

MODELADO Y OPTIMIZACIÓN TERMOESTRUCTURAL DE UN MOTOR MONOPROPELENTE PARA USO ESPACIAL

Javier E. Salomone^{a,b}, Sebastián M. Giusti^c, Alexis D. Sanna^b, Gustavo J. Gonzalez^{a,d},
Walter J. D. Cova^{a,e}

^aInstituto Universitario Aeronáutico, Centro de Investigaciones Aplicadas. Av. Fuerza Aérea 6500,
5022 Córdoba, Argentina. gonzalez@iua.edu.ar, <http://www.iua.edu.ar>

^bUniversidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba, Departamento Mecánica.
Maestro M. Lopez y Cruz Roja Argentina, Ciudad Universitaria, 5016 Córdoba, Argentina.
jsalomone@scdt.frc.utn.edu.ar, adavidsanna@gmail.com, <http://www.frc.utn.edu.ar>

^cUniversidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba, Departamento Ing. Civil –
CONICET. Maestro M. Lopez y Cruz Roja Argentina, Ciudad Universitaria, 5016 Córdoba,
Argentina. sgiusti@civil.frc.utn.edu.ar, <http://www.frc.utn.edu.ar>

^dUniversidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba, CUDAR. Maestro M.
Lopez y Cruz Roja Argentina, Ciudad Universitaria, 5016 Córdoba, Argentina.
jjazni@scdt.frc.utn.edu.ar, <http://www.frc.utn.edu.ar>

^eUniversidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional La Rioja, Departamento Ing.
Electrónica. San Nicolás de Bari 1100, 5300 La Rioja, Argentina. wjd.cova@gmail.com,
<http://www.frlr.utn.edu.ar>

Palabras Clave: Elementos Discretos, Analogía, Optimización Topológica.

Resumen. En este trabajo es analizado, desde el punto de vista de su comportamiento térmico, el diseño de un motor de hidracina de bajo empuje para aplicaciones espaciales, realizándose además la optimización termo-estructural de la interface entre la cámara de combustión y la válvula de control de flujo. Una primera instancia abarca el estudio del comportamiento térmico del motor empleando una modelización discreta basada en la analogía flujo de calor-intensidad de corriente. Si bien la modelización propuesta no alcanza la precisión que puede obtenerse aplicando elementos finitos, los resultados obtenidos brindan un excelente punto de partida para conocer la distribución de temperaturas en diferentes elementos del motor. Considerando que los avances en el campo de las técnicas de simulación numérica permiten visualizar *a priori* el comportamiento estructural de elementos geoméricamente complejos y fuertemente comprometidos desde el punto de vista de las sollicitaciones mecánicas, en la segunda parte del trabajo, se presentan los resultados obtenidos mediante técnicas de Optimización Topológica aplicadas al diseño de la interface entre la válvula de control de suministro de combustible y la cámara de combustión. Esta interface es de fundamental importancia ya que de su capacidad de disipación depende la duración de los sellos blandos de la válvula de control y por ende la vida útil del motor. Finalmente, se presentan las conclusiones alcanzadas y se realizan consideraciones acerca de futuros desarrollos.

1 INTRODUCCION

Este tipo de motores es usualmente utilizado como efector para realizar correcciones de órbita y de altitud de satélites artificiales: para el caso considerado, se trata de un satélite de órbita baja (LEO – Low Earth Orbit). El presente trabajo se basa en los antecedentes del diseño de un motor monopropelente de 1.5 N de empuje (Salomone et al. (2007); Cagliolo (2007)). El propelente que se utiliza es la hidracina y es conducido mediante un tubo de alimentación de aleación platino-iridio que pasa al interior de la cámara de combustión del motor a través de un orificio practicado en la pared anterior de la misma. En la zona de ingreso el tubo está soldado a la pared de la cámara para su fijación y sellado de la interfaz. A continuación y ya en el interior de la cámara, se encuentra el inyector mediante el cual el propelente es distribuido en el seno del lecho catalítico. Cuando el combustible entra en contacto con el catalizador, se produce el quiebre de las moléculas según la siguiente reacción química (Hydrazine Handbook):



La hidracina en presencia del catalizador se descompone en dos fases. En la primera fase el combustible se disocia catalíticamente en amoníaco y nitrógeno produciéndose una reacción exotérmica, mientras que en la segunda el amoníaco se descompone en nitrógeno e hidrógeno siendo esta fase una reacción de tipo endotérmica. La liberación de energía neta durante la descomposición depende fundamentalmente del porcentaje de amoníaco disociado y la podemos calcular como:

$$\Delta H = 3484 - (1910 \times X) \frac{J}{gr} \quad (3)$$

donde X representa el porcentaje de amoníaco disociado; para el presente diseño se utiliza una descomposición del amoníaco de un 40%, cantidad esta que depende de la longitud del lecho catalítico. Así:

$$\Delta H = 3484 - (1910 \times 0,4) = 2720 \frac{J}{gr} \quad (4)$$

El motor en estudio se alimenta con un caudal másico de combustible de 0,8 gr/s por lo que genera en el lecho catalítico una cantidad de energía por unidad de tiempo de:

$$Q = \Delta H \cdot m = 2720 \frac{J}{gr} \cdot 0,8 \frac{gr}{s} = 2176 \text{ W} \quad (5)$$

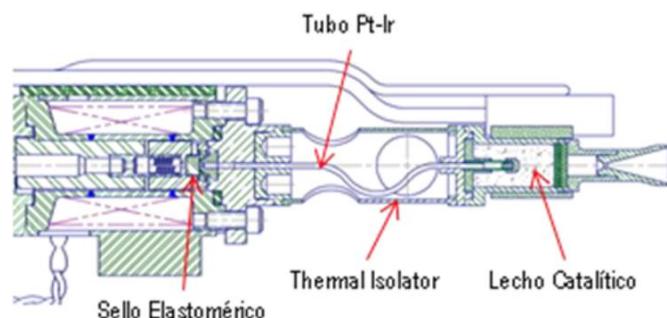


Figura 1: Motor monopropelente

Las Figuras 1 y 2 muestran los elementos componentes de la válvula proximal, el aislador térmico (indicado como *thermal isolator*), elastómero, tubo de Pt-Ir y el lecho catalítico. El calor generado en el lecho catalítico es disipado mediante: (a) radiación al espacio que rodea al lecho, (b) conducción hacia el vehículo a través del tubo de alimentación y por el aislador térmico hacia la válvula proximal que conforma el conjunto motor. En el interior de la válvula se encuentra un sello elastomérico que es sensible a temperaturas elevadas y es el elemento que se pretende proteger realizando un diseño óptimo del aislador térmico.



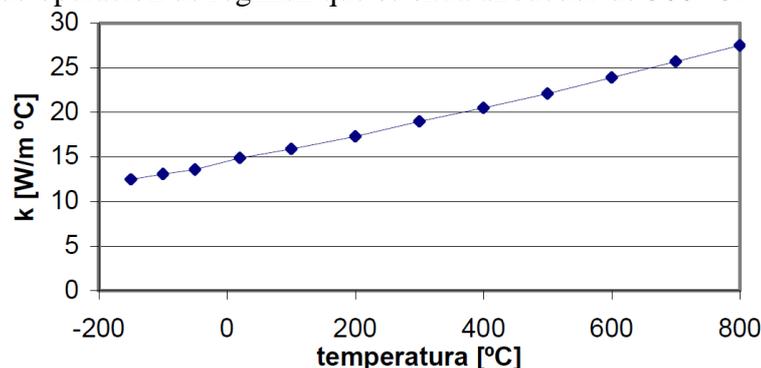
Figura 2: Detalle del cierre de la válvula.

El objetivo del presente trabajo es mostrar mediante la analogía termoeléctrica, una metodología alternativa para determinar los niveles de temperatura en los componentes. Además por ser de suma importancia mantener dentro de valores aceptables la temperatura del asiento de la válvula, se optimizará el diseño del aislador térmico de manera que permita maximizar la disipación térmica por radiación y minimizar la conducción de calor hacia el asiento; diseño que deberá soportar las condiciones ambientales y las solicitaciones mecánicas que resultan de la puesta en órbita del componente. Finalmente, se obtendrán nuevamente los valores de temperatura mediante la analogía termoeléctrica considerando el componente optimizado.

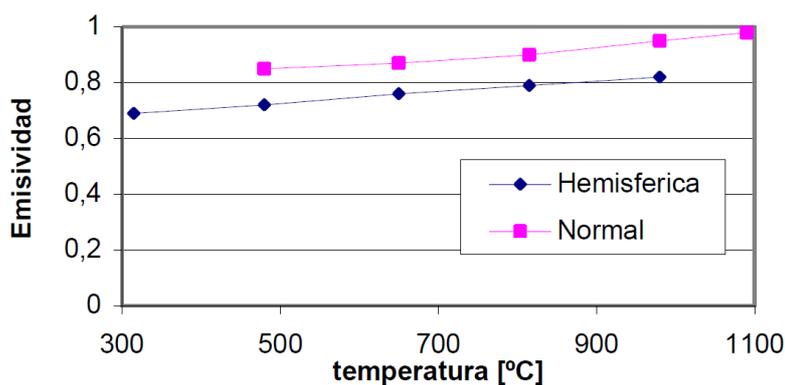
2 METODOLOGIA

Dada la complejidad del tema, para el abordaje apropiado del mismo se realizaron las siguientes hipótesis de simplificación:

- El material con que se realiza el aislador térmico es INCONEL 600 y si bien tanto la emisividad como la conductividad térmica del INCONEL 600 presentan dependencia con la temperatura como lo muestra la Figura 3, en el presente trabajo dicha variación no será considerada. Serán en cambio consideradas las propiedades del material para la temperatura de operación de régimen que se sitúa alrededor de 500 °C.



(a) conductividad



(b) emisividad

Figura 3: Propiedades del INCONEL 600 en función de la temperatura.

- Se considerará que el conjunto se encuentra en el vacío, por lo tanto no habrá transferencia de calor por convección.
- Se asumirá una modelización geométrica bidimensional, suponiendo que la transferencia de calor será unidireccional, por facilidad de implementación en el software de cálculo. Para ello se utilizará el desarrollo del cilindro que constituye el aislador genérico transformándolo en un dominio geométrico de 2 dimensiones. Además, se tendrán en cuenta las condiciones de simetría.
- El contacto entre las partes es ideal, de esta forma no se contemplará el aire que podría quedar atrapado entre las imperfecciones superficiales de las mismas, ya que el aire tiene una resistencia térmica mayor y consecuentemente es un mal conductor.
- Se considerará como fuente térmica el calor generado por la reacción química, los sumideros serán en conducción asumiendo $T_{amb}= 353K$ y $T_{vac}= 10K$.
- Para radiación se adoptará el valor del factor de vista como $f_v=1$ a la vez que la transferencia de calor por radiación se supondrá que se realiza solamente por la cara expuesta al espacio exterior.

3 SIMULACIÓN TÉRMICA MEDIANTE LA ANALOGIA TERMOELECTRICA

La analogía termoeléctrica, establece la semejanza que hay entre las formas de circular del flujo de calor y de la corriente eléctrica, permitiendo tratar problemas termodinámicos mediante conceptos desarrollados por la teoría de circuitos eléctricos (Yunus A. Çengel (2004)), valiendo en consecuencia:

$$q(W) \equiv i(A),$$

$$\Delta T(K) \equiv \Delta V(V),$$

Resistencias térmicas \equiv Resistencias eléctricas,

Inercia térmica \equiv Capacidad eléctrica,

donde q indica el flujo térmico, i la intensidad de corriente eléctrica, ΔT incremento de temperatura y ΔV incremento de voltaje.

3.1 Cálculo y representación de los elementos del circuito

3.1.1 Resistencia

Las partes del conjunto, se modelan en estado de régimen mediante diferentes elementos componentes del circuito eléctrico análogo, siendo las resistencias los que representan a las

partes del conjunto; en el presente trabajo se diferencian dos tipos, las resistencias por conducción R_c y las resistencias por radiación R_r . Sus valores son calculados mediante diferentes formulaciones, que se derivan de las leyes de la transmisión del calor.

3.1.1.1 Resistencia de conducción en paredes planas

Dado que el modelo de la transferencia de calor utilizado es unidireccional, la ley de Fourier para la conducción de calor a través de una pared en estado estacionario, se reduce a:

$$q = -k \times A \times \frac{dT}{dx} \quad (6)$$

Si se considera una pared plana como la de la Figura 4, la velocidad de la transferencia de calor por conducción, q_{cond} , es proporcional a la conductividad térmica, k , y siendo constante el área de la pared, se tendrá que $dT/dx = \text{constante}$, lo cual indica que la temperatura a través de la pared varía linealmente con x .

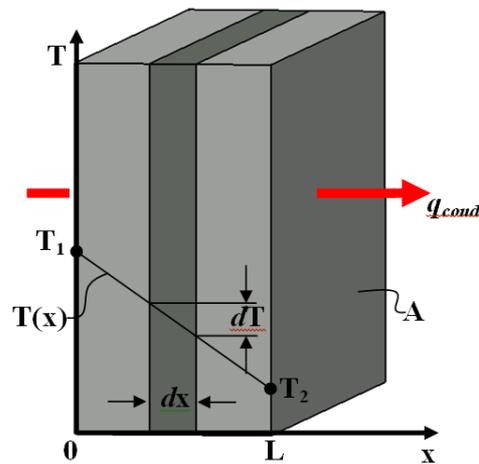


Figura 4: Paredes planas a distintas temperaturas.

Integrando la Ec. (6), desde $x=0$, donde $T(0)=T_1$, hasta $x=L$, donde $T(L)=T_2$, se tiene

$$\int_{x=0}^{x=L} q_{cond} \cdot dx = - \int_{T=T_1}^{T=T_2} k \cdot A \cdot dT \quad \Rightarrow \quad q_{cond} = k \cdot A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{T_1 - T_2}{R_{c,pla}} \quad (7)$$

donde el denominador representa la resistencia a la conducción, que para el caso de una pared plana, vale

$$R_{c,pla} = \frac{L}{k \cdot A} \quad (8)$$

3.1.1.2 Resistencias de conducción en paredes cilíndricas

Se considera un tubo circular de radio interior r_1 , radio exterior r_2 , longitud L , y conductividad térmica k , como el de la Figura 5, cuyas superficies cilíndricas interior y exterior se mantienen a las temperaturas constantes T_1 y T_2 . Al no existir generación de calor en la capa y al ser su conductividad constante, el calor fluye por conducción de manera unidimensional a través de la misma; por lo tanto, de manera similar al punto anterior,

utilizando la ley de Fourier para el caso de conducción unidireccional, teniendo en cuenta que ahora, la transferencia de calor se produce radialmente a través de la capa cilíndrica, se tiene:

$$q_{cond} = -k \times A \times \frac{dT}{dr} \quad (9)$$

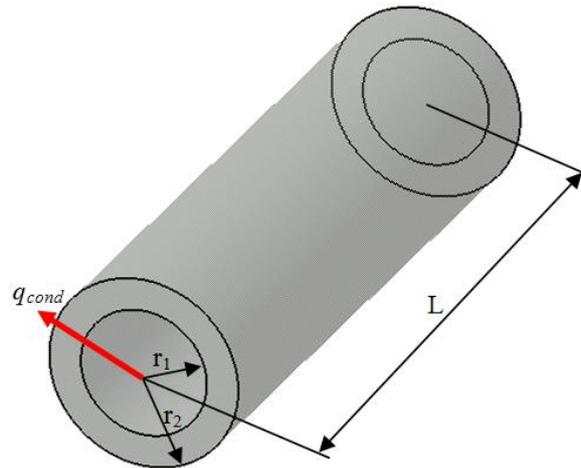


Figura 5: Paredes cilíndricas a distintas temperaturas.

Operando la Ec. (9) e integrando, entre los límites $r=r_1$, donde $T(r_1) = T_1$, hasta $r=r_2$, en donde $T(r_2)=T_2$, obtenemos

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{q_{cond}}{A} dr = -\int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad (10)$$

Dado que $A=2\pi r L$ es el área de transferencia de calor.

$$q_{cond} = 2\pi Lk \frac{T_1 - T_2}{Ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{c,cil}} \quad (11)$$

Donde el denominador representa la resistencia a la conducción para el caso de una pared cilíndrica

$$R_{c,cil} = \frac{Ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi Lk} \quad (12)$$

Se puede constatar que las expresiones anteriores para el flujo de calor, son análogas para el flujo de una corriente eléctrica i , por lo tanto se puede escribir:

$$q_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_c} \equiv i = \frac{V_1 - V_2}{R_{c,pla}} \equiv i = \frac{V_1 - V_2}{R_{c,cil}} \quad (13)$$

3.1.1.3 Resistencias por radiación

Para el caso de una superficie que irradia energía, la velocidad neta de transferencia de calor por radiación desde una superficie de área A , es igual a la diferencia de la radiosidad, que es la energía total por radiación que sale de la superficie por unidad de tiempo y por unidad de área, JA , y la radiación que incide sobre sobre la superficie, GA .

$$q_r = JA - GA \quad (14)$$

Siendo que J viene dado por la expresión

$$J = \varepsilon E + (1 - \varepsilon)G \quad (15)$$

donde el primer término es el producto del poder de emisión de un cuerpo negro, E , por la emisividad, ε . Despejando el valor de G en la Ec. (15) y reemplazando en la Ec. (14) tenemos:

$$q_r = A \left(J - \frac{J - \varepsilon \cdot E}{1 - \varepsilon} \right) = \frac{A\varepsilon}{1 - \varepsilon} (E - J) \quad (16)$$

Finalmente la analogía termoeléctrica establece que

$$q_r = \frac{E - J}{R_r} \quad \equiv i = \frac{V_1 - V_2}{R_r} \quad (17)$$

Siendo R_r la resistencia térmica a la radiación por la superficie

$$R_r = \frac{1 - \varepsilon}{A\varepsilon} \quad (18)$$

3.1.2 Fuentes de calor y temperatura

Las fuentes de calor y temperatura son representadas mediante fuentes eléctricas. La analogía termoeléctrica establece que, la fuente de calor es aquella que proporciona un flujo de energía y las fuentes de temperatura generan una diferencia de temperatura entre sus terminales. El equivalente eléctrico para cada caso será una fuente de corriente y una de tensión respectivamente.



Figura 6: Elementos representativos de fuentes de calor (izquierda) y fuentes de temperatura (derecha)

3.2 Trayectoria del calor

El conjunto en estudio consta de 3 fuentes de calor, siendo la principal, el calor generado en la descomposición catalítica, la misma será denominada fuente **A**. Además, existen dos calefactores eléctricos, cuya función es precalentar el conjunto a un valor de temperatura prefijada constante y se encuentran ubicados uno en el lecho catalítico y el otro en la válvula proximal, siendo designados como fuente **B** y fuente **C**, respectivamente. La temperatura del vacío, considerada constante, será la temperatura de referencia, designándosela como T_{vac} . En este modelo simplificado, se considerará que la tobera no cede calor al ambiente. Por lo tanto, el calor generado en la combustión de la hidracina, en su totalidad, se transmitirá al conjunto

motor por conducción; y a medida que va fluyendo parte del mismo se irá cediendo al ambiente por radiación. En la [Figura 7](#) se indica la trayectoria del calor supuesta.

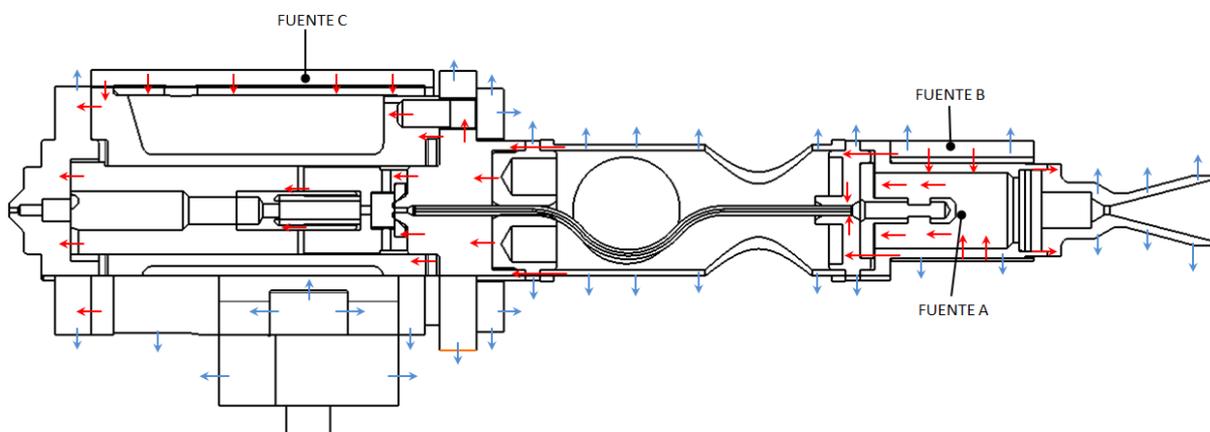


Figura 7: Trayectoria realizada por el calor desde el lecho catalítico

Por simplicidad, no se considerará la radiación emitida por el tubo de alimentación, ya que parte de ésta también será absorbida por la pieza que la rodea (aislador térmico) a lo que se suma su pequeña área de radiación. El mismo criterio se utilizó para las piezas del espaciador del motor y el tubo de adaptación.

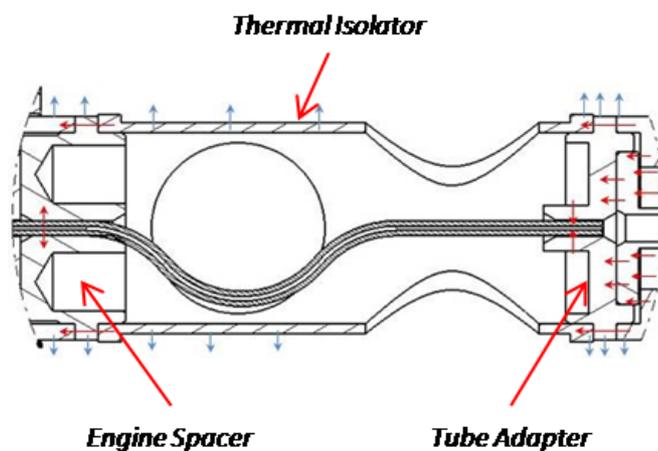


Figura 8: Detalle del flujo de calor considerado

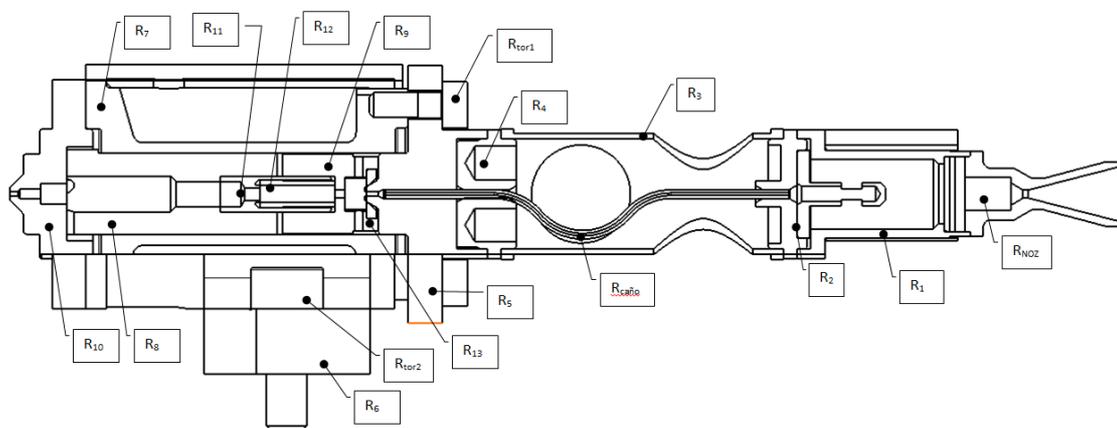


Figura 9: Notación de las partes del conjunto

En la figura [Figura 9](#) se muestra la designación utilizada en las partes componentes del conjunto motor.

3.3 Cálculo de los análogos

3.3.1 Resistencias

Dependiendo del tipo de resistencia que se calcule, se deberán conocer distintas características de la parte a representar. A continuación se explicará con algunos ejemplos el cálculo de las resistencias

Calculo de R_{4c} (espaciador del motor),

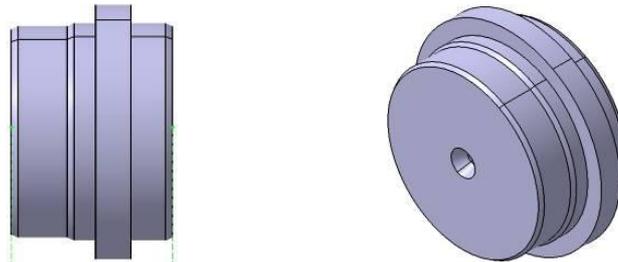


Figura 10: Espaciador del motor

La superficie de transferencia se detalla en la [Figura 11](#).

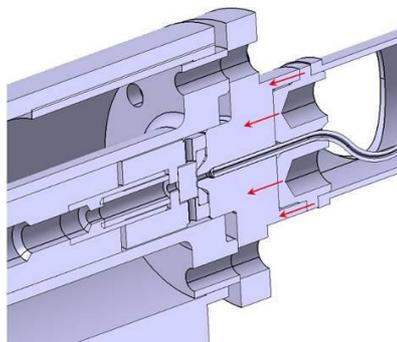


Figura 11: Detalle de la superficie considerada

La resistencia R_{4c} se obtiene utilizando la Ec. (8) y los valores siguientes:

$$\begin{aligned} Area_{R_{4c}} &= 1,11 \times 10^{-4} [m^2] \\ longitud &= 3,35 \times 10^{-3} [m] \\ k &= 15,9 [W/m \cdot K] \end{aligned} \Rightarrow R_{4c} = \frac{4,26 \times 10^{-3}}{15,9 \times (1,11 \times 10^{-4})} = 1,89 \approx 1,9 \Omega$$

Siguiendo con el ejemplo de R_4 , se mostrará el procedimiento para el cálculo de R_{4r} . La superficie considerada es la destacada en la [Figura 12](#).

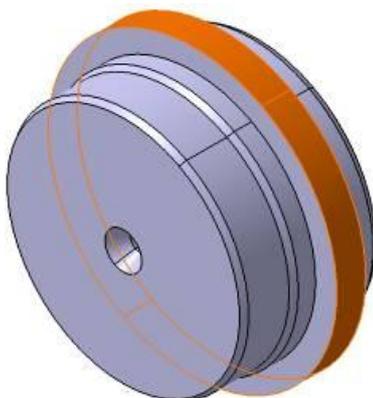


Figura 12: Detalle de la superficie considerada

La resistencia R_{4r} se obtiene utilizando la Ec. (18) y los valores siguientes:

$$A = 1,11 \times 10^{-4} [m^2] \quad \Rightarrow \quad R_{4r} = \frac{1-0,9}{(1,11 \times 10^{-4})(0,9)} = 3595 \Omega$$

$$\varepsilon = 0,9$$

Resistencia que representará la parte calor que se transmite al medio, por radiación, a través de la superficie exterior del espaciador.

En la [Tabla 1](#) se muestran los valores obtenidos para cada resistencia. Además se detallan las geometrías y los valores de conductividad y emisividad térmica utilizados.

Tabla 1: Valores de las resistencias

| Parte | Superficie | Radio externo | Radio interno | Espesor | k | ε | Valor |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|------|---------------|--------|
| R1 _{plac} | $8,46 \times 10^{-5}$ | | | 0,01665 | 27,5 | | 7,1 |
| R1 _{cilc} | | $5,25 \times 10^{-3}$ | $3,4 \times 10^{-3}$ | 0,01665 | 27,5 | | 0,15 |
| RNOZ _c | | $2,86 \times 10^{-3}$ | $1,63 \times 10^{-3}$ | 0,01575 | 27,5 | | 0,2 |
| R1N _r | $9,15 \times 10^{-4}$ | | | | | 0,95 | 57,5 |
| R2 _c | $3,36 \times 10^{-5}$ | | | 0,00949 | 27,5 | | 10,25 |
| R2 _r | $4,9 \times 10^{-5}$ | | | | | 0,95 | 1072,2 |
| Rcaño | $5,05 \times 10^{-7}$ | | | 0,0412 | 31 | | 2631,2 |
| R3 _c | $1,21 \times 10^{-5}$ | | | 0,0272 | 22,1 | | 94,4 |
| R3 _r | $7,17 \times 10^{-4}$ | | | | | 0,85 | 245,7 |
| R4 _c | $1,11 \times 10^{-4}$ | | | 0,0035 | 15,9 | | 1,9 |
| R4 _r | $4,9 \times 10^{-5}$ | | | | | 0,9 | 3595 |
| R5 _c | $4,42 \times 10^{-4}$ | | | 0,0075 | 15,9 | | 1 |
| R5 _r | $8,49 \times 10^{-4}$ | | | | | 0,85 | 207,8 |
| R6 _c | $1,83 \times 10^{-5}$ | | | 0,0277 | 24,9 | | 60,5 |
| R6 _r | $3,73 \times 10^{-3}$ | | | | | 0,85 | 47,2 |
| R7 _c | $9,67 \times 10^{-5}$ | | | 0,031 | 24,9 | | 12,9 |
| R8 _c | $4,13 \times 10^{-5}$ | | | 0,020275 | 24,9 | | 19,7 |

| | | | | | | | |
|------------------|-----------------------|--|--|---------|------|------|-------|
| R9 _c | $3,52 \times 10^{-5}$ | | | 0,0092 | 16 | | 16,3 |
| R10 _c | $1,37 \times 10^{-4}$ | | | 0,00725 | 15 | | 3,5 |
| R10 _r | $7,05 \times 10^{-4}$ | | | | | 0,83 | 283,6 |
| R11 _c | $4,49 \times 10^{-6}$ | | | 0,01065 | 26,3 | | 81,5 |
| R12 _c | $2,94 \times 10^{-6}$ | | | 0,0076 | 37 | | 69,7 |
| R13 _c | $1,34 \times 10^{-5}$ | | | 0,001 | 15 | | 5 |
| RT1 _c | $6,73 \times 10^{-5}$ | | | 0,007 | 15,9 | | 52,3 |
| RT1 _r | $4,72 \times 10^{-4}$ | | | 0,85 | 58 | | 317,2 |
| RT2 _c | $1,54 \times 10^{-4}$ | | | 0,01 | 15,9 | | 129,5 |
| RT2 _r | $1,51 \times 10^{-4}$ | | | | | 0,85 | 2327 |

3.4.2 Cálculo de las fuentes

La analogía termoelectrica establece que

$$1K \equiv 1V$$

La temperatura de vacío se considera a 10K, por lo tanto, la fuente de tensión que representa la temperatura ambiente T_{vac} , tendrá un valor de:

$$T_{vac} = 10K \Rightarrow \Delta V = 10V$$

- Fuente **A**: es la principal fuente de calor, generada por la descomposición de la hidracina, el valor de la misma tiene un valor de:

$$f_a = 2176W \Rightarrow f_a = 2176A$$

- Fuente **B**: cumple la función de mantener una temperatura de 90 °C constante, por lo tanto el elemento que la representará en el circuito tendrá una magnitud igual a:

$$T = 273 + 90 = 363K \Rightarrow \Delta V = 363V$$

- Fuente **C**: es utilizada para mantener una temperatura constante de 60 °C, la magnitud del elemento de circuito que la representa será:

$$T = 273 + 60 = 333K \Rightarrow \Delta V = 333V$$

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{333v}{60,5\Omega} = 5,5A \Rightarrow f_c = 5,5A$$

3.4 Ensamblaje del modelo y simulación

Finalmente, se realizó el modelo eléctrico del circuito, el cual se detalla en la [Figura 13](#). Al simular el circuito, los valores de las temperaturas pueden obtenerse mediante un voltímetro, con la única consideración de que las lecturas en Volts equivalen a la escala Kelvin. Por lo tanto al valor medido se le deberá restar 273 para obtener la temperatura en la escala Celsius. A continuación se muestran los resultados de la simulación, en algunos puntos de interés del conjunto.

Las medidas registradas se muestran en la [Tabla 2](#) y en las figuras 14 a 17 se presentan en detalle la ubicación dentro del conjunto motor de los puntos de muestreo 1 a 5.

Tabla 2: Valores obtenidos en las simulaciones

| | Temperatura [°C] |
|----------|------------------|
| Punto 1 | 749,00 |
| Punto 2 | 93,30 |
| Puntos 3 | 78,60 |
| Puntos 4 | 73,50 |
| Punto 5 | 60,60 |

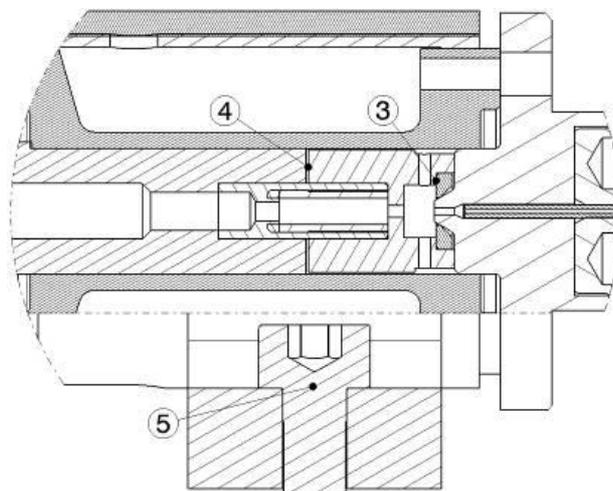


Figura 16: Detalle del conjunto, que hace referencia a los puntos 3, 4 y 5

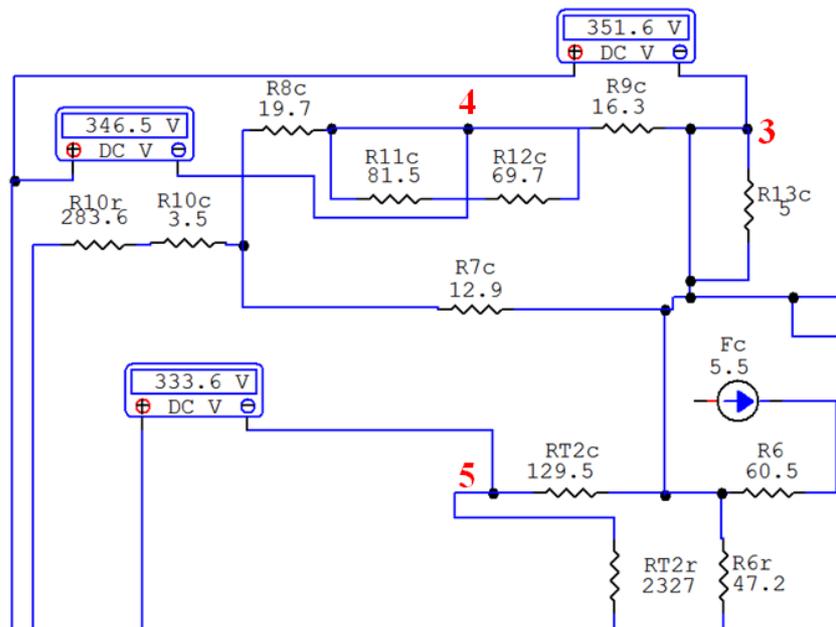


Figura 17: Zona ampliada que muestra la implementación circuital de los puntos de interés 3, 4 y 5

4 OPTIMIZACION DEL AISLADOR TERMICO

La optimización del aislador térmico será llevada a cabo mediante el uso de una técnica de optimización topológica basada en los conceptos de derivada topológica (Sokolowski J., Zochowski A. (1999)). Esta técnica está basada en concepto del análisis de sensibilidad topológica (Sokolowski J., Zochowski A. (1999); Amstutz S. et al (2010)) y permite obtener una expansión asintótica topológica de un funcional de desempeño evaluado sobre la configuración original. El término principal de esta expansión es conocido como la derivada topológica del funcional y mide la sensibilidad de la función de desempeño ante la introducción de una perturbación singular en la topología que define el problema. Esto permite establecer la sensibilidad al cambio de topología en cada punto del dominio de proyecto. De manera general, un cambio topológico es materializado con la introducción de un hueco en el punto donde la sensibilidad alcanza su máximo o mínimo valor, según sea el objetivo que se persigue con la optimización. En este sentido, la noción de un cambio topológico comentada anteriormente, puede ser extendida para estudiar cómo dos materiales diferentes interactúan entre sí, permitiendo establecer la sensibilidad a un cambio en las propiedades constitutivas del material subyacente en cada punto del dominio de proyecto. Es de destacar que esta técnica ya ha sido aplicada satisfactoriamente en área tales como: problemas inversos (Fejóo G. (2004)), segmentación y mejoramiento de imágenes (Larrabide et al. (2008)), optimización de estructuras (Giusti S.M., et al. (2008)) y en diseño de materiales (Amstutz S. et al. (2010)).

4.1 Conceptos del análisis de sensibilidad topológica

Tal como lo mencionáramos en la sección anterior, la técnica a utilizar durante el proceso de optimización está basada en los conceptos del análisis de sensibilidad topológica y de la derivada topológica. A continuación, se describirán someramente los puntos principales de dichos conceptos.

Considérese un dominio geométrico bidimensional, denotado como Ω , con contorno cerrado y suave denotado por $\partial\Omega$. Asociada a ese dominio Ω se tiene una función desempeño denominada $\psi(\Omega)$. Si en un punto arbitrario del dominio $\hat{x} \in \Omega$ introducimos un disco circular B_ε de radio ε y de un material diferente, el dominio perturbado por la introducción de esta perturbación singular queda ahora definido como $\Omega_\varepsilon = (\Omega / B_\varepsilon) \cup B_\varepsilon$, ver Figura 18.

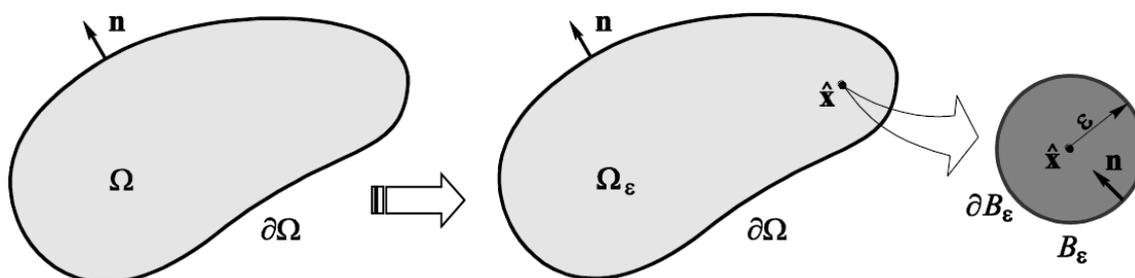


Figura 18: Dominio de análisis

Suponiendo que la función desempeño $\psi(\Omega)$ posee las propiedades de regularidad necesarias, es posible escribir una expansión asintótica topológica de la siguiente manera:

$$\psi(\Omega_\varepsilon) = \psi(\Omega) + f(\varepsilon)D_T(\hat{x}) + o(f(\varepsilon)) \quad (19)$$

donde $f(\varepsilon)$ es una función regularizadora tal que $f(\varepsilon) \rightarrow 0$ cuando $\varepsilon \rightarrow 0^+$; $D_T(\hat{x})$ es la derivada

topológica asociada al punto \hat{x} y $o(f(\varepsilon))$ denota los términos de orden superior de la expansión en $f(\varepsilon)$. Con base en la expresión anterior, se tiene que la derivada topológica es definida extendiendo el concepto usual de derivada como:

$$D_T(\hat{x}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(\Omega_\varepsilon) - \psi(\Omega)}{f(\varepsilon)} \quad (20)$$

Esta función, llamada derivada topológica, es utilizada en aplicaciones concretas como una dirección viable de descenso en algoritmos de optimización topológica (Amstutz S. (2006); Giusti S.M. et al. (2008)).

Para el desarrollo del presente trabajo, se utilizará como función de desempeño el siguiente funcional:

$$\psi(\Omega) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} k \nabla \theta \cdot \nabla \theta d\Omega - \int_{\Omega} b \theta d\Omega + \int_{\Gamma_N} \bar{q} \theta d\Gamma_N + \lambda |\Omega| \quad (21)$$

Los primeros tres términos del funcional $\psi(\Omega)$ representan la energía potencial total asociada al problema de conducción estacionaria de calor y el último término representa el volumen de material a ser optimizado, el cual se encuentra penalizado por el parámetro λ . En la expresión anterior, k es la conductividad térmica del material, b una fuente interna de calor, q el flujo térmico actuante en el contorno de Neumann $\Gamma_N \in \partial\Omega$ y θ indica el campo de temperatura y es solución de la ecuación de estado asociada al dominio original (sin perturbación)

$$\begin{cases} -k\Delta\theta = b & \text{en } \Omega \\ -k \frac{\partial\theta}{\partial n} = \bar{q} & \text{sobre } \Gamma_N \\ \theta = \bar{\theta} & \text{sobre } \Gamma_N \end{cases} \quad (22)$$

donde $\bar{\theta}$ es un valor de temperatura prescrito sobre el contorno de Dirichlet.

Como parámetro de perturbación se asumirá que el nuevo material a introducir posee una conductividad térmica diferente al actual, tal que

$$k_{nuevo} = \gamma k_{ant} \quad (23)$$

donde γ es el cociente entre la conductividad térmica del material subyacente y el nuevo material.

La minimización del funcional $\psi(\Omega)$ propuesto anteriormente cumple con los objetivos propuestos en este trabajo, ya que: (i) la minimización de la energía potencial total definirá la topología óptima que menor cantidad de calor conduce y (ii) el problema de maximizar la disipación de calor en forma de radiación hacia el espacio es equivalente, bajo las hipótesis enunciadas anteriormente, a maximizar la superficie expuesta (representada por el término $\lambda|\Omega|$). Por lo tanto, entre estos dos factores existe una competencia, donde la primera parte intentará minimizar la superficie de conducción y, a su vez, el último término intentará maximizar la superficie expuesta.

La derivada topológica para el funcional formulado anteriormente está dada por (Giusti

S.M. et al. (2010); Amstutz S. (2006); Amstutz S. et al. (2010)):

$$D_T(\hat{x}) = -k \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \nabla \theta(\hat{x}) \cdot \nabla \theta(\hat{x}) + \lambda \quad (24)$$

Cabe destacar que la derivada topológica es un campo escalar que depende de la temperatura asociada al dominio original de proyecto (sin perturbación) y del parámetro γ que representa la magnitud de la perturbación que se desea introducir.

De los algoritmos disponibles en la literatura especializada, se empleará uno particularmente diseñado para ser utilizado conjuntamente con derivada topológica. Este algoritmo está basado en la descripción geométrica del dominio mediante una curva de level-set (Amstutz S. et al.; Allaire G. et al. (2005)), cuya forma y evolución durante el proceso de optimización es guiada por los valores de la derivada topológica. Una descripción completa y detallada de este algoritmo puede ser encontrada en (Amstutz S, Andra H. (2006)).

4.2 Modelo computacional y optimización

El dominio original de proyecto es un tubo cilíndrico de 27.2 mm de largo, 10.65 mm de diámetro interior y 11.75 mm de diámetro exterior, según puede verse en la Figura 19. El material utilizado durante el procedimiento de optimización es el descrito en la Sección 2, teniendo en cuenta las hipótesis mencionadas en la misma sección.

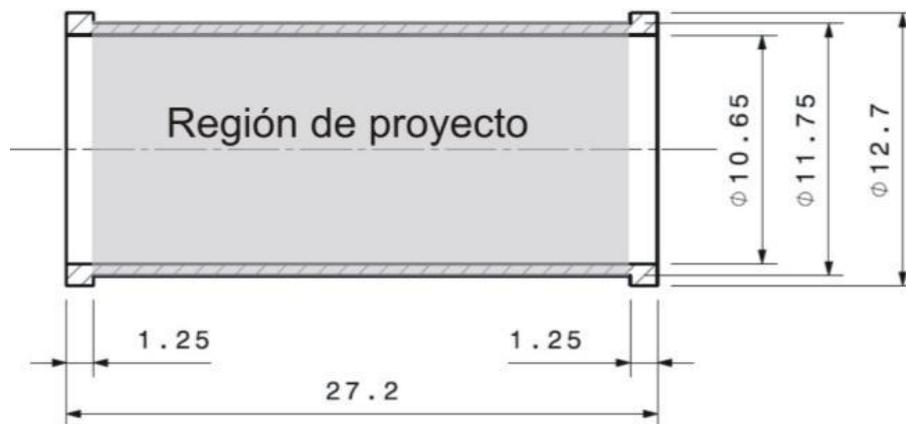


Figura 19: Dominio de análisis

Las condiciones de contorno establecidas en régimen estacionario durante el tiempo de operación del motor son:

- Temperatura prescrita de $\bar{\theta} = 60^\circ\text{C}$ en la interface aislador térmico-válvula-proximal.
- Flujo térmico prescrito de $\bar{q} = 28\text{Watt}/\text{mm}^2$ en la zona del motor que está en contacto con el lecho catalítico.
- Por razones económicas se desea minimizar el volumen de material, para la producción del motor; por lo tanto, para el procedimiento de optimización se considerará la introducción de vacíos ($\gamma=0$) en vez de un nuevo material. El dominio del modelo computacional y sus condiciones de contorno son mostrados en la Figura 20.

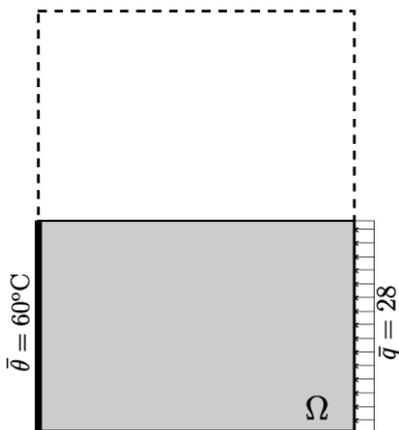


Figura 20: Modelo computacional.

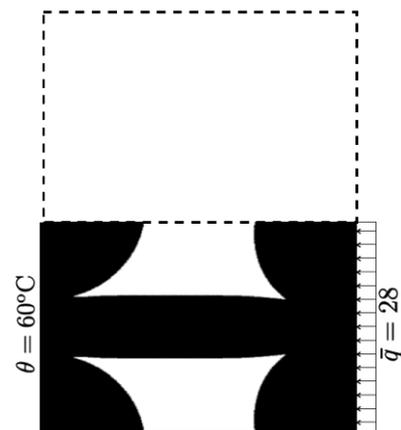


Figura 21: Resultado obtenido (iter. 73).

La Figura 21, muestra el resultado final obtenido luego de 73 iteraciones del algoritmo de optimización. La zona sombreada representa al material INCONEL 600, mientras que la parte blanca significa vacío. Este resultado muestra un volumen final reducido a un 70% respecto del volumen inicial.

El resultado mostrado en la Figura 22, representa la topología óptima, bajo las hipótesis utilizadas, del aislador térmico desde el punto de vista de la transferencia estacionaria de calor, Ec. (22) Por lo tanto, la configuración obtenida corresponde a un mínimo local del funcional mostrado en Ec. (21). Se constata que la topología obtenida presenta una gran superficie expuesta (disipación de calor por radiación) y una región de menor tamaño (constituida por una barra de sección no uniforme) por donde se realiza la conducción del calor generado. En la Figura 22, se muestra la configuración final del aislador térmico optimizado.

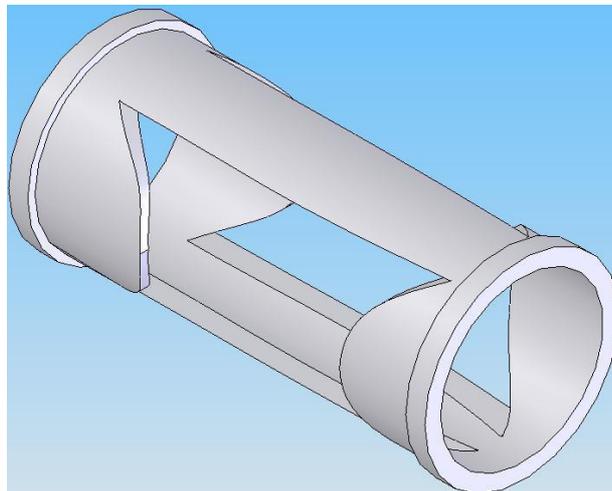


Figura 22: Solución teórica.

4.3 Validación estructural del resultado

El resultado anterior corresponde a la topología óptima del aislador térmico bajo las condiciones de transferencia estacionaria de calor. Este análisis por sí mismo no es aplicable a un desarrollo tecnológico, ya que este tipo de componente debe cumplir con ciertos criterios de resistencia estructural, propios de su funcionamiento como parte integral de un sistema mecánico más complejo. Por lo tanto, en esta sección, se procede a validar estructuralmente el

componente optimizado.

El resultado teórico mostrado en la sección anterior presenta regiones de potenciales problemas desde el punto de vista estructural mecánico, como por ejemplo, ángulos muy cerrados donde se desarrollarán regiones de concentración de tensión. Por ello, se propone una solución de ingeniería basada en la solución teórica. En la [Figura 23](#), se muestra la configuración adoptada, donde el cambio principal introducido ha consistido en eliminar los puntos conflictivos antes mencionados. Durante el régimen de operación del vehículo, el aislador térmico debe soportar una carga estática equivalente de 14.7N a una distancia de 32 mm medida desde la interface con el lecho catalítico. El componente estructural optimizado será ensayado computacionalmente bajo las condiciones antes mencionadas para dos posiciones diferentes del vector de cargas: (i) dirección vertical y (ii) dirección horizontal. En la [Figura 24](#) se muestra el modelo computacional de elementos finitos utilizado para la validación estructural.

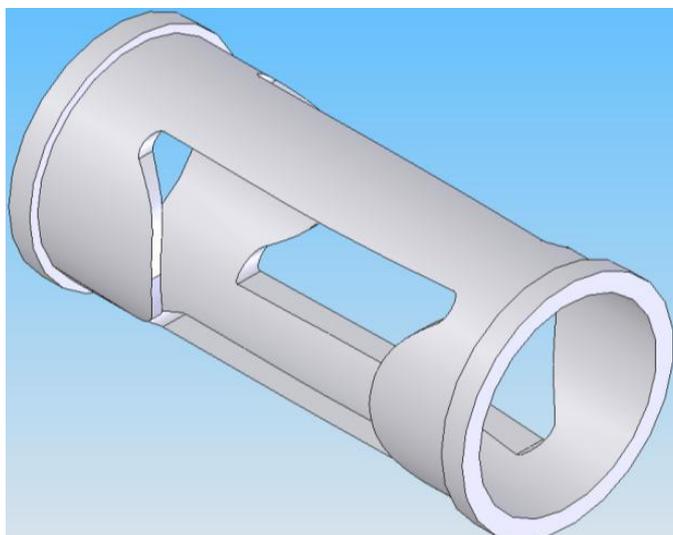


Figura 23: Solución de ingeniería.

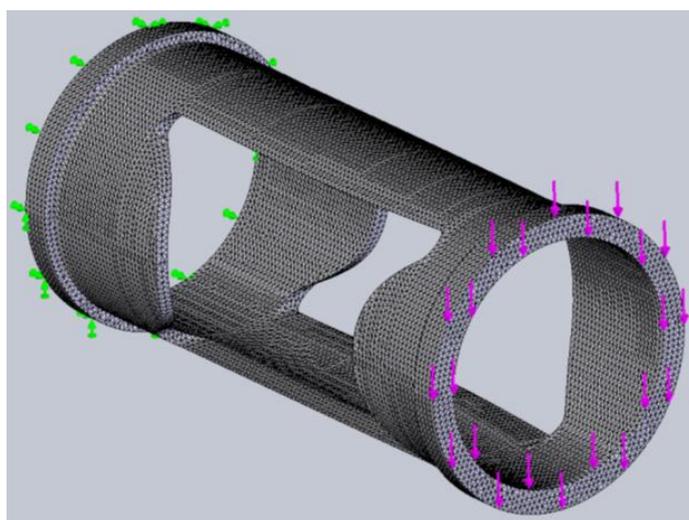


Figura 24: Modelo computacional de FEM.

En las [Figuras 25](#) y [26](#) se muestran los estados de tensión correspondientes a las cargas descritas previamente.

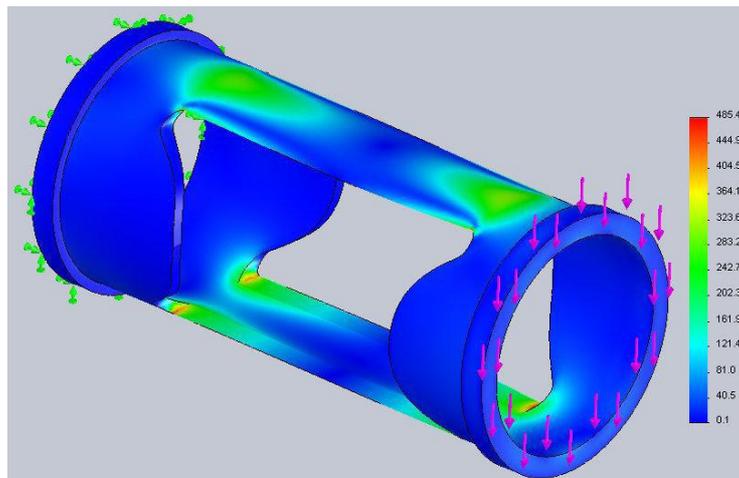


Figura 25: Tensión de von Mises en MPa: max. 485.0 (rojo) – min. 0.1 (azul). Aplicación de la carga vertical.

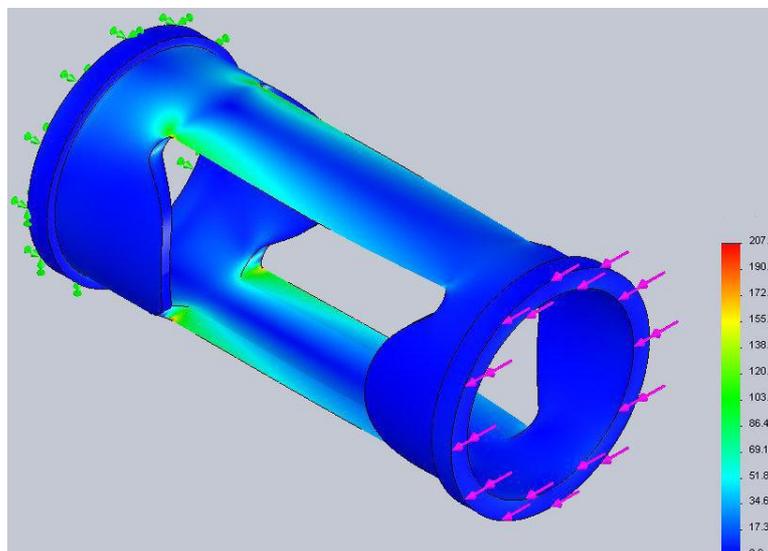


Figura 26: Tensión de von Mises en MPa: max. 207.0 (rojo) – min. 0.01 (azul). Aplicación de la carga horizontal.

5 SIMULACION DE TEMPERATURAS CON EL AISLADOR TERMICO OPTIMIZADO

Debido a los cambios realizados en el aislador térmico, resultó de interés poder determinar qué nuevos valores de temperatura que se alcanzan en los puntos de control citados en la sección 3.5. Por ello, en esta sección, se procederá a determinar el valor análogo circuital del aislador térmico optimizado, para su posterior simulación.

A esta nueva parte se la designara con el nombre de R_{3OPTc} , para la resistencia a la conducción, y R_{3OPTr} , para la resistencia a la radiación. El procedimiento de cálculo, es similar al mencionado en la sección 3.3.1, por ello se mostrarán sin deducción los valores obtenidos para el análogo circuital, en cada caso.

Calculo de R_{3OPTc} :

$$\begin{aligned} Area &= 1,05 \times 10^{-5} [m^2] \\ longitud &= 2,47 \times 10^{-2} [m] \Rightarrow R_{3OPTc} = \frac{0,0247}{22,1 \times 1,05 \times 10^{-5}} = 239,7 \Omega \\ k &= 22,1 [W/m \cdot K] \end{aligned}$$

Calculo de R_{3OPTr} :

$$\begin{aligned} A &= 3,36 \times 10^{-4} [m^2] \\ \varepsilon &= 0,85 \Rightarrow R_{3OPTc} = \frac{1-0,85}{0,85 \times (3,36 \times 10^{-4})} = 108,6 \Omega \end{aligned}$$

Conociendo el nuevo valor, se procedió a realizar una simulación para poder comparar los resultados con los obtenidos anteriormente. Éstos resultados y su comparación son presentados en la [Tabla 3](#).

Tabla 3: Comparación de los valores obtenidos en las simulaciones, y las diferencias de temperatura

| | Aislador térmico sin optimizar | Aislador térmico optimizado | Diferencia de temperatura |
|----------|--------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| Punto 1 | 749 °C | 756 °C | +7 °C |
| Punto 2 | 93,3 °C | 73,2 °C | -20,1 °C |
| Puntos 3 | 78,6 °C | 60,1 °C | -18,5 °C |
| Puntos 4 | 73,5 °C | 55,3 °C | -18,2 °C |
| Punto 5 | 60,6 °C | 43,1 °C | -17,5 °C |

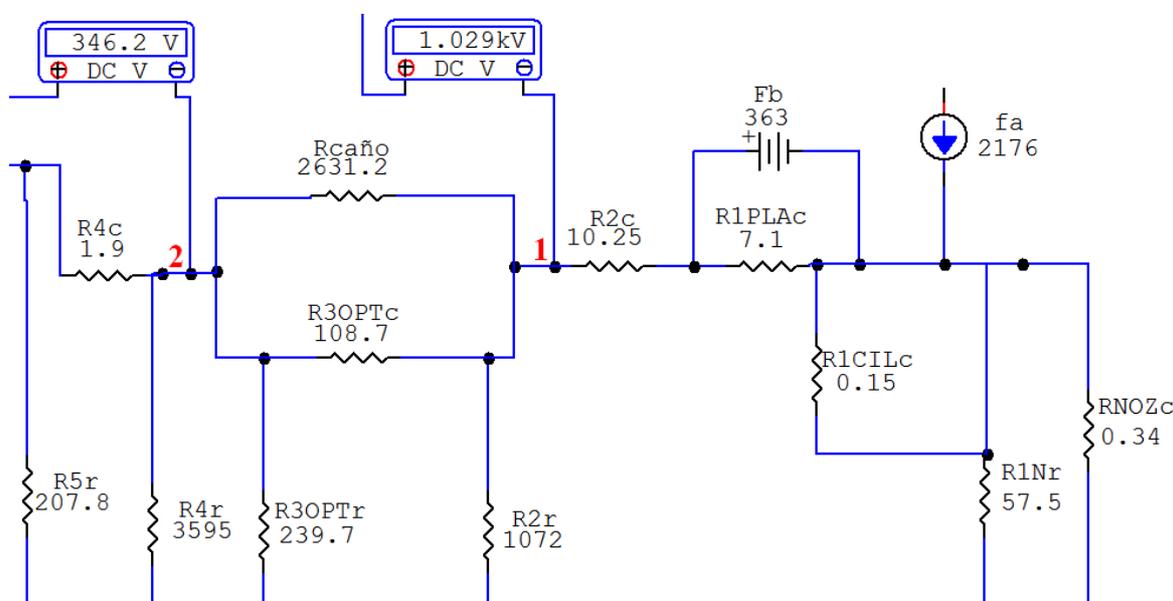


Figura 27 Zona ampliada que muestra la implementación circuital de los puntos interés 1 y 2

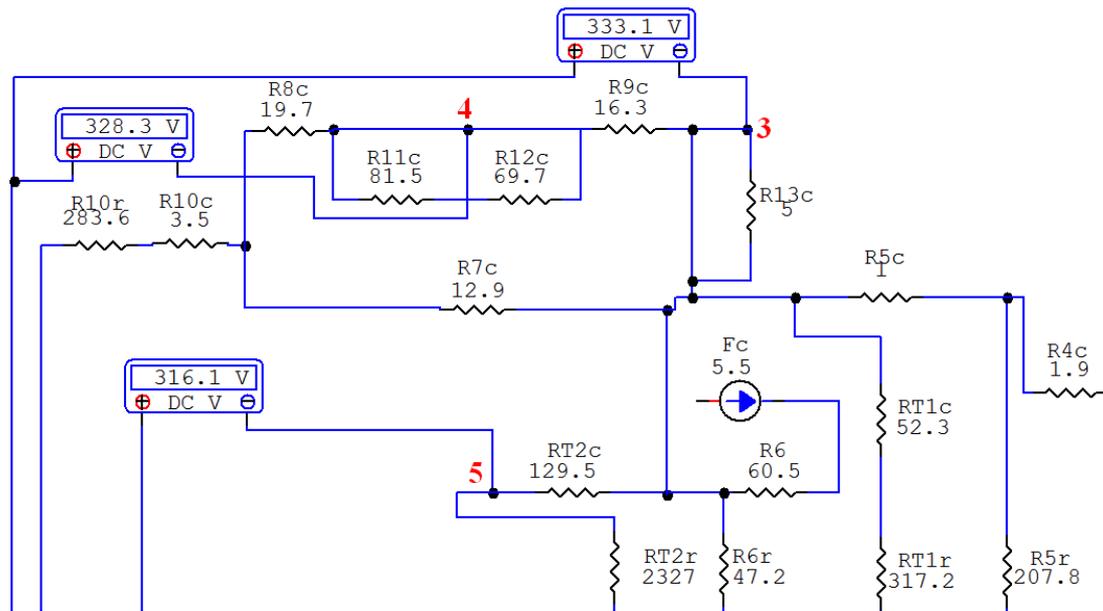


Figura 28. Zona ampliada que muestra la implementación circuital de los puntos interés 1 y 2

CONCLUSIONES

En este trabajo fue presentada la simulación y optimización térmica de un motor monopropelente de uso espacial. La simulación térmica fue realizada utilizando la analogía termoelectrónica. Los valores obtenidos, que si bien, debido a las limitaciones del método y las consideraciones realizadas, no alcanzan la precisión que puede obtenerse aplicando elementos finitos, constituyen un excelente punto de partida para conocer de manera aproximada y conservadora, la distribución de temperaturas en diferentes elementos del motor. Esto abre la posibilidad de realizar una modelización más detallada, haciendo consideraciones más aproximadas a las reales para profundizar en la utilización del método y producir simulaciones más exactas.

En cuanto a la optimización topológica del aislador térmico, la función desempeño formulada ha tenido como objetivo minimizar la superficie de conducción de calor y maximizar la superficie expuesta al espacio (pérdida de calor por radiación). La topología obtenida tiene un volumen del 70% del original y fue evaluada estructuralmente para cargas del régimen de operación. Si bien los resultados obtenidos fueron satisfactorios, ya que la tensión de Von Mises actuante es levemente superior a la admisible del material ($\sigma_y=280\text{MPa}$), debe tenerse en cuenta que durante la formulación del problema de optimización sólo se consideró el aspecto térmico del problema. Entonces, no puede afirmarse que la configuración obtenida sea óptima desde el punto de vista mecánico. Esta situación está siendo actualmente estudiada y será motivo de futuros trabajos de investigación y desarrollo tecnológico.

AGRADECIMIENTOS

La presente investigación fue desarrollada en el marco del proyecto de investigación "Análisis del comportamiento termomecánico de un motor monopropelente" UTN-FRC / Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Provincia de Córdoba. Los autores agradecen a estas instituciones el apoyo brindado.

REFERENCIAS

- Allaire, G., Gournay, F., Jouve, F., and Toader, A., Structural optimization using topological and shape sensitivity via a level-set method. *Control and Cybernetics*, 34(1),59–80. 2005.
- Amstutz, S., Sensitivity analysis with respect to a local perturbation of the material property. *Asymptotic Analysis*, 49 (1–2),87–108. 2006.
- Amstutz, S., and Andra, H., A new algorithm for topology optimization using a level-set method. *Journal of Computational Physics*, 216(2),573– 588. 2006.
- Amstutz, S., Giusti, S.M., Novotny, A.A., and De Souza Neto E.A., Topological derivative for multi-scale linear elasticity models applied to the synthesis of microstructures. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 48 (6),733–756. 2010.
- Cagliolo, C. M., Salomone, J. E., Jazni, J. E., y Lagier, S. Análisis del comportamiento térmico del conducto de alimentación de combustible en motores monopropelente de bajo empuje- *IV Congreso Argentino Tecnología Espacial*, Buenos Aires, 2007.
- Feijóo, G., A new method in inverse scattering based on the topological derivative. *Inverse Problems*, 20(6),1819–1840. 2004.
- Giusti, S.M., Novotny, A.A., and Padra, C., Topological sensitivity analysis of inclusion in two-dimensional linear elasticity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 32(11),926–935. 2008.
- Giusti, S.M., Novotny, A.A., and Sokółowski, J., Topological derivative for steady-state orthotropic heat diffusion problema. *Structuctural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 40,53-64. 2010.
- Rocket Research Company. *Hydrazine Handbook*. Redmond, USA.
- Larrabide, I., Feijóo, R.A., Novotny, A.A., and Taroco, E., Topological derivative: a tool for image processing. *Computers and Structures*, 86(13– 14),1386–1403. 2008.
- Salomone, J. E., Jazni, J. E., Lagier, S., Cova, W.J.D., Gonzalez, G. J., y Yasielski, R. Desarrollo de motor monopropelente de 1,5 N para control de actitud y órbita de satélites- *IV Congreso Argentino Tecnología Espacial*, Buenos Aires, 2007.
- Sokolowski, J., and Zochowski, A., On the topological derivatives in shape optimization. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 37(4),1251–1272. 1999.
- Çengel, Yunus, A., *Transferencia de Calor*. McGraw-Hill. Segunda Edición. 2004.