

## TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE CÚBICA: FORMAÇÃO DE PADRÕES E PERDA DE SIMETRIA

**Marcelo Dias de Moura e Antonio Cesar Pinho Brasil Júnior**

*Laboratório de Energia e Ambiente (LEA), Departamento de Engenharia Mecânica (EnM),  
Universidade de Brasília (UnB), Campus Darcy Ribeiro, Asa Norte, Brasília, DF, Brasil.  
marcelo.moura@ufms.br, brasiljr@unb.br*

**Palavras Chave:** Convecção Natural, Cavidade, escoamento Laminar, OpenFOAM.

**Resumo.** A transferência de calor por convecção natural transiente em um fluido confinado em recintos é um problema relacionado a diferentes situações práticas. O condicionamento de produtos na indústria de alimentos, a calefação ou refrigeração, são exemplos de aplicação para este tipo de problema convectivo. O problema específico aqui analisado diz respeito ao aquecimento transiente de uma cavidade 3D completamente cheia, inicialmente a uma temperatura  $T_0$ . Em um determinado momento, todas as paredes da caixa são aquecidas a uma temperatura  $T_W$ , maior que  $T_0$ . O calor se propaga por convecção natural em recintos até o seu equilíbrio térmico completo. Este problema é analisado aqui por simulações numéricas e comparado com dados experimentais. Diferentes situações do número de Rayleigh iniciais são observados, para uma determinada geometria de cavidade. As simulações numéricas são realizadas utilizando o programa OpenFOAM através da hipótese de Boussinesq. Uma discussão sobre a topologia, padrões do escoamento e perda de simetria dentro da cavidade e os efeitos da convecção natural são apresentados.

## 1 INTRODUÇÃO

A transferência de calor por convecção natural em um fluido confinado entre superfícies (cavidade) a diferentes temperaturas é um problema que está relacionado com diversas situações práticas: processos de esterilização de produtos líquidos em embalagens em indústria de alimentos, coletores solares, resfriamento de componentes eletrônicos, aquecimento ou arrefecimento em edifícios e a transferência de calor dentro dos tanques de armazenamento térmico, são exemplos de aplicação para este tipo de problema convectivo.

Muitos artigos relativos à convecção natural transiente em invólucros bidimensionais e tridimensionais são apresentados na literatura. Hsieh e Wand (1994) e Hsieh e Yang (1996) analisaram o problema tridimensional de uma cavidade aquecida de várias formas. Esses trabalhos apresentam a visualização do escoamento experimental e o campo transiente de temperatura. A história da temperatura e da visualização do escoamento durante o aquecimento mostrou um comportamento oscilatório inicial até a formação de uma zona de núcleo estável de recirculação e uma estratificação do campo térmico. Fusegi et al. (1991a) e Fusegi et al. (1991b) aplicaram o método de diferenças finitas com esquema de precisão de terceira ordem para simular uma cavidade cúbica com ar para os números de Rayleigh de  $10^5$  e  $10^6$ . Os efeitos específicos das condições de contorno térmicas horizontais sobre a estrutura de escoamento foram examinadas em detalhe. Foi constatado que a transferência de calor através das paredes horizontais melhoraram as atividades de fluxo convectivo. A velocidade numericamente prevista e perfis de temperatura nos planos de simetria são consistentes com as medições experimentais.

O trabalho experimental de Lin (1982) e Lin e Akins (1983) também analisa os padrões de escoamento e de transferência de calor em cavidades. Neste caso, a cavidade é cúbica e todas as paredes são subitamente aquecidas. O artigo mostra um grande número de padrões de fluxo que evoluem ao longo do tempo de aquecimento e são dependentes do número de Rayleigh. Seguindo a mesma linha de pesquisa, Tollini (1996) analisou a transferência de calor transiente e tridimensional em uma cavidade em forma de paralelepípedo, com razão de aspecto de  $A_h = 1,74$ , com as mesmas dimensões de uma caixa de leite. Foram feitas comparações entre os parâmetros representativos da transferência de calor e a visualização da estrutura do escoamento convectivo, para valores de número de Rayleigh entre  $1,08 \cdot 10^9$  e  $8,24 \cdot 10^9$ , experimentalmente e por simulação numérica. Estes dois estudos são semelhantes ao que será analisado no presente trabalho, conforme mostrado na Fig. (1a).

Na maioria dos estudos de aquecimento por convecção natural transiente em cavidades, um comportamento interessante do campo de escoamento é observado: na fase inicial, nas paredes laterais verticais, camadas limites são formadas. Recirculações internas e um campo oscilatório térmico é observado. Depois disso, a zona central é estabelecida e uma estratificação térmica é observada. O mesmo comportamento transitório é esperado para os casos de teste propostos no presente estudo, mas algumas questões que ficaram em aberto, serão exploradas:

- Quais as características físicas do escoamento influenciam no aparecimento de recirculações internas?
- Quais estruturas do escoamento ocasionam a quebra de simetria?
- O estabelecimento da estratificação térmica está sincronizado com a formação da camada limite vertical?

A interação entre os padrões de escoamento próximas da parede inferior aquecida com a zona de recirculação principal, é uma característica muito interessante deste tipo de escoamento. A

quebra da estabilidade dinâmica e a simetria do escoamento durante o tempo de aquecimento é explorada nas simulações dos casos.

Neste trabalho, o atendimento dessas questões são exploradas. Os resultados numéricos obtidos pelo Método de Volumes Finitos são utilizados através do OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*) para encontrar o campo de escoamento e analisar a evolução de dois parâmetros integrais: o coeficiente de transferência de calor (expresso pelo número de Nusselt) e a energia cinética do escoamento ao longo do tempo. As simulações numéricas são realizadas na geometria de uma cavidade cúbica, de acordo com a Fig. (1a) para diferentes números de Rayleigh. A validação dos resultados numéricos será feita pela comparação entre parâmetros representativos da transferência de calor obtidos em experimentos disponíveis nos trabalhos de Lin (1982) e Lin e Akins (1983).

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Considere uma cavidade cúbica de medida de lado  $H = L = W$  preenchida com fluido com massa específica  $\rho$ , viscosidade dinâmica  $\nu$  e condutividade térmica  $k$ . A distribuição de temperatura no interior da cavidade está inicialmente a temperatura uniforme  $T_0$ , com o fluido em repouso. As seis paredes da cavidade são submetidas a uma temperatura  $T_W$ , maior que  $T_0$ . A convecção natural resultante aumenta consideravelmente a transferência de calor para a cavidade. Após um período de tempo suficiente, quando a temperatura da cavidade atinge a temperatura  $T_W$ , a convecção no seu interior cessa. A distribuição de transiente de temperatura e a transferência de que resultam desse processo são o interesse maior do nosso trabalho.

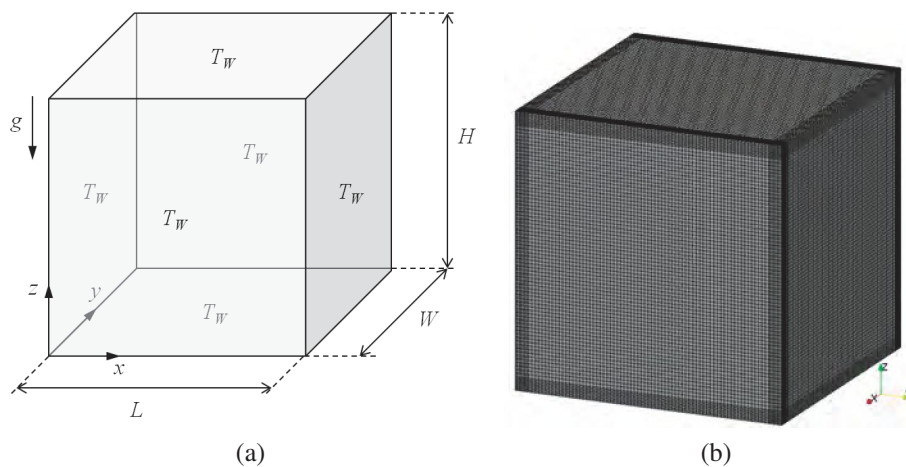


Figura 1: Cavidade cúbica: (a) Condições de contorno; (b) Malha

A modelagem matemática do problema envolve as equações de conservação de massa, Eq. (1), de balanço da quantidade de movimento, Eq. (2), e de conservação de energia, Eq. (3), considerando as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O escoamento é tridimensional, incompressível, transiente e laminar;
- Os gradientes de temperatura são moderados, de tal modo que a aproximação de Boussinesq possa ser admitida ( $\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$ ) (Arpaci e Larsen (1984));
- São desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.

Assim, as equações governantes para o problema são expressas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \nabla^2 \mathbf{u} - \text{Pr} \theta \mathbf{e}_z \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\text{Ra}^{0.5}} \nabla^2 \theta \quad (3)$$

Essas equações foram adimensionalizadas usando as seguintes escalas:  $H$  para o comprimento,  $(\alpha/H)\text{Ra}^{0.5}$  para a velocidade  $\mathbf{e}$ ,  $(H^2/\alpha)\text{Ra}^{-0.5}$  para o tempo. A temperatura adimensional,  $\theta$ , é definida por  $(T - T_0)/(T_w - T_0)$  e o número de Rayleigh,  $\text{Ra}$ , é dado por  $[g\beta(T_w - T_0)H^3]/[\nu\alpha]$ .

Os valores homogêneos para as variáveis  $T$  e  $\mathbf{u}$  são utilizados como condições iniciais. As condições de contorno são:

- As condições de não deslizamento para a velocidade nas paredes da cavidade, ou seja,  $\mathbf{u} = 0$ .
- Temperatura prescrita nas paredes aquecidas:  $T_W$

Apesar de muitos problemas de transferência de calor serem observados em geometrias simples, conforme apresentados na Fig. (1a), a solução analítica ocorre pela resolução simultânea de um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares e acopladas. Devido à complexidade de se obter soluções analíticas para tais problemas, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos para a obtenção dos campos de escoamento e térmico do domínio estudado (Maliska (2004)). Para resolver o sistema de equações transientes e não-linear dado pelas Equações (1)-(3), primeiramente se fez a discretização das equações no espaço e tempo através do Método de Volumes Finitos com o OpenFOAM. O *solver* do OpenFOAM escolhido para resolver o problema de convecção, através da hipótese de Boussinesq é o *buoyantBoussinesqPimpleFoam*, este utiliza um conjunto de arquivos onde estão armazenadas as informações necessárias para a solução do problema (caso) que podem ser vistos na Fig. (2b). Estes arquivos se encontram num diretório e possuem as informações como a descrição da geometria, detalhes da malha, condições de contorno, parâmetros para os métodos numéricos e as propriedades físicas do problema, mostrados na Fig. (2a).

Na Figura (1b) podemos ver uma malha com 729000 volumes hexaédricos e com um refinamento próximo a parede que foi constituída na plataforma Salomé (*The Open Source Integration Platform for Numerical Simulation*).

Um número de Prandtl ( $\text{Pr}$ ) de 7,07 é usado correspondente a uma cavidade cheia de água, a temperatura inicial  $T_0 = 293$  K. Três números de Rayleigh são utilizados para as simulações numéricas  $7,22 \cdot 10^7$ ,  $1,44 \cdot 10^8$  e  $2,17 \cdot 10^8$ , correspondentes, respectivamente, às temperaturas finais ( $T_W$ ), 298 K, 303 K e 308 K. Na Fig. (3) temos uma ilustração das curvas de aquecimento da temperatura para os três casos simulados.

O número de Nusselt global ( $\overline{\text{Nu}}$ ) pode ser obtido a partir do fluxo de calor das paredes aquecidas como (Bejan (2004)):

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{\bar{h}H}{k}, \quad (4)$$

considerando  $\bar{h} = \frac{\bar{q}''}{(T - T_0)}$  o coeficiente de transferência de calor e  $\bar{q}'' = \frac{k}{A_\Omega} \iint_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial \eta} d\Omega$  o fluxo de calor na parede representada por  $\Omega$ , com área  $A_\Omega$  na direção  $\eta$ , perpendicular à parede correspondente.

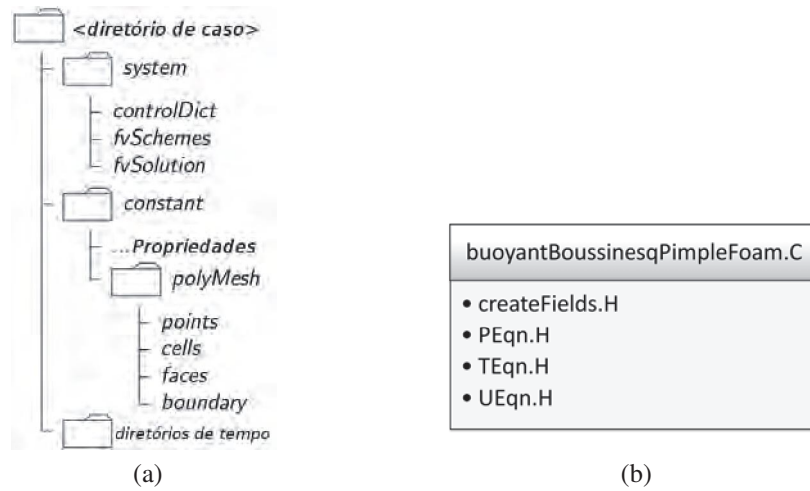


Figura 2: (a) Estrutura de Diretório de Caso (Adaptado de [OpenFOAM \(2011\)](#)); (b) Arquivos do Solver do OpenFOAM.

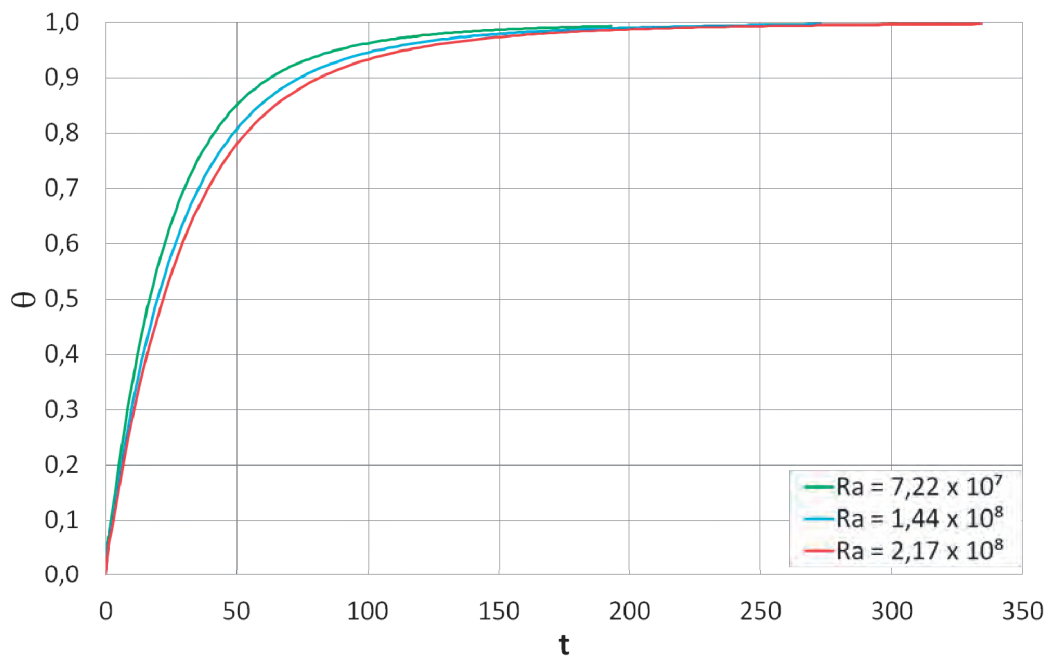


Figura 3: Curva de Aquecimento de Temperatura na Cavidade.

A energia cinética do campo de escoamento ( $K$ ), adimensionalizada por  $(1/2)\rho Ra(\alpha/H)^2$ , é calculado pela integral sobre o volume ( $V$ ) da cavidade:

$$K = \frac{1}{2}\rho \iiint_V (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) dV. \quad (5)$$

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados a seguir decorreram das simulações para os três casos ilustrados na Fig. (3) até que se atingissem a temperatura  $T_W$ , o que ocorreu em torno de  $t = 1600$  s, para um passo de tempo de  $\Delta t = 0,1$  s e número de *Courant* máximo de  $Co = 0,5$ . As imagens foram obtidas pela ferramenta de pós-processamento do OpenFOAM, denominada *paraFOAM*, adaptada do programa ParaView (*Open-source, multi-platform data analysis and visualization application*).

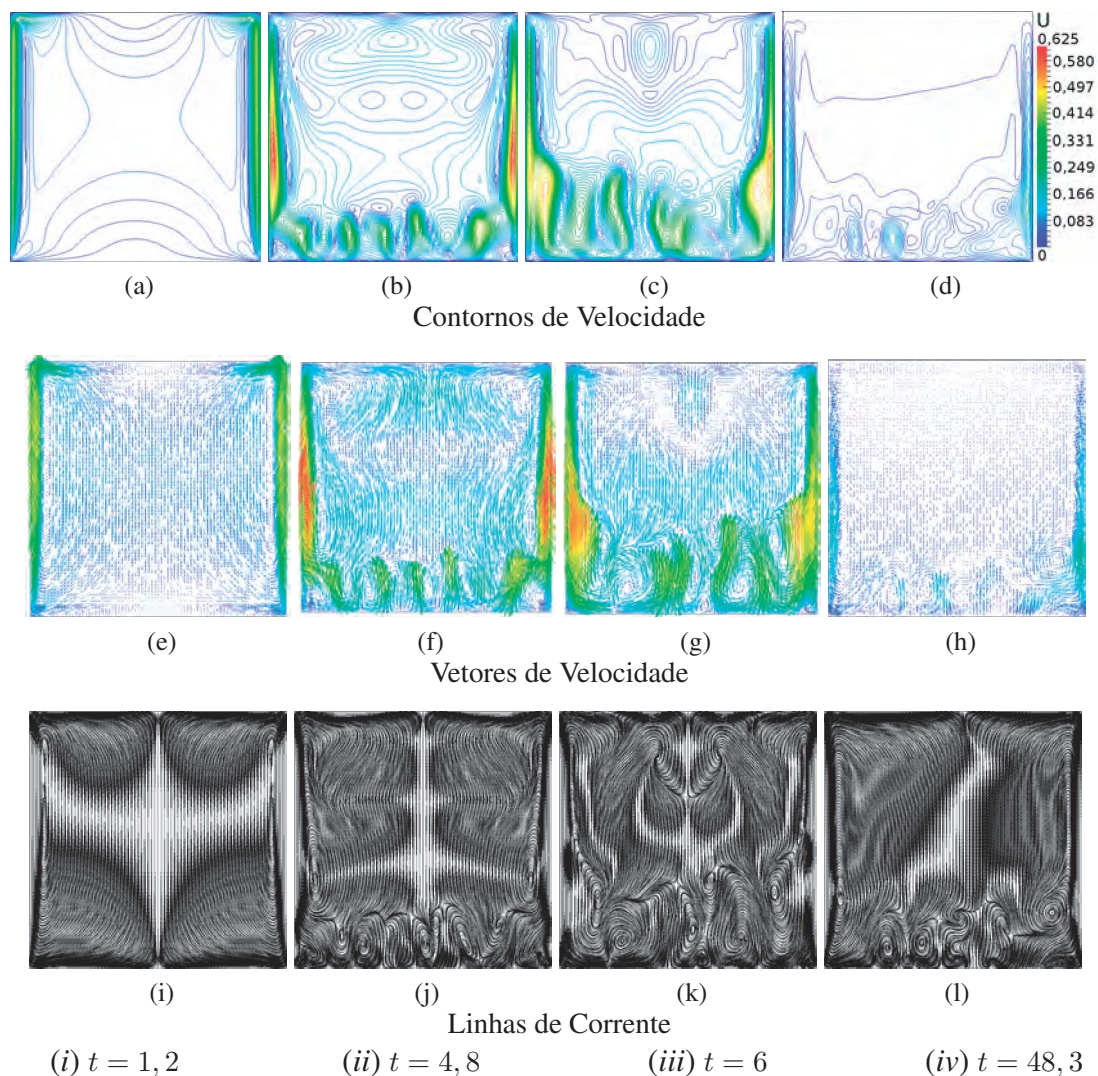


Figura 4: Visualização do Campo de Velocidade para  $Ra = 7,22 \cdot 10^7$  em  $x = H/2$ .

Quando começamos a observar o campo de temperatura verificamos que a região mais fria está sempre na parte inferior da cavidade, acentuando-se esta característica nas camadas de

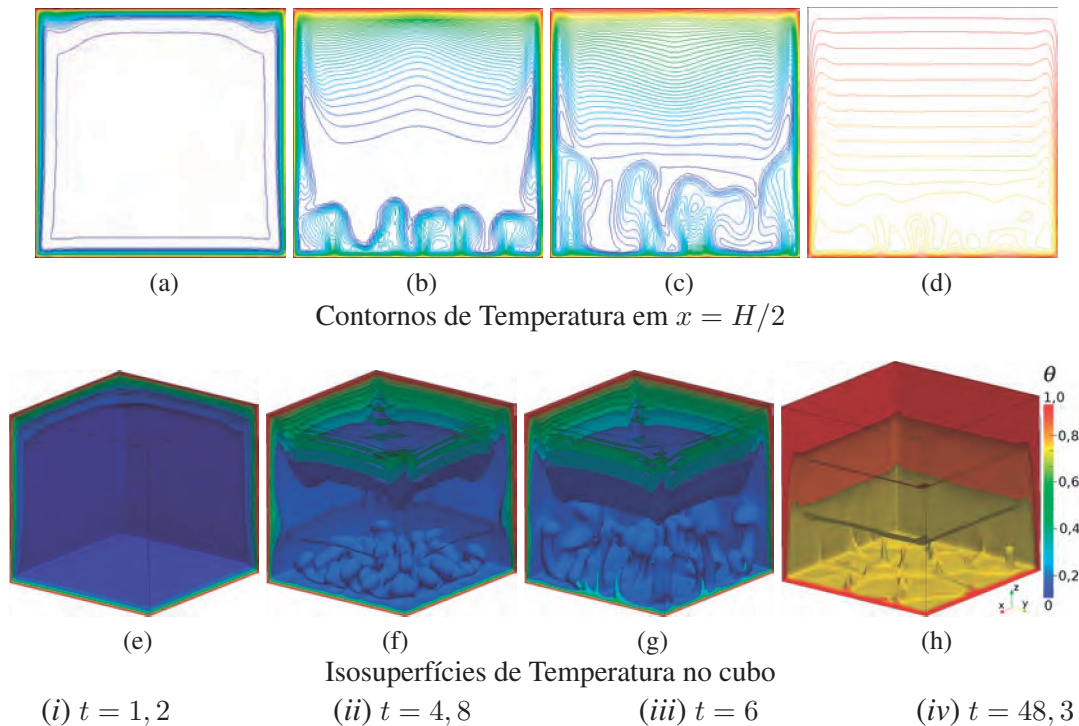


Figura 5: Visualização do Campo de Temperatura para  $Ra = 7,22 \cdot 10^7$ .

fluido mais próximas às paredes verticais, caracterizando uma estratificação térmica na cavidade, como pode ser observado nas Figs. (5b, 5c, 5f, 5g, 7b, 7c, 7f, 7g, 9b, 9c, 9f e 9g). Para as camadas mais centrais, a estratificação da temperatura, ao longo da linha vertical da cavidade, não é tão acentuada. Isso se explica pelo fato de que, nas camadas centrais da cavidade, as velocidades são relativamente baixas, conforme observado nas Figs. (4b, 4c, 4f, 4g, 6b, 6c, 6f, 6g, 8b, 8c, 8f e 8g). Por outro lado, as correntes convectivas explicam a localização da região mais fria na parte inferior da cavidade.

No que diz respeito ao campo de velocidade é interessante observar que, conforme pode ser visto nas ilustrações dos vetores das Figs. (5, 7 e 9), o centro de circulação do movimento principal se situa muito próximo à parede, e que algumas partículas que sobem não chegam a atingir a camada aquecida superior, desviando-se de seus caminhos e fazendo uma circulação menor, tomando um movimento descendente em direção à face inferior.

O movimento do fluido dentro da cavidade representa a composição dos efeitos da transferência de calor através de cada uma das suas seis faces, já que o fluido se encontrava em repouso e em equilíbrio térmico com o meio exterior. A face inferior, a superior e as quatro faces laterais, representam, separadamente, um diferente efeito sobre o movimento do fluido.

As quatro faces laterais verticais, ao receberem calor, ocasionam uma tendência para o fluido subir rapidamente através de uma fina camada junto às paredes laterais e descer lentamente por uma grande massa na região central da cavidade.

Como o somatório das áreas das quatro faces laterais representa  $2/3$  da área externa da cavidade e com a influência da aceleração da gravidade, é de se supor que o movimento ocasionado pela transferência de calor nelas seja de importância primordial para o movimento do fluido dentro da cavidade.

A face inferior, por sua vez, ocasiona uma tendência para o fluido subir como um todo, especialmente pelo centro da cavidade. Como há uma grande massa de fluido descendo pelo

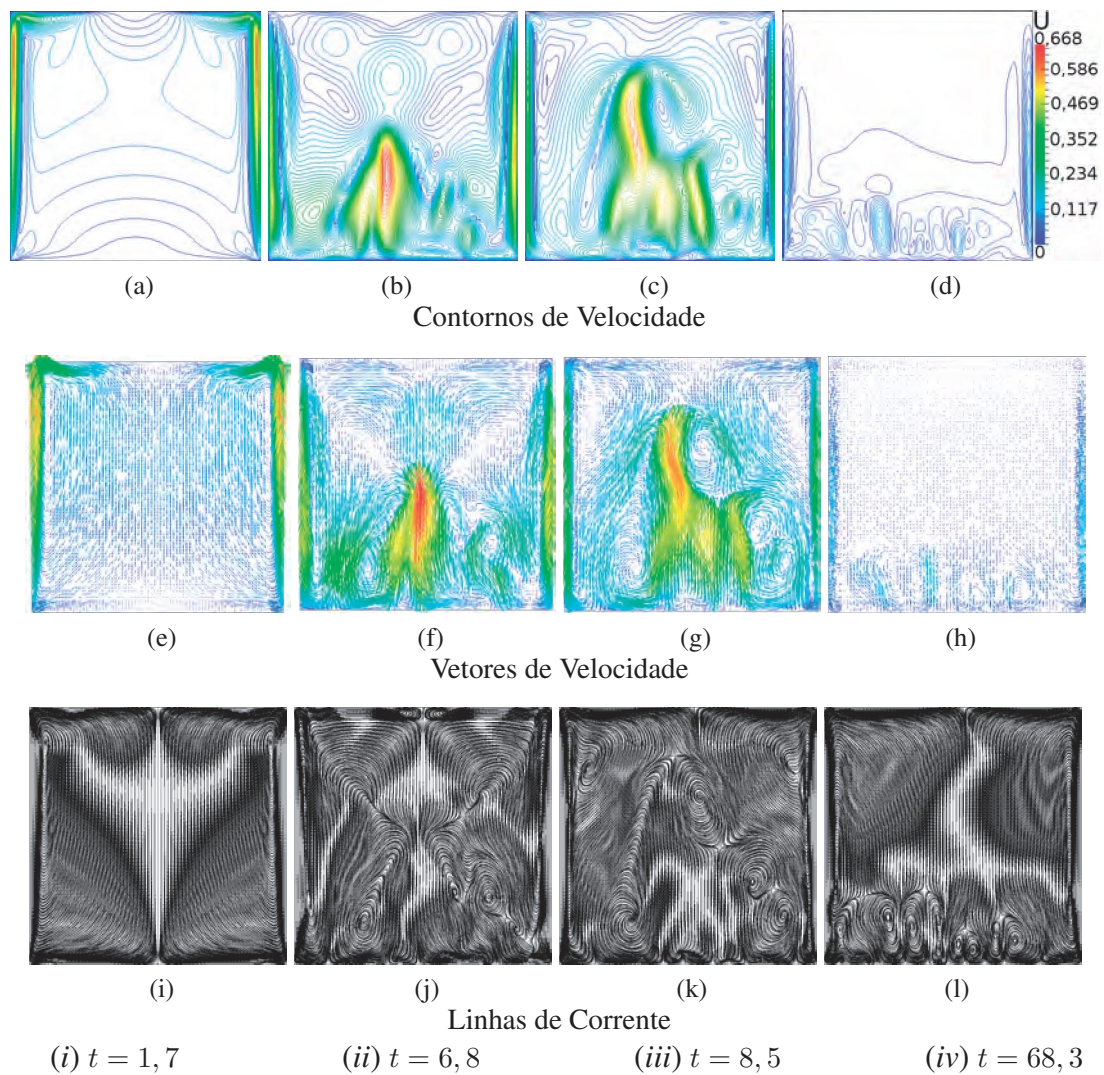


Figura 6: Visualização do Campo de Velocidade para  $Ra = 1,44 \cdot 10^8$  em  $x = H/2$ .



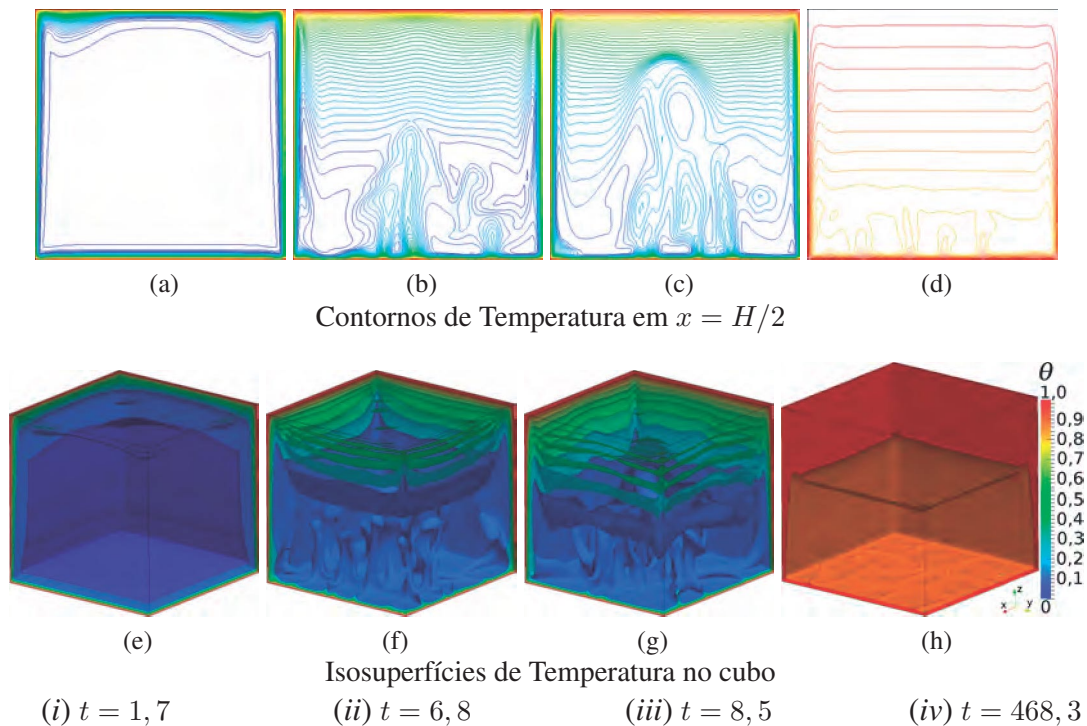


Figura 7: Visualização do Campo de Temperatura para  $Ra = 1,44 \cdot 10^8$ .

centro, impulsionada pelo movimento principal do fluido, alguns padrões de recirculação são criados na base da cavidade, análogos a escoamentos do tipo Células de Bénard, mostrado nas isosuperfícies de temperatura das Figs. (5, 7 e 9). De fato essas estruturas assemelham-se a pequenas térmicas ascendentes, em formato de cogumelo, como relatado por Sparrow et al. (1970).

Já a face superior da cavidade causa a formação de uma pequena camada aquecida e mais leve próxima do topo, onde as velocidades são relativamente muito baixas. O fluido que sobe pelas paredes laterais, ao atingir a camada aquecida junto ao topo, se dirige em direção ao centro da cavidade, iniciando um movimento lento de descida. Desta forma, é de se supor que a influência da face superior no movimento do fluido dentro da cavidade seja quase nula, ilustrado pelos vetores das Figs. (5, 7 e 9).

Ao longo das simulações realizadas, durante o período restante, o movimento das partículas não se altera muito, havendo apenas um pequeno aumento da espessura da camada superior, caracterizada por baixas velocidades, fazendo, conseqüentemente, com que as partículas que atingem o topo não tenham energia para ir até o centro antes de iniciar o movimento descendente, como se vê na Fig. (4d). A velocidade média das partículas do fluido começam a diminuir gradualmente e a camada estável no topo cresceu um pouco. Além disso, as partículas de células de Bénard parecem ter diminuído de velocidade, especialmente pela diminuição aparente do tamanho das células, até que a temperatura em toda a cavidade torne-se  $T_W$  e o escoamento cesse.

Como pode ser observado anteriormente, a convecção natural cria um conjunto de células de fluido que se movem circulando e formando padrões. As Figuras (10), (11) e (12) mostram alguns desses padrões, tanto para o campo de temperatura, como para o campo de velocidade e vorticidade. Esses padrões aparecem, principalmente, quando observamos um plano perpendicular ao eixo  $z$  em  $z = H/2$ . Esses padrões se formam logo no início do processo de convecção

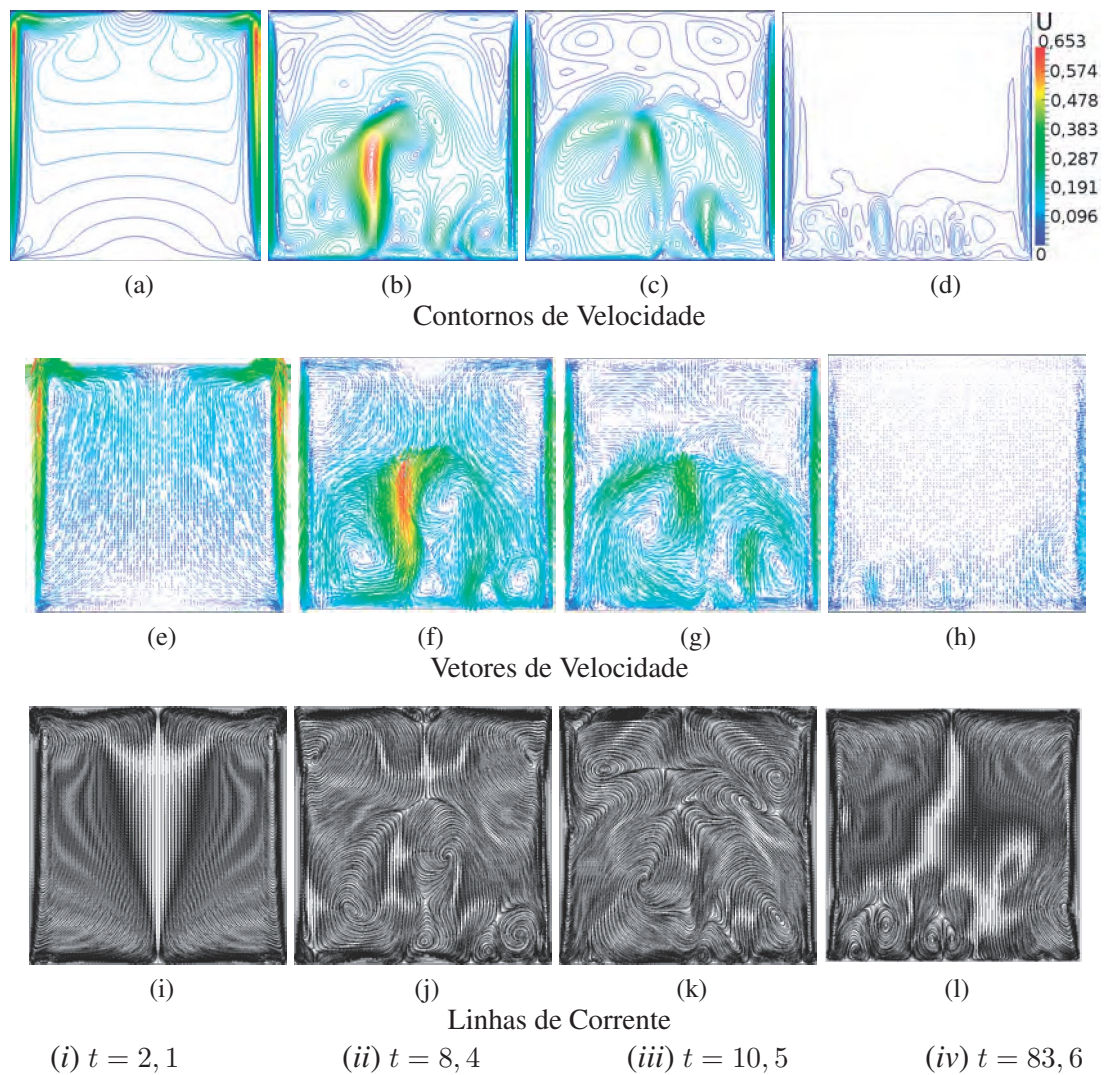


Figura 8: Visualização do Campo de Velocidade para  $Ra = 2,17 \cdot 10^8$  em  $x = H/2$ .

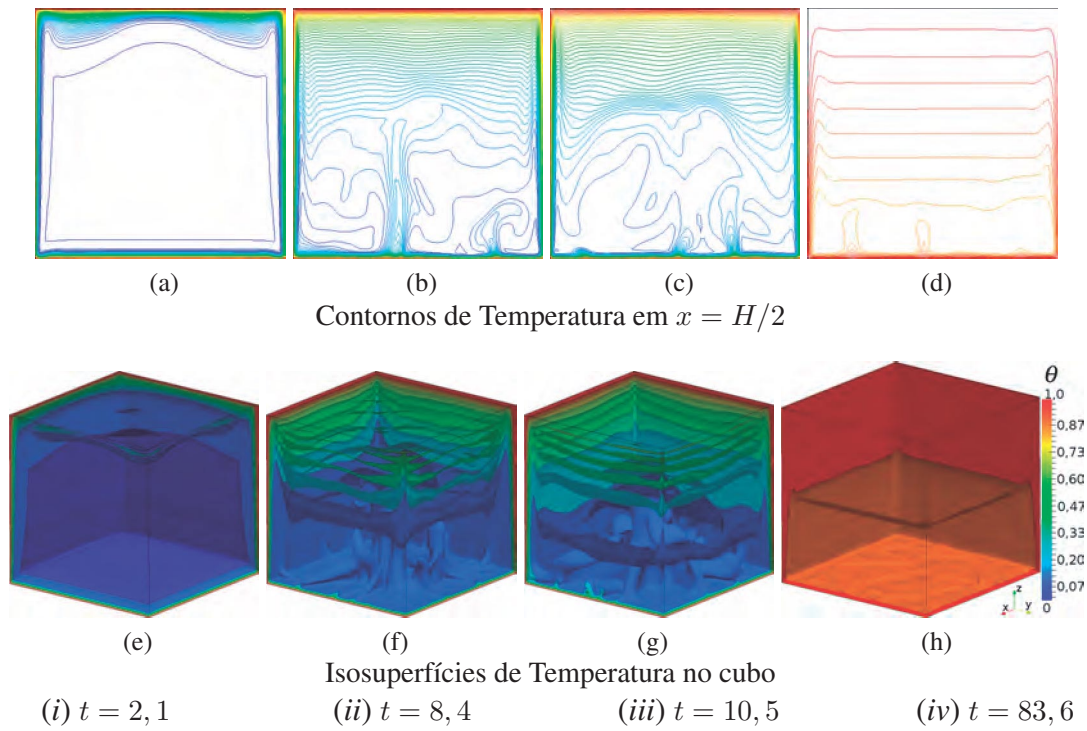


Figura 9: Visualização do Campo de Temperatura para  $Ra = 2,17 \cdot 10^8$ .

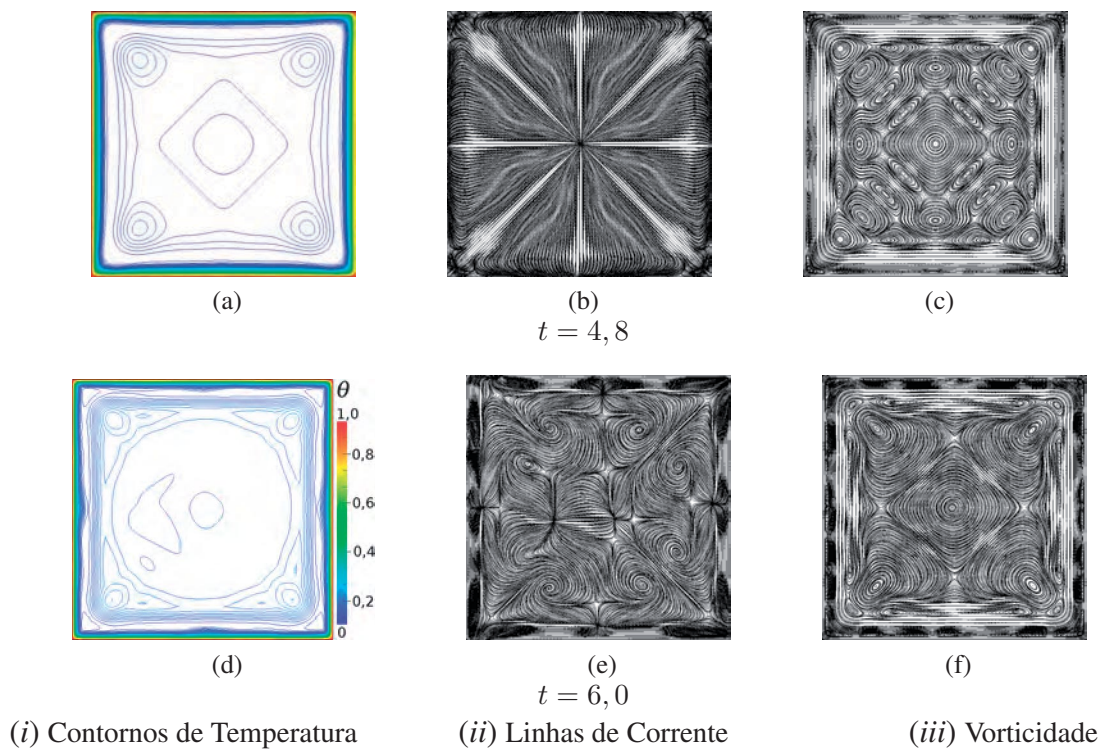
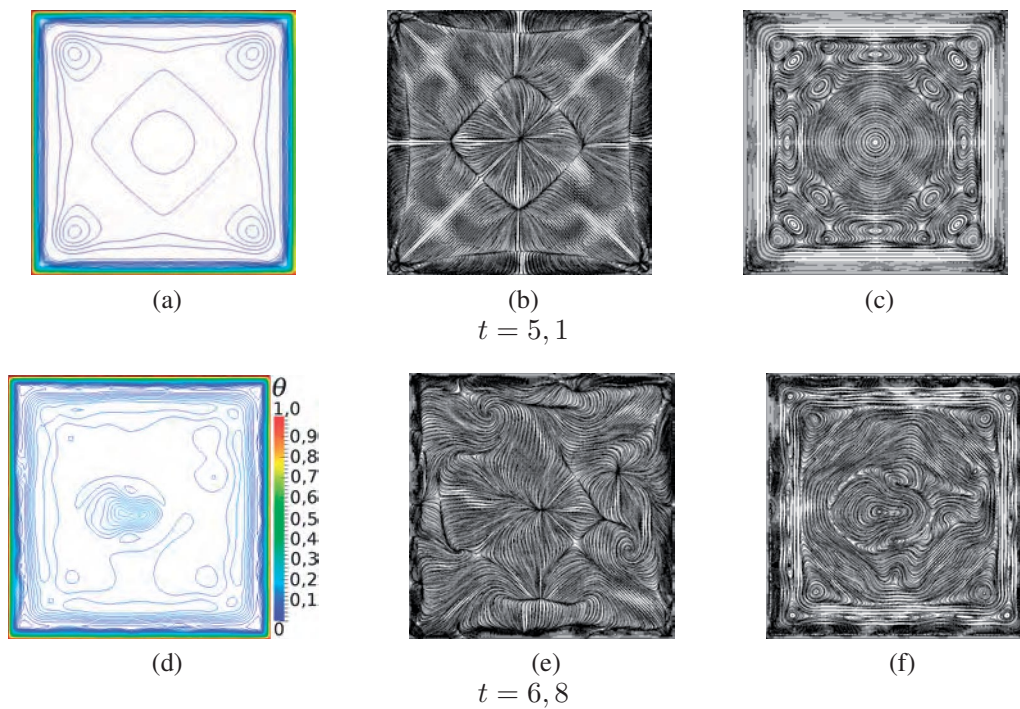
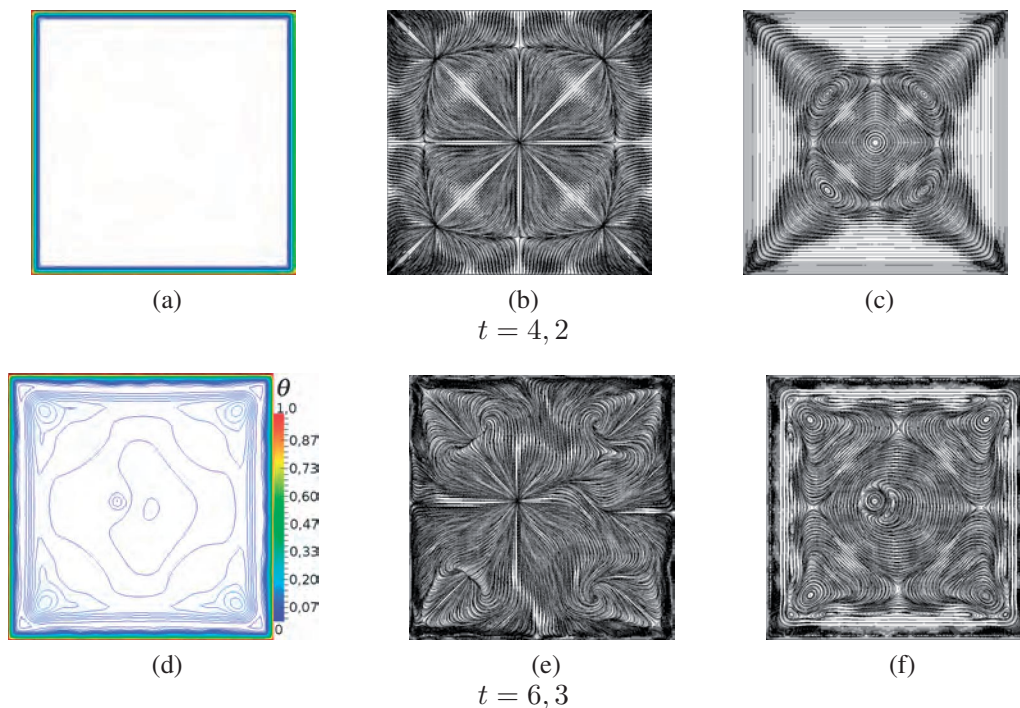


Figura 10: Visualização de Padrões do Escoamento para  $Ra = 7,22 \cdot 10^7$  em  $z = H/2$ .



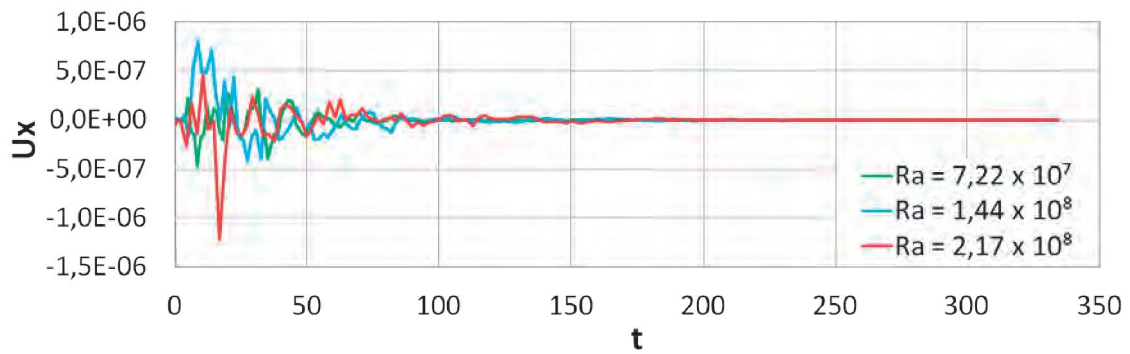
(i) Contornos de Temperatura      (ii) Linhas de Corrente      (iii) Vorticidade

Figura 11: Visualização de Padrões do Escoamento para  $Ra = 1,44 \cdot 10^8$  em  $z = H/2$ .

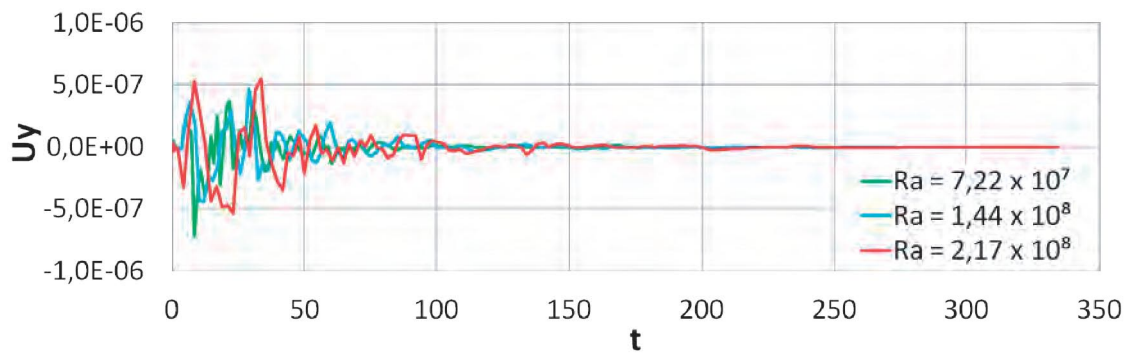


(i) Contornos de Temperatura      (ii) Linhas de Corrente      (iii) Vorticidade

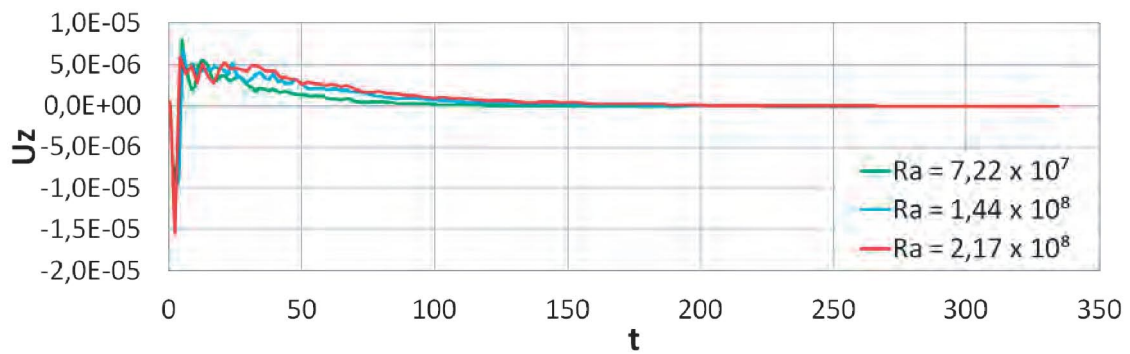
Figura 12: Visualização de Padrões do Escoamento para  $Ra = 2,17 \cdot 10^8$  em  $z = H/2$ .



(a)  $U_x$



(b)  $U_y$



(c)  $U_z$

Figura 13: Componentes de Velocidade Média Variando com o Tempo

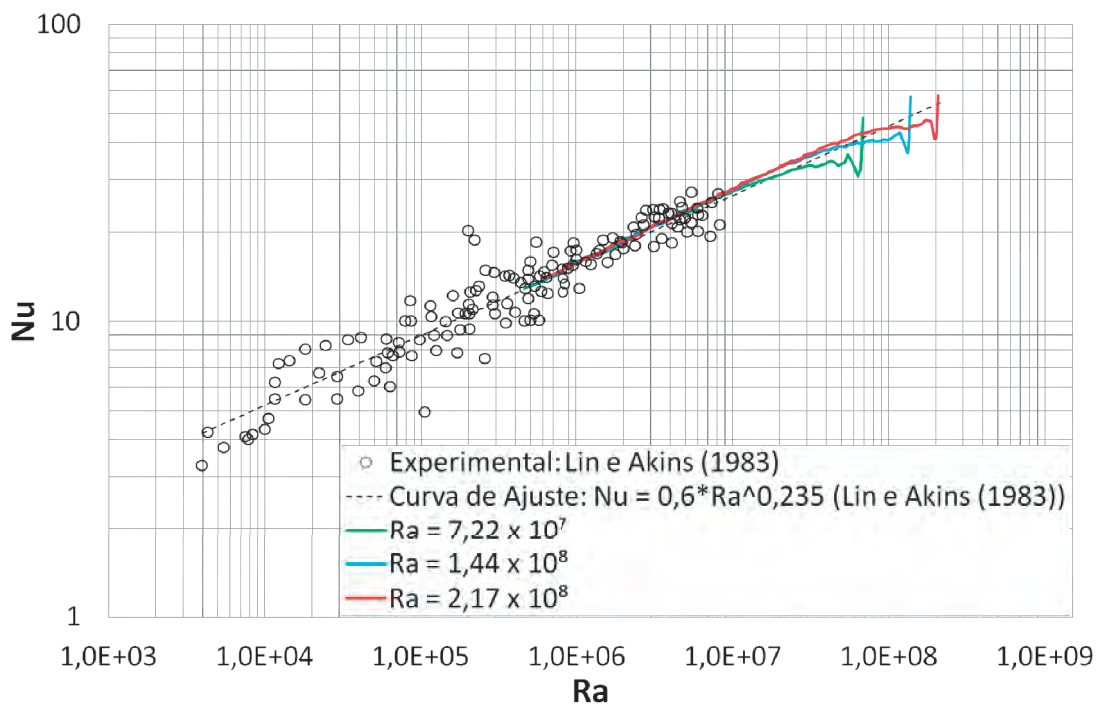


Figura 14: Comparação de Nusselt x Rayleigh com dados experimentais (Lin e Akins (1983)).

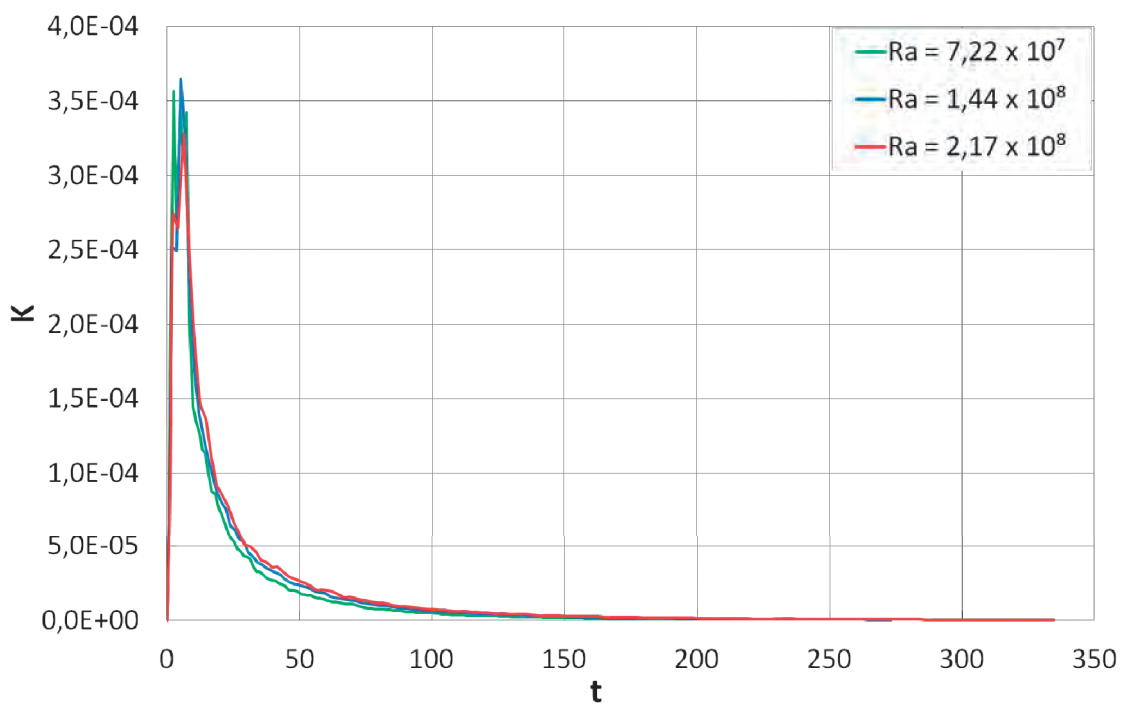


Figura 15: Variação da Energia Cinética.

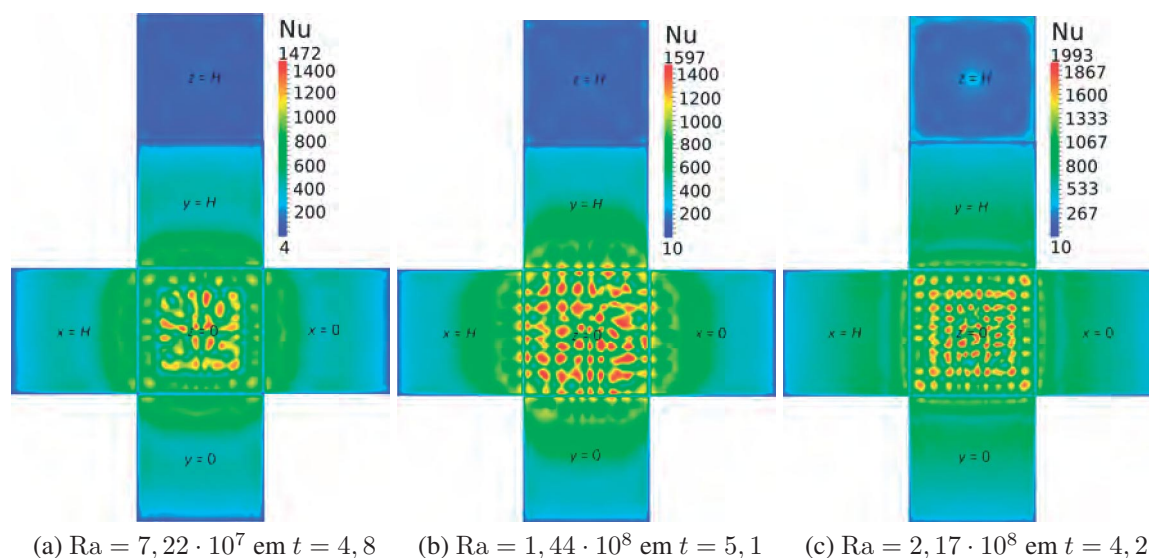


Figura 16: Visualização da Variação de Nusselt nas Faces do Cubo.

natural e do aparecimento das bolhas de fluido em forma de cogumelo. Logo após o fluido começar a perder a energia cinética inicial (Fig. (15)) ocorre a perda de simetria.

Com a finalidade de avaliar a capacidade de predição do *solver* do OpenFOAM a respeito da transferência de calor no cubo, foram comparados valores de Nusselt variando com Rayleigh para dados experimentais de Lin (1982) e Lin e Akins (1983). Mesmo os experimentos terem sido executados com fluidos diferentes da água, como a glicerina e, o tamanho do cubo e variação de temperatura serem diferentes, foi estabelecida uma curva de ajuste entre Nusselt e Rayleigh que serviu como parâmetro de comparação na Fig. (14) com a simulação.

Os primeiros 5 min de simulação são os que mais apresentam os efeitos da transferência de calor. A energia cinética atinge seu pico neste período, mostrado na Fig. (15). Já a velocidade tem um comportamento oscilatório de suas componentes de velocidade, principalmente na direção  $x$  ( $U_x$ ) e  $y$  ( $U_y$ ) (Fig. (13a e 13b)), enquanto na direção do eixo  $z$  ( $U_z$ ) (Fig. (13c), aponta para cima nesse período, logo após assumindo movimento descendente.

Apesar das condições de contorno serem as mesmas para as seis faces do cubo, o fluxo de calor através da parede inferior e superior ocorre num processo bem distinto. Ao observarmos a Fig. (16) pode-se notar que os valores dos contornos de Nusselt é muito maior na face inferior quanto ao da face superior.

#### 4 CONCLUSÕES

Resultados tridimensionais para a simulação da convecção natural em um cubo para três números de Rayleigh foram apresentados, através das quais se evidenciou a influência do fluxo de calor em cada face. Simultaneamente, nos primeiros segundos, as camadas limite térmica e hidrodinâmica são formadas. Pode ser observado que ao mesmo tempo em que se inicia a estratificação térmica da cavidade, bolhas de fluido aquecidas, em forma de cogumelo, se formaram na parede inferior, devido ao aumento do gradiente de temperatura na face inferior, interagindo com o fluido que se aquece pelas paredes laterais, descendo lentamente. O escoamento do fluido na cavidade tem um comportamento oscilatório nos primeiros instantes da simulação e isso tem uma ligação com o pico de energia cinética das partículas e a formação de padrões simétricos.

Essas oscilações ocorrem no momento da formação das bolhas de fluido que sobem e atingem a região de fluido que estão descendo. Isso ocorre repetidas vezes até determinado instante em que a energia cinética diminui rapidamente, ao mesmo tempo em que a velocidade e a cavidade se aquece por completo.

## REFERÊNCIAS

- Arpaci V. e Larsen P.S. *Convection Heat Transfer*. Englewood cliffs: Prentice-Hall, New Jersey, 1984. 512 p.
- Bejan A. *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York, 3a. ed. edição, 2004. 673 p.
- Fusegi T., Hyun J.M., e Kuwahara K. A numerical study of 3d natural convection in a cube: effects of the horizontal thermal boundary conditions. *Fluid Dynamics Research*, 8(5-6):221–230, 1991a.
- Fusegi T., Hyun J.M., Kuwahara K., e Farouk B. A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 34(6):1543–1557, 1991b.
- Hsieh S.S. e Wand C.Y. Experimental-study of 3-dimensional natural convection in enclosures with different working fluids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37(17):2687–2698, 1994.
- Hsieh S.S. e Yang S.S. Transient three-dimensional natural convection in a rectangular enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39(1):13–26, 1996.
- Lin Y.S. *An experimental study of flow patterns and heat transfer by natural convection inside cubical enclosures*. Tesis de Mestrado, Kansas State University, Manhattan, Kansas, 1982.
- Lin Y.S. e Akins R.G. An experimental study of flow patterns and heat transfer by natural convection inside cubical enclosures. *ASME HTD*, 26:35–42, 1983.
- Maliska C.R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 2004. 433 p.
- OpenFOAM. *OpenFOAM 2.1 - The Open Source CFD Toolbox - User Guide*. OpenFOAM Foundation, 2011.
- Sparrow E.M., Husar R.B., e Goldstein R.J. Observations and other characteristics of thermals. *Journal of Fluid Mechanics*, 41:793–800, 1970.
- Tollini P.M. *Convecção transiente em uma cavidade 3 D: Uma aplicação ao aquecimento de produtos embalados*. Tesis de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1996.