

UNA MEJORA DEL FILTRO DE KALMAN UNSCENTED PARA ESTIMACIÓN DE ESTADOS DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

Mariano A. Risso, Aldo J. Rubiales and Pablo A. Lotito

PLADEMA, Universidad Nacional del Centro de la Prov. de Buenos Aires y CONICET

Keywords: Estimación de Estados, Sistemas Eléctricos de Potencia, Filtro de Kalman Unscented.

Abstract. Clásicamente la estimación de estados aplicada a los sistemas eléctricos de potencia, se basa en el método de mínimos cuadrados ponderados. Si bien este último es el método más utilizado a nivel mundial, recientemente se propuso utilizar una variante del filtro de Kalman denominada *Unscented* para estimar el estado de la red. Quedó demostrado que esta variante presenta un mejor desempeño que el método mínimos cuadrados, ya que básicamente tiene en cuenta el estado anterior del sistema, reduciendo drásticamente el tiempo de resolución y obteniendo mejores resultados numéricos. En este trabajo se propone una mejora sobre el filtro de Kalman *Unscented*, que predice la dinámica del sistema de manera diferente logrando una notable mejora ante cambios abruptos propios del sistema. El algoritmo fue probado en un ejemplo teórico pequeño y en otro provisto por la IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*).

1 INTRODUCCIÓN

La estimación de estados de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) clásicamente se basa en el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS) ver Grainger (1996), Abur (2004). En la literatura reciente, Valverde and Terzija (2011) proponen utilizar el método llamado *filtro de Kalman unscented* (UKF) para estimar el estado del sistema. Este método mejora los resultados del WLS ante cambios leves en los consumos del sistema ya que básicamente tiene en cuenta el estado anterior del sistema. En Valverde and Terzija (2011), se utiliza el método de Holt para predecir la dinámica del sistema en base a los datos históricos. Aunque el método permite obtener buenos resultados, la inicialización del mismo ante cambios abruptos del sistema tienen un costo importante. En este trabajo se presenta una manera diferente de predecir la dinámica del sistema que permite obtener mejores resultados en las primeras iteraciones.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera, en la primera sección se da una introducción al método UKF aplicado a los sistemas eléctricos de potencia. En la segunda sección se presenta una mejora sobre la predicción de Holt de la dinámica del sistema. Y en la tercera y última sección se presentan los resultados obtenidos en ejemplos académicos para mostrar la eficiencia del mismo.

2 ESTIMACIÓN DE ESTADOS:

2.1 Filtro de Kalman Unscented aplicado al SEP

Supondremos que el valor que toma una variable en el tiempo está modelado por

$$x_{k+1} = F_k x_k + g_k + q_k \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k) + r_k \quad (2)$$

en donde x_k es un vector de variables de estado (en nuestro caso son tensiones y ángulos en barras), F_k y g_k son matrices de transición de estado que definen la evolución del sistema y q_k representa el error de esta predicción en el tiempo k , y la variables y_k representa la observación del sistema.

Conociendo a su vez, las medidas y cómo se relacionan con las variables de estado del sistema, a través de la función $h(x_k)$ de 2, se aplica el filtro de Kalman para filtrar errores, tanto de predicción como de medición.

En los sistemas eléctricos de potencia se encuentran medidas de tensión, potencia activa y reactiva tanto en barra como en líneas. Dado que estas funciones no lineales, requieren un tratamiento aparte, en ese sentido, en Valverde and Terzija (2011) se aplicó UKF para estimar el estado del sistema. El mismo es una combinación del filtro de Kalman y la transformación *unscented* (Julier and Uhlmann, 2004). Consiste en calcular un conjunto de puntos (sigma points) los cuales son elegidos de forma tal que la media y la covarianza del conjunto de puntos coincida con la esperanza y la covarianza de la variable aleatoria x . A este conjunto de puntos se le aplica la función h y de la estadística resultante, se *estima* la esperanza y covarianza de la variable $y_k = h(x_k)$. Existe otro filtro de kalman para sistemas no lineales EKF (filtro de Kalman extendido), el cual consiste básicamente en linealizar las funciones no lineales h y a partir de éstas, *aproximar* la esperanza y covarianza de de la variable $y_k = h(x_k)$. Quedó demostrado en Julier et al. (2000), Julier and Uhlmann (2004) y Der (2004), que el UKF mejora al EKF, tanto en *performance* (ya que no debe calcular jacobianos) como en resultados (ya que

ante funciones severamente no lineales las aproximaciones de las esperanzas y covarianzas son muy distintas). Más precisamente el *filtro de Kalman unscented* consiste en:

- Calcular los sigmas point:

$$X_k = [x_k \quad x_k + \gamma\sqrt{P_k} \quad x_k - \gamma\sqrt{P_k}] \quad (3)$$

- Un paso de predicción:

$$X_{k+1} = F_k X_k + g_k \quad (4)$$

$$x_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} X_{k+1} \quad (5)$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [X_{k+1} - x_k^-][X_{k+1} - x_k^-]^T + Q \quad (6)$$

$$X_{k+1}^- = [x_k^- \quad x_k^- + \gamma\sqrt{P_k^-} \quad x_k^- - \gamma\sqrt{P_k^-}] \quad (7)$$

$$y_k = h(X_{k+1}^-) \quad (8)$$

$$y_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} y_k \quad (9)$$

- y un paso de corrección:

$$P_{y_k^- y_k^-} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [y_k - y_k^-][y_k - y_k^-]^T + R \quad (10)$$

$$P_{x_k^- y_k^-} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [X_k^- - x_k^-][y_k - y_k^-]^T \quad (11)$$

$$K_k = P_{x_k^- y_k^-} P_{y_k^- y_k^-}^{-1} \quad (12)$$

$$x_{k+1} = x_k^- + K_k (y_k - y_k^-) \quad (13)$$

$$P_{k+1} = P_k^- - K_k P_{y_k y_k} K_k^T \quad (14)$$

donde L corresponde a la cantidad de variables de estado del sistema, $W_0^{(m)} = \lambda/(L + \lambda)$, $W_0^{(c)} = \lambda/(L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta)$, $W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1/\{2(L + \lambda)\}$, $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$ y $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$. El parámetro α determina la propagación de los sigma point alrededor de x_k que usualmente toma un valor entre $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$. El parámetro β es usado para incorporar el conocimiento que se tenga de la distribución de x_k , κ es usualmente 0 para la estimación de estados y $3 - L$ para estimación de parámetros. Todos estos parámetros fueron obtenidos de [Van der Merwe and Wan \(2001\)](#). A su vez, se define a x_k como el vector de variables de estado con las tensiones y ángulos en las distintas barras, Q es la varianza asociada al error del sistema, R es la varianza asociada a las medidas del sistema.

3 MEJORA PROPUESTA

En los sistemas eléctricos de potencia las matrices F_k y g_k de 4 son prácticamente imposibles de calcular ya que representan los cambios estructurales y de datos de entrada del sistema de un tiempo al otro. En vista de eso, en Valverde and Terzija (2011) se propone que F_k y g_k sean predichas por el método de Holt. Este método es propuesto en Leite da Silva et al. (1983) consiste en una técnica de suavizado exponencial lineal que se define como

$$F_k = \alpha_k(1 + \beta_k)I \quad (15)$$

$$g_k = (1 + \beta_k)(1 - \alpha_k)x_k^- - \beta_k a_{k-1} + (1 - \beta_k)b_{k-1} \quad (16)$$

donde I es la matriz identidad, α_k y β_k son parámetros con valores en 0 y 1, x_k^- es la predicción del vector de estados en el tiempo anterior y los vectores a y b son obtenidos en el tiempo k por

$$a_k = \alpha_k x_k + (1 - \alpha_k)x_k^- \quad (17)$$

$$b_k = \beta_k(a_k - a_{k-1}) + (1 - \beta_k)b_{k-1} \quad (18)$$

Por lo tanto este método adapta la pendiente F_k y el suavizado de nivel g_k , con cada conjunto nuevo de medidas y la predicción del mismo en el tiempo anterior.

En este trabajo se propone realizar un híbrido, que consiste en aplicar la predicción del método de Holt para las variables de estado que no se miden y para las que son medidas se realiza una diferencia entre lo medido y la predicción anterior. Por lo tanto se reemplaza 4 por

$$X_{k+1} = M_k X_k + G_k \quad (19)$$

donde

$$M_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & F_k \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$G_k = \begin{pmatrix} m_k \\ g_k \end{pmatrix} \quad (21)$$

y m_k es obtenido para cada variable de estado que es medida como

$$m_k = Z_k - x_k \quad (22)$$

donde Z_k es la medida en el tiempo k .

4 RESULTADOS

4.1 Descripción de la simulación:

El cambio propuesto en la sección anterior, para predecir la dinámica del sistema, fue probado en base a un sistema de 6 barras propuesto en Wood and Wollenberg (1996) y el ejemplo de 14 barras de la IEEE. Los dos casos de prueba fueron comparados con los resultados obtenidos entre el UKF con el método de Holt y el UKF con el método híbrido. Los resultados entre ambos algoritmos se validan con la obtención de los errores máximos obtenidos para cada variable de

estado y el índice 23 de performance utilizado en Valverde and Terzija (2011) el cual consiste en

$$J_k = \frac{\sum |\hat{y}_k^i - y_k^{it}|}{\sum |y_k^i - y_k^{it}|} \tag{23}$$

donde \hat{y}_k^i es el valor estimado para la medida i en el tiempo k , y_k^{it} es el valor verdadero e y_k^i es el valor medido.

Para ambas simulaciones se utilizó el mismo conjunto de datos con una desviación estándar de $\sigma = 0.01$ para las medidas de tensión y $\sigma = 0.002$ para las medidas de potencia. Los parámetros del método de Holt usados fueron $\beta_k = 0.7$ y $\alpha_k = 0.8$, se asumió una matriz diagonal P_0 con sus elementos iguales a 10^{-6} y una matriz Q diagonal con sus elementos 10^{-6} .

4.2 Resultados:

La primera prueba se realizó con un ejemplo de 6 barras del libro Wood and Wollenberg (1996). De los resultados arrojados al aplicar el UKF con Holt y el UKF híbrido, se obtuvo el error máximo de cada una de las variables de estado 1 y se cálculo el índice de performance J_k ver 2.

En la figura 1 se observa la diferencia máxima de tensión y ángulo en cada una de las barras entre el valor real y el valor estimado y en la figura 2 se representa el índice de performance J_k de los primeros 15 pasos de tiempo

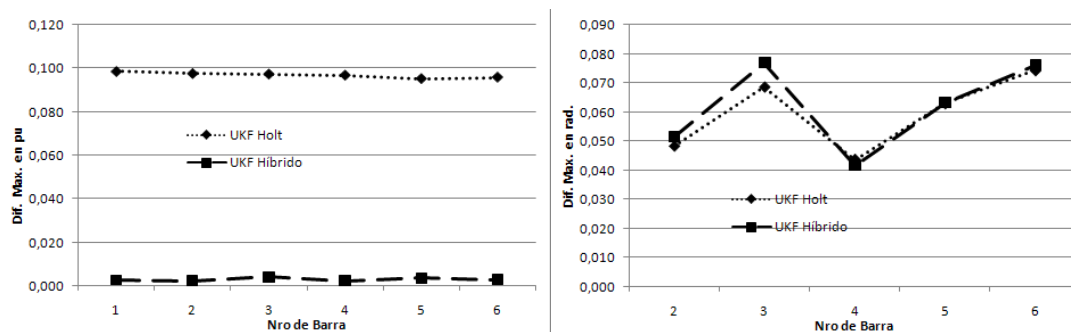


Figure 1: Diferencia máxima en cada barra para el caso de 6 barras, por tensión (izquierda) y por ángulo (derecha)

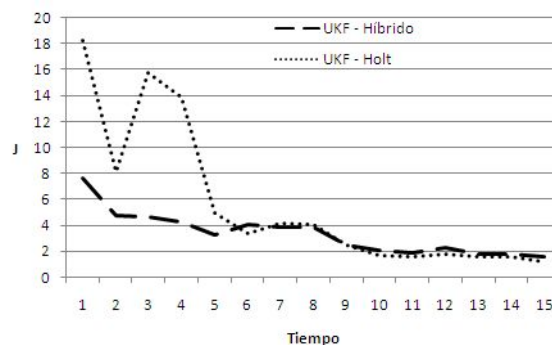


Figure 2: Índice J en cada tiempo k del ejemplo de 6 barras

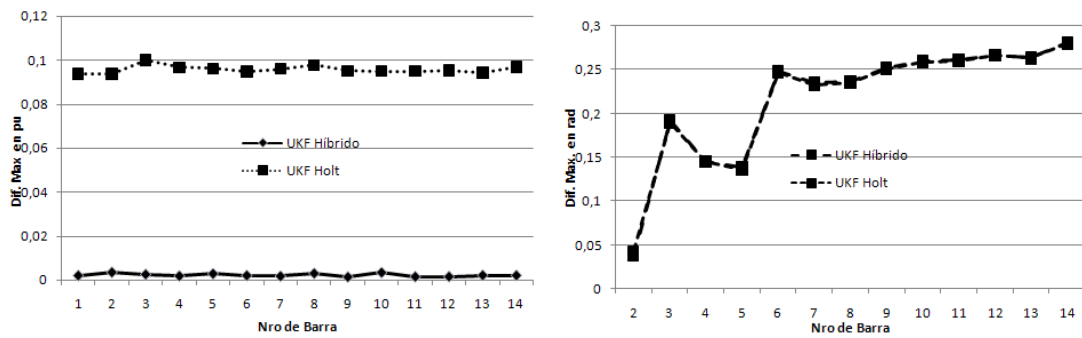


Figure 3: Diferencia máxima en cada barra para el caso de 14 barras, por tensión (izquierda) y por ángulo (derecha)

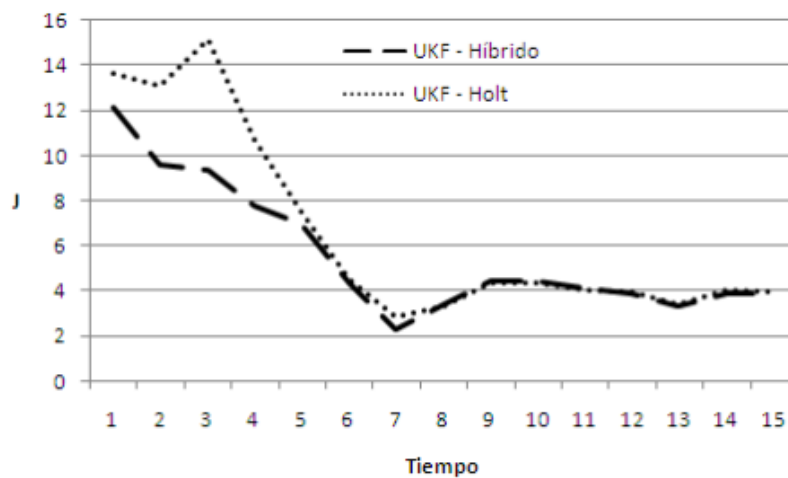


Figure 4: Índice J en cada tiempo k

La segunda evaluación del algoritmo, con el ejemplo de la IEEE de 14 barras. Se obtuvieron los errores máximos por barra representados en la figura 3 y un índice de performance J_k representado en la figura 4

Se puede observar en ambos escenarios (de 6 y 14 barras) se obtienen errores máximos más grandes con el UKF Holt en comparación al UKF con el método híbrido. Al analizar el índice de performance J_k observamos como el método híbrido comienza con mejores resultados y recién a partir de la sexto o séptimo tiempo, ambos métodos arrojan resultados similares.

REFERENCES

- Abur G.E. *Power System State Estimation*. Marcel Dekker, 2004.
- Der R.M.V. Sigma-point kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models. *OGI School of Sci. Eng.*, 2004.
- Grainger S. *Análisis de Sistemas de Potencia*. Mc Graw Gill, 1996.
- Julier S., Uhlmann J., and Durrant-Whyte H.F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. 45(3):477–482, 2000. doi:10.1109/9.847726.
- Julier S.J. and Uhlmann J.K. Unscented filtering and nonlinear estimation. 92(3):401–422, 2004. doi:10.1109/JPROC.2003.823141.

- Leite da Silva A.M., Do Coutto Filho M.B., and de Queiroz J.F. State forecasting in electric power systems. *IEE Proceedings C Generation, Transmission and Distribution*, 130(5):237–244, 1983. doi:10.1049/ip-c:19830046.
- Valverde G. and Terzija V. Unscented kalman filter for power system dynamic state estimation. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 5(1):29–37, 2011. doi:10.1049/iet-gtd.2010.0210.
- Van der Merwe R. and Wan E.A. The square-root unscented kalman filter for state and parameter-estimation. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '01)*, volume 6, pages 3461–3464. 2001. doi:10.1109/ICASSP.2001.940586.
- Wood A.J. and Wollenberg B.F. *Power Generation Operation And Control*. Wiley Interscience, second edition, 1996.