

ESTABILIZACIÓN DE LA DESCOMPOSICIÓN GENERALIZADA DE BENDERS APLICADA A LA COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA A CORTO PLAZO

Aldo J. Rubiales^{a,b}, Pablo A. Lotito^{a,b,c}, Mariano A. Risso^{a,b}, Fernando J. Mayorano^{a,b} y Lisandro A. Parente^{a,c}

^aCONICET, Consejo nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas

^bPLADEMA, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Campus Universitario, Tandil, Argentina, arubiale@exa.unicen.edu.ar

^cOPTyCON, Universidad Nacional de Rosario, Pellegrini 250, Rosario, Argentina, lparente@fceia.unr.edu.ar

Palabras Clave: Coordinación Hidrotérmica a corto plazo, Unit Commitment, Método de Haces, Descomposición Generalizada de Benders.

Resumen. La resolución del problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo comprende tanto el pre-despacho (Unit Commitment), como el despacho económico de las unidades térmicas e hidráulicas en forma integral para un horizonte de tiempo semanal o diario con paso horario. Con el objetivo de evitar correcciones post-despacho en el presente trabajo se modelan de manera detallada las restricciones asociadas a la red de transmisión. Para la resolución de este problema se propone utilizar una versión estabilizada de la Descomposición Generalizada de Benders. A través de la misma se logra descomponer el problema original en un problema maestro lineal entero mixto y un subproblema no lineal, de manera que el primero proponga los despachos considerando variables enteras y el segundo controle la factibilidad eléctrica del despacho propuesto considerando una linealización de las restricciones que surgen al considerar las características de la red. El esquema de resolución propuesto se aplica no sólo a casos de prueba de la IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) sino también a un caso real de 87 barras.

1. INTRODUCCIÓN

El despacho Hidrotérmico de Corto Plazo (STHTC por sus siglas en inglés) considerando una operación centralizada ha sido utilizado por muchos países del mundo, y especialmente en latinoamérica [Sifuentes y Vargas \(2007a\)](#). Este problema consiste en determinar el estado de operación y el nivel de potencia de las unidades de generación (hidráulicas y térmicas) de un sistema interconectado logrando el menor costo operativo, respetando todas las restricciones técnicas y operativas de los generadores, de la red de transmisión, etc.

Este problema ha sido estudiado a lo largo de los años considerando distintas definiciones y aplicando distintos métodos de resolución. Las formulaciones más sencillas de este problema y que fueron el punto de partida para este campo de investigación, consideraban modelos simples que no se correspondían con las características reales de los sistemas eléctricos.

Desde el punto de vista de los operadores del sistema la resolución de este problema considerando aspectos realistas (como los que se aplican en este trabajo) es una herramienta fundamental para definir el despacho diario de los unidades de generación de un sistema interconectado. La principal ventaja de este enfoque respecto de aquellos que no consideren un modelado AC de la red, es que al aplicar estos últimos se deben realizar grandes correcciones para su aplicación en la operación real [Miguélez et al. \(2004\)](#). Este último hecho no sólo dificulta la tarea a las personas encargadas del despacho, sino también que muchas veces la operación realizada sobre el sistema dista bastante de ser la óptima.

Distintas versiones de este problema han sido resueltas en la literatura específica utilizando distintas técnicas de resolución. Una de las versiones más básica de este tipo de problemas se presenta en [Wood y Wollenberg \(1984\)](#) (que por su simpleza es sólo de índole académica) el cual sólo utiliza unidades térmicas y se basa en lista de orden de mérito. Es decir, las unidades se despachaban en orden creciente de costos por unidad de energía producida. Este procedimiento se diferencia bastante de la realidad ya que no se tienen en cuenta restricciones intertemporales (como los tiempos mínimos de operación de las unidades térmicas o la consideración de los costos de arranque), o el hecho de que no siempre las unidades térmicas de generación operan a potencia constante. Otras técnicas presentes en la literatura van desde métodos de optimización clásicos hasta distintos enfoques totalmente heurísticos. Dentro de los primeros podemos mencionar a la programación dinámica, relajación lagrangeana y métodos basados en la descomposición de Benders.

La utilización de programación dinámica aplicada a este problema fue también mencionado en [Wood y Wollenberg \(1984\)](#). Presenta las ventajas de poder modelar funciones objetivos y restricciones muy complejas, es fácil de entender e implementar como así también de integrarla y combinarla con otros métodos de optimización. Si bien permite modelar problemas no-lineales, no-convexos, por su naturaleza combinatoria [Hillier et al. \(1990\)](#) sólo se puede considerar un número reducido de unidades térmicas si se desea tener tiempos razonables de cálculo, lo cual la hace inviable para problemas de gran tamaño, como es el caso de STHTC. En [Rubiales et al. \(2007a\)](#) se presenta este problema considerando la aplicación a sistemas que poseen centrales hidroeléctricas de bombeo. En este artículo se menciona el problema de la dimensionalidad y se sugiere para su resolución el enfoque presentado en [Lemaréchal y Sagastizábal \(1997\)](#).

Si bien la aplicación de Relajación Lagrangeana al problema de despacho económico se viene realizando desde mediados de los noventa, trabajos que consideren cuestiones de red pueden verse recién en los últimos cinco años. Por ejemplo, en [Ongsakul y Petcharaks \(2005\)](#) se presenta el problema de despacho y *unit commitment* resuelto por una variación de la relajación lagrangeana denominada *ILR* por *Improved Lagrangian Relaxation*. La misma se aplica sólo a

unidades térmicas considerando restricciones de red DC y se muestran resultados aplicándola al caso de prueba de 24 barras de la IEEE. En [Lu y Shahidehpour \(2005\)](#) se aplica la relajación lagrangeana y el método de Benders para resolver el problema de *unit commitment* sobre un conjunto de unidades sólo térmicas y considerando de manera detallada la red. Este algoritmo se aplicó a un caso de 118 barras con un horizonte de tiempo de 24 horas. Dentro de los trabajos más recientes que consideran unidades hidroeléctricas, se encuentra [Finardi et al. \(2005\)](#) donde se combina la utilización de relajación lagrangeana con programación cuadrática secuencial. En este último caso, si bien se modela con un alto grado de detalle las características de las centrales hidroeléctricas, no se consideran las características de la red.

En los últimos años y debido al auge que tienen los métodos basados en la descomposición de Benders para la descomposición de problemas de grandes dimensiones, se presentaron distintos trabajos que tratan el despacho a corto plazo utilizando Descomposición Generalizada de Benders [Geoffrion \(1972\)](#). En [Murillo-Sanchez y Thomas \(1998\)](#) se presentan algoritmos basados en esta técnica que consideran los flujos de potencias AC en la red pero generados sólo por unidades térmicas. En [Diniz et al. \(2006\)](#) se presenta un método basado en la descomposición de Benders multietapa para resolver el problema de coordinación hidrotérmica. En esta representación, se modela en detalle el sector hidroeléctrico pero se aplica un modelo lineal DC de las pérdidas de las líneas de transmisión. Uno de los primeros trabajos que considera la aplicación de la Descomposición Generalizada de Benders al problema de STHTC considerando restricciones de redes AC, es [Sifuentes y Vargas \(2007b\)](#) con muy buenos resultados. Uno de los problemas mencionados en este trabajo es la lenta convergencia del algoritmo debido al conocido *tailing-off effect* que presenta este esquema de resolución. En [Sifuentes y Vargas \(2007a\)](#) se disminuye este efecto aplicando distintas heurísticas de aceleración de la convergencia.

En el presente trabajo se resuelve una versión sofisticada del STHTC, que abarca tanto la definición óptima de las unidades (térmicas e hidroeléctricas) que deben encenderse, como el despacho económico de las mismas. Además, con el objetivo de poder aplicar este algoritmo a países de latinoamérica, donde el sistema de interconexión esta conformada por redes debilmente malladas y líneas sobrecargadas con plantas de generación ubicadas lejos de los puntos de principales demanda, se considera un modelado AC de la red. Este hecho implica agregar un gran número de restricciones no lineales, las cuales representan un complejidad similar a resolver un flujo óptimo de potencia por cada período de planificación.

Este problema se resuelve aplicando una combinación de la descomposición generalizada de Benders con el método de Haces presentado en [Lemaréchal y Sagastizábal \(1997\)](#) y aplicado a distintos problemas del sector energético en [Belloni et al. \(2003\)](#) y [Rubiales et al. \(2007b\)](#). Este método se asemeja a una versión estabilizada del método de Planos Cortantes, el cual, soluciona los problemas de convergencia presentados en enfoques similares basados en la resolución mediante el método de Benders.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera. En las siguientes dos secciones se presenta la nomenclatura utilizada y la formulación del problema de STHTC resuelto en este trabajo detallando su función objetivo y sus restricciones. A su vez se presentan las consideraciones que se realizaron en la simplificación de algunos de los detalles de la red de manera de no perder generalidad ni tampoco realismo. Posteriormente se detalla el método de resolución propuesto en este trabajo y los fundamentos teóricos de resolución y convergencia del mismo. Finalmente se presentan resultados aplicados a distintas redes ficticias y reales de distintos tamaños.

2. NOMENCLATURA

Conjuntos

- $t \in T$ intervalos de tiempos asociados al horizonte de planificación.
- $i \in I$ unidades térmicas.
- $j \in J$ unidades hidroeléctricas.
- $b \in B$ barras del sistema.
- $ib \in ct(b)$ unidades térmicas conectadas directamente a la barra b .
- $jb \in ch(b)$ unidades hidroeléctricas conectadas directamente a la barra b .
- $bb \in cb(b)$ barras del sistema conectadas directamente a la barra b .
- $r \in R$ reservorios o embalses del sistema.

Variables

- $pt_{t,i}$ potencia activa térmica generada por la unidad i en el tiempo t .
- $ut_{t,i}$ estado de la unidad térmica i en el tiempo t .
- $st_{t,i}$ variable binaria que indica el hecho de que la unidad térmica i se encendió en el tiempo t .
- $et_{t,i}$ variable continua que se utiliza con el objetivo de determinar en que momento la unidad entra o sale de servicio.
- $qt_{t,i}$ potencia reactiva térmica generada por la unidad i en el tiempo t .
- $\epsilon p_{t,b}^-$ déficit de potencia activa en la barra b en el tiempo t .
- $\epsilon p_{t,b}^+$ exceso de potencia activa en la barra b en el tiempo t .
- $\epsilon q_{t,b}^-$ déficit de potencia reactiva en la barra b en el tiempo t .
- $\epsilon q_{t,b}^+$ exceso de potencia reactiva en la barra b en el tiempo t .
- $a_{t,r}$ volumen de agua que contiene el embalse r en el tiempo t .
- $q_{t,r}^T$ volumen de agua turbinado durante en el intervalo de tiempo t en el embalse r .
- $q_{t,r}^I$ volumen de agua que ingresa en el embalse r en el tiempo t .
- $q_{t,r}^S$ volumen de agua que se virtió el tiempo t del embalse r .

Constantes

- A_i coeficiente asociado al término cuadrático de la función de costos de la unidad i .
- B_i coeficiente asociado al término lineal de la función de costos de la unidad i .
- C_i coeficiente asociado al término independiente de la función de costos de la unidad i .
- D_i coeficiente asociado al costo de encendido de la unidad i .

- Ep^- coeficiente de penalización asociado al déficit de potencia activa.
- Ep^+ coeficiente de penalización asociado al exceso de potencia activa.
- Eq^- coeficiente de penalización asociado al déficit de potencia reactiva.
- Eq^+ coeficiente de penalización asociado al exceso de potencia reactiva.
- pt_i^{LOW} y pt_i^{UP} limite mínimo y máximo de generación de potencia activa para la unidad térmica i .
- qt_i^{LOW} y qt_i^{UP} limite mínimo y máximo de generación de potencia reactiva para la unidad térmica i .
- ph_i^{LOW} y ph_i^{UP} limite mínimo y máximo de generación de potencia activa para la unidad hidroeléctrica j .
- qh_i^{LOW} y qh_i^{UP} limite mínimo y máximo de generación de potencia reactiva para la unidad hidroeléctrica j .
- on_i^{LOW} tiempo mínimo de operación para la unidad i .
- off_i^{LOW} tiempo mínimo fuera de servicio para la unidad i .
- ΔPT_i^{UP} Límite asociado a la diferencia de generación para la unidad térmica i entre dos tiempos dados.
- ϑ_i^{UP} disponibilidad máxima de combustible para la unidad i durante todo el horizonte de planificación.
- ζ_t reserva rotante del sistema asociada al tiempo t .
- $\Psi p_{t,b}^-$ demanda de potencia activa asociada al tiempo t en la barra b .
- $\Psi q_{t,b}^-$ demanda de potencia reactiva asociada al tiempo t en la barra b .
- $v_{t,b}$ módulo de la tensión en la barra b en el tiempo t .
- $\theta_{t,bb}$ ángulo de fase en la barra b en el tiempo t .
- $G_{b,bb}$ y $B_{b,bb}$ parte real y compleja de la matriz de admitancia en la posición b, bb .
- a_r^{LOW} y a_r^{UP} volumen mínimo y máximo del embalse r .
- v_b^{LOW} y v_b^{UP} tensión mínima y máxima de la barra b .
- $\Omega_{b,bb}^{UP}$ límite de flujo de potencia activo entre dos barras b y bb .

3. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El STHTC aplicado a mercados eléctricos centralizados basados en costos auditados se define en la presente sección. La función objetivo del problema de minimización está dada por (1). La misma, se corresponde con el costo asociado a la producción de la electricidad necesaria para satisfacer una demanda fija, la cual es estimada en cada intervalo de tiempo. En este trabajo se consideran los costos asociados al consumo de combustible de las unidades térmicas y el costo de arranque de estas unidades, de la siguiente manera:

$$f_o = \sum_t \sum_i P_{t,i}(pt_{t,i}, ut_{t,i}, st_{t,i}) \quad (1)$$

$$P_{t,i} = A_i pt_{t,i}^2 + B_i pt_{t,i} + C_i ut_{t,i} + D_i st_{t,i} \quad (2)$$

Los costos asociados a la electricidad generada por cada unidad térmica i se modelan con una curva cuadrática. La manera en que se modelan las penalizaciones por incumplimiento de la demanda se presentará en la siguiente sección y no sólo permite incorporar costos asociados a no poder suministrar potencia activa o reactiva en el sistema, sino que también simplifica la resolución del problema al evitar caer en soluciones infactibles. Esto último se debe a que bajo cualquier condición de despacho se permite cerrar el balance de potencia (activa y/o reactiva). En las siguientes secciones, al explicar la metodología de resolución, se analizarán las ventajas de evitar la ocurrencia de infactibilidades y por que este hecho es deseable para el método de descomposición propuesto.

Las restricciones se dividieron en cinco grupos, los cuales se detallan a continuación.

3.1. Restricciones asociadas sólo a las plantas térmicas

$$ut_{t,i} pt_i^{LOW} \leq pt_{t,i} \leq ut_{t,i} pt_i^{UP} \quad (3)$$

En la ecuación (3) se presentan las restricciones de caja asociadas a la potencia activa de cada central térmica. Como se puede observar, dada la discontinuidad que presenta la potencia de una unidad térmica, se hace necesario introducir variables binarias con el fin de representar adecuadamente la operación de los posibles estados de operación.

$$ut_{t,i} qt_i^{LOW} \leq qt_{t,i} \leq ut_{t,i} qt_i^{UP} \quad (4)$$

La ecuación (4) representa las restricciones de caja asociadas a la potencia reactiva de cada central térmica. Al igual que para la potencia activa se deben introducir variables binarias con el fin de representar los posibles estados de operación.

$$\begin{aligned} ut_{t,i} - ut_{t-1,i} &= st_{t,i} - et_{t,i} \\ st_{t,i} + et_{t,i} &\leq 1 \end{aligned} \quad (5)$$

En (5) se define la variable binaria $st_{t,i}$ y la continua $et_{t,i}$ se implementó con el objetivo de determinar en que momento la unidad entra o sale de servicio. Más precisamente, $st_{t,i}$ toma el valor 1 si la unidad i se enciende en el tiempo t (es 0 en los otros casos), y $et_{t,i}$ si la misma se apagada en ese tiempo. Estas variables no sólo fueron introducidas para considerar el costo de

arranque de una unidad térmica, sino también (como se verá en las próximas dos restricciones) para modelar los tiempos mínimos de prendido o apagado permitidos por cada unidad.

$$ut_{t,i} + ut_{t-1,i} + \dots + ut_{t+on_i^{LOW}-1,i} \geq st_{t,i}on_i^{LOW} \quad (6)$$

$$(1 - ut_{t,i}) + (1 - ut_{t-1,i}) + \dots + (1 - ut_{t+off_i^{LOW}-1,i}) \geq et_{t,i}off_i^{LOW} \quad (7)$$

En las ecuaciones (6) y (7) se presentan las restricciones asociadas a los tiempos mínimos de operación y tiempos mínimos fuera de servicio.

$$-\Delta PT_i^{UP} \leq (pt_{t-1,i} - pt_{t,i}) \leq \Delta PT_i^{UP} \quad (8)$$

La ecuación (8) define el máximo cambio de nivel de potencia de cada unidad térmica de un periodo al siguiente.

$$\Delta T \sum_t f(pt_{t,i}) \leq \vartheta^{UP} \quad (9)$$

En (9) se considera la disponibilidad máxima de combustible a utilizar durante todo el intervalo de tiempo por una unidad i dada. Muchas veces esta restricción agrupa un conjunto de unidades que se encuentran dentro de una central.

3.2. Restricciones asociadas sólo a las plantas hidráulicas

$$uh_{t,i}ph_j^{LOW} \leq ph_{t,j} \leq uh_{t,i}ph_j^{UP} \quad (10)$$

$$uh_{t,i}qh_j^{LOW} \leq qh_{t,j} \leq uh_{t,i}qh_j^{UP} \quad (11)$$

De manera similar a lo que se hizo con las ecuaciones (3) y (4) para restringir la producción de electricidad de las unidades térmicas en (10) y (11) se representa una curva de capacidad P-Q de forma rectangular del generador. Si bien en muchas publicaciones se asume que la potencia de las centrales hidráulicas va de cero a potencia máxima, existen casos en los cuales esto no se refleja por lo cual en pos de no perder generalidad se consideraron también discontinuidades en la potencia de unidades hidráulicas.

$$ph_{t,j} = q_{t,j}^T \beta_j \quad (12)$$

La ecuación (12) representa la relación lineal entre el caudal turbinado y la potencia generada por cada central hidroeléctrica. Cuando se trata de representar este tipo de relación se presentan varios enfoques. En aquellos que se aplican a sistemas mayormente abastecidos por centrales hidráulicas, como el de Brasil, se le da gran importancia al modelado de esta relación (Diniz y Maceira, 2008). En otros trabajos dada la naturaleza lineal de la función de producción para el caso de centrales de gran caída, muchas veces se elimina la variable caudal dejando todo en función de la variable que representa el nivel de potencia generado con la finalidad de reducir el número de variables y hacer el problema más compacto. Algunas veces por razones de claridad se prefiere mantener de manera explícita la variable que representa el caudal.

3.3. Restricciones asociadas a ambos tipos de generación

$$\sum_i (ut_{t,i}pt_{t,i}^{UP} - pt_{t,i}) + \sum_j (uh_{t,j}ph_{t,j}^{UP} - ph_{t,j}) \geq \zeta_t \quad (13)$$

La restricción representada en (13) esta asociada a la reserva rotante del sistema.

$$\begin{aligned} & \sum_{ib \in ct(b)} pt_{t,ib} + \sum_{jb \in ch(b)} ph_{t,jb} + \epsilon p_{t,b}^- - \epsilon p_{t,b}^+ - \Psi p_{t,b} = \\ v_{t,b} & \sum_{bb \in cb(b)} v_{t,bb} (G_{b,bb} \cos(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb}) + B_{b,bb} \sin(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb})) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{ib \in ct(b)} qt_{t,ib} + \sum_{jb \in ch(b)} qh_{t,jb} + \epsilon q_{t,b}^- - \epsilon q_{t,b}^+ - \Psi q_{t,b} = \\ v_{t,b} & \sum_{bb \in cb(b)} v_{t,bb} (G_{b,bb} \sin(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb}) - B_{b,bb} \cos(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb})) \end{aligned} \quad (15)$$

A través de las ecuaciones (14) y (15) se obtiene un sistema de ecuaciones por barra b que vincula las inyecciones de potencia activa y reactiva con los ángulos y módulos de las tensiones. El conjunto $cb(b)$ sobre el cual se aplica la sumatoria, se corresponde con las barras conectadas directamente a la barra b .

3.4. Restricciones relacionadas con las cuestiones hídricas

$$a_{t+1,r} = a_{t,r} + \Delta T (q_{t,r}^I - q_{t,r}^T - q_{t,r}^S) \quad (16)$$

La ecuación de continuidad o balance hídrico de los embalse se presenta en (16) y considera un embalse por central. Mientras que en (17) se representan las restricciones de caja asociadas al volumen del embalse.

$$a_r^{LOW} \leq a_{t,r} \leq a_r^{UP} \quad (17)$$

3.5. Restricciones asociadas a cuestiones de la red

$$-\Omega_{b,bb}^{UP} \leq v_{t,b} v_{t,bb} [G_{b,bb} \cos(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb}) - B_{b,bb} \sin(\theta_{t,b} - \theta_{t,bb})] - G_{b,bb} v_{t,b}^2 \leq \Omega_{b,bb}^{UP} \quad (18)$$

$$v_b^{LOW} \leq v_{t,b} \leq v_b^{UP} \quad (19)$$

En (18) se consideran las restricciones asociadas a la capacidad de las líneas de transmisión y transformadores., mientras que en (19) se introducen los niveles de operación permitidos para las tenises presentes en cada una de las barras.

3.6. Mantenimiento de los componentes del sistema

Para considerar restricciones asociadas a elementos del sistema que estén momentáneamente fuera de servicio (o por el contrario, cuyo funcionamiento este forzado por algún otro motivo) se deben modificar las restricciones antes mencionadas. En el caso de la disponibilidad de unidades térmicas o hidráulicas, se deben forzar los valores de las variables $ut_{t,i}$ o $uh_{t,j}$ (por ejemplo, en la ecuación (3) o (10)) a cero o a uno según corresponda. En el caso de las líneas de transmisión, debe considerarse la presencia o no de las mismas y eso hará que la matriz de admitancia pueda modificarse según el tiempo t al cual este asociada.

4. MÉTODO DE RESOLUCIÓN

La descomposición de Benders brindó un aporte importante para la descomposición de la estructura de problemas matemáticos con *variables especiales*, las cuales, cuando son fijadas temporalmente, hacen el problema resultante más sencillo. La clase de problemas considerada por J. F. Benders, al fijar el valor de estas variables especiales simplifica el problema definido a uno de programación lineal, parametrizado por los valores fijos de las variables especiales. En 1972 A. M. Geoffrion (Geoffrion, 1972) generalizó el enfoque de Benders a una clase más grande de problemas en los cuales el subproblema parametrizado no necesariamente tiene que ser un problema de programación lineal.

La Descomposición Generalizada de Benders puede verse como una técnica similar a la de Planos cortantes. Como se advierte en la literatura (Bonnans y Lemaréchal, 2006), en muchos casos, el algoritmo de planos cortantes puede presentar inestabilidades y un mal comportamiento numérico que hace que ciertas veces su convergencia sea demasiado lenta. Una de las metodologías introducidas por Lemaréchal en (Lemarechal, 1978) y (Lemaréchal et al., 1995) se denomina *Bundle* o Método de Haces que justamente se asemeja a una versión estabilizada del método de Planos Cortantes. El mecanismo de estabilización de este enfoque se explica en la sección siguiente e inspira el algoritmo de optimización propuesto en este trabajo.

Al considerar la aplicación de la Descomposición Generalizada de Benders (introducida por Geoffrion) en conjunto con el método de haces al problema STHTC, se debe buscar una forma de descomponer el problema de manera de cumplir con los puntos mencionados en (Geoffrion, 1972). En la siguiente sección se presenta la descomposición propuesta.

4.1. Métodos de Haces o Bundle Methods

Como se mencionó en la sección anterior, los métodos de Haces se crearon con el objetivo de corregir los problemas de convergencia que tiene el método de Planos Cortantes. Para evitar oscilaciones, es deseable que el algoritmo *recuerde* el mejor punto obtenido hasta ese momento. Con esta información extra mantenida a lo largo de las iteraciones, el algoritmo puede generar dos secuencias de puntos. Una es la secuencia de puntos usados para definir el modelo de la función a optimizar \hat{f}_k . Estos puntos se denominan *candidatos*, y se definen como y^k . La otra secuencia de puntos consiste de los denominados *centro de estabilidad*, y son los puntos que realizan un decrecimiento aceptable en la función objetivo f . Estos últimos se denotan como x^k .

Si bien existen distintas variantes de estos métodos debido a la técnica que estos utilizan para estabilizar el método de Planos Cortantes (Bonnans y Lemaréchal, 2006) (penalización, región de confianza, etc), en este trabajo se utiliza la *proximal*. El método de haces proximal, es una variante del de penalización, cuyo objetivo es la estabilización del método de Planos Cortantes introduciendo un término cuadrático en el modelo lineal por partes de la función dual.

El algoritmo general del método de Haces se define de la siguiente manera:

4.1.1. Algoritmo

1. Inicialización $k = 0, \delta_1 = \infty, tol = 10^{-4}, m$ en un valor entre 0 y 1, definir x_0 y obtener correspondiente valor de f y su subgradiente
2. Si $\delta_k \leq tol$ finalizar
3. Resolución del problema de optimización estabilizado $\min_y f(y) + \frac{1}{2}\tau^k \|y - x^k\|^2$ obteniendo el valor de la función y el subgradiente en el punto y^{k+1}
4. Definir el descenso nominal δ_k y realizar la siguiente prueba de descenso:

$$f(x^k) - f(y^{k+1}) \geq m\delta_{k+1} \begin{cases} Si : x^{k+1} = y^{k+1} \\ No : x^{k+1} = x^k \end{cases} \quad (20)$$

5. Mejorar el modelo agregando el plano cortante asociado a y^{k+1} .
6. Actualizar $k = k + 1$, ir al paso 2.

La función original $f(y)$ a minimizar en este problema se corresponde con la definición completa del problema STHTC definido en (3). Debido a la complejidad que el mismo presenta el problema debe ser descompuesto en función de las variables y restricciones involucradas. El término cuadrático que acompaña a la solución objetivo original representa la localización de la búsqueda a un entorno de la última solución *buena* cuyo radio es determinado por un parámetro estabilizador τ^k que se interpretaría como un parámetro proximal que penaliza la distancia a x_k . Con el correr de las iteraciones se realiza un aumento progresivo de τ^k , de manera que el tamaño de los pasos ($y^{k+1} - x^k$) disminuya a lo largo del proceso. El entorno se centra en el punto x^k , que corresponde al mejor valor de la función obtenido hasta la k -ésima iteración.

Como se menciona en (Lemaréchal y Sagastizábal, 1997), Las principales ventajas del método de Haces son:

- obtiene un punto óptimo,
- mayor Robustez,
- mejor Estabilidad,
- posibilidad de reducir parte de la información que se utiliza sin afectar la convergencia.

Dentro de las desventajas del método de Haces se puede mencionar que:

- en las sucesivas iteraciones se debe resolver un problema de programación cuadrática (y no uno de programación lineal como en el caso de los Planos Cortantes) para actualizar los multiplicadores,
- su implementación es más difícil,
- necesita de un grado de experiencia mayor de parte de la persona que lo implementa para calibrar correctamente ciertos parámetros.

Como se puede observar, de las desventajas mencionadas acerca del método de Haces, ninguna presenta una dificultad que no permita obtener buenos resultados, al menos en este trabajo. Considerando un método eficiente para la resolución del problema de programación cuadrática como en (Lemaréchal y Sagastizábal, 1997) y estudiando minuciosamente los valores de los parámetros utilizados, las desventajas se reducen notablemente. A su vez, esta dificultad a la hora de la implementación del algoritmo es compensada por la mejor solución obtenida y por las mejoras notables con respecto a la inestabilidad de los métodos antes mencionados.

Las consideraciones más importantes a tener en cuenta en el método de Haces son:

- el control del parámetro de penalización τ^k a lo largo de las iteraciones,
- las reglas para actualización del centro de estabilidad x^k ,
- el criterio de parada.

Con respecto a la primera de las consideraciones, si bien en distintos trabajos se presentan distintas maneras de actualizar el valor de τ^k cuando existe un paso de descenso, en (Bonnans et al., 2003) se menciona que los avances en este campo no están demasiado desarrollados todavía. En este trabajo se propuso la siguiente regla para la actualización del parámetro τ^k :

$$\tau^k = \frac{\alpha \frac{\sum_k f(y^k)^{\beta+1}}{k}}{\left(f(y^k) - \hat{f}(y^k)\right)^\beta \frac{\sum_k \|x^k\|^2}{k}}, \quad (21)$$

donde α y β son parámetros de ajuste. Esta definición de τ^k (cómo se observará más adelante) cumple con el objetivo de penalizar de mayor manera la diferencia del punto candidato actual con respecto al último centro de estabilidad, cuando menor es la diferencia entre la función objetivo original y la aproximada a través de los cortes que se generan a lo largo de las iteraciones. Esta diferencia se expresa en el término $\left(f(y^k) - \hat{f}(y^k)\right)^\beta$ mientras que el resto de los términos de (21) están asociados al escalado de (21) para ser utilizado en la función objetivo como se realiza.

Las otras dos consideraciones están asociadas a la definición del parámetro m y del valor de δ_k que se va actualizando en cada iteración. Para la definición del parámetro m se realizaron varias pruebas, las cuales serán presentadas en el próximo capítulo. Para la definición de δ_k , que se corresponde con el decrecimiento nominal, se utilizó la fórmula siguiente definida en (Bonnans et al., 2003):

$$\delta_{k+1} = f(x^k) - \left(\varphi_k(y^{k+1}) + \frac{1}{2}\tau^k \|y^{k+1} - x^k\|^2\right) \quad (22)$$

4.2. Descomposición Propuesta

Para la posible minimización de la función $f(y)$ y debido a la complejidad que esta representa, el problema de minimización presentado en (3) debe ser descompuesto y queda definido de la siguiente manera:

$$\min_{y_m} f_m(y_m) + \varphi(y_m) + \frac{1}{2}\tau^k \|y_m - x_m^k\|^2 \quad (23)$$

Donde $f_m(y_m)$ representa la función objetivo del problema maestro y $\varphi(y_m)$ el modelo que aproxima el subproblema evaluado en el punto y_m . Cabe destacar que se definen y_m e y_{sp} como el conjunto de valores candidatos asociados a las variables del problema maestro y del subproblema respectivamente. A medida que suceden las iteraciones, el algoritmo va agregando cortes al modelo del subproblema y va generando una solución más aproximada al valor real de la función objetivo del subproblema.

$$\varphi(y_m) = \text{mín } f_{sp}(y_m, y_{sp}) \quad (24)$$

En el esquema de descomposición definido para este problema se intenta balancear las complejidades del problema maestro y del subproblema definiendo qué restricciones se asocian a cada uno de ellos. Como se observa en (25) la función objetivo del problema maestro está asociada a la suma de los costos de encendido de las centrales térmicas y a los coeficientes de los costos cuadráticos asociados a la generación de las centrales térmicas

$$f_m(y_m) = \sum_t \sum_i A_i p_{t,i}^2 + B_i p_{t,i} + C_i u_{t,i} + D_i s_{t,i} \quad (25)$$

Donde y_m representa el conjunto de variables que se fijan en el problema maestro en cada iteración y son pasadas al subproblema. En el presente trabajo este conjunto de variables está dado por la potencia activa térmica e hidráulica de cada unidad $p_{t,i}$ y $ph_{t,j}$ respectivamente, las variables binarias asociadas al estado de ambos tipos de unidades $u_{t,i}$ y $uh_{t,j}$, y las variables asociadas al prendido y apagado de las unidades térmicas $s_{t,i}$ y $et_{t,i}$. O sea:

$$y_m = (u_{t,i}, p_{t,i}, uh_{t,j}, ph_{t,j}, s_{t,i}, et_{t,i}) \quad (26)$$

de las cuales $u_{t,i}, p_{t,i}, uh_{t,j}, ph_{t,j}$ se pasan al subproblema, y $s_{t,i}$ y $et_{t,i}$ sólo se usan en el maestro. Dentro de las restricciones se encuentran:

- De caja (3), de rampas (8), tiempos mínimos de encendido (6) y tiempos mínimos de apagado (7) (5), asociadas a la potencia activa térmica
- Balance hídrico (16) y Conversión energética del agua (12)
- De caja asociadas al agua de los embalses (17)
- De caja asociadas a la potencia activa que genera la central (10)
- Reserva Rotante (13)
- Consumo Máximo de combustible por unidad (9)

Las variables consideradas en el subproblema son la potencia reactiva térmica $qt_{t,i}$ e hidráulica $qh_{t,j}$ los excesos o déficit de potencia activa o reactiva ($\epsilon p_{t,b}^-, \epsilon p_{t,b}^+, \epsilon q_{t,b}^-, \epsilon q_{t,b}^+$) en cada una de las barras, y los ángulos $\theta_{t,b}$ y tensiones $v_{t,b}$ en cada una de las barras.

La función objetivo del subproblema considera los costos asociados a las penalizaciones por déficit o exceso de potencia activa o reactiva en cada una de las barras.

$$f_{sp} = \sum_t \sum_b E p^- \epsilon p_{t,b}^- + E p^+ \epsilon p_{t,b}^+ + E q^- \epsilon q_{t,b}^- + E q^+ \epsilon q_{t,b}^+ \quad (27)$$

Las restricciones que se consideran en el subproblema, se corresponden con:

- Las de caja de potencia reactiva para todas las centrales ((4) para las térmicas y (11) para las hidráulicas)
- Las de balance de potencia activa y reactiva en cada barra (14) y (15)
- Las capacidades límites de las líneas de transmisión (18)
- Los niveles de tensión requeridos en cada barra (19)

Como se puede observar en este caso el problema maestro es computacionalmente más caro que el subproblema. El problema maestro se corresponde con un problema de programación cuadrática con restricciones lineales que también tiene restricciones asociadas a variables enteras. Este tipo de problemas ha sido estudiado por mucho tiempo y en la actualidad existen varios solvers comerciales con probada eficiencia en resolver este tipo de problemas. En este trabajo se utiliza el lenguaje algebraico de modelado *GAMS* y los solvers *CPLEX* y *CONOPT* para resolver el problema maestro y el subproblema respectivamente.

Se puede observar que en el subproblema no se presentan acoples temporales como en el problema maestro con lo cual se resuelven t problemas similares a un flujo óptimo de potencia, donde lo que se busca minimizar son las penalizaciones antes mencionadas.

Los valores de las variables que indican el estado de cada unidad térmica $ut_{t,i}$, la potencia activa térmica $pt_{t,i}$, la hidráulica $ph_{t,j}$ y las variables binarias asociadas al estado de las mismas $uh_{t,j}$ son fijadas en el subproblema por la solución generada en el problema maestro. Para simplificar la ecuación de los cortes y simplificar el pasajes de valores de las variables y de multiplicadores de los cortes se agregaron las siguientes restricciones al subproblema:

$$\begin{aligned} pt_{t,i} &= pt_{t,i}^k : \mu_{t,i}^k \\ ph_{t,j} &= ph_{t,j}^k : \lambda_{t,j}^k \\ ut_{t,i} &= ut_{t,i}^k : \pi_{t,i}^k \\ uh_{t,j} &= uh_{t,j}^k : \psi_{t,j}^k \end{aligned} \quad (28)$$

Donde $uh_{t,j}$, $ph_{t,j}$, $ut_{t,i}$ y $pt_{t,i}$ son variables del subproblemas, $uh_{t,j}^k$, $ph_{t,j}^k$, $ut_{t,i}^k$ y $pt_{t,i}^k$ son la solución del problema maestro en la iteración k , y $\mu_{t,i}^k$, $\lambda_{t,j}^k$, $\psi_{t,j}^k$ y $\pi_{t,i}^k$ los multiplicadores asociados.

Para la incorporación de los cortes al problema maestro se sigue un esquema similar al presentado anteriormente, incorporando a la función objetivo del maestro el termino $\sum_t z_t$ que se corresponde con el valor del modelo de la función objetivo del subproblema en la iteración k . A su vez, los cortes quedan definidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} z_t \geq & z_t^k + \sum_j \lambda_{t,j}^k (uh_{t,j} - uh_{t,j}^k) + \sum_j \psi_{t,j}^k (ph_{t,j} - ph_{t,j}^k) \\ & + \sum_i \mu_{t,i}^k (pt_{t,i} - pt_{t,i}^k) + \sum_i \pi_{t,i}^k (ut_{t,i} - ut_{t,i}^k) \end{aligned} \quad (29)$$

Resumiendo y considerando la descomposición del problema en conjunto con la aplicación del método de Haces, el esquema del algoritmo a utilizar se presenta en la figura 1.

En el paso 1, el de Inicialización de parámetros, se le da un valor a tol que representa la tolerancia relativa que se considerará en el paso 9 al evaluar la convergencia. Para el presente trabajo se utilizaron valores que van desde $1e - 5$ hasta $1e - 7$. Se definen valores iniciales para α y β que serán utilizados para calcular los valores de los diferentes τ^k en cada iteración y se define el centro de estabilidad inicial x^1 fijando valores de $ut_{t,i}$, $uh_{t,j}$, $st_{t,i}$, $et_{t,i}$, $ph_{t,j}$ y $pt_{t,i}$ para el mismo. A su vez, también se define m que se corresponde con el parámetro asociado a la prueba de descenso aplicado en el paso 8.

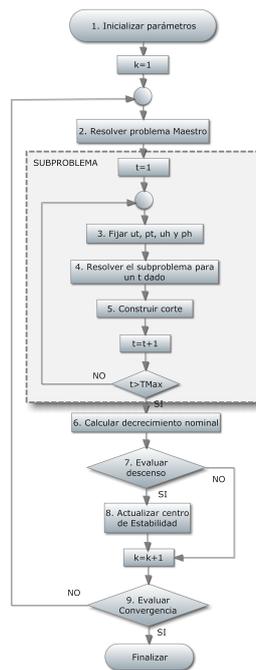


Figura 1: Diagrama correspondiente al algoritmo del método de Haces

En el paso 2, se resuelve el problema maestro utilizando programación cuadrática entera mixta con restricciones (MIQCP) y el solver *CPLEX*. La función objetivo del problema a resolver es similar a (25) pero incorpora la variable z_t que se relaciona con los cortes asociados al modelo del subproblema:

$$f_m = \sum_t \sum_i A_i p t_{t,i}^2 + B_i p t_{t,i} + C_i u t_{t,i} + D_i s t_{t,i} + z_t + \frac{1}{2} \tau_{ut}^k |u t - u t^k|^2 + \frac{1}{2} \tau_{pt}^k |p t - p t^k|^2 + \frac{1}{2} \tau_{ph}^k |p h - p h^k|^2 + \frac{1}{2} \tau_{uh}^k |u h - u h^k|^2 \quad (30)$$

Como se mencionó anteriormente, para el problema de coordinación hidrotérmica y_m esta conformado por distintas variables, $y_m = (u t_{t,i}, p t_{t,i}, u h_{t,h}, p h_{t,h}, s t_{t,i}, e t_{t,i})$, de donde $s t$ y $e t$ si bien forman parte del problema maestro, son función de $u t$ con lo cual no se consideran en la conformación del centro de estabilidad. Debido a la distinta naturaleza de estas variables y distinto rango de valores que las mismas pueden obtener, se decidió descomponer el centro de estabilidad en subcentros asociados a cada una de ellas. De esta manera, $u t^k$, $p t^k$, $u h^k$, $p h^k$ se corresponden con los valores de los centros de estabilidad de las variables $u t$, $p t$, $u h$ y $p h$ respectivamente. y τ_{ut}^k , τ_{pt}^k , τ_{uh}^k y τ_{ph}^k son los distintos valores del coeficiente de estabilización asociado a las distintas variables del problema maestro.

Las restricciones del problema maestro son las mencionadas en (??) con la salvedad que la última referida a los cortes se define en (29).

En el paso 3, la solución obtenida en el paso anterior fija las variables correspondientes en el subproblema. Con este objetivo se agregan las restricciones definidas en (??).

Para el paso 4, se resuelve el subproblema especificado en (27) y en (??) considerando la inclusión de las restricciones asociadas a la copia de variables definidas en (28). El mismo es un problema de programación no lineal y se resuelve con el solver *CONOPT*. Debido a que el subproblema no presenta acople temporal entre sus variables, el mismo se puede descomponer como t problemas independientes de menor complejidad.

En el paso 5 se construye el corte asociado a la iteración k siguiendo la ecuación (29). Cabe destacar, que inicialmente se trabajó con un solo corte que estaba asociado a todos los

tiempos (opción monocorte) pero luego por razones de performance, se optó por la opción multicorte agregando t cortes por cada iteración del algoritmo y obteniendo un número menor de iteraciones. Como resultado de lo mencionado anteriormente la cantidad de cortes que definen la aproximación del subproblema en la iteración k es tk .

En el paso 6 se calcula el decrecimiento nominal δ_k , según la ecuación (22).

Los pasos 7 y 8 en conjunto actualizan el centro de estabilidad para la iteración k según lo definido en (20). A su vez, también se actualiza el coeficiente del centro de estabilidad según (21).

El paso 9 verifica si $\delta_k \leq tol$, en caso afirmativo el algoritmo finaliza, y de lo contrario vuelve a resolver el problema maestro.

5. RESULTADOS

En la actual sección se presentan los principales resultados obtenidos aplicando el enfoque propuesto en las secciones anteriores. La aplicación de los distintos algoritmos se realiza sobre sistemas de distintos tamaños. En principio, se utiliza un sistema ficticio de 9 barras utilizado en (Sifuentes y Vargas, 2007a) y que en ese trabajo se resolvió aplicando la descomposición de Benders. Este sistema pequeño permite analizar detalles de los resultados que son difíciles de observar en sistemas de gran tamaño. Además, se observa la aplicación de la metodología propuesta a casos de mayor tamaño los cuales se asemejan a sistemas eléctricos de potencia reales, para los cuales fue desarrollado el algoritmo. Se comparan los resultados obtenidos con metodologías que utilizan Descomposición de Benders sin estabilizar.

Las características de los sistemas eléctricos utilizados en las pruebas efectuadas se detallan a continuación:

5.1. Sistema pequeño de 9 barras

Este sistema se basa en una red de transmisión de 9 nodos con 9 líneas. El parque generador está compuesto por tres unidades térmicas y una hidroeléctrica.

Para la prueba asociada a esta red se utiliza un perfil de demandas activas y reactivas las cuales fueron presentadas en (Sifuentes y Vargas, 2007a) de donde se pueden obtener todos los datos de la red utilizada.

En la figura 2 se presenta un diagrama unifilar del sistema utilizado.

En las tablas 1 y 2 se muestran las características de potencia activa y reactiva máxima y mínima y los costos de operación de las unidades térmicas de la red. Cabe destacar, que la unidad T1 se encuentran conectada a la barra N5, la T2 a N2, y T3 a la barra N3.

Tabla 1: Potencias de las unidades térmicas

Nombre	Potencia Activa		Potencia Reactiva	
	Mínima [MW]	Máxima [MW]	Mínima [MW]	Máxima [MW]
T1	10	250	-100	100
T2	10	300	-100	100
T3	10	270	-100	100

Las características de la central hidráulica H1 se presentan en la tabla 3 y las características del embalse en el cuadro 4. El factor de conversión energética que relaciona la potencia generada en central H1 con el caudal turbinado en el embalse es de $3,846 \text{ MW}/\text{m}^3/\text{s}$.

Tabla 4: Características del Embalse

Volúmenes [$1000 m^3$]				Caudal de Ingreso
Mínimo	Máximo	Inicial	Final	[$\frac{m^3}{s}$]
100	1000	568	568	31.2

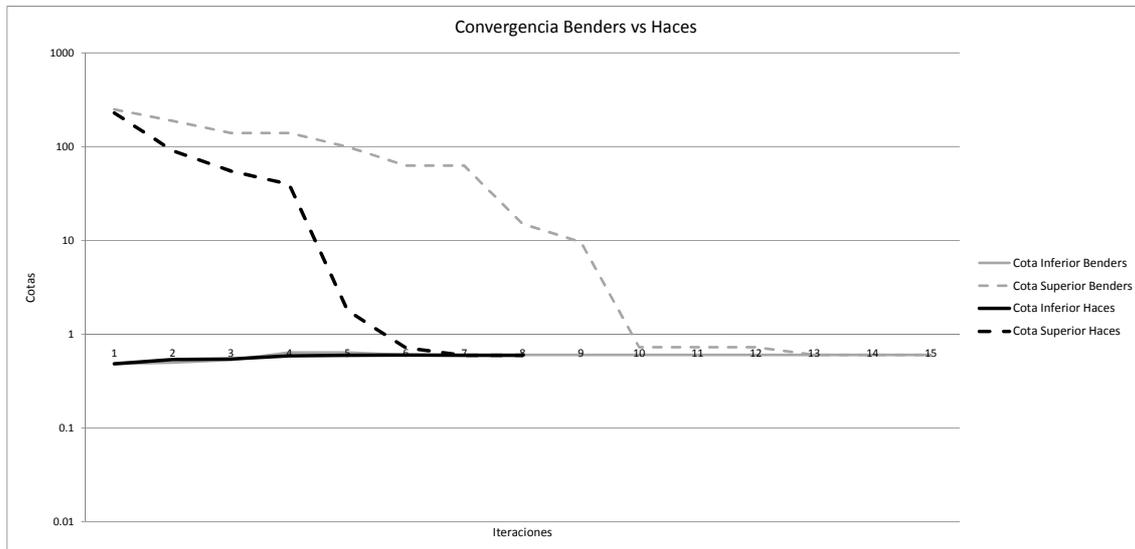


Figura 3: Comparación de la convergencia de ambos métodos

ejecutados con una tolerancia relativa de $1e^{-6}$.

Se puede observar como al aplicar el algoritmo presentado en este trabajo se reduce notablemente la cantidad de iteraciones realizadas. Además, en el resultado obtenido los déficit o excesos de potencias activas o reactivas fueron valores menores a $1e^{-3}$ MW, que son despreciables en sistemas eléctricos de potencia.

En la figura 4 se presenta la evolución de los valores de los distintos coeficientes de estabilización. Cabe destacar, que debido a que la potencia mínima hidráulica es cero en este caso no se consideró la variable $uh_{t,j}$ y por lo tanto tampoco su coeficiente de estabilización asociado.

Estos coeficientes tienen la función de penalizar la distancia con el último centro de estabilidad encontrado. Como se puede observar, estos comienzan en valores cercanos a cero y a medida que las iteraciones avanzan los mismos incrementan exponencialmente su valor. El efecto que tiene este comportamiento en el algoritmo es el de penalizar más la distancia cuando mejor es la solución.

Las variables de penalización utilizadas en el subproblema en conjunto con los cortes de factibilidad, cumplen la función de enviar señales al maestro, de manera que el mismo, genere soluciones que consideren las restricciones asociadas a la red. Si bien la magnitud de estos valores debe ser cero en la solución óptima, por cuestiones numéricas no es fácil que llegue a ese valor. Desde el punto de vista práctico, estos valores se consideran residuales y la presencia de los mismos no tiene ningún efecto en el despacho final. Una mayor fuente de error en el despacho es el pronóstico de demanda el cual se encuentra fácilmente en el orden del 2 % al 3 % de la demanda total.

El hecho de reducir estos valores, o su impacto en el costo total, requiere de un número no menor de iteraciones sobre el final de la convergencia del algoritmo. Durante estas itera-

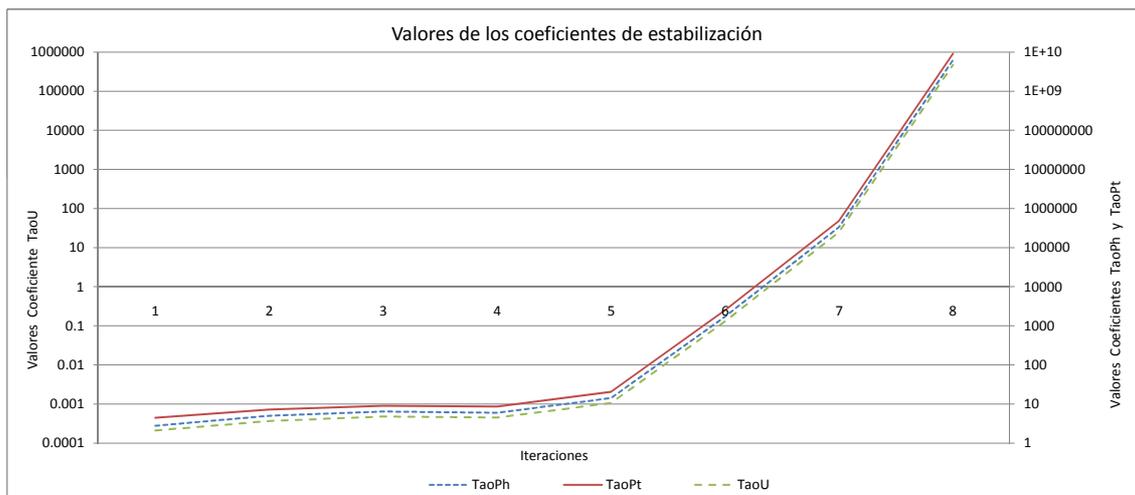


Figura 4: Evolución de los coeficientes de Estabilización

ciones generalmente el costo de la operación no varía demasiado y menos aún las cantidades despachadas por las unidades del sistema. Esto sugiere la utilización de un criterio de convergencia basado no sólo en la diferencia entre las cotas, sino también en la magnitud del déficit o exceso de potencia en cada una de las barras. En casos prácticos, este criterio de convergencia utilizará un número menor de iteraciones afectando en una manera despreciable el despacho obtenido. Lo formulado anteriormente es válido siempre y cuando los valores de las variables de holgura no se deban a la incapacidad del sistema de satisfacer la demanda requerida. Cabe destacar, que cuando se presentan estos casos las magnitudes de estos valores son más grandes y no fluctúan a lo largo de las iteraciones, sino se estabilizan en los valores de déficit de potencia que efectivamente presenta el despacho.

En la tabla 5 se presentan la suma de los déficit y excesos de potencia para cada barra discriminados por tiempo e iteración. Se puede observar cómo a partir de la iteración 6, los mismos ya son realmente despreciables (también lo son en la iteración 5 sino fuera por el valor del tiempo 24).

En la tabla 6 se muestran los valores de la cota superior (la cual considera las penalizaciones asociadas a los déficit y excesos de potencia en cada barra) y el costo asociado sólo a la generación. Se puede observar cómo este último varía muy poco en las últimas iteraciones y un buen resultado práctico para el despacho se obtuvo a partir de la iteración 5.

5.2. Sistema mediano basado en la red de Transcomahue

La presente aplicación del algoritmo se realiza sobre una sección del Sistema Interconectado Nacional de Argentina cuyo sector de transporte es operado por Transcomahue. Esta red se encuentra en la zona del Alto Valle y comprende las provincias de Neuquén y Río Negro. La extensión de la misma se considera de tamaño medio y cuenta con centrales térmicas e hidráulicas. La red modelada en este caso considera los sectores de nivel de tensión de 132 kV y las barras y líneas de menor tensión que llegan a los generadores. Las demandas del sistema se consideraron como conexiones que consumen potencia activa y reactiva a 132 kV.

El sistema al cual se aplicó el algoritmo desarrollado en este caso tiene 87 barras, 23 centrales térmicas, 6 hidráulicas y un esquema del mismo se presenta en la figura 5.

En los cuadros 7 y 8 se muestran las características de potencia activa y reactiva máxima y mínima y los costos de operación de las unidades térmicas de la red. Cabe destacar que los

Tabla 5: Suma de déficit y exceso de potencia activa y reactiva para cada tiempo y en cada iteración

Hora	5	6	7	8
1	0.004023	2.91E-05	2.71E-07	0
2	0.003639	2.29E-05	1.85E-07	0
3	0.003645	2.3E-05	1.86E-07	0
4	0.003444	2.01E-05	1.51E-07	0
5	0.003471	2.05E-05	1.56E-07	0
6	0.003856	2.63E-05	2.31E-07	0
7	0.003824	2.58E-05	2.23E-07	0
8	0.003934	2.76E-05	2.49E-07	0
9	0.003931	2.76E-05	2.48E-07	0
10	0.004213	3.26E-05	3.24E-07	0
11	0.004176	3.19E-05	3.14E-07	0
12	0.00448	3.8E-05	4.13E-07	0
13	0.004322	3.48E-05	3.59E-07	0
14	0.004106	3.06E-05	2.93E-07	0
15	0.004086	3.03E-05	2.88E-07	0
16	0.004116	3.08E-05	2.96E-07	0
17	0.00409	3.04E-05	2.89E-07	0
18	0.004043	2.95E-05	2.77E-07	0
19	0.011379	1.19E-05	1.67E-07	0
20	0.014734	1.3E-05	2.03E-07	0
21	0.01558	1.33E-05	2.12E-07	0
22	0.012313	1.22E-05	1.77E-07	0
23	0.027987	0.000146	1.14E-06	0
24	4.208667	0.012345	6.53E-05	5.02E-07

Tabla 6: Cota Superior vs. Costo de Generación en cada iteración

	5	6	7	8
Cota Superior	178455.3	71796.6	59678.8	59678.7
Costo Generación	59585.5	59678.5	59678.7	59678.7

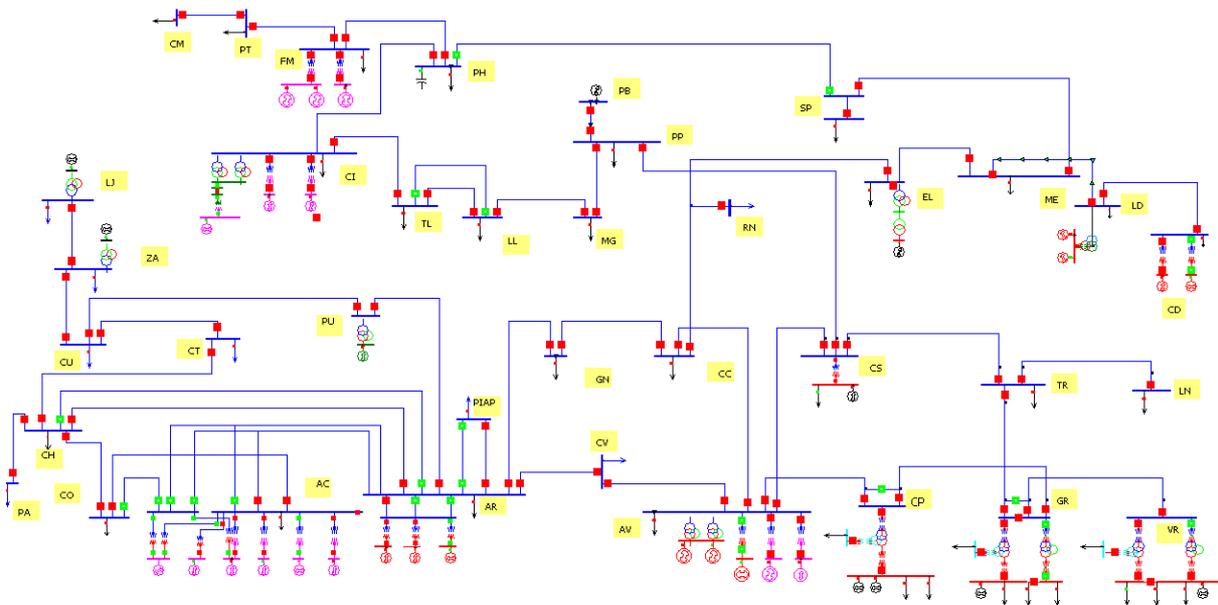


Figura 5: Diagrama unifilar de la red de Transcomahue

datos de costos son ficticios debido a que los mismos no se suministraron por la transportista.

Las características de las centrales hidráulicas se presentan en la tabla 9.

Al igual que con los datos de los costos, los datos de los embalses no fueron suministrados, con lo cual se utilizaron valores ficticios que podrían corresponderse tranquilamente con los datos reales. Por cuestiones de claridad no se enumeran las características de las líneas ni los valores de demanda discriminados por barras.

En la figura 6 se presentan los resultados obtenidos. Debido a que visualizar los volúmenes de cada embalse y las potencias generadas por cada unidad separadas hubiera sido confuso, se presentaron los valores sumados de cada uno de estos por cada período de tiempo. Se puede observar como cuando se genera más potencia de manera hidroeléctrica, el volumen en los embalses disminuye y viceversa.

En la figura 7 se presentan las cotas del enfoque presentado en este trabajo vs. el basado en el método de Benders presentado en (Sifuentes y Vargas, 2007a) y es uno de los aportes más recientes en este área. Al igual que para el caso anterior las pruebas se realizaron en una PC AMD Athlon X3 435 2.96 Ghz con 4 GB de RAM. Se utilizó el GAMS 23.6 y los solvers utilizados para la resolución del problema son las versiones de CPLEX y CONOPT que vienen con esa versión de GAMS. Los tiempos obtenidos de resolución son de 6223 segundos para el algoritmo basado en Benders y 1210 segundos para el basado en Haces con una tolerancia relativa de $1e-3$ en ambos casos.

Al considerar la regla de parada mencionada en la sección 5.1.1 el algoritmo convergió sólo en 6 iteraciones con un tiempo de ejecución total de 657 segundos. En este último caso se utilizó

Tabla 7: Potencias de las unidades térmicas

Nombre	Potencia Activa		Potencia Reactiva	
	Mínima [MW]	Máxima [MW]	Mínima [MW]	Máxima [MW]
P.BAND.	0	70	-50	50
ACAJTG06	40	130	-67.5	82.5
ACAJTG01	15	51	-13.38	19.88
ACAJTG02	15	51	-13.38	19.88
ACAJTG03	15	51	-13.38	19.88
ACAJTG04	15	51	-13.38	19.88
ACAJTG05	15	51	-13.38	19.88
AVALTV	3	30	-30	37.6
AVALTG21	0	17	-100	100
AVALTG22	5	26	0	14
AVALTG23	5	26	0	14
FILOTG	7	23.6	-4	23
CHIUTG02	5	19.4	-10.3	10.81
CHIUTG01	5	19.4	-10.3	10.81
HUINTG01	0	42.73	-8.6	30
CP_13	0	10	-5	10
GR_13A	0	5	-2.5	5
VR_13B	0	5	-2.5	5
CS_13_1	0	5	-2.5	0
RI_33	0	25	0	25
ELOM2 TG	0	18	-5	8
FILOTG3	7	23.6	-7.05	17.14
PHFICT	0	70	-50	50

Tabla 8: Costos de las unidades térmicas

Nombre	Costos			Tiempo Mín de Op.		
	A [U/MWh^2]	B [U/MWh]	C [U]	Arr. [U]	On [h]	Off [h]
P.BAND.	0.11	5	150	500	6	6
ACAJTG06	0.13	5.5	160	500	6	6
ACAJTG01	0.15	6	170	500	6	6
ACAJTG02	0.17	6.5	180	500	6	6
ACAJTG03	0.19	7	190	500	6	6
ACAJTG04	0.21	7.5	200	500	6	6
ACAJTG05	0.23	8	210	500	6	6
AVALTV	0.25	8.5	220	500	6	6
AVALTG21	0.27	9	230	500	6	6
AVALTG22	0.29	9.5	240	500	6	6
AVALTG23	0.31	10	250	500	6	6
FILOTG	0.35	11	270	500	6	6
CHIUTG02	0.37	11.5	280	500	6	6
CHIUTG01	0.39	12	290	500	6	6
HUINTG01	0.41	12.5	300	500	6	6
CP_13	0.45	13.5	320	500	6	6
GR_13A	0.47	14	330	500	6	6
VR_13B	0.49	14.5	340	500	6	6
CS_13_1	0.51	15	350	500	6	6
RI_33	0.53	15.5	360	500	6	6
ELOM2 TG	0.43	13	310	500	6	6
FILOTG3	0.33	10.5	260	500	6	6
PHFICT	0.11	5	150	500	6	6

Tabla 9: Potencias de las unidades hidráulicas

Nombre	Potencia Activa		Potencia Reactiva	
	Mínima [MW]	Máxima [MW]	Mínima [MW]	Máxima [MW]
DIVIHI	1	5	-1.34	4.5
ARROHI01	20	42.5	-29.03	26.51
ARROHI02	20	42.5	-29.03	26.51
ARROHI03	20	42.5	-29.03	26.51
CDPIHI01	0	30	-25.4	20
CDPIHI02	0	30	-35	24.23

Tabla 10: Comparación de Performance entre los distintos Algoritmos

	Benders	Haces	Haces Mejorado
Iteraciones	25	9	6
Tiempo (s)	6223	1210	657

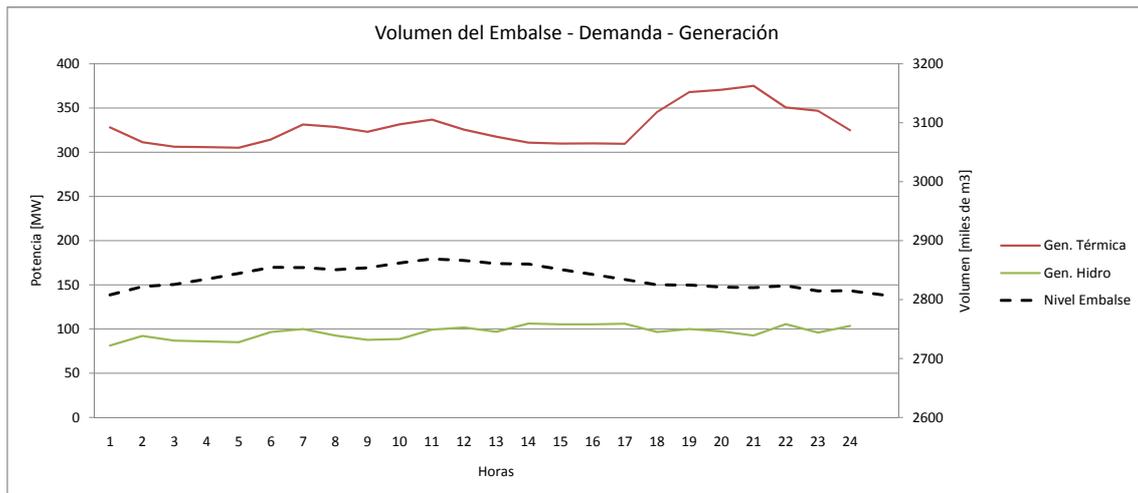


Figura 6: Evolución del volumen de los Embalses

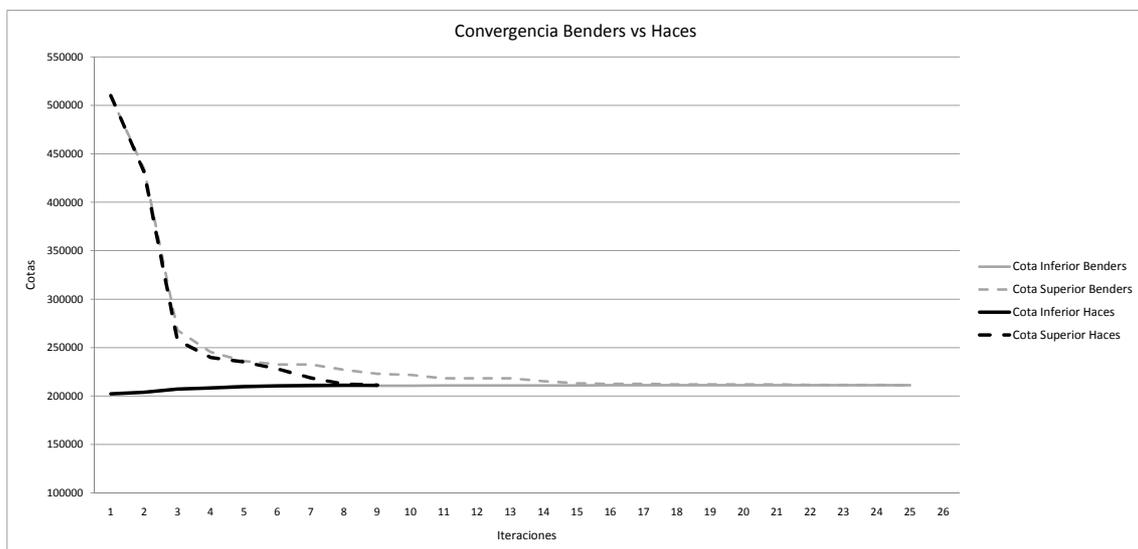


Figura 7: Comparación de la evolución de las cotas de ambos algoritmos

una tolerancia relativa de $1e-1$ y se permitieron déficit o excesos totales de menos de 3 MW por cada tiempo. La diferencia de costo entre ambos enfoques no fue mayor al 0.5 %. Cabe destacar que se obtuvo una importante reducción en el tiempo de resolución con respecto a una de las metodologías desarrollada en el campo de Coordinación Hidrotérmica y Despacho de Corto Plazo considerando Flujos de Potencias AC (Sifuentes y Vargas, 2007a). Esta disminución de tiempo fue aproximadamente de un orden de magnitud (de 6223 se pasó a 657 segundos), ver cuadro 10.

6. CONCLUSION

En este trabajo se formuló matemáticamente el problema de STHTC con un alto grado de detalle que permite en su aplicación evitar las correcciones post-despacho. Esta formulación que incluye un modelado AC de la red de transmisión hace que el problema de optimización a resolver sea de tipo entero-mixto, no-convexo, no-lineal y de gran dimensión.

La manera en que se formuló el modelo es fundamental para que los resultados del despacho

sean aplicables a sistemas con redes extensas y débilmente malladas, típicas de países subdesarrollados o en vías de desarrollo y con grandes extensiones de tierra, como los presentes en Latinoamérica. Esta formulación integra la coordinación hidrotérmica y el despacho con la resolución del flujo óptimo de potencias en un solo problema, evitando la puesta en marcha de máquinas no previstas. Este último hecho sucedería si los problemas se consideraran de manera separada o con una modelación DC de la red de transmisión, pudiendo acarrear la operación no óptima del sistema eléctrico.

Para la resolución de este problema se separó el problema original en un problema maestro cuadrático entero mixto con variables binarias y un subproblema no-lineal con variables continuas. La manera de descomponerlo es la más adecuada para el tipo de sistemas en los que se probó la metodología. Para su resolución se utilizó un enfoque novedoso basado en el algoritmo de Haces, el cual, mejora los tiempos de resolución propuestos últimamente en la literatura científica. Este método a su vez, soluciona los problemas de convergencia presentados en enfoques similares basados en la resolución mediante el método de Benders.

La metodología propuesta se aplicó tanto a redes ficticias como a redes reales de diferentes tamaños. Al comparar esta metodología con los últimos aportes presentados en este campo de investigación, se observó una notable mejora en cuanto a los tiempos de resolución.

Dentro de los trabajos futuros a realizar el principal consiste en evaluar distintas estrategias combinadas de resolución las cuales modifiquen el problema a resolver según el avance de las iteraciones del método de Haces. Por ejemplo, en las primeras iteraciones resolver una versión relajada del problema maestro considerando restricciones DC en el subproblema de manera de mejorar el tiempo de resolución de las mismas para incorporar la resolución del problema maestro y subproblema original solo en las últimas iteraciones.

REFERENCIAS

- Belloni A., Lima A., Maceira M., y Sagastizábal C. Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case. *Annals of Operations Research*, 120(1):21–44, 2003.
- Bonnans J. y Lemaréchal C. *Numerical optimization: theoretical and practical aspects*. Springer-Verlag New York Inc, 2006.
- Bonnans J.F., Gilbert J.C., Lemaréchal C., y Sagastizábal C.A. *Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2003.
- Diniz A.L. y Maceira M.E.P. A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3):1298–1308, 2008. doi:10.1109/TPWRS.2008.922253.
- Diniz A.L., Santos T.N., y Maceira M.E.P. Short term security constrained hydrothermal scheduling considering transmission losses. En *Proc. IEEE/PES Transmission & Distribution Conf. and Exposition: Latin America TDC '06*, páginas 1–6. 2006. doi:10.1109/TDCLA.2006.311437.
- Finardi E., Silva E., y Sagastizábal C. Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. *Computational & applied mathematics*, 24:317–342, 2005. ISSN 0101-8205.
- Geoffrion A. Generalized benders decomposition. *Journal of optimization theory and applications*, 10(4):237–260, 1972.
- Hillier F., Lieberman G., y Liberman G. *Introduction to operations research*. McGraw-Hill New York, 1990.
- Lemarechal C. Bundle methods in nonsmooth optimization. *Pergamon Press: Oxford*, páginas

- 79–102, 1978.
- Lemaréchal C., Nemirovskii A., y Nesterov Y. New variants of bundle methods. *Mathematical programming*, 69(1):111–147, 1995.
- Lemaréchal C. y Sagastizábal C. Variable metric bundle methods: from conceptual to implementable forms. *Mathematical Programming*, 76(3):393–410, 1997.
- Lu B. y Shahidehpour M. Unit commitment with flexible generating units. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(2):1022–1034, 2005. ISSN 0885-8950.
- Miguélez E., Rodríguez L., San Román T., Cerezo F., Fernández M., Lafarga R., y Camino G. A practical approach to solve power system constraints with application to the Spanish electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):2029, 2004.
- Murillo-Sanchez C. y Thomas R. Thermal unit commitment including optimal AC power flow constraints. En *PROCEEDINGS OF THE HAWAII INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCES*, volumen 31, páginas 81–88. IEEE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS, 1998.
- Ongsakul W. y Petcharaks N. Transmission constrained generation scheduling in a centralized electricity market by improved Lagrangian relaxation. En *Power Engineering Society General Meeting, 2004. IEEE*, páginas 1156–1163. IEEE, 2005. ISBN 0780384652.
- Rubiales A., Mayorano F., y Lotito P. Optimización aplicada a la coordinación hidrotérmica del mercado eléctrico argentino. *Mecánica Computacional*, XXVI:1906–1920, 2007a. ISSN 1666-6070.
- Rubiales A.J., Mayorano F.J., y Lotito P.A. Optimización aplicada a la coordinación hidrotérmica del mercado eléctrico argentino. *Mecánica Computacional*, XXVI:1906–1920, 2007b.
- Sifuentes W. y Vargas A. Short-term hydrothermal coordination considering an ac network modeling. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 29(6):488–496, 2007a. ISSN 01420615. doi:10.1016/j.ijepes.2006.11.008.
- Sifuentes W.S. y Vargas A. Hydrothermal scheduling using benders decomposition: Accelerating techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(3):1351–1359, 2007b. ISSN 0885-8950. doi:10.1109/TPWRS.2007.901751.
- Wood A. y Wollenberg B. *Power generation, operation, and control*. Wiley New York et al., 1984.