

OPTIMIZACIÓN DISCRETA DE ESTRUCTURAS DE BARRAS MEDIANTE SIMULATED ANNEALING

Néstor F. Ortega, Sandra I. Robles

*Departamento de Ingeniería - Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253 (8000) Bahía Blanca, Argentina
nfortega@criba.edu.ar – srobles@uns.edu.ar*

Palabras Clave: Optimización, Estructuras, Simulated Annealing

Resumen. Existen diversas técnicas que permiten la optimización de Estructuras Resistentes, entre ellas la técnica de Simulated Annealing (recocido simulado), de estrategia heurística, resulta interesante debido a que es eficiente en la búsqueda de mínimos. La misma es de aplicación en diferentes campos de la Ingeniería, tales como en la optimización de estructuras civiles y mecánicas. En el caso particular analizado en este trabajo se pretende minimizar el volumen estructural, a través de variaciones en la geometría de estructuras metálicas de barras de dos dimensiones de configuración sencilla, a los efectos de bajar el costo de la misma. La sección de las barras se consideró como variable de diseño discreta, utilizando los valores de las características geométricas informados en catálogos comerciales. Considerando que los parámetros que caracterizan el proceso de Simulated Annealing se encuentran estrechamente vinculados con la ley de enfriamiento, temperaturas inicial y final, en este trabajo se analizaron estructuras de configuración sencilla, con el objeto de analizar la influencia de estos parámetros característicos sobre los resultados obtenidos, con el fin de valorar la potencialidad de la aplicación de esta técnica. Los resultados se contrastaron con los obtenidos con un programa comercial de optimización.

1 INTRODUCCION

Existen diversas técnicas que permiten la optimización de Estructuras Resistentes, en este trabajo se empleó la técnica conocida como Simulated Annealing (recocido simulado). Esta técnica de estrategia heurística, es un conjunto de operaciones que simula el comportamiento de sistemas físicos simples, que están sometidos a un descenso progresivo y lento de su temperatura, en forma similar a lo que ocurre con el acero laminado o en la cristalización del azúcar, en soluciones saturadas. Estos sistemas tras un lento proceso alcanzan un estado, que está caracterizado por ser mínima su energía, a pesar del comportamiento aleatorio de sus partículas. El objetivo de este trabajo es analizar la potencialidad de la aplicación de esta técnica para la optimización de estructuras resistentes, comenzando con geometrías de estructuras simples, que permiten comparar las soluciones obtenidas con las de programas comerciales de optimización. En etapas posteriores se pretende generalizar su aplicación a estructuras de barras en el plano y espaciales, más complejas.

La analogía que plantea este método se origina en el calentamiento de un metal, hasta superar su punto de fusión y luego se lo enfría hasta lograr el cambio de fase al estado sólido, por lo cual las propiedades de la estructura del sólido generado dependerán de la velocidad de enfriamiento. Si el enfriamiento es lento se forman cristales de buen tamaño y calidad y si el enfriamiento es rápido los cristales formados contendrán imperfecciones. Esta característica es muy importante en la fabricación del acero, que como es sabido, es hierro con adiciones de otras sustancias que, alterando su estructura microscópica, le confieren propiedades distintas a las del hierro puro. Dada una cierta composición química del acero, una gran variedad de estructuras o configuraciones de sus átomos son posibles en el estado sólido. Se sabe que, si se funde el hierro y se lo enfría lentamente se obtiene la configuración más estable, caracterizada por ser mínima su energía interna, denominándose a este proceso como “recocido”.

Sobre la base de este fenómeno físico, en la publicación realizada por Metrópolis et al. (1953), se presenta un algoritmo que simula el enfriamiento lento de metales, proceso que como ya se mencionó se conoce como recocido. Kirkpatrick et al. (1983) tomó la idea del algoritmo de Metrópolis y lo aplicó a problemas de optimización. La idea es usar al algoritmo de Simulated Annealing, en la búsqueda de las soluciones factibles que converjan hacia una solución óptima.

En los problemas de optimización vinculados a la Ingeniería Estructural, es común que los procesos de minimización consideren las deformaciones de la estructura (tal que la energía potencial del conjunto sea mínima) o la reducción del volumen de la estructura. Este segundo caso es el que se analiza en este trabajo.

En lo que respecta a la búsqueda de soluciones óptimas, se encuentran mecanismos que van desde las búsquedas exhaustivas, hasta otras más eficientes y sofisticadas. Para la resolución de problemas de optimización discreta, en el campo de la Ingeniería Estructural, se han empleado las técnicas de Tabú Search (Degertekin et al., 2008), Algoritmo Genético (Camp et al., 1998; Kalyanmoy and Surendra, 2001; Vedat and Ayse, 2006; Raham et al., 2008; Tayfun et al., 2011), Branch and Bound (Shanmuganathan and Manoharan, 1998), Redes Neuronales (Srinivas and Ramanjaneyulu, 2007) y la técnica de Simulated Annealing (Hasanceby and Erbatur, 2002; Sonmez, 2007; Farhad et al., 2007; Paya et al., 2008; Lamberti, 2008).

Con referencia a la técnica empleada en este trabajo, Simulated Annealing, Thanedar and Vanderplaats (1995) la recomiendan como una de las más convenientes, para la optimización de estructuras discretas, por su alta probabilidad de encontrar el óptimo global.

En este trabajo, se desarrollaron aplicaciones para estructuras simples:

- a - de tracción, tal que el área de las mismas es una variable continua;
- b - de tracción, tal que el área de las mismas es una variable discreta; y

c - de compresión, tal que el área de las mismas es una variable discreta y considerando además el fenómeno de pandeo

2 DESCRIPCION DEL MÉTODO DE SIMULATED ANNEALING

Antes de presentar el algoritmo de Simulated Annealing resulta interesante comentar la estructura del programa desarrollado. El mismo se encuentra estructurado en un Módulo Principal y tres subrutinas. En el Módulo Principal se realiza la búsqueda con el método de Simulated Annealing, explicado anteriormente, desde este módulo se accede a la *Subrutina Barra*, en la que se realiza la búsqueda del perfil que minimiza la función objetivo, para un h fijo (determinado en el Módulo Principal del programa). Desde la *Subrutina Barra* se accede a la *Subrutina Tensión*, toda vez que se adopta aleatoriamente un perfil, a fin de verificar que el estado tensional de las barras y la esbeltez (en el caso de las barras comprimidas) de la estructura propuesta cumple con las restricciones impuestas. Por otra parte, la impresión de los resultados (alturas y perfiles) obtenidos del Módulo Principal se realiza a través de la *Subrutina Resultados*.

Como ya se mencionó anteriormente, en el Módulo Principal se realiza la búsqueda con el método de Simulated Annealing. Un esquema general de los pasos del algoritmo de Simulated Annealing (Adams et al., 2009), implementado en este trabajo, se muestra a continuación:

- a - Elegir una solución inicial Z_0
 - b - Proponer una temperatura inicial $t_0 > 0$
 - c - Adoptar una función de enfriamiento $g(t)$, y sus respectivos parámetros
 - d - Repetir, mientras no se verifican las condiciones de parada
 - Repetir hasta $i = \text{Número de Repeticiones (t)}$
 - Generar al azar una posible solución $S \in N(Z_0)$
 - Calcular $\delta = f(Z) - f(Z_0)$
 - Si $\delta < 0$
 - Entonces $Z_0 = Z$
 - Sino
 - Generar al azar un x entre $(0,1)$
 - Si $x < \exp(-\delta/t)$
 - Entonces $Z_0 = Z$
 - Fin Si
 - Fin Si
 - Fin Ciclo Repetir de i
 - Enfriar con $t = g(t)$
 - Fin ciclo Repetir Condiciones de Parada
- e - Impresión de Resultados

2.1 Decisiones Genéricas en el Algoritmo

El programa de enfriamiento en el algoritmo de Simulated Annealing, contiene varios componentes importantes:

- a - Temperatura Inicial;
- b - Temperatura Final;
- c - Descenso de la temperatura (ley de enfriamiento);
- d - Iteraciones a cada temperatura;
- e - Función de aceptación; y
- f - Criterios de parada.

a - **Temperatura Inicial:** el proceso debe comenzar a una temperatura tal que, muchos de los movimientos puedan ser aceptados, no debe ser demasiado baja, como para recorrer todo el espacio de las posibles soluciones, sin restringir la búsqueda a mínimos locales.

b - **Temperatura Final:** en teoría el procedimiento debería continuar hasta que la temperatura final sea cero, pero en la práctica no es necesario, debido a que con una temperatura final reducida, la posibilidad de aparición de saltos (aceptación de soluciones peores a la mejor obtenida hasta ese momento, pero fuera del entorno de la misma) se vuelve despreciable. Se puede elegir un determinado valor constante de temperatura (Aarts and Korst, 1997), o bien proponer algún criterio de parada, tal como el desarrollado por Lundy and Mees (1986):

$$T \leq \frac{e}{\ln \left[\frac{(|Z| - 1)}{\phi} \right]} \quad (1)$$

donde:

Z : espacio de soluciones

ϕ : probabilidad de obtener un valor óptimo

e : error permitido en la solución hallada

c - **Descenso de la Temperatura:** una vez fijados los extremos del intervalo de temperatura, se debe elegir la manera en que se debe recorrer ese rango, hasta arribar a la temperatura final o hasta satisfacer algún otro criterio de parada establecido. Es importante destacar que, se debe adoptar una ley de variación tal que el descenso no sea demasiado rápido, para permitir que el sistema se estabilice a cada temperatura, mediante un número adecuado de iteraciones. En las aplicaciones prácticas, éste es el factor más importante. Básicamente, hay dos estándares posibles para llevar adelante el enfriamiento. En un caso el recocido (annealing) se realiza a temperatura constante, hasta alcanzar el equilibrio. Esto involucra otro problema que es decidir, cuando ha ocurrido este equilibrio. Una vez alcanzado este estado, la temperatura se reduce y el procedimiento se repite. El número de repeticiones a cada temperatura, podría ser muy elevado, aunque los escalones de temperatura pueden ser relativamente grandes. En el segundo caso, la temperatura se reduce muy lentamente luego de cada movimiento. Normalmente, se adoptan soluciones intermedias que se aproximan más a la segunda propuesta. En cada caso, se debe adoptar una ley de enfriamiento, las más empleadas son:

- **Método Lineal Simple** (Aarts and Korst, 1997):

$$t \leftarrow \alpha t \quad (2)$$

donde:

α : es una constante cercana a 1, normalmente entre 0,80 y 0,99.

- **Método de Lundy** (Lundy and Mees, 1986):

$$t \leftarrow \frac{t}{1 + \beta t} \quad (3)$$

donde:

β : es una constante cercana a 0.

d - **Iteraciones a cada Temperatura:** se debe elegir el número de iteraciones que se realizarán en cada escalón de temperatura. Una opción, es seleccionar un número de iteraciones constante, para cada temperatura. Otra alternativa, es variar ese número, a medida que progresa el algoritmo.

e - **Función de Aceptación:** La función de aceptación para generar un salto, se la suele representar a través de una función exponencial del tipo:

$$\exp\left(-\frac{\delta}{t}\right) \geq x \quad (4)$$

donde:

x : es un número generado al azar, entre 0 y 1.

El cálculo de esta función suele requerir un tiempo de procesamiento, computacionalmente hablando, relativamente importante frente al requerido por las operaciones básicas. Por este motivo, esta función se la suele aproximar con:

$$\left(1 - \frac{\delta}{t}\right) \geq x \quad (5)$$

Esta función requiere menores tiempos de ejecución de programas, con una pequeña pérdida de precisión.

f - **Criterios de Parada:** además del correspondiente a las temperaturas, se podrían incorporar otros criterios, tales como:

- Número de iteraciones sucesivas sin mejoras de la solución; y
- Un criterio de parada que da buenos resultados cuando se están analizando funciones chatas, donde el mejoramiento de las soluciones es muy reducido, se puede proponer como:

$$\left| \frac{Z_{(k+1)} - Z_{(k)}}{Z_{(k)}} \right| \leq \varepsilon \quad (6)$$

donde:

ε : error admitido entre dos soluciones consecutivas.

Por último, cabe mencionar que la técnica de Simulated Annealing se puede combinar con otras técnicas de búsqueda (Thanedar and Vanderplaats, 1995), tales como: Búsqueda Local, Algoritmos Genéticos (Shimpi and Joshi, 1999) y Redes Neuronales (Srinivas and Ramanjaneyulu, 2007).

3 APLICACIÓN A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

Considerando que los parámetros que caracterizan el proceso de Simulated Annealing se encuentran estrechamente vinculados con la ley de enfriamiento, temperaturas inicial y final, en este punto se analizan estructuras de configuración sencilla, con el objeto de establecer los valores de estos parámetros característicos y su influencia sobre los resultados obtenidos con el fin de optimizar el proceso computacional.

El problema propuesto a optimizar mediante Simulated Annealing, consiste en un sistema compuesto por dos barras (Figuras 1 y 2), fijas en los puntos B y C y sometido a la acción de una carga P, en el punto A. Según la dirección en que actúa esta carga, en las barras se originan distintos tipos de esfuerzos: tracción (Figura 1) y compresión (Figura 2). En este trabajo, se contemplaron ambos casos.

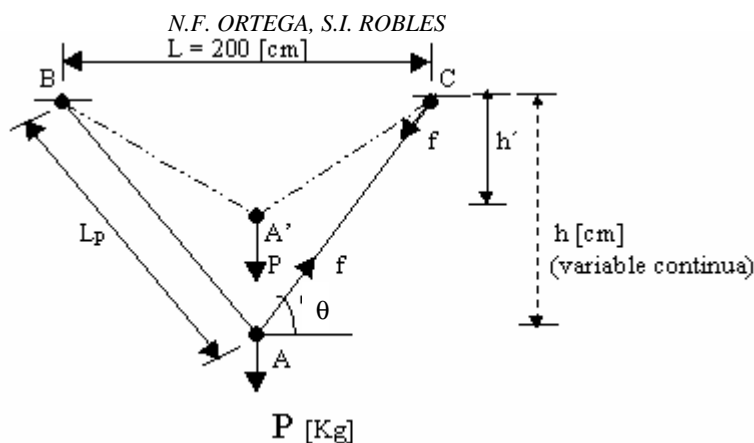


Figura 1: Barras en Tracción

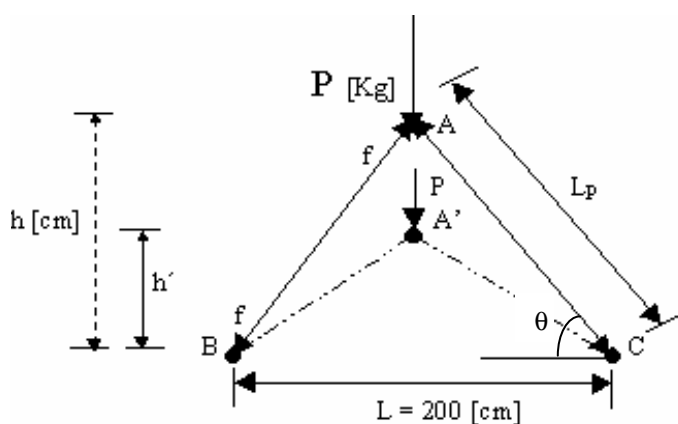


Figura 2: Barras en Compresión

Las variables a optimizar son la posición del punto A, representada a través de la altura h (variable continua) y el área de la sección transversal S , de dicha barra. Esta variable es discreta, debido a que se selecciona de una base de datos realizada con datos de perfiles comerciales. La función objetivo es el volumen de la estructura (V) resultante, el cual está directamente relacionado con el costo, motivo por el cual se desea minimizar. Las restricciones del problema son tales que la tensión generada en las barras (σ) debe ser menor que la tensión admisible del material (σ_{adm}). Además se limita el rango de h (altura de la estructura) entre 0 y $2L$ (siendo L la separación entre apoyos) y en el caso de la estructura sometida a compresión, las normas (CIRSOC 301, 2005; El Acero en la Construcción, 2001) aconsejan que la esbeltez (λ) de las barras sea inferior a 150.

Formalmente, el planteo del problema es el siguiente:

$$\text{Minimizar } V(h, S)$$

con:

(7)

$$V = V(h, S) = \sum_{i=1}^n S_i * L_{p_i}$$

donde L_p es la longitud de la barra y la Función Objetivo está definida como:

$$V = 2 * S * L_p \quad \text{con} \quad L_p = \left(h^2 + \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right)^{0.5} \quad (8)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

- a. $\sigma \leq \sigma_{adm}$
- b. $0 < h \leq 2 * L$
- c. $\lambda < 150$

Se adoptó como carga máxima 2000000 Kg, debido a las limitaciones impuestas por la base de datos de perfiles adoptada, que no permite obtener estructuras cuya capacidad de carga sea superior a este límite.

Con el fin de obtener la funcionalidad de la tensión en la barra (σ) considerando las variables h y S , se debe realizar un balance de fuerzas en la dirección vertical:

$$\sum F_v = P - 2 * f * \text{sen } \theta \quad (9)$$

donde:

F_v : Componentes de las fuerzas en la dirección vertical

P : carga externa aplicada

f : esfuerzo en la barra

θ : ángulo de las barras respecto de la horizontal

Despejando de la ecuación (12), el valor de f , queda:

$$f = \frac{P}{2 * \text{sen} \theta} = \frac{P}{2 * \text{sen}(\text{artg}(2h/L))} \quad (10)$$

Teniendo en cuenta la definición de σ , y reemplazando el valor de f :

$$\sigma = \frac{f * w}{S} = \frac{P * w}{2 * \text{sen}(\text{artg}(2h/L)) * S} \quad (11)$$

La ecuación (11) podría ser generalizada para ambos casos, tracción y compresión, tal que para el caso de tracción, w que es el coeficiente de pandeo que tiene sentido usarlo cuando aparecen esfuerzos de compresión, se toma igual a 1, quedando σ como:

$$\sigma = \frac{f}{S} = \frac{P}{2 * \text{sen}(\text{artg}(2h/L)) * S} \quad (12)$$

Cabe acotar, que en el caso de tracción, la restricción c, respecto de la esbeltez λ , no tiene sentido físico considerarla, asimismo en las normas (CIRSOC 301, 2005) limitan a 300 el valor de la esbeltez en barras traccionadas.

Para barras sometidas a compresión, el coeficiente de pandeo w , se relaciona con el parámetro de esbeltez λ , el cual esta vinculado con las propiedades geométricas del perfil considerado, a través de las variables J (Momento de Inercia, referido al eje correspondiente de flexión) y S (Área de la Sección Transversal del Perfil), de la siguiente manera:

$$w = F(\lambda); \quad \lambda = \frac{L_p}{\sqrt{\frac{J}{S}}} \rightarrow \lambda^2 = \frac{L_p^2 * S}{J} \rightarrow w = F(L_p, S) \rightarrow w = F(h, S)$$

A los efectos de simplificar la programación del coeficiente de pandeo $w = F(\lambda)$, empleando los valores fijados en (El Acero en la Construcción, 2001), y realizando un análisis de regresión se obtiene:

$$w = 3 * 10^{-9} * \lambda^4 + 6 * 10^{-5} * \lambda^2 + 1.0456 \quad R^2 = 0.99 \quad (13)$$

Para el caso de perfiles IPN, se procede en forma similar que con el coeficiente de pandeo, con el fin de hallar la ecuación que relaciona J y S , obteniéndose la siguiente expresión:

$$J = 0.0686 * S^2 + 1.8305 * S - 11.3260 \quad R^2 = 0.99 \quad (14)$$

Como se puede apreciar, las ecuaciones (13) y (14) poseen un buen ajuste, con un índice de correlación (R^2) elevado.

Introduciendo las ecuaciones (13) y (14) en la (11), para el caso de solicitaciones de compresión, las expresiones de σ y λ , quedan:

$$\sigma = \frac{f * w}{S} = \frac{P * (3 * 10^{-9} * \lambda^4 + 6 * 10^{-5} * \lambda^2 + 1.0456)}{2 * \text{sen}(\text{artg}(2h/L)) * S} \quad (15)$$

$$\lambda^2 = \frac{L_p^2 * S}{J} \rightarrow \lambda^2 = \frac{0.5(4 * h^2 + L^2) * S}{0.0686 * S^2 + 1.8305 * S - 11.3260} \quad (16)$$

Los casos contemplados en este trabajo son:

a. **Barras en Tracción**

Variables: h (continua) y S (continua)

Variables: h (continua) y S (discreta)

b. **Barras en Compresión**

Variables: h (continua) y S (discreta)

En cada uno de ellos se utilizaron dos leyes de enfriamiento diferentes, con la finalidad de hallar la que permita obtener resultados aceptables, en una forma eficiente (número apropiado de iteraciones).

A los efectos de simplificar el uso de los programas, se realizaron dos versiones:

- i. ODEA: Optimización discreta de estructuras de barras en Tracción o Compresión, h (variable continua), S (variable discreta) y Ley de Enfriamiento $t = \alpha t$.
- ii. ODEB: Optimización discreta de estructuras de barras en Tracción o Compresión, h (variable continua), S (variable discreta) y Ley de Enfriamiento $t = t / (1 + \beta t)$.

4 RESULTADOS OBTENIDOS

En la primera etapa del cálculo se programó el Método de Simulated Annealing, aplicado a uno de los casos a estudiar con su correspondiente Función Objetivo (Volumen de la Estructura), considerando las restricciones (las cuales se adaptaron para cada caso contemplado). En el primer programa realizado se consideraron ambas variables continuas, en los posteriores se introdujo una base de datos correspondiente a la variable Área de la sección transversal (S), para poder analizarla como variable discreta, teniendo en cuenta que la disponibilidad comercial de perfiles es discreta. Además, con la finalidad de analizar el ajuste de los resultados, se utilizaron dos leyes de enfriamiento diferentes ($t = \alpha t$ y $t = t / (1 + \beta t)$). Posteriormente, se efectuaron diversas corridas de los programas, con la finalidad de estudiar el valor de los parámetros, correspondientes a la ley de enfriamiento utilizada en cada caso. Para ello, se adoptó una carga P cuyo módulo fue de 50000 Kg. Los valores obtenidos se muestran en las Tablas 1 a 6.

α	0.99		0.95		0.90		0.85	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	1000	6283	100	6485	100	6325	100	6327
1	100/10	6369 / 6359	100/10	6337 / 6342	10	6275	1000/10	6295 / 6296
0.1	100/10/1	6273 / 6285	10/0.1	6283 / 6295	10	6264	100/10	6283 / 6279
0.01	10	6277	10/0.1	6280 / 6283	100/10	6272 / 6264	1	6295

Tabla 1: Tracción – Altura Continua – Sección Transversal Discreta - $t = \alpha t$ – $P = 50000$ Kg

α	0.99		0.95		0.90		0.85	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	1000/100	10589/10520	100	8918	10000	8785	100	8746
1	100	8837	10	8792	1000	8749	100	8786
0.1	10	8755	10/1	8864	100	8814	100	8857
0.01	1/0.1	8775 / 8755	10	8756	10	8789	100	8793

Tabla 2: Compresión – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $t = \alpha t$ – $P = 50000$ Kg

α	0.99		0.95		0.90		0.85	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	10000	6252 / 6253	10000	6255	100	6255	1000	6255
1	10	6251	10	6255	10	6250	100/10	6254
0.1	1	6250	1	6250	1	6250	1	6254
0.01	0.1	6250	0.1	6250	100/0.1	6254	0.1	6254

Tabla 3: Tracción – Altura Continua - Sección Transversal Continua - $t = \alpha t$ – $P = 50000$ Kg

β	0.1		0.01		0.001	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	10000/1	23007	100	6306	10000/1000	6286
1	1000/100	6402	10000/100	6275 / 6276	10	6278
0.1	100/10	6261 / 6265	100	6262	10000/10	6268 / 6290
0.01	100/10	6283	10/0.1	6284 / 6275	(*)	(*)

(*) El programa después de varias horas de funcionamiento, no obtuvo ningún resultado.

Tabla 4: Tracción – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $t = t / (1 + \beta t)$ – $P = 50000$ Kg

β	0.1		0.01		0.001	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	10000/1	79988	100	8955	1000	8784
1	10	8955	100/10	8762 / 8785	100/10	8787 / 8764
0.1	100	8749	10	8782	(*)	(*)
0.01	10	8757	(*)	(*)	100/10	8759 / 8742

(*) El programa después de varias horas de funcionamiento, no obtuvo ningún resultado.

Tabla 5: Compresión – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $t = t / (1 + \beta t)$ – $P = 50000$ Kg

β	0.1		0.01		0.001	
Tf	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo	Ti	F. Objetivo
10	10000/10	13281	10000/100	6254	10000/100	6254
1	10000/10	6254	10000/100	6254	10	6251
0.1	1	6250	1	6250	1	6250
0.01	0.1	6250	1/0.1	6250	0.1	6250

Tabla 6: Tracción – Altura Continua - Sección Transversal Continua - $t = t / (1 + \beta t)$ – $P = 50000$ Kg

En las tablas anteriores se sombreadon las zonas con los mejores resultados obtenidos, teniendo en cuenta el número de iteraciones, parámetro que esta directamente relacionado con el tiempo de cálculo.

Desde el punto de vista de obtener rangos de valores óptimos o muy próximos a ellos de la función objetivo, se aprecia en las Tablas 1, 2 y 3, que tanto en estructuras a tracción como a compresión, independientemente que la sección transversal varíe en forma continua o discreta, los mejores resultados de la función objetivo corresponden a valores de α variando entre 0.85 y 0.99 y dentro de un rango de Temperaturas Finales comprendido entre 0.01 y 1. Cabe acotar que en los rangos anteriormente mencionados, las diferencias entre los resultados óptimos no superaron el 2 %.

Por su parte, del análisis de los resultados mostrados en las Tablas 4, 5 y 6, se puede asegurar que tanto en estructuras a tracción como a compresión, independientemente que la sección transversal varíe en forma continua o discreta, los valores de la función objetivo son mínimos o muy próximos a ellos, con β variando entre 0.01 y 0.1 y dentro de un rango de Temperaturas Finales comprendido entre 0.1 y 1. En los rangos mencionados, las diferencias entre los resultados óptimos no superaron el 2.5 %, variación que se considera admisible desde el punto de vista de los cálculos ingenieriles.

La etapa siguiente consistió en adoptar los mejores valores de los parámetros de enfriamiento y ejecutar el programa para diferentes valores de la carga P. Este análisis se desarrolló para los casos de compresión y tracción, con leyes de enfriamiento del tipo $t = \alpha t$ y $t = t/(1 + \beta t)$. Las Tablas 7 a 12, reflejan los resultados obtenidos usando los parámetros que mejor ajustan en cada intervalo de carga, incorporándose a las mismas los resultados obtenidos para h y S continuas, utilizando el Programa LINGO (Lingo, 2011), con la finalidad de tener valores de comparación.

En las Tablas 7 y 8 se presentan los resultados obtenidos con los programas propuestos y con el LINGO utilizando, en ambos casos, variables continuas. Se observa que, en general, la coincidencia de los resultados obtenidos con los programas desarrollados en esta investigación contrastando con aquellos determinados con el LINGO, es puede decir que es muy buena, observándose diferencias máximas del orden de 0.6 %.

Ti = 10						
P[Kg]	200000	150000	100000	50000	10000	5000
F.Objetivo	250015	187511	125007	62504	12501	6250
Altura	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98
Área	888.46	666.35	444.23	222.12	44.42	22.21
PROGRAMA LINGO						
F.Objetivo	250000	187500	125000	62500	12500	6250
Altura	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
Área	883	663	442	221	44.19	22.10
Ti = 10						
P[kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	5000	3750	2502	1877	1251	126
Altura	98.98	98.98	103.97	103.97	103.97	111.47
Área	17.77	13.33	8.67	6.50	4.34	0.42
PROGRAMA LINGO						
F.Objetivo	5000	3750	2500	1875	1250	125
Altura	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00
Área	17.67	13.25	8.83	6.63	4.42	0.44

Tabla 7: Tracción – Altura Continua – Sección Transversal Continua - $\alpha = 0.9$ - $T_f = 1$

Ti = 1						
P [Kg]	200000	150000	100000	50000	10000	5000
F.Objetivo	250015	187511	125.007	62504	12501	6250
Altura	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98
Área	888.46	666.35	444.23	222.12	44.42	22.21
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	250000	187500	125000	62500	12500	6250
Altura	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
Área	883	663	442	221	44.19	22.10
Ti = 1						
P [Kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	5000	3750	2500	1875	1250	125
Altura	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98	98.98
Área	17.77	13.33	8.88	6.66	4.44	0.43
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	5000	3750	2500	1875	1250	125
Altura	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00
Área	17.67	13.25	8.83	6.63	4.42	0.44

Tabla 8: Tracción – Altura Continua - Sección Transversal Continua - $\beta = 0.1$ - $T_f = 0.1$

Ti = 100						
P [Kg]	200000	150000	100000	50000	10000	5000
F.Objetivo	699279	207009	135730	69909	15840	8749
Altura	400	123.29	96.23	86.78	82.81	84.60
Área	848	652	489	264	61	33.40
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	265907	200490	135015	69349	15830	8689
Altura	97.58	96.88	95.61	92.56	81.95	76.72
Área	951	719	488	255	61.20	34.47
Ti = 10						
P [Kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	7214	5708	4226	3350	2647	1521
Altura	78.29	76.13	58.97	62.55	74.76	9.79
Área	28.40	22.71	18.20	14.20	10.60	7.57
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	7203	5687	4133	3345	2556	1257
Altura	74.96	72.56	68.76	65.62	60.40	29.34
Área	28.82	23	17.3	14	10.9	6.03

Tabla 9: Compresión – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $\beta = 0.1$ - $T_f = 0.1$

Ti = 1						
P [Kg]	200000	150000	100000	50000	10000	5000 <small>ti=100</small>
F.Objetivo	278236	196400	131027	64630	12561	6261
Altura	152.75	133.76	111.78	96.01	109.28	94.87
Área	762	588	424	233.1	42.40	22.71
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	250000	187500	125000	62500	12500	6250
Altura	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
Área	883	663	442	221	44.19	22.1
Ti = 100						
P [Kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	5020	3844	2660	1929	1663	1516
Altura	94.96	91.19	75.84	78.92	45.41	4.72
Área	18.20	14.20	10.60	7.57	7.57	7.57
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	5000	3750	2500	1875	1250	125
Altura	99	99	99	99	99	99
Área	17.67	13.25	8.83	6.63	4.42	0.44

Tabla 10: Tracción – Altura Continua – Sección Transversal Discreta - $\beta = 0.1$ - $T_f = 0.1$

Ti = 1000						
P[kg]	2000000	1500000	1000000	500000	100000	50000
F.Objetivo	560268	212147	139339	69909	16252	8749
Altura	314.85	109.31	108.57	86.78	69.27	84.59
Área	848	716	472	264	66.80	33.40
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	265907	200490	135015	69349	15830	8689
Altura	97.58	96.88	95.61	92.56	81.95	76.72
Área	951	719	488	255	61.20	34.47
Ti = 100						
P[kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	7249	5746	4255	3420	2592	1522
Altura	79.24	76.67	60.54	67.09	70.34	10.53
Área	28.40	22.80	18.20	14.20	10.6	7.57
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	7203	5687	4133	3345	2556	1257
Altura	74.96	72.56	68.76	65.62	60.40	29.34
Área	28.82	23	17.3	14	10.9	6.03

Tabla 11: Compresión – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $\alpha = 0.9$ - Tf = 1

Ti = 10000						
P[kg]	2000000 (*)	1500000	1000000	500000	100000	50000
F.Objetivo	269442	201286	126740	65624	12727	6277
Altura	123.45	138.91	103.19	73.81	97.33	94.61
Área	848	588	441	264	45.06	22.80
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	250000	187500	125000	62500	12500	6250
Altura	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
Área	883	663	442	221	44.19	22.1
Ti = 100						
P[kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	5014	3783	2649	1942	1669	1516
Altura	94.74	97.98	74.90	80.28	46.34	4.71
Área	18.20	14.20	10.60	7.57	7.57	7.57
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	5000	3750	2500	1875	1250	125
Altura	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00	99.00
Área	17.67	13.25	8.83	6.63	4.42	0.44

(*) Tf = 10

Tabla 12: Tracción – Altura Continua - Sección Transversal Discreta - $\alpha = 0.9$ - Tf = 0.1

Las Tablas 9 a 12 se realizaron con los valores obtenidos mediante los programas desarrollados, considerando la sección transversal de las barras en forma discreta, como normalmente se las dispone en la práctica profesional de la ingeniería. En las mismas se incluyeron los resultados obtenidos con el programa LINGO, con el fin de mostrar que si bien los valores alcanzados de la función objetivo son similares, en la mayoría de los casos, los valores de las variables Altura y Área, que son los resultados más importantes desde el punto de vista de la aplicación práctica en ingeniería, presentan diferencias, en especial en los extremos de los intervalos de carga. Estas diferencias se deben a que la base de datos utilizada (basada en los perfiles disponibles en el mercado), en lo referente a la variable Área de la sección transversal, es discreta. Cabe destacar que las Áreas determinadas por el LINGO, al ser una variable continua, no necesariamente coinciden con las disponibles en el mercado. Estas diferencias (en la Altura y el Área) se ponen muy en evidencia al analizar la estructura sometida a las cargas más reducidas. Perdiendo utilidad práctica el uso de programas de optimización con variables continuas, tomando relevancia el desarrollo de programas de optimización que utilicen variables discretas, que representen lo disponible en el mercado.

Con la finalidad de lograr una mejor aproximación al valor mínimo, mediante el algoritmo de Simulated Annealing, se realizó una búsqueda local, en el entorno de cada valor de h , correspondiente a la solución óptima generada por dicho algoritmo, sin alterar el valor de la variable Área. Los resultados obtenidos para el caso de compresión con ley de enfriamiento $t = t / (1 + \beta t)$, con $\beta = 0.1$ y $T_f = 0.1$, se muestran en la Tabla 13.

Ti = 100						
P [Kg]	200000	150000	100000	50000	10000	5000
F.Objetivo	277068	206601	135031	69606	15831	8741
Altura	129.20	122.90	95.20	85.90	82.70	84.40
Área	848	652	489	264	61	33.40
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	265907	200490	135015	69349	15830	8689
Altura	97.58	96.88	95.61	92.56	81.95	76.72
Área	951	719	488	255	61.20	34.47
Ti = 10						
P [Kg]	40000	30000	20000	15000	10000	1000
F.Objetivo	7214	5694	4208	3349	2590	1521
Altura	78.30	75.60	58.00	62.50	70.20	9.10
Área	28.40	22.71	18.20	14.20	10.60	7.57
PROGRAMA LINGO (h y S continuas)						
F.Objetivo	7203	5687	4133	3345	2556	1257
Altura	74.96	72.56	68.76	65.62	60.40	29.34
Área	28.82	23.00	17.30	14.00	10.90	6.03

Tabla 13: Simulated Annealing con Búsqueda Local - Compresión – Altura Continua
Sección Transversal Discreta - $\beta = 0.1$ - $T_f = 0.1$

Si se comparan las diferencias existentes entre los resultados obtenidos con el LINGO y el algoritmo desarrollado en este trabajo, ver Tabla 13, con las diferencias de los resultados presentados en la Tabla 9, correspondientes al mismo caso analizado, se puede observar que, la búsqueda local incorporada, tiene un impacto favorable sobre todos los resultados; en particular, esta mejora se hace muy evidente, en los valores correspondientes al extremo superior del intervalo de cargas considerado. Cabe acotar, que en este último caso, el valor óptimo inicial fue obtenido mediante un número reducido de iteraciones, debido a que existen pocos perfiles disponibles en la base que cumplen la restricción de la tensión admisible, tal que esta búsqueda local mejora sustancialmente el resultado de esta optimización.

5 CONCLUSIONES

En función de los resultados obtenidos en esta investigación, se puede concluir que el método de Simulated Annealing, como estrategia de búsqueda, resulta ser una herramienta útil para la búsqueda de geometrías de estructuras resistentes, cuyo volumen sea mínimo, obteniéndose resultados de buena precisión, con el algoritmo utilizado en el trabajo, siempre que se ajusten adecuadamente los parámetros del método. En este sentido se encontró que tanto en estructuras a tracción como a compresión, independientemente que el análisis se realice con una sección transversal variando en forma continua o discreta, los valores de la función objetivo son mínimos o próximos a ellos, para el caso de una ley de enfriamiento del tipo lineal (Método Lineal Simple), para valores de α (pendiente de la recta), comprendidos entre 0,85 y 0,99 y Temperaturas Finales entre 0.01 y 1. En el caso de una ley de enfriamiento, según el Método de Lundy, los valores de β deben estar incluidos en el intervalo 0.01 y 0.1 y las Temperaturas Finales entre 0.1 y 1.

Desde el punto de vista de la práctica de la ingeniería, resulta fundamental contar con una herramienta de optimización que utilice la Sección Transversal de las barras en forma

discreta, teniendo en cuenta la disponibilidad de perfiles en el mercado, tal el caso de los programas desarrollados en este trabajo. Resulta conveniente, con el fin de mejorar el proceso de optimización, incorporar una subrutina de búsqueda local.

Además, para la implementación de los programas se utilizó un lenguaje de programación relativamente simple, no requiriendo el uso de ambientes de programación más avanzados. Los resultados obtenidos en este primer estudio, nos permitirá continuar trabajando con esta misma técnica aplicándola a otras estructuras de barras en el plano y espaciales más complejas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Departamento de Ingeniería y a la Secretaría General de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional del Sur, por el apoyo brindado para el desarrollo de estas investigaciones.

REFERENCIAS

- Aarts, E. and Korst, J. *Local Search in Combinatorial Optimization*. Edited by E. Aarts and J. K. Lenstra. John Willey and Sons Ltd. Chapter 4: 91-120, 1997.
- Adams J.C., Brainerd W.S., Hendrickson R.A., Maine R.E., Martin J.T. and Smith B.T. *The Fortran 2003 Handbook*, Springer-Verlag, London, 2009.
- Camp Ch., Pezeshk Sh. and Cao G. Optimized of two dimensional structures using a Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 124 (5): 511-559, 1998.
- CIRSOC 301 Reglamento Argentino de estructuras de acero para edificios, Capítulo B Requerimientos del Proyecto, CIRSOC-INTI, Buenos Aires, 31, 2005.
- Degertekin S.O., Saka M.P. and Hayalioglu M.S. Optimal load and resistance factor design of geometrically nonlinear steel space frames via tabu search and genetic algorithm. *Engineering Structures*, 30: 197–205, 2008.
- El Acero en la Construcción. Manual para el Proyecto, Cálculo y Ejecución de Construcciones de Acero, Tomo I y II, Editorial Reverté, Barcelona, 2001.
- Farhad K., Hossein A. and Samaeddin M. Simulated Annealing Application for Structural Optimization. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. 4: 1432-1436, 2007.
- Hasanceby O. and Erbatur F. Layout optimization of trusses using simulated annealing. *Advanced Engineering Software* 33:681–96, 2002.
- Kalyanmoy D. and Surendra G. Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design*, 37(5):447-465, 2001.
- Kirkpatrick S., Gelatt C.D. and Vecchi M.P. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220 (4598):671-680, 1983.
- Lamberti L. An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures. *Computers and Structures* 86:1936–1953, 2008.
- Lingo, Optimization modeling software for linear, nonlinear and integer programming Versión 13.0. Lindo Systems INC, www.lindo.com, 2011.
- Lundy M.; Mees A. Convergence of an Annealing Algorithm. *Math. Prog.* 34:111-124, 1986.
- Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H. and Teller E. Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *Journal of Chem. Phys.* 21:1087-1091, 1953.
- Paya I., Yepes V., González Vidosa F. and Hospitaler A. Multiobjective Optimization of Concrete Frames by Simulated Annealing. *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering* 23:596–610, 2008.

- Raham H., Kaveh A. and Gholipour Y. Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm. *Engineering Structures*, Volume 30(9): 2360-2369, 2008.
- Shanmuganathan S. and Manoharan S. Search mechanisms for structural optimization. *Proceedings of the Australasian Conference on Structural Optimisation*, Sydney, 1998.
- Shimpi R.P. and Joshi S. Simulated Annealing optimization using features of Genetic Algorithm. *Third World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, WCSMO3*. Buffalo, New York, 1999.
- Srinivas V. and Ramanjaneyulu K. An integrated approach for optimum design of bridge decks using genetic algorithms and artificial neural networks. *Advances in Engineering Software*, 38(7): 475-487, 2007.
- Sonmez F.O. Shape optimization of 2D structures using simulated annealing. *Computational Methods Appl Mech Eng* 196:3279-99, 2007.
- Vedat T. and Ayşe T. Optimization of 3D trusses with adaptive approach in genetic algorithms. *Engineering Structures*, 28(7):1019-1027, 2006.
- Tayfun D., Serkan B. and Yusuf A. Weight minimization of trusses with genetic algorithm. *Applied Soft Computing*, 11(2):2565-2575, 2011.
- Thanedar, P.B. and Vanderplaats, G.N. Survey of discrete variable optimization for structural design. *Journal of Structural Engineering*, 121(2): 301-335, 1995.