

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS AL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE VISTA EN CAVIDADES BIDIMENSIONALES

Rebollo, Daniel de Jesús; Bocca, José Carlos; Rodríguez, Carlos Augusto

*Universidad Nacional de San Juan, Facultad de Ingeniería, Departamento de Electromecánica.
Avenida Libertador San Martín (Oeste) 1109 - CPA: J5400ARL - San Juan - Argentina.
drebollo.de.fi.unsj@gmail.com*

Palabras Claves: Método de los Volúmenes Finitos, Radiación Térmica, Factores de Vista.

Resumen. Los factores de vista son parámetros geométricos necesarios en el cálculo de la transferencia de calor radiante entre superficies opacas cuando se encuentran inmersas en un medio no participante. Existen muchos catálogos donde se presentan fórmulas matemáticas que permiten calcular los factores de vista para diferentes configuraciones geométricas en dos y tres dimensiones. Cuando la geometría del problema a resolver no se encuentra incluida en estos catálogos no queda otro camino que calcular los factores de vista necesarios resolviendo las ecuaciones correspondientes. Existen varias metodologías para calcular los factores de vista, las más conocidas se basan en técnicas de integración de áreas o de contornos. Otra idea alternativa es utilizar algún método numérico para resolver la ecuación del transporte radiante en condiciones particulares.

El objetivo fundamental de este trabajo es presentar un método para calcular numéricamente los factores de vista en cavidades bidimensionales donde la geometría de la cavidad puede ser arbitraria. Las paredes de la cavidad, de forma arbitraria, se aproximan por segmentos rectos, y para cada uno de estos segmentos se deben calcular los factores de vista que lo relaciona con los demás segmentos que conforman las paredes de la cavidad. Cuando la cavidad es de grandes dimensiones, o de paredes de gran curvatura, es necesario utilizar una gran cantidad de segmentos, lo que aumenta considerablemente el esfuerzo de cálculo.

La metodología de cálculo se basa en aplicar el Método de los Volúmenes Finitos a una cavidad bidimensional de forma arbitraria considerando que el interior se encuentra en vacío o está rellena con un medio no participante, es decir, que el medio no absorbe, no emite y no dispersa radiación térmica. Para ello se resuelve la ecuación del transporte radiante en la cavidad, considerando que el medio que la rellena tiene coeficientes de absorción y dispersión nulos, además, se considera que las paredes de la cavidad son negras. La técnica consiste en asignar un poder emisivo unitario a un elemento particular de la superficie y un poder emisivo nulo al resto de los elementos y se calculan los flujos de calor en cada elemento, estos flujos de calor calculados resultan ser los factores de vista buscados.

El método de cálculo resulta ser completamente general, lo que le permite ser incluido en algoritmos de resolución de problemas de convección y radiación combinados. También es flexible, lo que permite ser extendido a cavidades tridimensionales.

Se han estudiado cavidades de diferentes formas (triangular, rectangular, trapezoidal y cilíndrica) obteniendo muy buenos resultados, el método de cálculo ha demostrado ser robusto y preciso, con errores menores al 1%.

1 INTRODUCCIÓN

En todo análisis de transferencia de calor que tenga en cuenta la radiación térmica entre superficies inmersas en un medio no participante es necesario el cálculo de los factores de vista, también llamados factores de forma o factores de configuración. Los factores de vista entre dos superficies se determinan en función de la geometría, es decir, de su forma, dimensiones y disposición de una respecto a la otra. Representan la fracción de la energía radiante que es emitida por la superficie emisora e interceptada por la superficie receptora.

Existe un catálogo de factores de vista, bastante completo y disponible en Internet, perteneciente a [Howell \(2012\)](#) que proporciona las fórmulas matemáticas necesarias para el cálculo de los factores de vista correspondientes a la geometría considerada. Lamentablemente, cuando la configuración geométrica de interés no se encuentra en este catálogo es necesario efectuar su cálculo para poder resolver el problema radiante. Existen innumerables casos en la literatura donde fue preciso diseñar una metodología para el cálculo de los factores de vista necesarios.

[Sanchez y Smith \(1992\)](#) fueron los primeros en proponer la utilización del método de las ordenadas discretas para el cálculo de los factores de vista en cavidades rectangulares infinitas, posteriormente [Ehlert y Smith \(1994\)](#) extendieron el procedimiento al cálculo de factores de vista en cavidades tridimensionales rectangulares. [Byun et al. \(1995\)](#), [Byun \(1996\)](#) y [Byun y Smith \(1997\)](#) aplicaron el procedimiento a cavidades rectangulares con diferentes características geométricas. [Chai et al. \(2001\)](#) aplicaron el mismo procedimiento pero utilizando el método de los volúmenes finitos.

Haciendo una breve revisión de los diferentes procedimientos para el cálculo de los factores de vista se destacan los trabajos de [Carlson y Garcia \(1984\)](#) quienes presentaron un método genérico para evaluar factores de vista entre una pared y el extremo de un cilindro. [Davies \(1984\)](#) calculó los factores de vista entre las superficies de una habitación usando una versión simplificada del método de las conductancias en redes. [Babus'Haq et al. \(1986\)](#) determinaron los factores de vista entre un cilindro infinitamente largo encerrado por otro cilindro paralelo y por una cavidad rectangular. [Mudan \(1987\)](#) obtuvo expresiones aproximadas para el cálculo de factores de vista en cavidades cilíndricas y rectangulares inclinadas. [Van Leersum \(1989\)](#) investigó el uso de factores de vista generados por un método numérico aproximado en un modelo de transferencia de calor entre fuentes de calor planas enteramente rodeadas por paredes y el medio ambiente externo. [Davis y Bagstera \(1989\)](#) calcularon factores de vista para el modelado de incendios utilizando geometrías cilíndricas y cónicas donde los factores de vista fueron calculados usando un método de integración de contornos. [Drake \(1990\)](#) desarrolló una técnica para el cálculo de factores de vista en problemas dependientes del tiempo, donde la geometría y las características radiantes de las superficies de la cavidad pueden variar en el tiempo. [Kurata \(1991\)](#) derivó una fórmula matemática para los factores de vista en coberturas flotantes de telas no tejidas en aplicaciones agrícolas. [Davis y Bagstera \(1990\)](#) continuando con el cálculo de factores de vista asociados a modelos de incendio, lo extendieron a cuatro geometrías finitas, una capa cilíndrica vertical, un disco circular plano, una esfera y un plano. [Cannistraro et al. \(1992\)](#) calcularon los factores de vista entre una persona, en una postura dada, y las superficies de la que la rodean. [Ambirajan y Venkateshan \(1993\)](#) utilizaron formulas integrales dobles de contorno para calcular factores de vista entre un par de superficies con una intersección. [Clarksean y Solbrig \(1994\)](#) examinaron la importancia de la precisión en los cálculos de los factores de vista en columnas de combustible en plantas nucleares, encontrando que errores del 10% al 20% en los factores de vista producen errores en la temperatura del orden de los errores obtenidos por la incertidumbre en la determinación de las emisividades de

las superficies. [Upadhyaya et al. \(1995\)](#) han desarrollado un esquema para el cálculo de factores de vista entre las superficies del molde de fundición usando el método de las diferencias finitas. [Rammohan y Sastri \(1996\)](#) presentaron un método numérico para evaluar los factores de vista entre superficies planas basado en las cuadraturas de Gauss con transformaciones no lineales, para mapear las fronteras curvas, e integración de contorno en las superficies. [Vasina y Chekshin \(1998\)](#) propusieron un método para el cálculo de los factores de vista en geometrías bidimensionales con simetría axial usando una formulación analítica para el cálculo del rango de integración basado en la proyección de sombra del elemento en el plano. [Bazin et al. \(1998\)](#) utilizaron la aproximación de difusión-vacío, donde el transporte radiante en las zonas ópticamente gruesas se resuelve con una aproximación de difusión y en las regiones ópticamente delgadas el intercambio radiante es entre superficies, por lo que se necesita el conocimiento de los factores de vista. [MacFarlane \(2003\)](#) desarrolló el sistema VISRAD que permite construir configuraciones complejas usando rayo láser y calculando la distribución de los flujos de radiación, lo que permite calcular los factores de vista con bastante precisión. [Sugden \(2004\)](#) calculó los factores de vista para una placa inclinada bajo la radiación solar expresándolos en términos de dos integrales, una de las cuales se obtiene en términos de funciones especiales en forma exacta, y la segunda, en forma aproximada obteniendo errores menores al 0.2%. [Mishra et al. \(2008\)](#) extendieron el Método de la Dimensión Colapsada CDM, usado para resolver problemas de transporte radiante en un medio participante, al cálculo de los factores de vista, obteniendo expresiones exactas al no tener que considerar las trayectorias de los rayos. [Bopche y Sridharan \(2009\)](#) aplicaron la técnica de integración en contornos para obtener expresiones analíticas de los factores de vista en radiación difusa para los elementos de combustible en reactores nucleares, mostrando que el método de integración de contornos es mucho más preciso que el método de integración de áreas. [Khor et al. \(2010\)](#) investigaron, experimentalmente, la importancia de los efectos de la radiación térmica, y los factores de vista, en el desempeño de fuentes de calor con aletas rectas en el enfriamiento de componentes electrónicas bajo convección natural, evaluaron los coeficientes de convección y llegaron a la conclusión que al despreciar el efecto de los factores de vista en el análisis térmico se generan errores importantes. [Mirhosseini y Saboonchi \(2011a,b\)](#) aplicaron el Método de Monte Carlo para calcular los factores de vista entre elementos de cintas planas y cilindros circulares para los cuales no se disponen de expresiones analíticas, mostrando que mientras más pequeños son los elementos se necesita más esfuerzo computacional para obtener soluciones precisas. [Beckers et al. \(2011\)](#) presentaron un algoritmo para calcular factores de vista basado en la técnica de proyecciones, que también es usada para el cálculo de los ángulos sólidos en el transporte radiante en un medio participante. [Bao et al. \(2011\)](#) desarrollaron un método matemático para el cálculo de factores de vista en el intercambio radiante en un modelo de celdas de combustible óxido sólido SOFC, basado en diferencias finitas. Finalmente, [Rakovec y Zakšek \(2012\)](#) revisaron el método estándar para estimar la irradiación difusa sobre una superficie inclinada corrigiéndolo con un factor de vista del cielo, que tiene en cuenta no solo el aspecto geométrico, sino también la cantidad de irradiación recibida.

El método de cálculo presentado en este trabajo está referido al cálculo de los factores de vista en cavidades bidimensionales, las paredes de las cavidades son discretizadas en una determinada cantidad de segmentos rectos y para cada segmento se calculan los factores de vista correspondientes. El objetivo es incorporar el cálculo de los factores de vista a un código computacional que permite calcular el transporte convectivo y radiante combinados, generando una herramienta computacional flexible y potente. De esta manera es posible recalculer todos los parámetros geométricos, entre ellos los factores de vista, en función del tamaño de la malla considerada.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

2.1 Ecuación de la transferencia radiante

La ecuación de la transferencia radiante para un medio gris absorbente, emisor y dispersante es ([Modest, 1993](#); [Siegel y Howell, 1992](#); [Brewster, 1992](#); [Kim, 1990](#); [Chui, 1990](#); [Chai, 1994](#))

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S \quad (1)$$

donde i es la intensidad de radiación térmica, \mathbf{s} es el vector de dirección, $\beta = \kappa + \sigma$ es el coeficiente de extinción y S el término fuente, dado por:

$$S = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (2)$$

donde κ coeficiente de absorción, σ es el coeficiente de dispersión, $i_b = \gamma T^4 / \pi$ es la intensidad de radiación térmica perteneciente al cuerpo negro, Φ es la función de dispersión y ω es el ángulo sólido.

El flujo de calor en la dirección \mathbf{s} se relaciona con la intensidad i de la siguiente manera ([Brewster, 1992](#); [Chai, 1994](#); [Chui, 1990](#); [Kim, 1990](#); [Modest, 1993](#); [Siegel y Howell, 1992](#))

$$\mathbf{q}_r = \int_{\omega=0}^{4\pi} i \mathbf{s} d\omega \quad (3)$$

y la divergencia de la energía radiante se puede escribir como

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left(4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \right) \quad (4)$$

donde γ es la constante de Stefan–Boltzmann y T es la temperatura absoluta.

2.2 Condición de frontera radiante

La condición de borde para superficies radiantes sólidas, grises, opacas, difusas e isotérmicas se puede escribir como ([Chai, 1994](#); [Chui, 1990](#); [Kim, 1990](#)):

$$i_w^l = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (5)$$

donde el subíndice w representa la pared, ε es la emisividad, ρ la reflectividad, $i_{bw} = \gamma T_w^4 / \pi$ es la intensidad de radiación del cuerpo negro, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared, y H es la irradiación hemisférica, es decir, el flujo de calor radiante incidente en la pared

$$H_w = \int_{\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w^k |\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w| d\omega^k \quad (6)$$

donde \mathbf{n} es la normal unitaria a la pared. Esta ecuación muestra que la radiación que abandona la superficie radiante tiene dos componentes, la emisión debida al estado térmico de la

superficie y la parte reflejada de la intensidad incidente sobre la superficie.

Para poder utilizar el método de los volúmenes finitos para el cálculo de los factores de vista es necesario eliminar la influencia que el medio, que rellena la cavidad, tiene en el transporte radiante, es decir, que el medio no debe participar en el proceso de transferencia radiante. Esto se logra anulando la capacidad de absorción, emisión y dispersión del medio, de esta manera se transforma el problema de radiación volumétrica en un problema de radiación superficial. Para ello se le asignan valores nulos al coeficiente de absorción $\kappa = 0$ y al coeficiente de dispersión $\sigma = 0$, como consecuencia, también se anula el coeficiente de extinción $\beta = 0$.

Con la aplicación de estas condiciones el modelo matemático se simplifica bastante ya que la función fuente S dada por la ecuación (2) y la divergencia radiante $\nabla \cdot q_r$ dada por la ecuación (4) se anulan y la ecuación (1) del transporte radiante se reduce a

$$s \cdot \nabla i = 0 \quad (7)$$

También es necesario eliminar el efecto de reflexión en las paredes de la cavidad, para que la única fuente de emisión radiante de las paredes sea la debida a su estado térmico, esto se logra haciendo que todas las paredes de la cavidad se comporten como cuerpos negros. Para que todas las paredes de la cavidad sean cuerpos negros es necesario asignarle un valor unitario a la emisividad de la pared $\varepsilon_w = 1$, como consecuencia, su reflectividad se anula $\rho_w = 0$ y de esta manera la ecuación (5) se simplifica

$$i_w^l = i_{bw} \quad (8)$$

De esta manera, al aplicarle al método de los volúmenes finitos las simplificaciones necesarias para el cálculo de los factores de vista, el modelo matemático se reduce a la ecuación (7) junto con la condición de borde isotérmica dada por la ecuación (8).

2.3 Factores de Vista

El modelo matemático correspondiente al cálculo de los factores de vista se obtiene haciendo un balance de energía entre las superficies emisora y receptora, consideradas como superficies difusas, y viene dado por (Brewster, 1992; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992).

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (9)$$

En la ecuación (9) F_{ij} es el factor de vista entre la superficie i y j , A_i y A_j las superficies, θ_i , θ_j los ángulos entre la normal a la superficie y la recta que une sus centros, y R la distancia entre sus centros, Figura 1.

Los factores de vista cumplen con algunas relaciones como la relación de reciprocidad, dada por

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (10)$$

y la regla de la sumatoria para una cavidad, debida al requerimiento de conservación de energía, toda radiación que abandone la superficie i debe interceptar la superficie de la cavidad, es decir

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (11)$$

En la que F_{ii} es la fracción de la radiación que abandona la superficie i y es interceptada por la misma superficie i , si es cóncava se ve a si misma y $F_{ii} \neq 0$, si es plana o convexa no se ve a si misma y $F_{ii} = 0$.

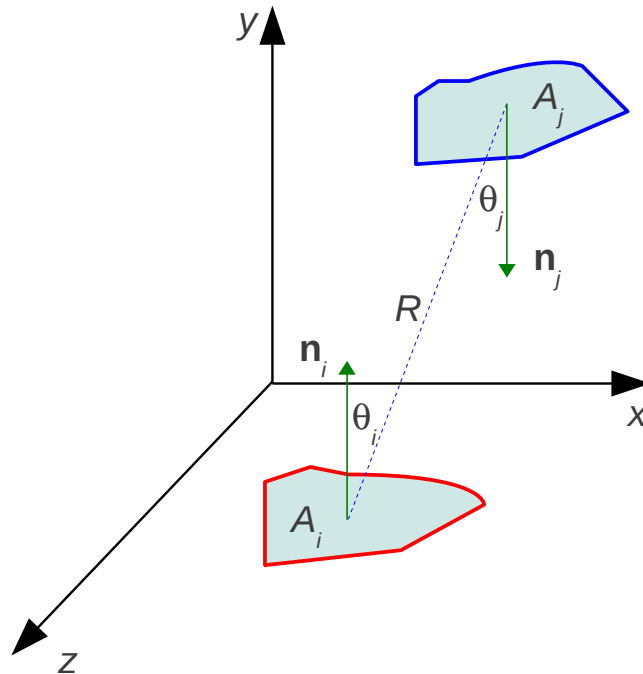


Figura 1: Configuración geométrica correspondiente al factor de vista F_{ij} entre dos superficies finitas.

Para una cavidad con N superficies existen N^2 factores de vista:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{N1} & F_{N2} & \cdots & F_{NN} \end{bmatrix} \quad (12)$$

De los N^2 factores de vista, N se obtienen de la regla de sumatoria, ecuación (11), y $N(N-1)/2$ se obtienen de la regla de reciprocidad, ecuación (10), por lo que solo se deben calcular $N(N-1)/2$ factores de vista.

Para una cavidad compuesta de paredes grises, la complicación principal asociada con el intercambio radiante entre superficies no negras se debe a la reflexión, la radiación puede experimentar múltiples reflexiones de todas las superficies, con absorción parcial en cada una de ellas. Para el análisis de la transferencia radiante en una cavidad de paredes grises se hacen las siguientes suposiciones: (a) cada superficie de la cavidad se supone isotérmica, (b) la radiosidad y la irradiación son uniformes en cada superficie, (c) cada superficie se considera opaca, difusa y gris y (d) el medio dentro de la cavidad se supone no participante.

Suponiendo conocidas la temperatura T_i de cada superficie, el flujo de calor radiante neto q_i en cada superficie viene dado por

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (13)$$

en la que $E_{bi} = \gamma T_i^4$ es la ley de Stefan-Boltzmann, E_{bi} es el poder emisivo y γ es la constante de Stefan-Boltzmann. Si en lugar de conocer T_i se conoce q_i se deben calcular las radiosidades J :

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (14)$$

Escribiendo las ecuaciones (13) o (14) en cada superficie donde se conoce T_i o q_i se forma un sistema de N ecuaciones algebraicas lineales con N incógnitas (J_1, J_2, \dots, J_N) . Una vez calculadas las N incógnitas (J_1, J_2, \dots, J_N) la ecuación (13) permite calcular q_i en cada superficie donde se conoce T_i o calcular T_i donde se conoce q_i .

2.4 Metodología de cálculo

Para el cálculo de los factores de vista, utilizando el método de los volúmenes finitos (Rebollo, 2007, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b, 2010), es necesario calcular el flujo de calor en cada elemento que conforma la pared. Para ello se debe definir el elemento emisor y el elemento receptor, al elemento emisor se le asigna una temperatura mayor que cero y al elemento receptor una temperatura nula, se calculan los flujos de calor en cada elemento, ecuación (3), y luego se hace el cociente entre el flujo de calor en el elemento receptor y el flujo de calor en el elemento emisor. Este cociente entre los flujos de calor no es otra cosa que el factor de vista buscado.

3 RESULTADOS

Para el análisis de resultados se consideran dos tipos de cavidades diferentes, una bidimensional, de longitud infinita y paredes rectas, y una cavidad tridimensional paralelepípeda. Se han analizado varias configuraciones geométricas correspondientes a los factores de vista C-1, C-2, C-2a, C-3, C-4, C-5 y C-5a correspondientes a configuraciones geométricas bidimensionales y C-11, C-12, C-13, C-14 y C-15 correspondientes a configuraciones geométricas tridimensionales, obtenidos del catálogo de Howell (2012) y representados en las Figuras 2 a 7. Las fórmulas teóricas para el cálculo de estos factores de vista están dadas por las ecuaciones (15-26).

$$\text{C-1} \quad H = h/w \quad F_{1-2} = F_{2-1} = \sqrt{1 + H^2} - H \quad (15)$$

$$\text{C-2} \quad B = b/a \quad C = c/a \quad F_{1-2} = \frac{1}{2B} \left[\sqrt{(B+C)^2 + 4} - \sqrt{(C-B)^2 + 4} \right] \quad (16)$$

$$\text{C-2a} \quad F_{1-2} = \frac{L_1 + L_2 - L_3 - L_4}{2w_1} \quad (17)$$

$$\text{C-3} \quad H = h/w \quad F_{1-2} = \frac{1}{2} \left(1 + H - \sqrt{1 + H^2} \right) \quad (18)$$

$$\text{C-4} \quad F_{1-2} = 1 - \sin(\alpha/2) \quad (19)$$

$$\text{C-5} \quad A = a/b \quad F_{1-2} = \frac{A+1 - (A^2+1-2A \cos \alpha)^{1/2}}{2} \quad (20)$$

$$\text{C-5a} \quad F_{1-2} = \frac{\left[(x_1^2 + y_2^2)^{1/2} + (x_2^2 + y_1^2)^{1/2} - (x_2^2 + y_2^2)^{1/2} - (x_1^2 + y_1^2)^{1/2} \right]}{2(x_2 - x_1)} \quad (21)$$

$$\text{C-11} \quad X = a/c \quad Y = b/c$$

$$F_{1-2} = \frac{2}{\pi XY} \left(\begin{array}{l} \ln \left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{1/2} + X \sqrt{1+Y^2} \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \\ + Y \sqrt{1+X^2} \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \end{array} \right) \quad (22)$$

$$\text{C-12} \quad A = a/c \quad B = b/a \quad X = A(1+B) \quad Y = A(1-B)$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{\pi A^2} \left(\begin{array}{l} \ln \left[\frac{A^2(1+B^2)+2}{(Y^2+2)(X^2+2)} \right] \\ + (Y^2+4)^{1/2} \left[Y \tan^{-1} \frac{Y}{(Y^2+4)^{1/2}} - X \tan^{-1} \frac{X}{(Y^2+4)^{1/2}} \right] \\ + (X^2+4)^{1/2} \left[X \tan^{-1} \frac{X}{(X^2+4)^{1/2}} - Y \tan^{-1} \frac{Y}{(X^2+4)^{1/2}} \right] \end{array} \right) \quad (23)$$

$$\text{C-13} \quad F_{1-2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+j+k+l} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l)$$

$$G = \frac{1}{2\pi} \left(\begin{array}{l} (y-\eta) \left[(x-\xi)^2 + z^2 \right]^{1/2} \tan^{-1} \left\{ \frac{y-\eta}{\left[(x-\xi)^2 + z^2 \right]^{1/2}} \right\} \\ + (x-\xi) \left[(y-\eta)^2 + z^2 \right]^{1/2} \tan^{-1} \left\{ \frac{x-\xi}{\left[(y-\eta)^2 + z^2 \right]^{1/2}} \right\} \\ - \frac{z^2}{2} \ln \left[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2 \right] \end{array} \right) \quad (24)$$

$$\text{C-14} \quad H = h/l \quad W = w/l$$

$$F_{1,2} = \frac{1}{W\pi} \left\{ \begin{aligned} & W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - \sqrt{H^2 + W^2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{H^2 + W^2}} \\ & + \frac{1}{4} \ln \left[\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)} \right]^{H^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

C-15

$$F_{1-2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+j+k+l} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l)$$

$$K = (y - \eta) / (x^2 + \xi^2)^{1/2}$$

$$G = \frac{1}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} & (y - \eta)(x^2 + \xi^2)^{1/2} \tan^{-1} K \\ & - \frac{1}{4} \left[(x^2 + \xi^2) \ln(1 + K^2) - (y - \eta)^2 \ln \left(1 + \frac{1}{K^2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

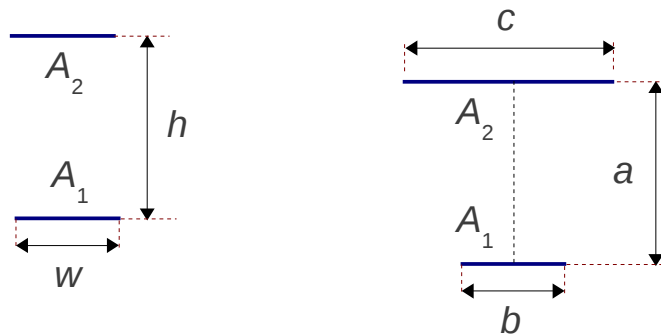


Figura 2: Configuración geométrica C-1 (dos placas paralelas infinitamente largas directamente opuestas con igual ancho) y C-2 (dos placas paralelas infinitamente largas con diferentes anchos, centradas).

Para cada configuración geométrica considerada se muestran diferentes resultados obtenidos de la combinación de cada uno de los parámetros geométricos intervinientes. Todas las dimensiones geométricas están expresadas en metros [m].

En la [Tabla 1](#) se muestran los resultados correspondientes a la configuración geométrica C1 ([Figura 2](#)) del catálogo de Howell (2012) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos placas paralelas infinitamente largas directamente opuestas con igual ancho. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (15). Se aprecia que los errores están por debajo del 1%.

La [Tabla 2](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-2 del catálogo de Howell (2012) ([Figura 2](#)) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos placas paralelas centradas infinitamente largas con diferentes anchos. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (16). Se aprecia nuevamente que los errores están por debajo del 1%.

Los factores de vista F_{1-2} correspondientes a la configuración geométrica C-2a del catálogo

de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 3](#)) entre dos placas paralelas infinitamente largas con diferentes anchos están dados en la [Tabla 3](#). El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (17). Nuevamente se advierte que los errores están por debajo del 1%.

h [m]	w [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,0	1,0	0,41421	0,41436	0,04
2,0	1,0	0,23607	0,23483	0,52
1,0	2,0	0,61803	0,61633	0,28

Tabla 1: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-1 entre dos placas paralelas infinitamente largas directamente opuestas con igual ancho.

a [m]	b [m]	c [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,0	1,0	3,0	0,82185	0,81831	0,43
1,0	2,0	3,0	0,78727	0,78514	0,27
2,0	1,0	3,0	0,59236	0,59119	0,20

Tabla 2: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-2 entre dos placas paralelas centradas e infinitamente largas con diferentes anchos.

w_1 [m]	w_2 [m]	h [m]	L_1 [m]	L_2 [m]	L_3 [m]	L_4 [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,000	3,000	1,0	1,41421	3,16228	1,00000	2,23607	0,67021	0,66985	0,05
1,000	3,000	2,0	2,23607	3,60555	2,00000	2,82843	0,50660	0,50478	0,36
1,000	3,000	1,0	3,16228	1,41421	2,23607	1,00000	0,67021	0,66985	0,05

Tabla 3: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-2a entre dos placas paralelas infinitamente largas con diferentes anchos.

h [m]	w [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,0	1,0	0,29289	0,29282	0,03
2,0	1,0	0,38197	0,38366	0,44
1,0	2,0	0,19098	0,19129	0,16

Tabla 4: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-3 entre dos placas perpendiculares infinitamente largas con un borde en común y diferentes anchos.

La [Tabla 4](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-3 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 3](#)) correspondiente al factor de vista $F_{1,2}$ entre dos placas perpendiculares infinitamente largas con un borde en común y diferentes anchos. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (18). Se puede apreciar que, como en las configuraciones ya mencionadas, los errores están por debajo del 1%.

En la [Tabla 5](#) se muestran los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-4 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 4](#)) correspondiente al factor de vista $F_{1,2}$ entre dos placas de igual ancho, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α .

El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (19). Se puede apreciar nuevamente que los errores están por debajo del 1%.

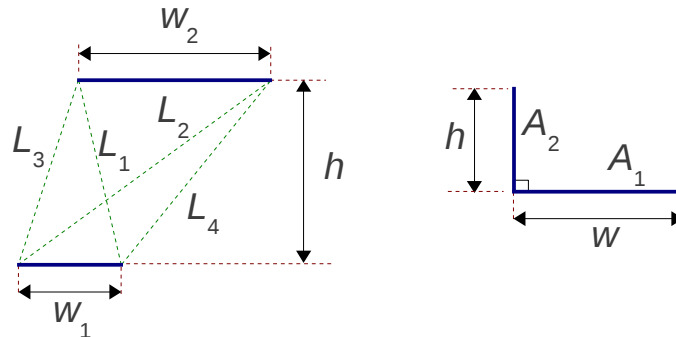


Figura 3: Configuración geométrica C-2a (dos placas paralelas infinitamente largas con diferentes anchos) y C-3 (dos placas perpendiculares infinitamente largas con un borde en común y diferentes anchos).

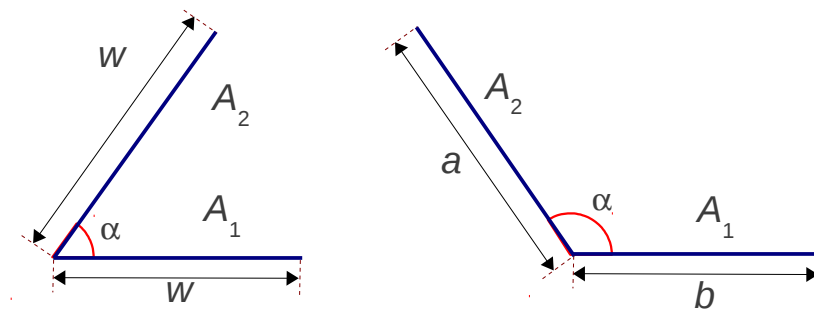


Figura 4: Configuración geométrica C-4 (dos placas de igual ancho, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α) y C-5 (dos placas de diferentes anchos, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α).

α [°]	w [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
30,0	1,0	0,74118	0,73735	0,52
45,0	1,0	0,61732	0,61630	0,16
60,0	1,0	0,50000	0,50042	0,08

Tabla 5: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-4 entre dos placas de igual ancho, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α .

La [Tabla 6](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-5 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 4](#)) correspondiente al factor de vista $F_{1,2}$ entre dos placas de diferentes anchos, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α . El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (20). En este caso, los errores crecen con

al ángulo de inclinación de las placas. Al aumentar el ángulo de inclinación se reduce la visión que una placa tiene de la otra, esto se puede apreciar en la reducción del factor de vista con el ángulo de inclinación, como también ocurre en la configuración C4. Sin embargo al comparar el error con el ángulo de inclinación, en la geometría C4 el error disminuye, al contrario de lo que ocurre en la geometría C5.

α [°]	a [m]	b [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
120,0	1,0	1,0	0,13397	0,13441	0,33
135,0	1,0	1,0	0,07612	0,07522	1,19
150,0	1,0	1,0	0,03407	0,03662	7,47

Tabla 6: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-5 entre dos placas de diferentes anchos, infinitamente largas, con un borde en común e inclinadas un ángulo α .

α [°]	x_1 [m]	x_2 [m]	y_1 [m]	y_2 [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
30,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,46286	0,43681	5,63
45,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,32558	0,31285	3,91
60,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,23205	0,22543	2,85

Tabla 7: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-5a entre dos placas perpendiculares infinitamente largas sin un borde en común de diferentes anchos e inclinadas un ángulo α .

a [m]	b [m]	c [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
0,50	0,50	0,50	0,19982	0,20006	0,12
0,50	0,50	1,00	0,06859	0,06820	0,57
0,50	0,50	0,25	0,41525	0,41362	0,39

Tabla 8: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-11 entre dos rectángulos idénticos, paralelos y directamente opuestos.

a [m]	b [m]	c [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,0	0,333	1,0	0,02605	0,02612	0,25
1,0	0,333	2,0	0,00810	0,00808	0,31
0,3	1,000	1,0	0,23447	0,23507	0,25

Tabla 9: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-12 entre dos cuadrados coaxiales paralelos de diferentes longitudes.

En la [Tabla 7](#) se muestran los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-5a del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 5](#)) correspondiente al factor de vista $F_{1,2}$ entre dos

placas perpendiculares infinitamente largas sin un borde en común y diferentes anchos. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (21). Esta geometría es semejante a la C4, solo que en este caso se consideran las mitades de las placas como emisoras y receptoras, sin embargo los errores están en un nivel mucho mayor. En ambos casos el error disminuye con el ángulo de inclinación.

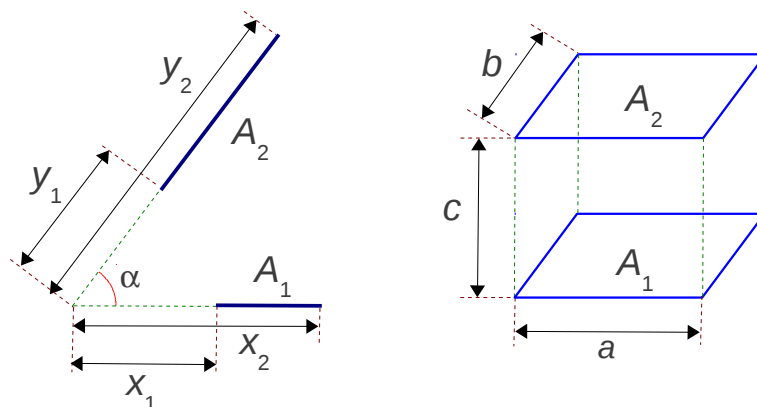


Figura 5: Configuración geométrica C-5a (dos placas perpendiculares infinitamente largas sin un borde en común de diferentes anchos e inclinadas un ángulo α) y C-11 (dos rectángulos idénticos, paralelos y directamente opuestos).

La [Tabla 8](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-11 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 5](#)) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos rectángulos idénticos, paralelos y directamente opuestos. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (22). Se aprecia que los errores están por debajo del 1%.

z [m]	x_1 [m]	x_2 [m]	y_1 [m]	y_2 [m]	η_1 [m]	η_2 [m]	ξ_1 [m]	ξ_2 [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
1,0	0,500	1,000	0,500	1,000	0,000	0,333	0,000	0,333	0,0126749	0,0124786	1,55
1,0	0,500	1,000	0,500	1,000	0,000	0,500	0,000	0,500	0,0351071	0,0347431	1,04
1,0	0,000	0,333	0,000	0,333	0,500	1,000	0,500	1,000	0,0285185	0,0276582	3,02

Tabla 10: Factor de vista F_{1-2} y error correspondientes a la configuración geométrica C-13 entre dos rectángulos paralelos.

En la [Tabla 9](#) se muestran los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-12 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 6](#)) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos cuadrados coaxiales paralelos de diferentes longitudes. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (23). Se advierte nuevamente que los errores están por debajo del 1%.

La [Tabla 10](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-13 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 6](#)) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos rectángulos paralelos. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (24). Se aprecia que los errores crecen con la variación en la proporción entre superficie emisora y receptora, y se duplica para la situación en la cual la superficie emisora es menor que la receptora.

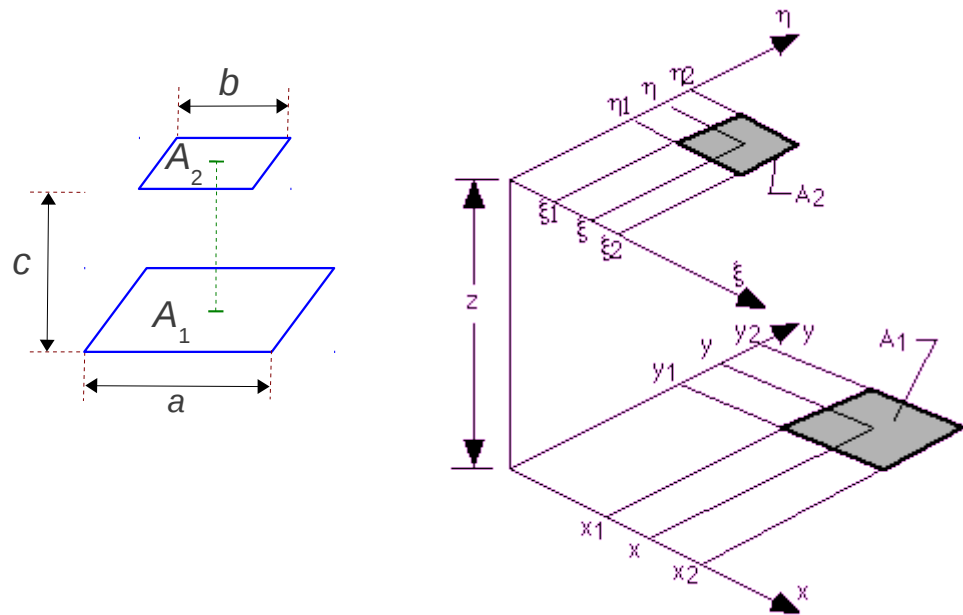


Figura 6: Configuración geométrica C-12 (dos cuadrados coaxiales paralelos de diferentes longitudes) y C-13 (dos rectángulos paralelos).

h [m]	w [m]	l [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
0,5	0,5	0,5	0,20004	0,19999	0,03
0,5	0,5	1,0	0,24064	0,24054	0,04
1,0	1,0	0,5	0,14930	0,14938	0,05

Tabla 11: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-14 entre dos rectángulos finitos de la misma longitud, perpendiculares y con un borde en común.

x_1 [m]	x_2 [m]	y_1 [m]	y_2 [m]	η_1 [m]	η_2 [m]	ξ_1 [m]	ξ_2 [m]	$F_{1,2}$ teórico	$F_{1,2}$ calculado	Error %
0,500	1,000	0,500	1,000	0,000	0,333	0,000	0,333	0,0053655	0,0054920	2,36
0,500	1,000	0,500	1,000	0,000	0,500	0,000	0,500	0,0189285	0,0187694	0,84
0,000	0,333	0,000	0,333	0,500	1,000	0,500	1,000	0,0120723	0,0125560	4,01

Tabla 12: Factor de vista $F_{1,2}$ y error correspondientes a la configuración geométrica C-15 entre dos rectángulos en planos perpendiculares.

En la [Tabla 11](#) se muestran los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-14 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 7](#)) correspondiente al factor de vista $F_{1,2}$ entre dos

rectángulos finitos de la misma longitud, perpendiculares y con un borde en común. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (25). Se puede observar que los errores son menores al 1%.

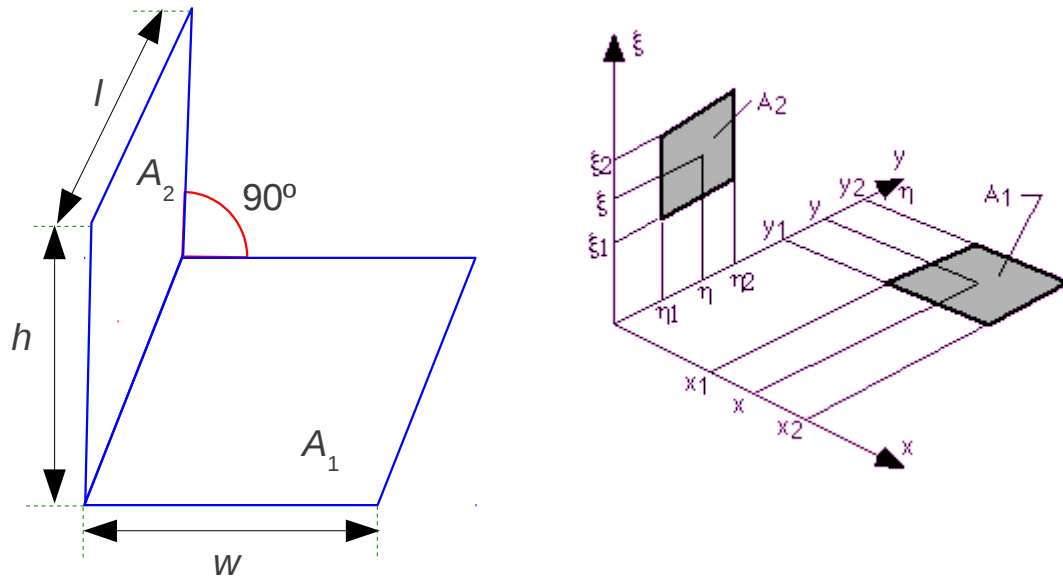


Figura 7: Configuración geométrica C-14 (dos rectángulos finitos de la misma longitud, perpendiculares y con un borde en común) y C-15 (dos rectángulos en planos perpendiculares).

La [Tabla 12](#) proporciona los resultados pertenecientes a la configuración geométrica C-15 del catálogo de [Howell \(2012\)](#) ([Figura 7](#)) correspondiente al factor de vista F_{1-2} entre dos rectángulos en planos perpendiculares. El factor de vista teórico se ha obtenido con la ecuación (26). Semejante a la geometría C-13, se advierte que los errores crecen con la variación en la proporción entre superficie emisora y receptora, y se duplica para la situación en la cual la superficie emisora es menor que la receptora. El menor error se obtiene cuando las superficies emisora y receptora tienen el mismo tamaño.

En este trabajo solo se han considerado superficies planas infinitamente largas o superficies rectangulares de dimensiones finitas, no se han considerado superficies curvas, cavidades con obstrucciones u obstáculos en su interior. Tampoco se ha intentado analizar la influencia, en los resultados, del grado de discretización espacial y angular. Estas consideraciones serán tenidas en cuenta en futuros trabajos.

4 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una técnica simple y precisa para calcular los factores de vista de las paredes de una cavidad bidimensional de longitud infinita o una cavidad tridimensional de paredes planas.

La técnica de cálculo se basa en la aplicación del método de los volúmenes finitos para el cálculo del transporte radiante en cavidades bajo determinadas condiciones térmicas.

Las cavidades deben cumplir con la condición de medio no participante y superficies negras.

Se ha analizado un conjunto completo de configuraciones geométricas conformadas por

placas de longitud infinita y superficies rectangulares finitas dispuestas arbitrariamente.

Los resultados han sido contrastados con los valores obtenidos con las ecuaciones de cálculo teóricas, mostrando, en la mayoría de los casos, errores menores al 1%.

La metodología de cálculo, resulta matemáticamente simple, sencilla de programar, fácilmente adaptable a un cambio en las dimensiones de la cavidad o al número de elementos en cada pared.

El método desarrollado en este trabajo se puede incorporar fácilmente a cualquier código computacional para resolver problemas de conducción, convección y radiación combinadas, en los cuales el medio no participa del transporte radiante.

REFERENCIAS

- Ambirajan, A. ; Venkateshan S. P.. Accurate determination of diffuse view factors between planar surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer* , 36:2203–2208, 1993.
- Babus'Haq, R. F.; Probert, M. J.; Shilston, S. D.. Geometric view factors for radiation exchanges between an infinitely long cylinder and a parallel infinitely long enclosure of either cylindrical or rectangular cross-section. *Applied Energy*, 23:4:307–313, 1986.
- Bao, C.; Cai, N.; Croiset, E.. An analytical model of view factors for radiation heat transfer in planar and tubular solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources*, 196:3223–3232, 2011.
- Bazin, A.; Vatulin, V.; Dementyev, Y.; Mironova, V.; Skidan, G.; Tikhomirova, B.; Tikhomirov, B.. Application of view-factor method in calculations of radiation transport in targets. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 415:123–126, 1998.
- Beckers, B.; Masset, L.; Beckers, P.. The universal projection for computing data carried on the hemisphere. *Computer-Aided Design*, 43:219–226, 2011.
- Bopche, S. B. ;Sridharan, A.. Determination of view factors by contour integral technique. *Annals of Nuclear Energy*, 36:1681–1688, 2009.
- Brewster M. Q.. *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Byun K. H., Smith T. F. y Sanchez A.. View factors of a rectangular system enclosing a transparent media by discrete-ordinates method. *Proceeding of the 3rd Caribbean Congress on Fluids Dynamics and the 3rd Latin American Symposium on Fluid Dynamics*, Universidad Simón Bolívar, Caracas, 1995.
- Byun K. H., Smith T. F.. View factors for rectangular enclosures using the direct discrete-ordinates method. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 11:593-595, 1997.
- Byun K. H.. View factors for a rectangular box by discrete ordinates method. *Proceeding of the 3rd KSME-JSME Thermal Engineering Conference*, Kyongju, 285-288, 1996.
- Cannistraro, G. ; Franzitta, G.; Giaconia, C.; Rizzo G. Algorithms for the calculation of the view factors between human body and rectangular surfaces in parallelepiped environments. *Energy and Buildings*, 19:51–60, 1992.
- Carlson, R. W.; Garcia, J.. View factor for radiant heat transfer between the wall and end of a cylinder. *Annals of Nuclear Energy*. 11:187–196, 1984.
- Chai J. C. K., A finite volume method for radiation heat transfer, PhD Thesis, 1994.
- Chai J. C., Moder J. P. y Karki K. C.. A procedure for view factor calculation using the finite-volume method. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 40:23-35, 2001.
- Chui E. H. K., Modeling of radiative heat transfer in participating media by the finite volume method, PhD Thesis, 1990.
- Clarksean, R. ; Solbrig C.. Minimization of the effect of errors in approximate radiation view factors. *Nuclear Engineering and Design*, 149:431–440, 1994.
- Davies, M. G.. An approximate expression for room view factors. *Building and Environment*.

- 19:217–219, 1984.
- Davis, B. C.; Bagstera, D. F.. The computation of view factors of fire models: 1. Differential targets. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2:224–234, 1989.
- Davis, B. C.; Bagstera, D. F.. The computation of view factors of fire models: 2. Finite targets. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 3:327–329, 1990.
- Drake, D. J.. View-factor method for solving time-dependent radiation transport problems involving fixed surfaces with intervening, participating media. *Journal of Computational Physics*, 87:73–90, 1990.
- Ehlert J. R. y Smith T. F.. Surface radiation for rectangular enclosures using the discrete ordinates method. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 8:628-631, 1994.
- Howell J. R. A catalog of radiation heat transfer configuration factors. University of Texas at Austin. <http://www.engr.uky.edu/rtl/Catalog/tablecon.html>, 2012.
- Khor, Y. K.; Hung, Y. M.; Lim, B. K.. On the role of radiation view factor in thermal performance of straight-fin heat sinks. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37:1087–1095, 2010.
- Kim T. K., Radiation and combined mode heat transfer analysis in absorbing, emitting, and Mie-anisotropic scattering media using the s-n discrete ordinates method, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1990.
- Kurata K.. View factors involved in radiation exchanges in floating mulches made of non-woven fabrics. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 48:185–193, 1991.
- MacFarlane, J.. VISRAD—A 3-D view factor code and design tool for high-energy density physics experiments. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 81:287–300, 2003.
- Mirhosseini, M. ; Saboonchi, A.. Monte Carlo method for calculating local configuration factor for the practical case in material processing. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38:1142–1147, 2011a.
- Mirhosseini, M.; Saboonchi, A.. View factor calculation using the Monte Carlo method for a 3D strip element to circular cylinder. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38:821–826, 2011b.
- Mishra, S. C. ;Shukla, A. ;Yadav, V.. View factor calculation in the 2-D geometries using the collapsed dimension method. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35:630–636, 2008.
- Modest M. F.. *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- Mudan, K. S.. Geometric view factors for thermal radiation hazard assessment. *Fire Safety Journal*, 12:89–96, 1987.
- Rakovec, J.; Zakšek, K.. On the proper analytical expression for the sky-view factor and the diffuse irradiation of a slope for an isotropic sky. *Renewable Energy*, 37:440–444, 2012.
- Rammohan, R. V. ; Sastri V. M. K.. Efficient evaluation of diffuse view factors for radiation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39:1281–1286, 1996.
- Rebollo, D.. Simulación Numérica de la Radiación Térmica con Dispersión Anisotrópica de Mie mediante el Método de los Volúmenes Finitos. XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, Octubre del 2007.
- Rebollo, D.. Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica en placas planas, I Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, Octubre del 2008.
- Rebollo, D.. Simulación numérica de la radiación térmica de gases no grises en cavidades multidimensionales. XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, San Luis, Argentina, Noviembre del 2008.

- Rebollo, D.. Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica de Mie en cavidades bidimensionales mediante el método de los volúmenes finitos. XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Tandil, Buenos Aires, Argentina, Noviembre del 2009.
- Rebollo, D.. Simulación numérica de la radiación térmica de gases no grises en un medio plano. XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Tandil, Buenos Aires, Argentina, Noviembre del 2009.
- Rebollo D., Rodrigo R., Campo A., Análisis de la radiación térmica colimada en un medio plano infinito, XXI Iberian-Latin-American Congress on computational methods in Engineering, Buenos Aires, Argentina, Noviembre del 2010.
- Sanchez A. y Smith T. F.. Surface radiation exchange for two-dimensional rectangular enclosures using the discrete-ordinates method. *Journal of Heat Transfer*, 114:456-472, 1992.
- Siegel R., Howell J. R.. *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.
- Sugden, S. J.. View factor for inclined plane with Gaussian source. *Applied Mathematical Modelling*, 28:1063–1082, 2004.
- Upadhy, G. K.; Das, S.; Chandra, U.; Paul A. J.. Modelling the investment casting process: a novel approach for view factor calculations and defect prediction. *Applied Mathematical Modelling*, 19:354–362, 1995.
- van Leersum, J.. A method for determining a consistent set of radiation view factors from a set generated by a nonexact method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 10:83–85, 1989.
- Vasina, E. G.; Chekshin V. M.. An approach to view factor calculation for radiation transfer simulation in 2D axisymmetric geometries. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 415:127–132, 1998.