmo sin cálculo de gradientes, *Mecánica Computacional*, Vol. XXVI, pp.1824-1839, 2007.
- Paulay, T., Some design principles relevant to torsional phenomena in ductile building, *Journal of Earthquake Engineering*, Imperial College Press, 5:3, 273-308, 2001.
- Priestley, M.J.N. Myths and fallacies in earthquake engineering - Conflicts between design and reality, *Proceedings of the Tom Paulay Symposium "Recent developments in lateral force transfer in building"* September 20 -22, La Jolla, California, 1993.
- Priestley, M.J.N., Brief comments o elastic flexibility of reinforce concrete frames and significance to seismic design, *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 31, N° 4, 1998.
- Rubinstein M., Möller O., Cervera H. , Bruni J. , Nardelli N. Análisis experimental de un pórtico de hormigón armado, *XIV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, tomo I página 97-114, AIE, 1994.
- Rubinstein, M., Möller O., Giuliano A., Martinez M., Diseño Preliminar de Sistemas Estructurales Sismorresistentes, *Memorias XI Seminario Iberoamericano de Ingeniería Sísmica 6-EIPAC*, 2003.

Rubinstein, M., Möller, O., Giuliano, A. Preliminary design and inelastic verification of earthquake-resistant structural systems, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C. Canada, 6, Paper N° 2899, 2004.

SAP 2000, Software, versión 11, Manuales.

SEAOC, Vision 2000: Performance Based Seismic Engineering of Buildings, *Structural Engineers Association of California*, 1995.

Zhang, J., Performance-based seismic design using designed experiments and neural networks, *PhD. Thesis, Department of Civil Engineering*, University of British Columbia, 2003.