

SIMULACIÓN 2DH DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS SUSPENDIDOS. VERIFICACIÓN CON SOLUCIONES ANALÍTICAS

Alfredo E. Trento y Ana M. T. Alvarez

*Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas - Universidad Nacional del Litoral, CC 217,
(3000) Santa Fe, Argentina, atrento@fich.unl.edu.ar*

Palabras Clave: sedimentos finos, partículas.

Resumen. Se describe un modelo matemático bidimensional integrado en la profundidad para el transporte de sedimentos finos en la columna de agua para un ambiente fluvial. El modelo representa la evolución de concentraciones de los sedimentos suspendidos, a partir de una fuente vertical en línea, ubicada en el centro del cauce principal, que aporta sedimentos a una tasa constante. Se representaron condiciones de equilibrio, erosión y depositación, para un canal prismático con flujo uniforme. Se empleó un esquema numérico de trayectoria de partículas en el cual, el transporte de masa es consecuencia del movimiento aleatorio de un determinado número de partículas discretas. Se implementaron condiciones de borde e iniciales iguales para las tres condiciones sedimentológicas ensayadas. Los resultados obtenidos se compararon con los de una solución analítica y significaron una aproximación satisfactoria a la solución del problema.

1 INTRODUCCIÓN

La dinámica del transporte de sedimentos finos, básicamente limos y arcillas ($< 62 \mu\text{m}$) en cursos de agua y planicies aluviales, tiene una importancia fundamental para las civilizaciones en múltiples aspectos de la vida cotidiana, como así también en su funcionamiento ambiental, hidrológico y geomorfológico en el largo plazo (Westrich and Förstner, 2007). Desde el punto de vista de la calidad de las aguas, los sedimentos finos suspendidos en cursos y planicies aluviales condicionan y/o determinan el aprovechamiento del agua para el consumo humano, del ganado y regadío, entre las cuestiones más vitales, hasta para la navegación y el empleo de tierras para usos agrícolas, por su capacidad de transportar constituyentes inorgánicos y orgánicos, afectar la transparencia del agua y las condiciones bióticas de los ecosistemas (Mehta and McAnally, 2007).

Los sedimentos finos en general, y en particular su fracción cohesiva, ($< 16 \mu\text{m}$), se caracterizan por su capacidad de sorción y área específica, propiedades físico-químicas que facilitan su tendencia a sorber sustancias particuladas y disueltas presentes en la columna de agua. Algunas de esas sustancias, orgánicas e inorgánicas son contaminantes, agroquímicos y metales pesados, respectivamente. En el caso de estos últimos debe tenerse en cuenta que no se degradan, sino que pueden persistir en el ambiente en diversos modos, depositarse, resuspenderse, alojarse en los tejidos de seres vivos y ser transportados grandes distancias hasta depositarse en el lecho de estuarios y/o mares. Debe considerarse entonces que los sedimentos del lecho actúan como sumideros de toda clase de contaminantes (Gibbs, 1983), constituyendo una gran fuente de acumulación en el ambiente acuático con la capacidad de transformarse en fuentes secundarias de polución en el futuro inmediato (Lick, 2009) debido a los procesos naturales de resuspensión. (Zago et al., 2001; Sin et al., 2001). Los cursos de agua y en especial sus sedimentos, tanto de fondo como suspendidos no sólo actúan como vehículos del transporte sino que constituyen una gran fuente de acumulación en el ambiente acuático (Sin et al. 2001). De tal modo, la consideración de los sedimentos finos como agentes de transporte de un amplio espectro de contaminantes, ha introducido una nueva perspectiva a los problemas de gestión del medio ambiente en cuerpos de agua.

Es frecuente encontrar en la literatura el empleo de modelos numéricos que simulan el transporte de sedimentos para distintos escenarios hidráulicos, por ejemplo: ríos, canales, estuarios, costas, entre los más comunes, y para condiciones sedimentológicas variadas: equilibrio, erosión y depositación (Wu et al., 2005; Ji et al., 2002). Sin embargo, es poco frecuente encontrar representaciones numéricas de transporte de sedimentos y sus correspondientes soluciones analíticas, para el caso en que una fuente específica introduce un aporte relevante de sedimentos en un cuerpo de agua (Falconer and Lin, 1999; Trento and Alvarez, 2011). En cuanto a los antecedentes de modelos numéricos se destacan los desarrollados por Shrestha and Orlob (1996) y Ng et al., (1996), entre otros. Un rasgo común a esos modelos numéricos, es el empleo de esquemas numéricos que no siempre garantizan la conservación de masa, es decir, que no verifican estrictamente que la masa de los escalares transportados se conserve, ni evitan concentraciones negativas en regiones de fuertes gradientes cerca de las fuentes. Estos problemas son frecuentes en los tradicionales métodos Eulerianos de Diferencias Finitas (FD) o Elementos Finitos (FE) (Devkota and Imberger, 2009).

Los modelos de trayectoria de partículas están incluidos en la categoría de los modelos Lagrangeanos, en los que el transporte de masa es consecuencia del movimiento aleatorio de un gran número de partículas discretas. Para propósitos prácticos, están libres tanto de oscilaciones como de difusión numérica (Hassan and Mohamed, 2003; Bodin et al. 2003), de concentraciones negativas y pérdidas de masa. Estas propiedades son de singular importancia,

cuando la fuente de contaminación genera en su entorno un campo de elevadas concentraciones. En estos últimos casos el método de trayectoria de partículas es muy apropiado (Periañez and Elliot, 2002). La grilla para el cálculo de la concentración es independiente de la usada para resolver la hidrodinámica, lo cual lo hace particularmente apto para representar fuentes verticales en línea.

El objetivo de este trabajo fue verificar un modelo numérico 2D de transporte de sedimentos finos suspendidos en la columna de agua aportados por una fuente continua, para condiciones de equilibrio, erosión y depositación, en un escenario simplificado, canal rectangular con flujo uniforme.

2 METODOLOGÍA

2.1 Modelo Matemático de Transporte de sedimentos finos

Los sedimentos suspendidos en el agua son transportados por efectos advectivos y dispersivos, y pueden aumentar sus concentraciones, C , por erosión-resuspensión o disminuirla por depositación. En algunos cuerpos de agua, ríos, canales y estuarios, el problema 3D puede ser simplificado a un caso bidimensional integrado en la vertical, mientras los procesos de transporte en la dirección vertical sean significativamente más rápidos que en las dimensiones horizontales, $T_v \gg T_h$, (Menendez, 1997), con T_v y T_h las escalas temporales de transporte en la vertical y la horizontal respectivamente. De este modo, la dinámica del transporte puede ser representada matemáticamente por una ecuación de balance para la masa de sedimentos, en función de la concentración volumétrica C :

$$\underbrace{\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial UC}{\partial x} + \frac{\partial VC}{\partial y}}_{\text{advección}} = \underbrace{\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right)}_{\text{dispersión}} + \underbrace{\frac{m_e}{h}}_{\text{erosión}} - \underbrace{\frac{m_d}{h}}_{\text{depositación}} \quad (1)$$

En la ecuación (1) se consideraron los procesos de advección, dispersión, erosión y depositación, con U y V las velocidades medias en la vertical, en las coordenadas espaciales horizontales x e y , respectivamente, t el tiempo y h la profundidad local. E_x y E_y son coeficientes de dispersión en las direcciones x e y , respectivamente, parametrizados del siguiente modo: $E_x = D_L \cos^2 \varphi + D_T \sin^2 \varphi$ y $E_y = D_L \sin^2 \varphi + D_T \cos^2 \varphi$ (Bedford, 1994), con φ el ángulo entre la línea de corriente y el eje x , $D_L = \alpha 5.93 u_* h$ y $D_T = \beta 0.27 u_* h$. Los coeficientes α y β son parámetros de ajuste, u_* es la velocidad de fricción calculada del siguiente modo:

$$u_* = \frac{n(U^2 + V^2)^{0.5} g^{0.5}}{h^{1/6}} \quad (2)$$

con n el coeficiente de rugosidad de Manning y g la aceleración de la gravedad. La tasa de erosión del lecho, $m_e = E_e (\tau_b / \tau_e - 1)$, para $\tau_b \geq \tau_e$, se cuantificó mediante la ecuación de Ariathurai and Arulanandan (1978), en la cual el principal parámetro es la tensión de corte crítica para la erosión, τ_e , la tensión de corte de fondo es τ_b y E_e un parámetro. La tasa de sedimentación de finos, m_d , se evaluó de acuerdo a la ecuación de Nicholas et al. (2006), $m_d =$

$C\lambda W_s [1-(\bar{U}/U_{cr})^2]$, en la cual el principal parámetro es la velocidad crítica del flujo, U_{cr} , por debajo de la cual ocurre depositación, λ un parámetro variable entre 0 y 1, W_s la velocidad de caída de las partículas de sedimentos y \bar{U} el módulo local de velocidades. El modelo supone que el lecho es básicamente fijo, por lo tanto los cambios de cota debido a los procesos de erosión y depositación son estrictamente pasivos, lo cual significa que la escala espacial vertical de sus cambios, E_{vd} , debe ser mucho menor que la escala correspondiente a la profundidad local de la columna de agua, E_h .

2.2 Modelo Numérico

La aproximación numérica a la solución de la ecuación (1) consistió de la combinación lineal de dos componentes, una determinística y otra estocástica. Esta última es función del movimiento aleatorio de las partículas, que representan la cantidad de masa de un escalar cuyo dinámica se pretende representar (Tompson, 1993; Kitanidis, 1994). En el modelo de trayectoria de partículas la posición de cada partícula en un sistema de coordenadas rectangulares se representa por el vector $X(t)$. El movimiento aleatorio de cada partícula se describe por una ecuación no lineal de Langevin (Dimou and Adams, 1993):

$$\frac{dX}{dt} = A(X, t) + B(X, t) \xi(t) \quad (3)$$

en la cual $A(X, t)$ es un vector que representa la componente determinística que actúa para cambiar la posición $X(t)$, la variable $B(X, t)$ es un tensor que caracteriza la componente aleatoria, y $\xi(t)$ es un vector compuesto de números aleatorios. De acuerdo a Tompson and Gelhar (1990), la forma discreta de la ecuación (3) es la ecuación (4):

$$X_n = X_{n-1} + A(X_{n-1})\Delta t + B(X_{n-1})Z(0,1)\sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

donde X_n es la posición para el tiempo $n\Delta t$, con n un número entero positivo y Δt el intervalo de tiempo, Z es un vector de tres componentes aleatorios independientes. La teoría del método de trayectoria de partículas está fundada en la analogía entre la ecuación de Fokker-Planck y la ecuación de advección-difusión (Jin, 1993). Si se define una función de densidad de probabilidades P para $X(t)$, esta satisface la ecuación de Fokker-Planck, que puede escribirse del siguiente modo:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial (A_i P)}{\partial X_i} = \frac{\partial^2}{\partial X_i^2} (B_{ij} P) \quad (5)$$

Las variables A_i y B_{ij} están relacionadas directamente a sus homólogas de la ecuación de Langevin (5). La densidad de probabilidades P de la trayectoria de partículas es equivalente a la concentración del escalar. Luego, por analogía, puede obtenerse para la ecuación bidimensional:

$$\Delta x = \left(U + \frac{E_x}{h} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) \Delta t + Z_1 \sqrt{2 E_x \Delta t} \quad (6)$$

$$\Delta y = \left(V + \frac{E_y}{h} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) \Delta t + Z_2 \sqrt{2 E_y \Delta t} \quad (7)$$

Z_1 y Z_2 dependen de números aleatorios independientes en el intervalo (0-1), distribuidos uniformemente con media 0.5 y desvío $(1/12)^{0.5}$, generados por la computadora con la función *random*. El primer término de la derecha representa el desplazamiento determinístico y el segundo, el aleatorio. El término determinístico tiene tres componentes: las velocidades medias del flujo, los gradientes batimétricos y el último los gradientes de los coeficientes de dispersión, debido a la no-homogeneidad de los coeficientes. Los últimos dos son llamados 'términos de deriva' (Kitanidis, 1994).

Las partículas se mueven a cada intervalo de tiempo Δt debido a los efectos combinados de la advección y la dispersión. La elección de Δt está condicionada a que la distancia que se desplaza cada partícula no sea mayor que el tamaño de la celda sobre la cual se desea calcular la concentración, de ese modo ninguna partícula puede viajar más allá de las celdas vecinas en cada Δt y así se disminuyen los errores por extrapolación de velocidades desde la celda de origen. Esta condición es muy importante cuando el campo de velocidades es no uniforme. Existen diferentes modos de interpolar las velocidades, en el presente trabajo se empleó un esquema bilineal.

El modelo requiere definir las condiciones iniciales y el efecto de los bordes laterales. En este caso se implementaron bordes totalmente reflejantes. Para una fuente continua, a cada intervalo de tiempo ingresa una cantidad de masa conocida M_s , distribuída en un número prefijado de partículas homogéneas. Las concentraciones son evaluadas para cada celda según el número de partículas y el volumen de agua de la misma, asignándose el valor de la concentración al centro de la celda. Son factores importantes para una buena representación, considerar: a) el número adecuado de partículas, b) el procedimiento de interpolación de velocidades y c) los efectos de bordes. El algoritmo de trayectoria de partículas está libre de concentraciones negativas y pérdidas de masa, lo cual lo hace particularmente apto para representar fuentes verticales en línea como la que se pretende simular (Korotenko et al., 2004).

2.3 Soluciones Analíticas

Para condiciones erosivas con flujo uniforme y por lo tanto, coeficientes de dispersión constantes, se puede adoptar el siguiente cambio de variables $S(x,y,t)=C(x,y,t)-m_e t/h$. Luego de reemplazar en la ecuación (1) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} + V \frac{\partial S}{\partial y} = E_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (8)$$

Con la condición inicial $S(x,y,0)=C(x,y,0)$, con lo cual se asume que la tasa de erosión depende sólo de t . Con la condición de borde aguas arriba $S(x,y,t)=C(x,y,t)-m_e t/h$ y aguas abajo $\partial S/\partial x=0$ en $x=L$. Luego de resolver la ecuación (8), se transforma para recuperar C . Para

el caso de depositación, se adopta $S(x,y,t)=C(x,y,t)e^{-Kt}$, con:

$$K = \frac{\lambda W_s}{h} \left[1 - \left(\frac{\bar{U}}{U_{cr}} \right)^2 \right] \quad (9)$$

y condición de borde aguas arriba $S(0,y,t)=C(0,y,t)e^{-Kt}$, y condiciones iniciales $S(x,y,0)=C(x,y,0)$. La condición de contorno aguas abajo es idéntica al caso erosivo.

Distintos autores han proporcionado soluciones analíticas de la ecuación de gobierno, (entre ellos Carslaw and Jaeger, 1959; Fischer et al., 1979; Harleman, 1988) para un caso simplificado. Se supone que la turbulencia es homogénea, anisotrópica y que la sustancia se difunde en forma homogénea en la vertical en un campo de flujo infinito y que los efectos dispersivos longitudinales son irrelevantes ($E_x \approx 0$). De este modo la ecuación de gobierno queda reducida a la ecuación (10), con k un coeficiente de decaimiento de masa (aquí $k = 0$):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - kC \quad (10)$$

Para el caso en que se toman en cuenta los bordes laterales, los resultados del modelo se verificaron con la ecuación propuesta por Fischer et al. (1979), que considera el método de las imágenes para la difusión de un escalár a partir de una fuente ubicada en el centro del cauce y con difusión transversal constante:

$$\frac{C}{C_\infty} = \frac{I}{\sqrt{4\pi x'}} \sum_{N=-\infty}^{N=+\infty} \left\{ e^{-\left[\frac{(y'-2n-y_0)^2}{4x'} \right]} + e^{-\left[\frac{(y'-2n+y_0)^2}{4x'} \right]} \right\} \quad (11)$$

con C_∞ la concentración de equilibrio y x_0, y_0 las coordenadas de la fuente vertical en línea (x_0, y_0)=(400 m, 40 m). La variable y_0' es la coordenada adimensional transversal $y_0' = y_0/b$, mientras que $x' = x E_y / (U b^2)$ es la distancia adimensional a partir de la cual se considera una mezcla completa de al menos el 95% del escalár, N es el número de imágenes que se consideran, en este caso $N = \pm 1$, número suficiente para garantizar la condición de gradiente perpendicular nulo en las márgenes del canal, $\partial C / \partial y|_{y=0,b} \approx 0$ y $x' = 0.10$ para fuentes verticales en línea ubicadas en el centro del cauce. Para los casos de erosión y depositación, luego de resolver C con la ecuación (11), se la actualizó mediante las relaciones $C=C + m_e t/h$ y $C=C e^{-Kt}$, respectivamente.

3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO Y LAS SOLUCIONES ANALÍTICAS

Se implementó el modelo y la solución analítica para un canal prismático, de 5 km de largo y 80 m de ancho b , para un escurrimiento unidireccional con $U=0.144$ m s⁻¹ en la dirección longitudinal x , con el origen del sistema de coordenadas rectangulares en el extremo de aguas arriba en la margen derecha, y el eje y en la transversal. Las otras variables del flujo fueron la profundidad uniforme $h=1.04$ m, la pendiente de fondo 0.000025 y el caudal de 12 m³ s⁻¹. La velocidad de corte fue $u_* = 0.0157$ m s⁻¹, $n=0.035$, $\tau_b = 0.246$ N m⁻² y los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal fueron respectivamente $E_x = 0.292$ m² s⁻¹ y $E_y = 0.075$ m² s⁻¹, con $\alpha=3$ y $\beta=15$.

Se simuló el impacto causado por la descarga continua de una fuente vertical lineal en $(x_0, y_0) = (400 \text{ m}, 40 \text{ m})$ con un caudal de $0.15 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ y una concentración de sedimentos finos suspendidos $C = 2.00 \text{ kg m}^{-3}$, representada con el ingreso de 1000 partículas por intervalo de tiempo, adoptándose una masa de 18 g para cada una. Se considera que las partículas durante el primer intervalo de tiempo ingresan sin advección al cuerpo de agua y se desplazan sólo por los efectos difusivos de la fuente, supuestos semejantes al proceso dispersivo del río. Luego del primer Δt las partículas se mueven por advección y dispersión. Se adoptaron intervalos espaciales $\Delta x = 20 \text{ m}$, $\Delta y = 10 \text{ m}$, con un intervalo temporal Δt de 60 s.

Las condiciones de borde e iniciales fueron $C(0, y, t) = 0.10 \text{ kg m}^{-3}$ y $C(x, y, 0) = 0.10 \text{ kg m}^{-3}$. Los caudales del río y de la fuente, la geometría del curso, las concentraciones de la fuente y las de borde de aguas arriba, guardan relación con fuentes de configuración similar detectadas en ríos de la provincia de Santa Fe (Trento and Alvarez, 2011).

De acuerdo a los objetivos del trabajo, se implementó el modelo para una situación de equilibrio sedimentológico, luego para erosión con $\tau_e = 0.10 \text{ N m}^{-2}$, $E_e = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ y por último, para depositación, con $U_{cr} = 0.16 \text{ m s}^{-1}$, $\lambda = 1.0$ y $W_s = 0.0005 \text{ m s}^{-1}$.

La longitud de mezcla completa de los sedimentos de la fuente en la transversal, calculados según la fórmula de Fischer, fue de 1225 m (medidos desde la fuente), que se alcanza en 2 hs 20'. La escala del tiempo de viaje, t_v , resultó en 9 hs aproximadamente, por lo tanto en $t = 24$ hs los resultados del modelo se consideraron completamente estabilizados. Se supuso que los cambios en altura del lecho por erosión o depositación fueron insignificantes como para modificar la hidrodinámica adoptada.

4 RESULTADOS

Se implementó el modelo numérico para $t = 24$ hs, tiempo que duplica al tiempo de viaje de los sedimentos de la fuente, asegurando así condiciones propias de un estado final para el transporte de sedimentos. En la Figura 1 se muestran perfiles longitudinales de C , desde la sección de entrada y paralelos a las márgenes del canal en: $y = 5, 15, 25, 35 \text{ m}$ y en la línea central ($y = 40 \text{ m}$). Los resultados obtenidos con el modelo numérico se contrastaron con los perfiles análogos calculados con la solución analítica, ecuación (11). En este caso se definieron condiciones de equilibrio sedimentológico. El perfil se estabilizó en $C = 0.1235 \text{ kg m}^{-3}$, para esa condición especificada.

En la Figura 2 y en la Figura 3 se compararon resultados de C para los perfiles longitudinales del modelo y la solución analítica antedichos, para condiciones de erosión y depositación, respectivamente. Los resultados muestran que la distancia requerida para lograr mezcla completa en la transversal, se produjo en progresiva $x = 1650 \text{ m}$ para las tres condiciones, distancia calculada en base al coeficiente de variación estadístico en cada sección, 0.008, 0.008 y 0.005, con C promedio = 0.125, 0.140 y 0.111 kg m^{-3} para equilibrio, erosión y depositación, respectivamente. La máxima concentración C_{max} calculada por el modelo se determinó, a lo largo de $y = 35 \text{ m}$, en $x = 420 \text{ m}$, con $C_{max} = 0.190 \text{ kg m}^{-3}$ para los tres casos, mientras que con la solución analítica resultó $C_{max} = 0.196 \text{ kg m}^{-3}$, con un error medio de 3%. La ocurrencia de C_{max} en $y = 40 \text{ m}$ se calculó en base a la distribución de partículas para el estado estacionario, obteniéndose $C_{max} = 0.274 \text{ kg m}^{-3}$ para los tres casos, mientras que con la solución analítica fue $C_{max} = 0.275 \text{ kg m}^{-3}$, con un error medio de 0.3%. Para calcular C_{max} en $y = 40 \text{ m}$ se supuso que se produce a una distancia de la fuente no mayor al máximo paso o trayecto posible que realiza una partícula, desde la fuente, en un Δt , por advección y dispersión, que resulta en 19.6 m. De acuerdo a ello la C_{max} se calculó en $x = 420 \text{ m}$, valor que luego se verificó con el modelo.

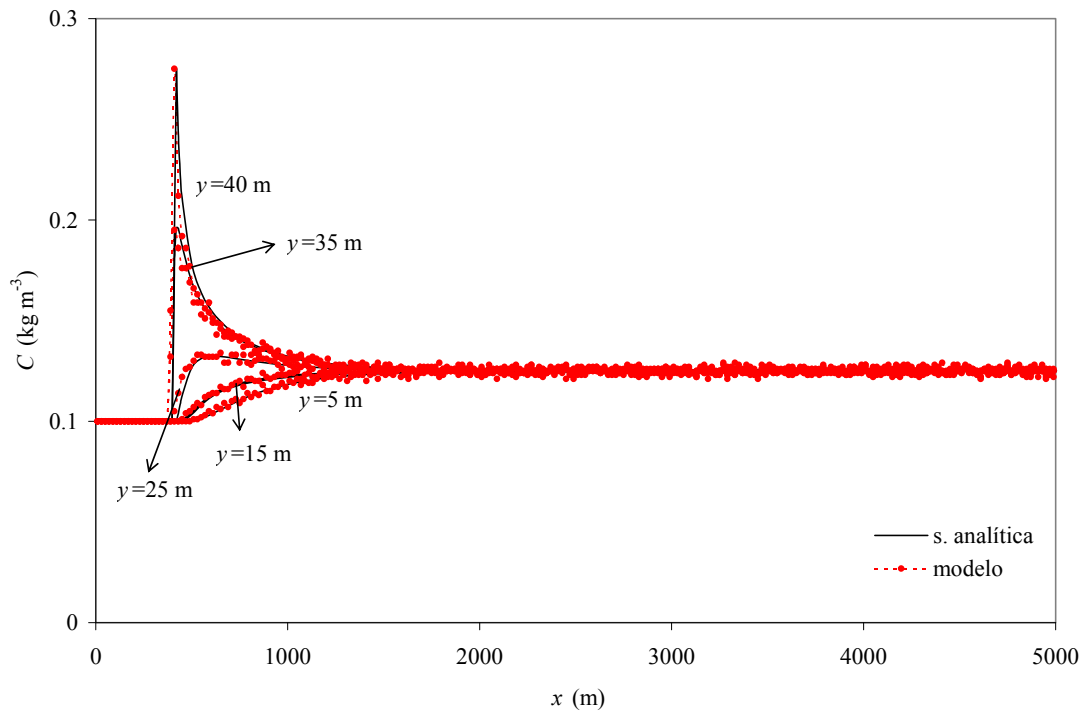


Figura 1: Perfiles longitudinales de C calculados con el modelo y la solución analítica, para la condición de equilibrio sedimentológico, en $y=5, 15, 25, 35$ y 40 m, en $t=24$ hs.

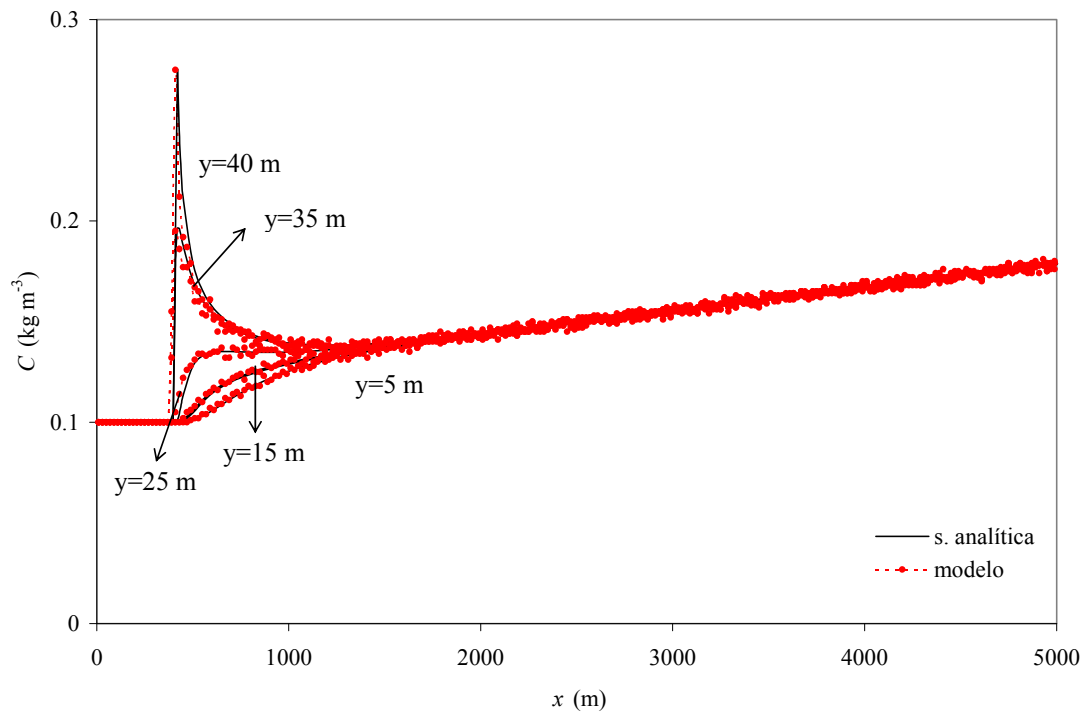


Figura 2: Perfiles longitudinales de C calculados con el modelo y la solución analítica, para la condición erosiva, en $y=5, 15, 25, 35$ y 40 m, en $t=24$ hs.

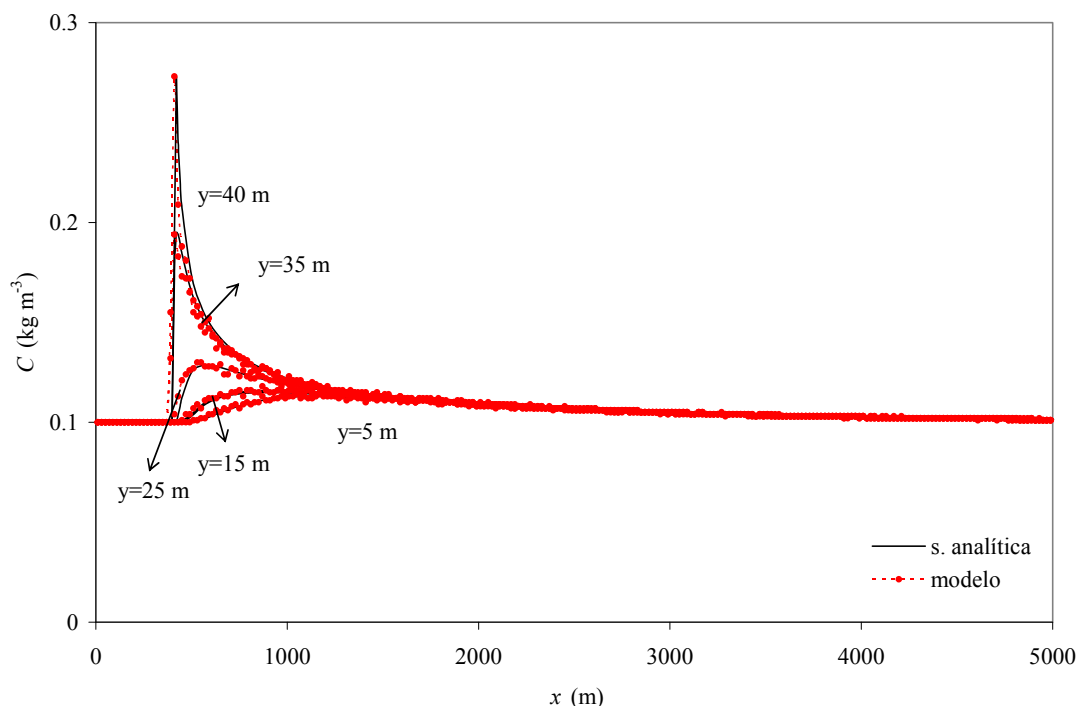


Figura 3: Perfiles longitudinales de C calculados con el modelo y la solución analítica, para la condición de depositación, en $y=5, 15, 25, 35$ y 40 m, en $t=24$ hs.

Las C , prácticamente uniformes en la sección de aguas abajo del canal, calculadas con el modelo fueron: $0.125, 0.179$ y 0.101 kg m^{-3} para equilibrio, erosión y depositación respectivamente, obteniéndose iguales valores con la solución analítica.

Se realizó un ensayo ingresando 100 partículas por intervalo de tiempo para la condición de equilibrio. En la sección de mezcla completa se obtuvo casi la misma C promedio, 0.124 kg m^{-3} , sin embargo el coeficiente de variación fue 0.038 , casi 5 veces mayor que cuando se emplearon 1000 partículas por Δt . La simulación de los perfiles longitudinales para $y=5, 15$ y 25 m fue satisfactoria, si se considera que las C promedio del modelo mostraron diferencias del 1% respecto a las calculadas con la solución analítica. En cambio para $y=35$ e $y=40$ m esas diferencias fueron del orden del 3% y 7% respectivamente. Las C_{max} para $y=35$ e $y=40$ m tuvieron errores de 5 y 8.5 % respectivamente.

Se analizó el empleo de otra solución analítica, la sugerida por [Harleman \(1988\)](#) y [Maidment \(1993\)](#), obtenida sin considerar la presencia de bordes laterales. Los resultados para el caso de equilibrio no fueron aceptables para el tramo a partir del cual se alcanza la mezcla completa en la sección transversal, debido al decaimiento artificial de concentraciones.

Se compararon los valores de C obtenidos numérica y analíticamente, para las tres condiciones, a lo largo de perfiles transversales. Los resultados para el perfil transversal en $x=500$ m, se presentan en la [Figura 4](#). Las C máximas calculadas con la solución analítica fueron $0.178, 0.180$ y 0.174 kg m^{-3} para equilibrio, erosión y depositación respectivamente, mientras que con el modelo $0.177, 0.179$ y 0.172 kg m^{-3} para las distintas condiciones. En todos los casos se observó que las C obtenidas con el modelo y calculadas con las soluciones analíticas no mostraron diferencias significativas.

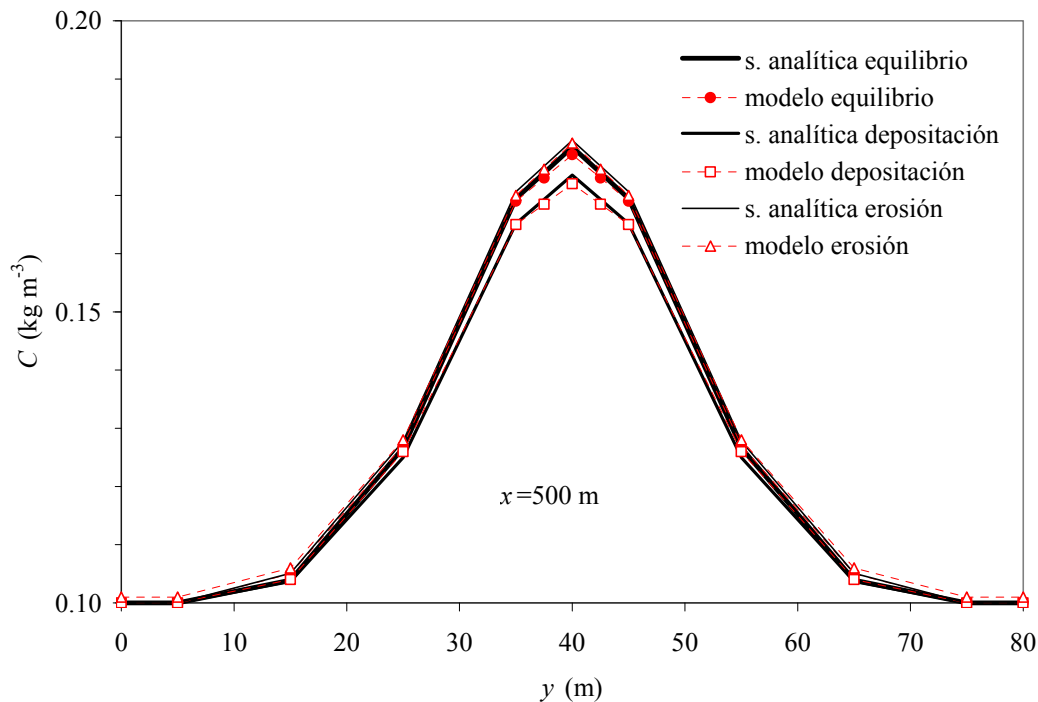


Figura 4: Perfiles transversales de C calculados con el modelo y la solución analítica para $x=500$ m, en $t=24$ hs, en las tres condiciones sedimentológicas.

5 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con el modelo de partículas para un canal con geometría simplificada, escurrimiento uniforme y una fuente vertical en línea de vertido permanente de sedimentos, permitió una aproximación satisfactoria al problema.

La representación de los perfiles longitudinales de concentraciones calculados con el modelo, para $y=5, 15, 25$ m, en las tres condiciones sedimentológicas, mostraron diferencias respecto a los calculados con la solución analítica del 1% para equilibrio, 1.4% para erosión y 0.4 % para depositación, respectivamente. Para el perfil en $y=35$ m, las diferencias promedios respecto a la solución analítica fueron del 2, 1 y 3%.

El modelo de partículas representó las concentraciones máximas para las tres condiciones en el perfil central ($y=40$ m) con un error del 1 %.

Se verificó, mediante fórmulas analíticas, que C y x de la sección donde se produce la mezcla completa en la transversal, calculada por el modelo, fueron satisfactorias.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto CAI+D 2009 PI 12-194 subsidiado por la Universidad Nacional del Litoral (UNL).

REFERENCIAS

- Ariathurai R. and Arulanandan, K., Erosion Rates of Cohesive Soils. *Journal of Hydraulics Division*, 104 HY2: 279-283, 1978.
- Bedford, K., *Diffusion, dispersion and sub-grid parameterization*. Chapter 4 in *Coastal, Estuarial and Harbour Engineers Reference Book*. M. B. Abbot and W. A. Price, E&FN

- Spon, 1994.
- Bodin J., Porel, G. and Delay F., Simulation of solute transport in discrete fracture networks using the time domain random walk method. *Earth and Planetary Science letters*, 208:297-304, 2003.
- Carslaw, H.S., and Jaeger, J.C., *Conduction of heat in solids*. Clarendon Press, Oxford, 1959.
- Devkota, B.H. and Imberger, J., Lagrangian modeling of advection-diffusion transport in open channel flow. *Water Resources Research*, 45, W12406, doi:10.1029/2009WR008364, 2009.
- Dimou, K.N., and Adams, E.E., A Random-walk, Particle Tracking Model for Well-mixed Estuaries and Coastal Waters. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 37:99-110, 1993.
- Falconer R.A. and Lin B., Invited lecture: Modelling salt, sediment and heavy metal fluxes in estuarine waters. *Environmental Hydraulics*, Lee, Jayawardena and Wang, Balkema Rotterdam, 1999.
- Fischer, H.B., List, E.J., Y.Koh, R.C., Imberger, J., and Brooks, N.H., *Mixing in inland and coastal waters*. Hermosa Publ., New Mexico, USA, 1979.
- Gibbs, R., Effect of Natural Organic Coatings on the Coagulation of Particles. *Environmental Sciences and Technologies*, 17(4):237-240, 1983.
- Hassan, A., and Mohamed M., On using particle tracking methods to simulate transport in single-continuum and dual continua porous media. *Journal of Hydrology*, 275: 242-260, 2003.
- Harleman, D.R.F., *Transport Processes in Environmental Engineering, lecture notes*. Parsons Hydrodynamics Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1988.
- Ji Z., Hamrick J.H. and Pagenkopf J., Sediment and Metals Modeling in Shallow River. *Journal of Environmental Engineering*, 128(2):105-119, 2002.
- Jin, X. Y., *QuasiThree-Dimensional Numerical Modelling of Flow and Dispersion in Shallow Water*. Report 93-3, Delf University of Technology, 174 p, 1993.
- Kitanidis, P., Particle-tracking equations for the solution of the advection- dispersion equation with variable coefficients. *Water Resources Research*, 30:3225 -3227, 1994.
- Korotenko, K., Mamedov, R., Kontar, A., and Korotenko, L., Particle tracking method in the approach for prediction of oil slick transport in the sea:modelling oil pollution resulting from river input. *Journal Marine Systems*, 48(1-4):159-170, 2004.
- Lick W., *Sediment and Contaminant Transport in Surface Waters*. CRC Press, 398 p., 2009.
- Maidment, D., *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill Inc., 1993.
- Mehta A. and McAnally W., Chapter 4 in “*Sedimentation Engineering Processes, Measurements, Modeling, and Practice*”. Garcia M., Asce, EWRI, 1132 p., 2007.
- Menendez, A.N., Sedimentologic modeling selection based on study scale. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(10): 922-925, 1997.
- Ng, B., Turner, A., Tyler, A.O., Falconer, R.A. and Millward, G.E., Modelling Contaminant Geochemistry in Estuaries. *Water Resources*, 30(1):63-74, 1996.
- Nicholas, A., Walling, D., Sweet, R., and Fang, X., New strategies for upscaling high-resolution flow and overbank sedimentation models to quantify floodplain sediment storage at the catchment scale. *Journal of Hydrology*, 329:577– 594, 2006.
- Periañez, R. and Elliot, A.A., Particle-tracking method for simulating the dispersion of non-conservative radionuclides in coastal waters. *Journal of Environmental Radioactivity*, 58:13-33, 2002.
- Shrestha P.M. and Orlob G.T., Multiphase distribution of cohesive sediments and heavy metals in estuarine systems. *Journal of Environmental Engineering*, 112(8):730-740, 1996.
- Sin S.N., Chua H., Lo W. and Ng L.M., Assessment of heavy metal cations in sediments of

- Shing Mun River, Hong Kong. *Environmental International*, 26:297-304, 2001.
- Tompson, A.F.B. and Gelhar, L.W., Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media. *Water Resources Research*, 26:2541-2562, 1990.
- Tompson, A.F.B., Numerical Simulation of Chemical Migration in Physically and Chemical Heterogeneous Porous Media. *Water Resources Research*, 29:3709-3726, 1993.
- Trento, A. and Alvarez, A.M.T., A numerical model for the transport of chromium and fine sediments. *Environmental Modeling and Assessment*, 16(6):551-564. doi: 10.1007/s10666-011-9263-5, 2011.
- Westrich, B., and Förstner, U., *Sediment Dynamics and Pollutant Mobility in Rivers. An interdisciplinary Approach*. Springer, Germany, 2007.
- Wu Y., Falconer R. and Lin B., Modelling trace metal concentration distributions in estuarine waters. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 64, 699-709, 2005.
- Zago, C., Giblin A.E., Bergamasco A., Changes in the metal content of surficial sediments of Boston Harbor since the cessation of sludge discharge. *Marine Environmental Research*, 51(5):389-415, 2001.