Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXX, págs. 999-1017 (artículo completo) Oscar Möller, Javier W. Signorelli, Mario A. Storti (Eds.) Rosario, Argentina, 1-4 Noviembre 2011

ANÁLISIS DE PRESAS DE GRAVEDAD CON HORMIGÓN RODILLADO. APLICACIÓN AL PROYECTO JUBONES

Roberto Aguiar^a, Diego Sosa^a, Freddy Moreno^a, Miguel Tornello^b y Fernando Yepez^c

^aCentro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército. Av. Gral. Rumiñahui s/n Sangolquí – Ecuador, http://www.espe.edu.ec

^bCeredetec, Facultad Regional Mendoza. UTN, Rodriguez 273, 5500 Mendoza, Argentina, ceredetec@frm.utn.edu.ar, <u>http://www.frm.utn.edu.ar</u>

^cAsesoría Técnica, Compañía Limitada, ASTEC, Quito, Ecuador, <u>http://www.astec.com.ec</u>

Palabras claves: Hormigón Rodillado. Sismo OBE. Espectros respuesta. Método de Superposición Modal.

Resumen. En los últimos años ha cobrado especial importancia el diseño de Presas con Hormigón Rodillado debido a que presentan un gran ahorro económico con relación a las que se construyen con Hormigón tradicional. En el presente trabajo se realiza una revisión de varias presas construidas en América del Sur con Hormigón Rodillado, se presenta su geometría y los tipos de materiales que se emplearon. Posteriormente se describe la Presa Jubones y se realiza el análisis para las siguientes combinaciones de carga: usual, inusual y extremas. Para el primer caso se consideran dos estados de carga en las que no interviene el sismo; para el segundo caso se realizan cinco estados de carga en la que actúa el sismo frecuente denominado OBE y para el tercer caso se consideran cuatro combinaciones de carga actuando el sismo máximo creíble denominado MCE. El análisis se realiza empleando elementos finitos para el hormigón, suelo y agua. Para cada estado de carga se obtienen los esfuerzos, los factores de seguridad al deslizamiento y al vuelco.

1 INTRODUCCION

La técnica del hormigón compactado con rodillo o HCR se inició a finales del siglo XIX pero se convirtió en un sistema importante de construcción de presas a partir del tercer decenio del siglo XX debido principalmente, a que permite rebajar los costos de construcción a casi la mitad y reduce los plazos de entrega un tercio del tiempo en comparación con presas de hormigón tradicional.

Con esta técnica, las presas gravitacionales de hormigón resultan competitivas debido a que logran altos rendimientos en movimientos de tierra y porque requiere dosis de cementos muy bajas, las cuales compactadas mediante rodillos o placas vibratorias, alcanzan densidades mayores a las de un hormigón vibrado tradicional, constituyéndose desde entonces en una alternativa económica para la construcción.

Como ejemplo se puede citar que en la elaboración de un metro cúbico del hormigón tradicional, se utiliza entre 250 y 350 kg. de cemento, sin embargo, cuando se trabaja con hormigón rodillado se emplea entre 80 y 160 kg. de cemento, más, 80 kg. de puzolana aproximadamente por cada metro cúbico de producción. Se deduce entonces que se logra un ahorro considerable en el producto final.

El HCR, al igual que el hormigón convencional, están constituidos por los mismos componentes (agregados gruesos, finos y agua) aunque se diferencian en su consistencia, en la dosificación de la mezcla y en las características de sus componentes. El HCR tiene tal consistencia que puede soportar el peso de un compactador, que lo densifica mediante la acción combinada de su peso y de su vibración. En el hormigón rodillado la cantidad de agua que se coloca es menor que la del hormigón tradicional, por lo tanto los problemas térmicos se reducen y ello representa una ventaja considerable.

A título de ejemplo, en la Figura 1 se muestra la colocación del hormigón en la Presa Saddle, emplazada en la India. En la figura se observa la consistencia del hormigón, muy seco y los equipos con los cuales se realiza la compactación (rodillado). Debido a que el hormigón contiene poca agua, el tiempo de fraguado es menor por lo tanto es posible acelerar los tiempos de construcción.



Figura 1: construcción de la Presa Saddle (India) con hormigón rodillado.

En América Latina se han construido, hasta el año 2006, dos Presas con Hormigón rodillado. Las mismas son las indicadas en la Tabla 1, Dunstan (2008).

Presa	País	Altura (m.)	Volumen $(m^3 \times 10^3)$	Peso de material (kg/m^3)	
				Cemento	Puzolana
Miel 1	Colombia	188	1669	85-160	0
Ralco	Chile	155	1596	133	57

Tabla 1: Presas de Hormigón Rodillado construidas en América del Sur al 2006.

En la Figura 2 se presenta la ubicación de la Presa Ralco indicada en la Tabla 1, la cual se encuentra emplazada en proximidades del epicentro del mega terremoto ocurrido en el sur de Chile en el 2010 y que tuvo una magnitud de 8.8. En la misma figura se representan las intensidades sísmicas y el área de ruptura del sismo. Como se observa en la figura la presa se encuentra bastante próxima al epicentro del terremoto. La Intensidad Sísmica instrumental en el sitio de la Presa fue de grado VI y a pesar de que el terremoto produjo cuantiosas pérdidas económicas, 30 billones de dólares (Aguiar R., 2011-1) la presa no evidenció daño alguno.



Figura 2: Área de ruptura e intensidades del mega terremoto de Chile de 2010.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

EL Proyecto Hidroeléctrico Minas-San Francisco está ubicado en la cuenca del río Jubones al sur-oeste del Ecuador, a 540 Km. aproximadamente de la capital Quito, entre las provincias de El Oro y el Azuay (Yépez et al., 2011). El proyecto sigue una trayectoria paralela al río Jubones a lo largo de su margen derecha. Busca aprovechar la alta pluviosidad de la zona mediante la construcción de una presa de gravedad (Figura 3), cuyas características generales correspondientes a la sección de máxima altura son las siguientes:

- i) Altura total de 78 m.
- ii) Ancho de la base de 70 m.
- iii) Nivel máximo de operación ubicado en la cota 792.86 m.

- iv) Nivel mínimo de operación ubicado en la cota 783.33 m.
- v) Nivel máximo de sedimento en la cota 741 m.
- vi) Nivel de cimentación de la Presa cota 717 m.
- vii) El paramento aguas arriba es vertical en toda su altura mientras que la pendiente en el paramento aguas abajo es de 0.9 H a 1 V. En la Figura 3 se presenta un esquema general de los proyectos citados y donde se emplaza la presa estudiada.



Figura 3: Esquema General de la presa Minas-San Francisco. Ecuador

3 SISMOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS DE LA RESPUESTA

Se realizó un estudio de Peligrosidad Sísmica para la Presa Minas-La Unión empleando métodos probabilísticos y determinísticos. Para el primer caso se definieron zonas fuentes, sismicidad en cada zona fuente, leyes de atenuación y se determinaron los valores máximos probables de desplazamiento, velocidad y aceleración del suelo, en roca, para diferentes períodos de retorno. Pra el diseño de la presa interesa el que tiene un período de retorno de 144 años y que corresponde al sismo O.B.E. (Operating Basis Earthquake) además del que tiene un período de retorno de 970 años que corresponde al sismo M.C.E. (Maximum Credible Earthquake). Los valores de la aceleración máxima del suelo en roca para el sismo O.B.E es de 248 gals mientras que para el sismo M.C.E. es de 396 gals. (Aguiar R., 2011-2)

El espectro obtenido en forma probabilística fue comparado con el espectro que se obtiene de manera determinística cuando se produce un sismo asociado a la falla Girón, que es la falla geológica más cercana a la Presa. Se encontró que el espectro hallado en forma probabilística cubre al espectro de la falla Girón.

En la Figura 4 se presenta el espectro elástico para el sismo O.B.E., y en la Figura 5 el espectro inelástico para el sismo M.C.E. para un valor de reducción de las fuerzas sísmicas R=1.5, que fue el que se utilizó en el estudio sísmico. Estrictamente es más adecuado, en este tipo de presas, hablar de disipación de energía en función del factor de amortiguamiento, por este motivo en la Figura 5 se presentan también los espectros para factores de amortiguamiento del 10 y 15%.



Figura 4: Espectro Elástico para el Sismo O.B.E

Figura 5: Espectros inelásticos para factor de amortiguamiento: 10-15% y R = 1.50

4 ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (MEF) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada, coincidiendo con la solución exacta sólo en un número finito de puntos llamados nodos. En el resto de puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene interpolando a partir de los resultados obtenidos para los nodos, lo cual hace que la solución sea sólo aproximada debido a ese último paso.

Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

- Pre-proceso, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales. En ocasiones existen operaciones cosméticas de regularización de la malla y precondicionamiento para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.
- Cálculo, el resultado del pre-proceso, en un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de "n" ecuaciones y "n" incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no-lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de "n" ecuaciones y "n" incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.
- Post proceso, el cálculo proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores

de aproximación.

Para el análisis dinámico de la presa se trabajó con el elemento finito rectangular Q4, que considera dos grados de libertad en cada nodo (componente de desplazamiento horizontal y vertical). Por lo tanto, la matriz de rigidez del elemento es de 8 por 8. Para su formulación se trabajó con 12 grados de libertad (Figura 6). Además de las coordenadas de los nodos se consideraron las coordenadas en el centro de gravedad del elemento que tienen por objeto considerar el efecto de flexión. Se determina la matriz de rigidez de 12 por 12 (asociada a los grados de libertad indicados en la Figura 6 y luego se condensa a 8 por 8).

En Cook et al., (2001); Oñate, (1992) se encuentra muy detallado el elemento finito Q4 suavizado por flexión, cuyas funciones de forma son las indicadas en la Tabla 2.



Figura 6: Descripción del elemento finito utilizado.

Coordenada natural	ordenada natural Coordenada		Función de Forma
	centroidal	elemental	
1		<i>u</i> 1	$\phi_1 = 0.25(-s+1)(-t+1)$
		v1	$\phi_1 = 0.25(-s+1)(-t+1)$
2		и2	$\phi_2 = 0.25(s+1)(-t+1)$
		v2	$\phi_2 = 0.25(s+1)(-t+1)$
3		иЗ	$\phi_3 = 0.25(s+1)(t+1)$
		v3	$\phi_3 = 0.25(s+1)(t+1)$
4		<i>u</i> 4	$\phi_4 = 0.25(-s+1)(t+1)$
		<i>v</i> 4	$\phi_4 = 0.25(-s+1)(t+1)$
	5	и5	$\phi_5 = 1 - s^2$
		v5	$\phi_5 = 1 - s^2$
	6	иб	$\phi_6 = 1 - t^2$
		v6	$\phi_6 = 1 - t^2$

Tabla 2: Funciones de forma de elemento finito cuadrilátero Q4.

En Aguiar y Mroginski, (2010) se presenta la deducción de la matriz de rigidez para el

elemento finito del agua, donde se considera cuatro grados de libertad que son las presiones en cada nodo. El modelo que se utilizó para calcular la Presión Hidrodinámica del agua ante una acción sísmica es el propuesto por Tiliouine y Seghir, (1998) el cual considera que el fluido es incompresible. En Sosa (2011), se ha detallado el cálculo de dicha presión utilizando el MEF con el criterio citado. Como parte del Pre-proceso, al aplicar este modelo matemático en la presa Minas-San Francisco, se busca convertir el problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona resultados correctos para un número de finito de puntos resultando una solución aproximada.

A la presa se la divide tanto en el sentido horizontal como vertical en función de su superficie, formándose así un conjunto de puntos donde la solución es exacta. Dicho conjunto de punto o nodos forma una red, denominada malla, la cual está conformada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito" (figura 7).



Figura7. Discretización de la Presa de Minas-San Francisco

5 ANÁLISIS SÍSMICO

Para el análisis sísmico se utilizó el Método de Superposición Modal utilizando un espectro de respuesta, Aguiar, (2008). Una breve descripción del Método se indica a continuación.

Una vez discretizada la presa, en la malla de elementos finitos se enumera en primer lugar los grados de libertad asociados a las coordenadas principales y luego las secundarias. Se encuentra la matriz de rigidez de toda la estructura por ensamblaje directo y luego se condensa a las coordenadas principales.

Se plantea la matriz de masas en coordenadas principales, evaluando la energía cinética de la estructura. Con las matrices de rigideces y de masas, en coordenadas principales se resuelve el problema de valores y vectores propios y se determinan las propiedades dinámicas y los modos de vibración (Figura 8), valores resumidos en la Tabla 3.

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0.1981 seg.	0.0901 seg.	0.0537 seg.	0.0377 seg.	0.0340

Tabla 3: Superposición modal. Periodos de la presa



Figura8. Superposición modal. Modos de vibrar.

Se determinan los desplazamientos y fuerzas máximas modales y se aplica un criterio de combinación modal para encontrar las respuestas máximas. En el presente trabajo se utilizó el criterio del valor máximo probable.

Los resultados que se presentan en los apartados siguientes fueron obtenidos utilizando el sistema de computación CEINCI-LAB (Aguiar, 2010). En Sosa, (2011) se presenta en detalle el análisis sísmico de la presa; la Presión Hidrodinámica; la Presión Hidrostática y la Subpresión.

6 RESULTADOS

Se realizó el análisis sísmico para la presa masiva y se consideró un metro de ancho. La presa fue discretizada en 900 elementos finitos y 961 nodos, en cambio para el agua (reservorio) se trabajó con 1620 elementos finitos y 1722 nodos, aplicando la misma metodología que se usó para la presa, con la aclaración que el elemento finito con el que se trabaja tiene características especiales ya que se considera grados de libertad únicamente en los nodos esquinas, estos grados de libertad representan las incógnitas, es decir que los grados de libertad de los nodos esquinas son presiones, en la figura 9 se puede observar el modelo de un elemento finito de agua utilizado en el análisis.



Figura 9: Modelo de Elemento finito de agua

La resistencia del hormigón de la presa no es constante, varía de acuerdo a la cota. Del trabajo de Yepez et al, (2011) fueron obtenidos los valores de la resistencia de los hormigones utilizados. La Presa ha sido analizada teniendo en cuenta todas las combinaciones de carga posibles durante su construcción y funcionamiento. Se consideraron tres tipos de combinaciones de carga denominadas: usuales, inusuales y extremas. Las cargas usuales se definen mediante las combinaciones 1y2. Las cargas inusuales tienen la combinación 3,4,5,6 y las cargas extremas las combinaciones 7,8,9,10 y 11. En el apartado 7 del trabajo se definen con precisión cada una de las combinaciones citadas.

Las combinaciones de carga usuales consideran únicamente la presión hidrostática y subpresión ejercida sobre la estructura de la presa así como la presión de los sedimentos después de su vida útil, aquí no entra en consideración el efecto sísmico por cuanto se desea analizar únicamente las cargas estáticas que actúan sobre la presa.

Verificación de estabilidad

Para verificar la estabilidad, se analizaron dos parámetros, el primero es la estabilidad al deslizamiento y el segundo la estabilidad al vuelco. Se mide el efecto de las fuerzas de vuelco en relación a las estabilizadoras de la presa, a continuacion se presentan los coeficientes generados como resultados del analisis de estabilidad con las diferentes combinaciones.

Verificación de esfuerzos

Se debe verificar que los esfuerzos obtenidos en cada combinación de carga no sobrepasen los valores máximos admisible para el hormigón de 140 kg/cm2, hormigón con el cual fue construida la presa. En la Tabla 4 se resumen los valores máximos en función de la calidad del hormigón.

Tipo de	Máximo esfuerzo del hormigón		
esfuerzo	[kg/cm ²]		
Compresión	0.9 * f'c = 126		
Tracción	0.1 * f'c * 1.5 = 21		
Corte	$0.53 * \sqrt{fc} * 1.5 = 9.4$		

Tabla 4: Esfuerzos máximos admisibles en función de la calidad del hormigón

7 CARGAS DE CADA UNA DE LOS COMBINACIONES DE CARGA

Combinación de Cargas 1



CARGAS COMBO 1
Presión hidrostática aguas
arriba
Presión hidrostática agua
abajo
Presión de sedimentos
Sub presión.

Combinación de Cargas 2



CARGAS COMBO 2
Presión hidrostática aguas
arriba
Presión hidrostática mínima
aguas abajo
Presión de sedimentos en el
nivel normal aguas arriba
(cota 765.30)
Sub presión

Combinación de Cargas 3



CARGAS COMBO 3

Nivel de inundación estándar del embalse (cota 792.86). Nivel correspondiente aguas debajo de la presa (cota 742.50). Subpresión

Combinación de Cargas 4



Combinación de Cargas 5



Combinación de Cargas 6



CARGAS COMBO 4

Nivel de inundación estándar del embalse (cota 796.86). Nivel correspondiente aguas debajo de la presa (cota 742.50). Subpresión. Presión del sedimento en su máximo nivel (cota 765.30).



CARGAS COMBO 6
Sismo OBE en la dirección
del flujo de agua.
Nivel normal de operación
del embalse (cota 792.86).
Nivel correspondiente aguas
abajo de la presa (cota
720.00).
Subpresión.
Presión del sedimento en su
máximo nivel aguas arriba
(cota 765.30).
Presión hidrodinámica por
sismo.

Combinación de Cargas 7



Combinación de Cargas 8



Combinación de Cargas 9



CARGAS COMBO 7

Sismo OBE en dirección contraria al flujo del agua. Reservorio Vacío

CARGAS COMBO 8
Sismo MCE en dirección del
flujo del agua.
Nivel normal de operación
del embalse (cota 792.86).
Nivel correspondiente aguas
abajo de la Presa (cota
720.00).
Subpresión.
Presión hidrodinámica por
sismo

CARGAS COMBO 9

Sismo MCE en dirección del flujo de agua. Nivel normal de operación del embalse (cota 792.86). Nivel correspondiente aguas abajo de la presa (cota 720.00). Subpresión. Presión del sedimento en su máximo nivel aguas arriba (cota 765.30). Presión Hidrodinámica por sismo.

8 ESFUERZOS RESULTANTES PARA CADA UNA DE LOS COMBINACIONES DE CARGA

Se presentan los resultados de las cinco primeras combinaciones de carga. En la sección 9 y 10 se resumen, respectivamente, los factores de seguridad obtenidos y las tensiones máximas para cada estado analizado.











TIPO DE CARGA	COMBINACION DE CARGA	FACTOR DE SEGURIDAD DESLIZAMIENTO	COEFICIENTE DE DESLIZAMIENTO OBTENIDO	FACTOR DE SEGURIDAD AL VOLCAMIENTO	COEFICIENTE DE VUELCO OBTENIDO
USUAL	Combinación 1	3	5.2184	1.2	2.9797
	Combinación 2	2	3.9736	1.2	2.3566
INUSUAL	Combinación 3	2	6.5202	1.1	2.3269
	Combinación 4	2	4.7163	1.1	1.9536
	Combinación 5	1.3	1.4591	1.1	1.2
	Combinación 6	1.3	1.3416	1.1	1.2
EXTREMA	Combinación 7	1.3	4.1314	1.1	1.4
	Combinación 8	1.3	1.2285	1.1	1.1
	Combinación 9	1.3	1.2441	1.1	1.1

9 FACTORES DE ESTABILIDAD OBTENIDOS PARA CADA UNA DE LAS COMBINACIONES DE CARGA

En el diseño de la presa Jubones, se consideraron un total de 11 combinaciones de carga sin embargo, en el presente trabajo se presentan sólo 9 de ellas, las dos restantes están relacionadas con el nivel máximo de inundación del embalse (cota 795.00). De los resultados obtenidos se puede observar que los factores de seguridad obtenidos son satisfactorios, incluyendo los estados con cargas sísmicas. Los coeficientes de seguridad son mayores que los admisibles, los coeficiente de estabilidad al deslizamineto ante condiciones extremas presentan un adecuado rango de seguridad ante el deslizamineto. Para el caso del coeficiente de vuelco que son de igual valor que el admisible para las cargas extremas, se considera que no relevante ya que se necesita que las cargas extremas tengan una duración de aplicación prolongada cosa poco probable dado que las cargas sísmicas son de corta duración.

10 ESFUERZOS PARA CADA UNA DE LAS COMBINACIONES DE CARGA

Los resultados del análisis de esfuerzos se exponen tanto en forma gráfica como tabular, se puede apreciar que los maximos valores de los esfuerzos se presentan en coloracion roja y amarilla, mientras que los valores mas bajos en color celeste y azul.

TIPO DE CARGA	COMBINACIO N DE CARGA	ESFUERZOS DE TENSION ADMISIBLES (Kg/cm2)	ESFUERZOS DE COMPRESION ADMISIBLES (kg/cm2)	ESFUERZOS PARAMENTO AGUAS ARRIBA	ESFUERZOS PARAMENTO AGUAS ABAJO
TICLEAT	Combinación 1	0.1 * f'c *1.5 = 21	0.9 * f'c = 126	9.73	-89.45
USUAL	Combinación 2	21	126	9.87	-112.26
INUSUAL	Combinación 3	21	126	10.21	-122.8
	Combinación 4	21	126	21.49	-114.2
	Combinación 5	21	126	38.76	-20.6
	Combinación 6	21	126	85.92	-21.64
EXTREMA	Combinación 7	21	126	-29.28	89.90
	Combinación 8	21	126	-51.1	23.8
	Combinación 9	21	126	54.7	-21.4

11 CONCLUSIONES

La geometría propuesta para la presa conduce a coeficientes de seguridad admisibles.

Para la condición usual (Peso propio + presión del agua+ sedimentos + subpresión) todos los esfuerzos resultan inferiores a los admisibles del hormigón en compresión.

En las otras combinaciones de cargas analizadas, se observan tensiones más elevadas especialmente en la base de la presa sin embargo, los valores se mantienen dentro de los rangos aceptables.

Para un caso extremo, con la presencia de un sismo MCE, se prevén daños menores y localizados debido a que los valores de esfuerzos encontrados son altos, sin embargo, no se espera daño en el cuerpo de la presa.

Para las combinaciones de carga presentada, los esfuerzos de tracción, compresión y corte son menores que los esfuerzos admisibles, asociados a la resistencia del hormigón, en los diferentes puntos de la Presa.

La metodología planteada y el MEF resultaron ser una herramienta útil para predecir la respuesta de la presa para las distintas combinaciones de carga consideradas en el estudio.

REFERENCIAS

- Aguiar R., El Mega sismo de Chile 2010 y lecciones para el Ecuador, *Instituto Panamericano de Geografía e Historia, IPGH*, 184 p., Quito. Ecuador, 2011-1.
- Aguiar R., Estudio de Factibilidad y Diseño Definitivo del Proyecto Hidroeléctrico Minas alternativa San Francisco y estudio de Factibilidad y Diseño Definitivo del Proyecto Hidroeléctrico La Unión., GEODATA – ASTEC. Informe-Evento 9 Presa-Memoria Estudio de Peligrosidad Sísmica y Espectros de Diseño Elástico de la Presa San Francisco, 57 p., Quito, Ecuador, 2011-2.
- Aguiar R., Análisis Sísmico de Puentes con CEINCI-LAB, *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, 95 p., Quito, Ecuador, 2010.
- Aguiar R., Mroginski J., Matriz de rigidez para un elemento finito en suelo saturado en dos dimensiones. *Revista Ciencia. Centro de Investigaciones Científicas*, 13 (2), 119-140, Quito, Ecuador, 2010.
- Aguiar R., Análisis Sísmico de Edificios. *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, 322 p., Quito, Ecuador, 2008.
- Cook R., Malkus D., Plesha M., Witt R., *Concepts and applications of finite element analysis*, Fourt Edition, John Wiley & Sons, Inc, 719 p., 2001.
- Dunstan M. R., State-of-the-art of RCC dams, *National Technical University of Athens*, Presentación en Power Point, 140 p., 2008
- Oñate E., Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis estático lineal. *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE*. Universidad Politécnica de Cataluña, 838 p. Barcelona, 1992.
- Sosa D., Análisis sísmico de Presas y cálculo de la Presión Hidrodinámica aplicado a la Presa Minas - San Francisco y Presa Tierras – Blancas, Tesis de Grado. *Carrera de Ingeniería Civil. Escuela Politécnica del Ejército*, 255 p., Quito, Ecuador, 2011.
- Tiliouine and Seghir, *Fluid structure models for dynamic studies of dam-water systems*, Disponible en http://www.freewebs.com/seghir/Pubs/ECEE98.pdf, 1998
- Yepez F., Paz M., Quaglio G., Estudio de Factibilidad y Diseño Definitivo del Proyecto Hidroeléctrico Minas alternativa San Francisco y estudio de Factibilidad y Diseño Definitivo del Proyecto Hidroeléctrico La Unión., GEODATA – ASTEC, *Informe-Evento 9 Presa-Memoria Técnica del Cálculo de Estabilidad y Esfuerzos*, 143 p., Quito, Ecuador, 2011.